

1. Introducción

El trabajo de laboratorio es realizado con dos objetivos:

- Primera experiencia: verificar teoremas de Norton y Thévenin, y el teorema de máxima potencia. Se calculó el circuito equivalente de Thévenin y Norton, contrastando los resultados teóricos obtenidos con los resultados experimentales, y luego se buscó obtener experimentalmente el valor de la carga que maximiza la potencia entregada por la fuente.
- Segunda experiencia: dada una lámpara de 2.8 Watts, se buscó obtener experimentalmente el gráfico de tensión en función de corriente. Al realizar esta experiencia, se registró a la par de cada medición la temperatura a la cual se encontraba la lámpara.

2. Marco Teórico

Se busca hacer un análisis parcial del circuito, sustituyendo todo el circuito (salvo la resistencia considerada como carga) por una fuente de tensión o corriente independiente no ideal. Luego, se busca el valor de la carga que maximiza la potencia entregada. Esto es, justamente hacer uso de los siguientes teoremas:

2.1. Teorema de M. L. Thévenin¹

Este teorema establece que si una parte del circuito lineal esta comprendida entre dos terminales A y B, puede sustituirse por un circuito equivalente constituido por una fuente de tensión con una resistencia en serie de la siguiente forma:

1. Dado cualquier circuito lineal, arreglarlo nuevamente en la forma de dos redes A y B conectadas por dos alambres. A es la red que se simplifica, y B se dejará intacta (B es la carga).
2. Desconectar la red B. Definir una tensión V_{th} , como la tensión que ahora aparece en las terminales de la red A.
3. Pasivar o "asignar cero a" toda fuente independiente de la red A para formar una red inactiva. Dejar las fuentes dependientes intactas.
4. Conectar una fuente de tensión independiente con un valor de V_{th} en serie con la red inactiva.
5. Conectar la red B a las terminales de la nueva red A. Todas las corrientes y tensiones de B permanecerán intactas.

2.2. Teorema de Norton²

Este teorema establece que si una parte del circuito lineal está comprendida entre dos terminales A y B, puede sustituirse por un circuito equivalente constituido por una fuente de corriente con una resistencia en paralelo de la siguiente forma:

1. Dado cualquier circuito lineal, volver a ordenar en la forma de dos redes A y B conectadas por dos alambres. La red que se va a simplificar es A, y B se dejará intacta. Si cualquiera de las redes contiene una fuente dependiente, su variable de control debe estar en la misma red.
2. Desconectar la red B, y poner en cortocircuito las terminales de A. Definir una corriente I_N como la corriente que circula ahora a través de las terminales cortocircuitadas de la red A.
3. Pasivar o "asignar cero a" todas las fuentes independientes de la red A para formar una red inactiva. Dejar las fuentes dependientes intactas.
4. Conectar una fuente de corriente independiente de valor I_N en paralelo con la red inactiva.
5. Conectar la red B a las terminales de la nueva red A. Todas las corrientes y tensiones en B permanecen intactas.

¹Pasos obtenidos de: Análisis de circuitos en ingeniería. W. H. Hayt, J. E. Kemmerly, S. M. Durbin(2007;141)

²Ibid. 143

2.3. Teorema de la Máxima Potencia ³

Este teorema permite obtener el valor de la resistencia de carga que maximiza la potencia entregada por una fuente real. Una fuente de tensión independiente en serie con una resistencia R_s , o una fuente de corriente independiente en paralelo con una resistencia R_s suministra una potencia máxima a aquella resistencia de carga R_L para la cual $R_s = R_L$. A continuación se demuestra para una fuente de tensión real siendo este resultado también válido para una fuente de corriente real.

La potencia que se entrega a la carga R_L es:

$$P_L = i_L^2 R_L = \frac{V_s^2 R_L}{(R_s + R_L)^2}$$

Para determinar el valor de R_L que absorbe la potencia máxima se deriva con respecto a R_L :

$$\frac{dP_L}{dR} = \frac{(R_s + R_L)^2 V_s^2 - 2V_s^2 R_L (R_s + R_L)}{(R_s + R_L)^4}$$

Igualando a cero la derivada se obtiene que:

$$(R_s + R_L)V_s^2 - 2V_s^2 R_L = 0$$

$$R_s = R_L$$

De donde se puede demostrar que este valor es un máximo de la función P_L .

3. Métodos Operativos

3.1. Primera experiencia:

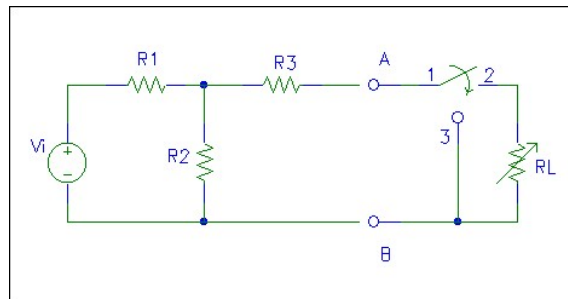


Figura 1: Esquema del circuito analizado en el laboratorio

Materiales empleados:

- Fuente de tensión variable rectificada
- Voltímetro
- Amperímetro
- Resistores variables (Para conseguir los valores de resistencia del circuito a analizar)

1. Primero colocamos el Voltímetro y Amperímetro de a uno por vez para medir experimentalmente la Tensión de Thévenin y la corriente de Norton.

³Ibid. 150

2. Buscamos analíticamente el valor de la tensión de Thévenin. Se desconecta la carga, y como la caída de tensión en la resistencia R_3 es 0V (No circula corriente por R_3) entonces, calculando la corriente I_1 que circula por R_1 y R_2 , y usando ley de Ohm para sacar V_{Th} se tiene que

$$I_1 = \frac{V_{Th}}{R_1 + R_2}$$

$$V_{Th} = I_1 \cdot R_2 = \frac{V_i \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

3. Ahora, buscamos el valor de la corriente de Norton. Uniendo los terminales A y B, y usando el métodos de nodos, se tiene que

$$0 = \frac{V_i - V}{R_i} - \frac{V}{R_2} - \frac{V}{R_3}$$

donde V es la tensión del nodo donde se juntan las 3 resistencias. Resolviendo para V se tiene que

$$V = \frac{V_i}{R_1 \cdot (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})}$$

Aplicando ley de Ohm sobre R_3 se obtiene la expresión para I_N

$$I_N = \frac{V}{R_3} = \frac{V_i}{R_3 \cdot R_1 \cdot (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})}$$

4. Calculamos analíticamente la resistencia de Thévenin/Norton usando V_{Th} e I_N

$$R_{Th} = R_N = \frac{V_{th}}{I_N} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})}{R_1 + R_2}$$

5. Buscamos la transferencia de potencia máxima conectando una resistencia variable de 200.
6. Realizamos un gráfico de la potencia en función de la resistencia de la carga. De acuerdo al Teorema de la Máxima Potencia, el valor que maximiza la potencia será igual a R_{Th} .

3.2. Segunda Experiencia

En la siguiente figura se puede observar el circuito que utilizamos para realizar las mediciones de esta experiencia.

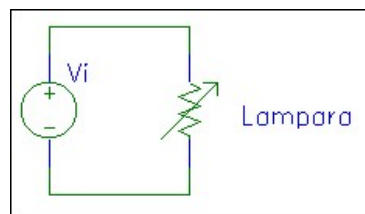


Figura 2: Esquema del circuito con la lámpara

Materiales a emplear:

- Fuente de tensión variable rectificada
- Voltímetro
- Amperímetro
- Lámpara con sensor de temperatura

En esta experiencia, para distintos valores de tensión, se midió la temperatura en equilibrio y la corriente que circula por la lámpara. Los datos obtenidos fueron volcados en un gráfico con las curvas correspondientes.

4. Análisis de Resultados

4.1. Primera Experiencia

	R_1	R_2	R_3	V_{Medido}	$V_{Th} = V_{Medido}K_{Volt}$	I_{Medido}	$I_N = I_{Medido}K_{Amp}$	R_{Th}	$\frac{V_{Th}}{I_N}$
Teórico	70	200	100	-	7.407V	97.56mA	48.78mA	151.85	151.85
Medido	69.6	200	99.8	74.4V	7.44V	96.1mA	48.05mA	151(Multímetro)	154.84

En donde $K_{Volt} = 0,1$ y $K_{Amp} = 0,5$

Cuadro 1: Valores teóricos y valores medidos

$V_{Medidos}$	$V_{Real} = V_{Medidos}K_{Volt}$	$I_{Medidos}$	$I_{Real} = I_{Medidos}K_{Amp}$	$R = \frac{V_{Real}}{I_{Real}}$	$P_R = V_{Real}I_{Real}$
4V	0.4V	89.1mA	44.55mA	8.979	0.0178W
12V	1.2V	79.8mA	39.9mA	30.075	0.0479W
18V	1.8V	72.2mA	36.1mA	49.86	0.065W
27V	2.7V	61.2mA	30.6mA	88.234	0.0826W
30V	3V	57.9mA	28.95mA	103.63	0.0868W
36.4V	3.64V	49.6mA	24.8mA	$146,77 \approx R_{Th}$	0.0903W (MÁX)
38.5V	3.85V	46.8mA	23.4mA	164.53	0.0901W
42.1V	4.21V	42.1mA	21.05mA	200.00	0.0886W
44.7V	4.47V	38.5mA	19.25mA	232.21	0.0860W

En donde $K_{Volt} = 0,1$ y $K_{Amp} = 0,5$

Cuadro 2: Tensión y corriente obtenidos para distintos valores de resistencia de carga, y cálculo de resistencia y potencia

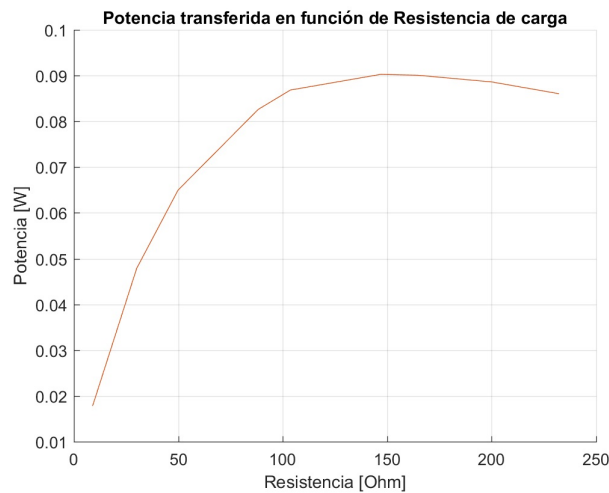


Figura 3: Gráfico de transferencia de potencia en función del valor de la resistencia de carga

4.2. Segunda experiencia

K_{Volt}	V_{Medido}	$V_{Real} = V_{Medidos}K_{Volt}$	K_{Amp}	I_{Medido}	$I_{Real} = I_{Medidos}K_{Amp}$	Temperatura
0.2	36V	7.2V	0.1	750mA	75mA	95°C
0.2	42.5V	8.5V	0.1	822mA	82.2mA	111°C
0.2	57.5V	11.5V	0.1	970mA	97mA	134°C
0.2	65V	13V	0.1	1050mA	105mA	134°C
0.2	69.1V	13.82V	0.1	1090mA	109mA	134°C

Cuadro 3: Resultados obtenidos para determinación de la curva V-I de una lámpara de 20Volts, 2,8 Watts

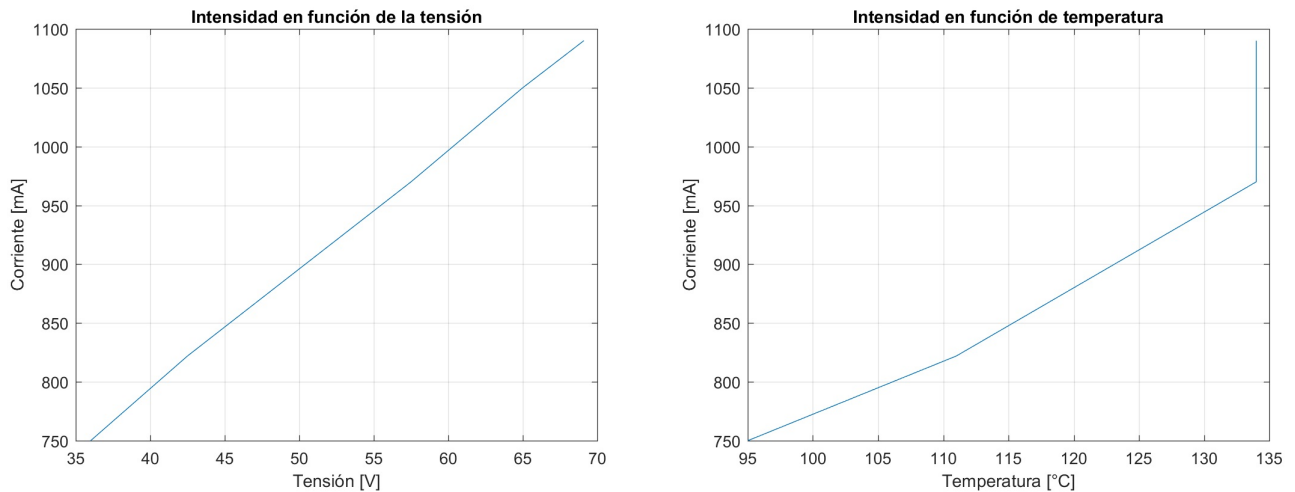


Figura 4: Intensidad de corriente en lámpara, en función de la tensión y la temperatura, respectivamente

5. Conclusión

5.1. Primera experiencia

En esta experiencia se observó una diferencia de 0.85 entre el resultado de calcular la resistencia de Thévenin analíticamente (151.85) utilizando los valores nominales descritos por el problema, y el valor experimental (151), obtenido usando el multímetro para medir resistencia. Esta diferencia es relativamente pequeña. Al calcular el valor de R_{th} utilizando el cociente entre V_{th} e I_n , se obtuvo una diferencia entre el valor teórico y el valor experimental de 3.01. Al ser esta última una medición indirecta, es esperable que el error obtenido sea mayor que el de la medición directa.

Con respecto al experimento que fue realizado para comprobar el teorema de la máxima potencia, consideramos que se podría haber logrado un valor más cercano al valor teórico R_{th} tomando más mediciones en un entorno del valor que conseguimos como máximo. El valor que obtuvimos experimentalmente que maximiza la transferencia de potencia es de 146.77, mientras que el valor teórico es de 151.

5.2. Segunda experiencia

En esta experiencia se intentó comprobar la propiedad óhmica del filamento de tungsteno de una lámpara 12V, 2.8W. Como al realizar las mediciones se esperó que el material llegue a una temperatura estable, se pudo verificar que el gráfico de $I(V)$ muestra una relación lineal entre dichos valores, lo que es una característica de los materiales óhmicos.

Por otro parte analizando la temperatura en función de la tensión observamos que no se pudo obtener valores mayores a una temperatura dada, asociamos esto a una posible falla en el dispositivo que se utilizó para medir la temperatura. De todas formas con respecto a los valores obtenidos debajo de dicha temperatura detectamos que la relación entre la temperatura y la corriente es aproximadamente lineal (gráfico de $I(T)$).