

## 1 Introducción y objetivos

En el presente trabajo práctico se buscó analizar el comportamiento de un filtro pasivo de dos componentes, el cual se encontraba en una caja negra y era desconocido. En base a la respuesta observada, se determinó el tipo de filtro y sus componentes internos, además de la frecuencia de corte. Se realizaron las mediciones de las señales de entrada y salida mediante un osciloscopio digital provisto por el laboratorio.

## 2 Análisis del filtro

Para el análisis de respuesta en frecuencia, se requiere utilizar una señal senoidal, dado que la misma es periódica y, justamente, el objetivo es variar la frecuencia de oscilación y observar que ocurre. En principio se podría pensar en cualquier señal periódica de frecuencia variable. Pero, por otra parte, el análisis teórico se realiza en el dominio  $j\omega$  (donde en  $S = \sigma + j\omega$  se toma  $\sigma = 0$ ) por lo que se requiere trabajar en régimen senoidal permanente, sino no es válido.

Para observar que ocurre a frecuencias que son atenuadas por las características del filtro, es conveniente tomar una amplitud no muy pequeña para que no se atenúen muy rápidamente. En este caso se utilizó una señal senoidal de 2V de amplitud.

### 2.1 Respuesta en frecuencia

En primera instancia se alimentó el circuito por medio de un generador de señales con señal de tipo sinusoidal, se conectó el osciloscopio a la entrada y a la salida del circuito para luego variar la frecuencia del generador de señales, de forma tal que se pueda ver la relación entre la entrada y la salida en función de la frecuencia. Se tomaron varias muestras de pares frecuencia - ratio, donde el ratio es el módulo de la relación entrada - salida en decibels. Se tomaron imágenes del osciloscopio en algunas situaciones particulares.

La señal amarilla (canal 1) corresponde a la entrada, y la señal verde (canal 2) corresponde a la salida.



Figure 1: Relación entrada - salida a la frecuencia de corte, con fase de  $45^\circ$

Mediante el muestreo anterior, al ajustar la frecuencia de tal forma que la fase sea de  $45^\circ$ , es donde se ubica

la frecuencia de corte del circuito, que resultó de 4.8KHz. En base a esta información se tomaron dos imágenes más, una ubicando la frecuencia una década antes de la de corte, y otra una década después.

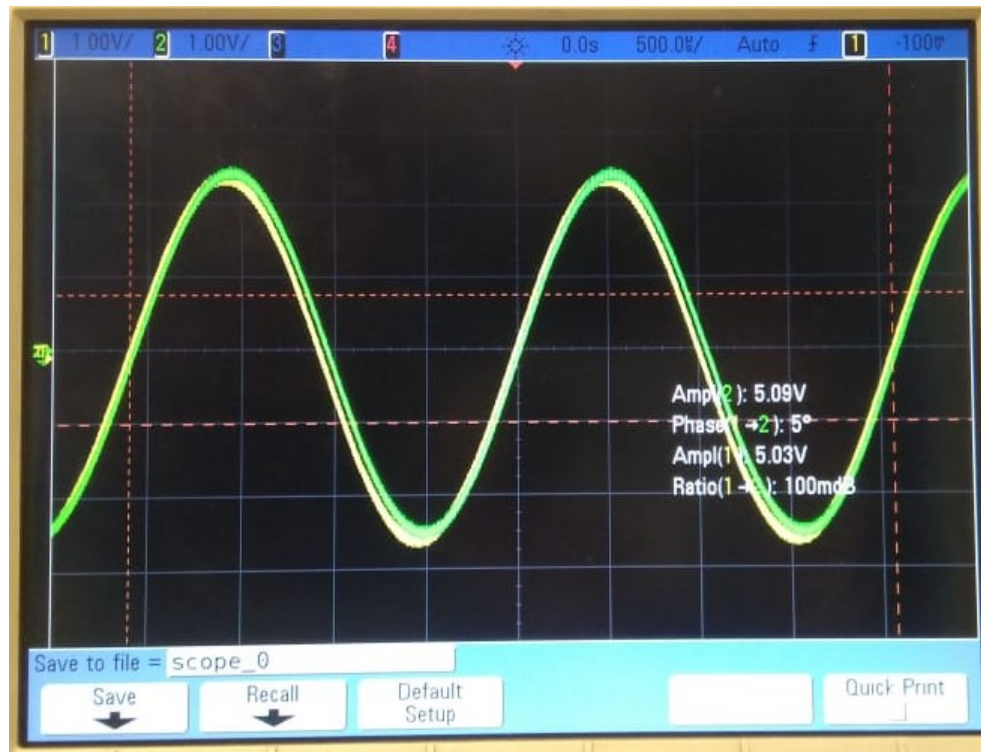


Figure 2: Relación entrada - salida una década antes de la frecuencia de corte

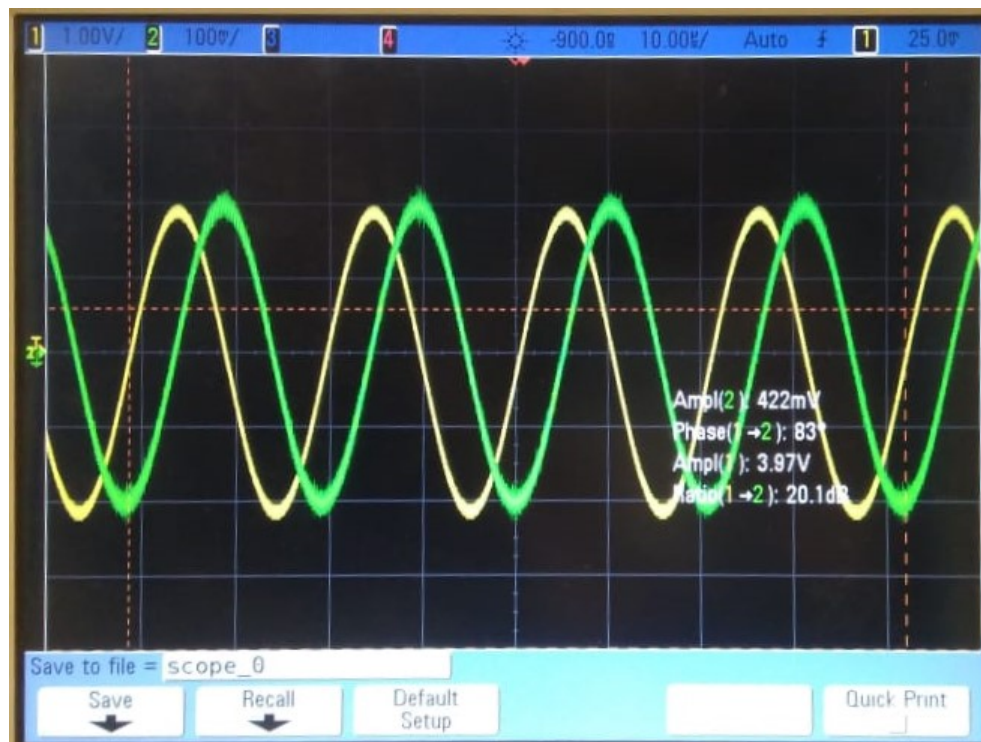


Figure 3: Relación entrada - salida una década después de la frecuencia de corte

## 2.2 Determinación de tipo de filtro y componentes

Se pudo observar que en un intervalo [100Hz ; 4.8KHz] no había cambios en la amplitud de la salida, la función transferencia (el ratio medido en dB) se mantenía en 0. A medida que se llevaba la frecuencia a la de corte (4.8KHz), se empezaba a atenuar la salida. A continuación se siguió aumentando la frecuencia y la salida continuó atenuándose pero con un patrón bien determinado.

De esta forma, se concluyó de que el tipo de circuito con el que se estaba trabajando era del tipo filtro pasivo pasa bajos.

Ahora, conociendo el tipo de filtro surgió un nuevo problema: determinar cuál de los dos circuitos pasa bajos se trataba (RC o LR). Para determinar esto último se siguió el siguiente procedimiento:

Se desconectó al circuito del generador y del osciloscopio, y entre los puntos A y B (ver Figura 4) se conectó un multímetro digital configurado para medir resistencia. Como el multímetro establece una corriente continua entre sus bornes entonces resultó sencillo saber de cuál se trataba ya que si entre A y B hay un resistor (en la configuración RC), se debe poder medir un valor no nulo apreciable. En cambio si se tratara de un inductor no se va a medir nada apreciable ya que el mismo se comporta como un circuito cerrado.

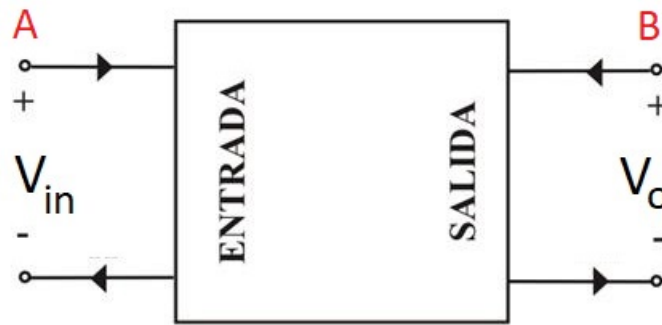


Figure 4: Modelado del filtro dado como un cuadripolo

Efectivamente, entre A y B se midió un valor no nulo. El mismo fue de aproximadamente  $[R = 220\Omega]$ , el cual está normalizado, por lo que se pudo deducir finalmente que se trataba del circuito RC.

La función transferencia queda definida por:

$$H(S) = \frac{V_C(S)}{V_i(S)} = \frac{1}{SRC + 1}$$

La función llevada a la forma usual para los diagramas de Bode tiene el formato de un cociente de polinomios cuya única singularidad es un polo simple en  $-\omega_0$ :

$$H(S) = \frac{1}{\frac{S}{\omega_0} + 1}$$

La frecuencia de corte medida es 4.8KHz. En base a este valor se pudo determinar indirectamente el valor del capacitor, dado que la resistencia ahora es conocida:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} = 2\pi f$$

Despejando el valor de C se obtiene que:

$$[C = \frac{1}{2\pi f R} = 150nF]$$

Se tomaron pares de valores frecuencia - ratio entre [100Hz ; 150KHz], armando la siguiente tabla:

Frecuencia	Ratio	Frecuencia	Ratio
[Hz]	[dB]	[Hz]	[dB]
100	0	5450	-3.7
200	0	5550	-3.8
300	0	5650	-3.9
310	-0.1	5800	-4
800	-0.2	6800	-4.7
1100	-0.3	7000	-5
1340	-0.4	8200	-6
1530	-0.5	9500	-7
1710	-0.6	10900	-8
1900	-0.7	12500	-9
2030	-0.8	14300	-10
2170	-0.9	16200	-11
2300	-1	18400	-12
2580	-1.2	20800	-13
2860	-1.4	23400	-14
3130	-1.6	26300	-15
3350	-1.8	29800	-16
3580	-2	33600	-17
3850	-2.2	37700	-18
4020	-2.4	42600	-19
4260	-2.6	47500	-20
4390	-2.7	53500	-21
4500	-2.8	59700	-22
4610	-2.9	67100	-23
4670	-3	75400	-24
4800	-3.1	84800	-25
4900	-3.2	94600	-26
5000	-3.3	107900	-27
5200	-3.4	120900	-28
5250	-3.5	135900	-29
5350	-3.6	151900	-30

Table 1: Pares de valores de la respuesta en frecuencia

Con los datos obtenidos se realizó el diagrama de Bode en MatLab, tanto de módulo como de fase.

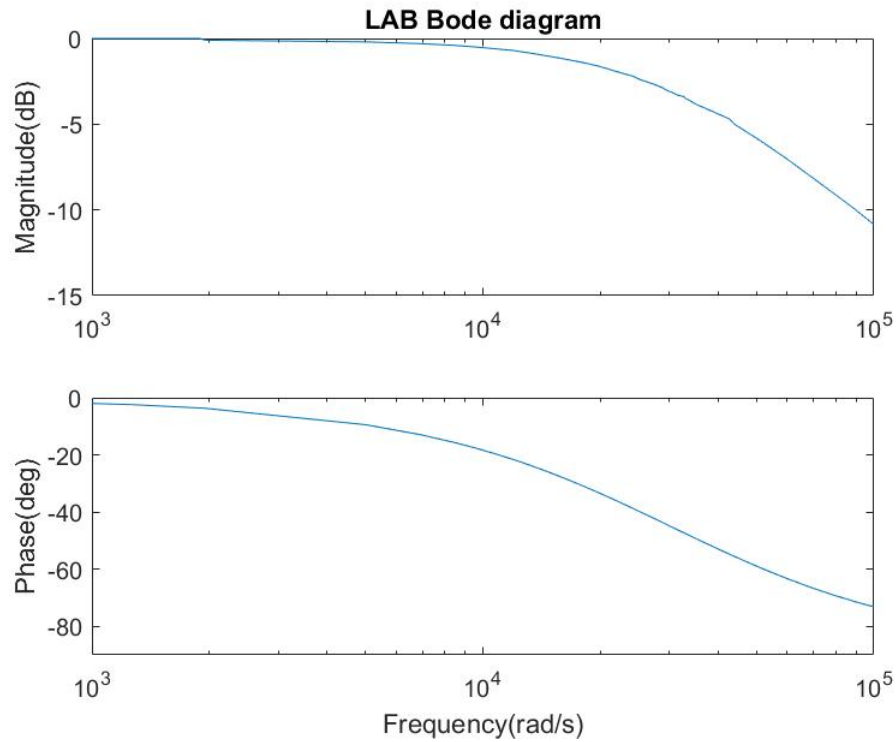


Figure 5: Diagrama de Bode - según valores medidos

Con los valores de R y C calculados, se procesó la función de transferencia característica, obteniendo también un diagrama.

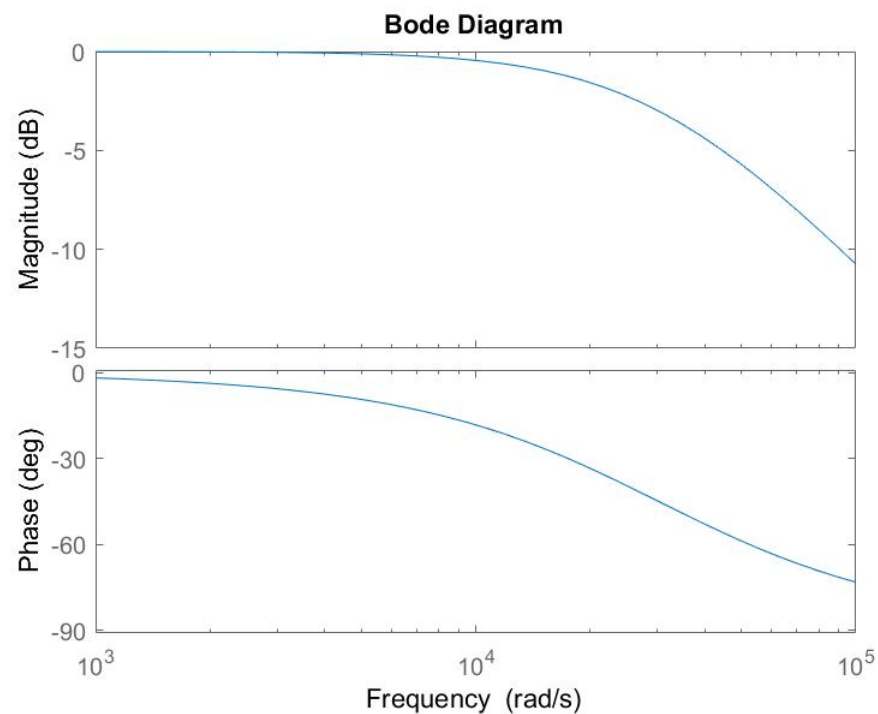


Figure 6: Diagrama de Bode - según cálculos

### 3 Sobrepico de filtros pasivos de segundo orden

Se toma el caso de la transferencia de un pasabajos, dado que el término a analizar es el mismo, por ser el característico del sistema.

$$H(S) = \frac{H_0}{\left(\frac{S}{\omega_0}\right)^2 + 2\frac{\xi}{\omega_0}S + 1}$$

Donde  $H_0$  es una constante.

Para obtener el máximo del módulo:

$$\left|\frac{H(S)}{H_0}\right| = \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_0\omega)^2}}$$

Se deriva el denominador respecto a  $\omega$  y se obtiene el mínimo igualando a 0. Como la raíz cuadrada es inyectiva entonces solo basta con derivar el radicando:

$$\frac{d((\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\xi\omega_0\omega)^2)}{d\omega} = 0$$

Se descarta la solución nula naturalmente porque correspondería a una señal continua. Despejando  $\omega$  se obtiene que:

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

Sabiendo que  $\xi = \frac{1}{2Q}$  (donde  $Q$  es el factor de calidad), reemplazando en la expresión anterior:

$$\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

Para que exista sobrepico se pide en la expresión anterior que el radicando sea positivo. Por lo tanto, la condición se da si  $\xi < \frac{1}{\sqrt{2}}$ , o lo que es lo mismo, pedir  $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

En base a lo anterior, se ilustran tres casos posibles: sin sobrepico (no se cumple la condición anterior de existencia) en color amarillo, sobrepico mínimo (tomando un  $Q$  mayor a la condición mínima) en color naranja, y con sobrepico pronunciado (tomando un  $Q$  muy grande, que equivale a un  $\xi \rightarrow 0$ ) en color azul.

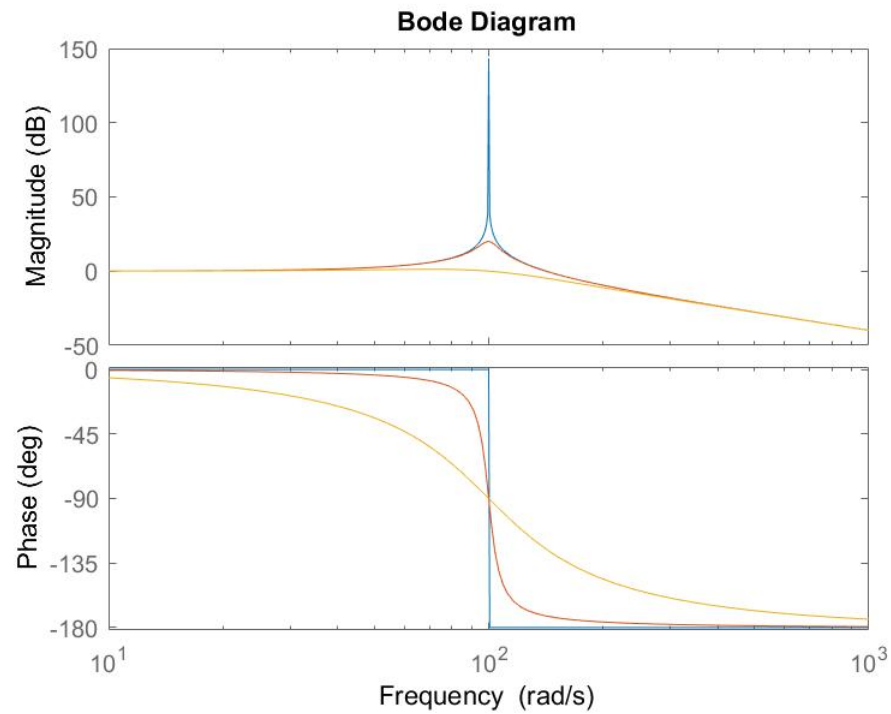


Figure 7: Casos de sobrepico en pasa bajos - MatLab

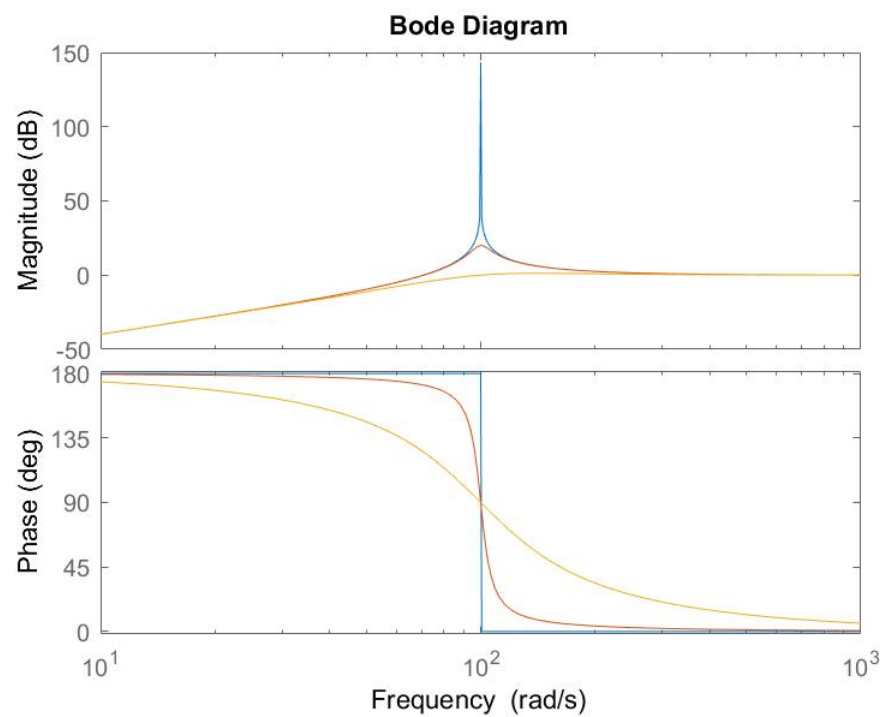


Figure 8: Casos de sobrepico en pasa altos - MatLab

## 4 Conclusiones

En base a los resultados obtenidos, se pueden realizar las siguientes observaciones:

Para obtener la frecuencia de corte, tomando de guía la función transferencia, se buscó que la fase entre la entrada y la salida sea de  $45^\circ$ , dado que en ese valor coinciden tanto el gráfico asintótico como el real. Con este criterio, el gráfico continuo realizado utilizando la función de transferencia, tanto el módulo como la fase, coinciden muy bien con el obtenido a partir del muestreo de los valores discretos tomados en la tabla, lo cual indica que la frecuencia de corte elegida es muy cercana a la real. Se observa un decaimiento de aproximadamente 20dB entre una década y otra pasada la frecuencia de corte, lo cual se ajusta bien a la aproximación que se realiza en los diagramas asintóticos.

En relación a la fase, una década antes de la frecuencia de corte toma un valor de  $5^\circ$  aproximadamente, que se acerca a los casi  $6^\circ$  que se obtienen de hacer el cálculo teórico con la función  $\arctan(\frac{0.1\omega_0}{\omega_0})$ . Una década después de la frecuencia de corte, la fase toma un valor de aproximadamente  $83^\circ$ , bastante cercanos a los  $84^\circ$  que se obtienen del cálculo teórico con  $\arctan(\frac{10\omega_0}{\omega_0})$ .

En el análisis de sobrepico para filtros pasivos de segundo orden se observa que, al modificar la selectividad del circuito (equivalente a modificar el amortiguamiento en este caso), se modifican el módulo y la fase de la respuesta en frecuencia:

El módulo, para valores de  $Q$  muy altos, los polos están muy cerca del eje  $j\omega$ , por lo que tiende a rechazar la frecuencia de corte en forma muy notoria. Al aumentar más la frecuencia, se va alejando del sobrepico pero se empiezan a atenuar debido al comportamiento como pasa bajos. Con valores de  $Q$  más bajos, el efecto del sobrepico no es tan abrupto, dado que los polos están más alejados del eje, pero se vuelve más ancho, como se ve en las simulaciones con MatLab.

La fase muestra un comportamiento más notorio. Al tomar un valor de  $Q$  muy alto, los polos se acercan mucho al eje  $j\omega$ , por lo que al pasar por el entorno de frecuencias cercanas a la de corte, el cambio de fase es muy abrupto, como se observa en las simulaciones de MatLab. Y para valores más bajos de  $Q$ , los polos están más alejados del eje, por lo que el cambio de fase en el entorno de frecuencias mencionado resulta más suave.