

1. Conversores $\Sigma\Delta$

Los conversores $\Sigma\Delta$ destacan por brindar la posibilidad de tener un buen rango dinámico siempre que la señal a digitalizar no se extienda en un amplio rango de frecuencia. Para poder desarrollar los temas se requiere un conocimiento previo de teorema del muestreo y muestreo pasabanda.

1.1. Error de cuantización

La cuantización es convertir una muestra de valor continuo x a un conjunto finito de valores discretos q_i . M es la cantidad de valores q_i que esta determinada por el tipo de cuantizador su funcion transferencia $q(x)$. Para un cuantizador uniforme, los subintervalos $\Delta = q_{i+1} - q_i$ son iguales. Este tipo de cuantizador es más común pero no siempre es el más eficiente. La diferencia $e(n) = q_i(n) - x(n)$ se llama error de cuantización. El mismo está en el orden de Δ . Cabe aclarar que si se va de escala la señal introducida Δ toma un valor mayor que el establecido. Como la señal digital final es representada en un valor binario de B bits entonces hay un total de $M = 2^B$ niveles de cuantización disponibles. Asumiendo que la secuencia $x(n)$ es escalada de forma tal que $|x(n)| \leq 1$ entonces como $x_{max} = 1$ y $x_{min} = -1$:

$$\Delta = \frac{2}{2^B - 1}$$

El error de cuantización $e(n)$ debido a que se obtiene por aproximar al valor mas cercano, tiene un máximo valor absoluto de 0.5Δ . Se sigue que:

$$x_q(n) = x(n) + e(n)$$

En donde $e(n)$ se lo llamará de ahora en más ruido de cuantización.

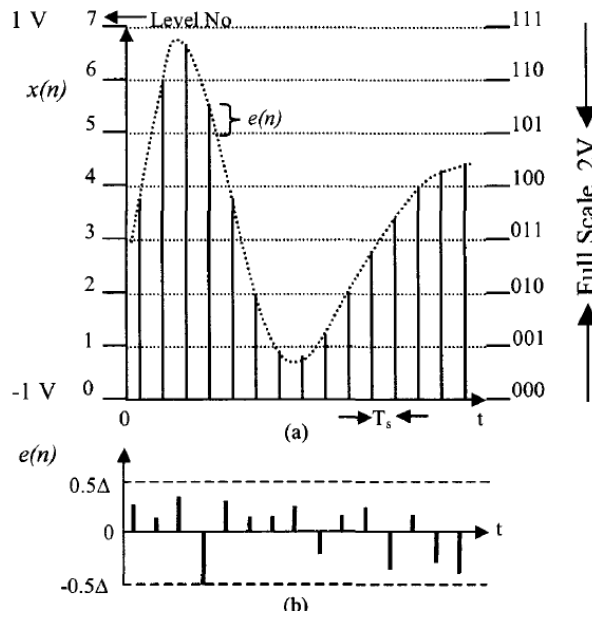


Figura 1: En los procesos de cuantizacion los valores de las muestras son redondeadas al nivel más cerca disponible y luego son representadas en binario. La alteración de las muestras iniciales converge en el ruido de cuantización $e(n)$

El ruido de cuantización $e(n)$ es casi incorrelacionado con la señal de entrada, tiene un espectro blanco y su distribución de probabilidad es uniforme en el rango $[-\Delta/2, \Delta/2]$ Como consecuencia el error de cuantización puede pensarse como una fuente de ruido blanco aditivo e independiente.

Se define el SQNR como la relación Señal-Ruido de cuantización:

$$SQNR = \frac{PotSenal}{PotRuidoCuantizado}$$

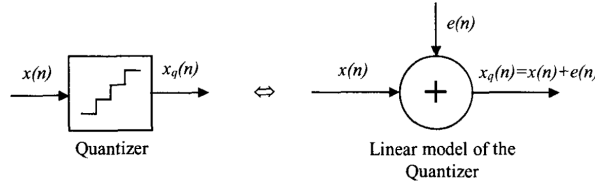


Figura 2: Modelo lineal para el cuantizador

Por ser uniforme en $[-\Delta/2, \Delta/2]$:

$$\begin{aligned}\mu_e &= 0 \\ \sigma_e^2 &= \frac{\Delta^2}{12}\end{aligned}$$

Si los valores de $e(n)$ se asumen incorrelacionados e idénticamente distribuidos el ruido de cuantización es blanco y su potencia es distribuida uniformemente sobre todo el rango de $[-f_s/2, f_s/2]$. Por tanto, la densidad espectral de potencia en el ruido $N(f)$ puede ser expresada como:

$$N(f) = \frac{\Delta^2}{12f_s}$$

Para una senoidal con variación de amplitud en escala completa

$2A = (2^B - 1)\Delta$, su potencia es $A^2/2$ y el SQNR es:

$$SQNR = 10\log\left(\frac{A^2/2}{\sigma_e^2}\right) \approx 10\log\left(\frac{3 \cdot 2^{2B}}{2}\right) = (6.02 \cdot B + 1.76)dB$$

Se concluye que si se incrementa en uno el número de bits, se aumenta el SQNR en 6dB. De hecho, esto nos da pie a pensar el máximo número de bits que se necesita para cuantizar una señal analógica con un piso de ruido específico. Una característica que se debe destacar de un cuantizador es su rango dinámico.

$$rango\ dinamico = \log_2 \frac{x_{max}}{\Delta/2}$$

Aca se supone que va la foto del ruido desplazado.
Here's another line.

1.2. Principios de Oversampling

Los requerimientos de alta resolución y rango dinámico en el procesamiento de señales no puede ser logrado con los ADCs convencionales, debido a las limitaciones de sus implementaciones.

- La implementación de cuantizadores uniformes con un gran número de niveles de cuantización. Para un successive approximation ADC con 16 bits de precisión, $2^{16} = 65536$ niveles equidistantes deben ser determinados.
- La implementación del FAA con requerimientos estrictos tales como una banda angosta de transición, alta atenuación en la banda de rechazo, muy poco ripple en la banda pasante, fase lineal, bajo ruido, etc. Tales especificaciones no se pueden lograr con circuitos integrados analógicos.
- La presencia del efecto Jitter, por ejemplo la incertidumbre en el tiempo de flancos del pulso de clock usados en el muestreador.

Una manera de mejorar esta situación es incrementar la tasa de muestreo mucho más que la de los ADCs convencionales, por ejemplo arriba de Nyquist ($f_N = 2f_b$). Desde luego que requiere que varios componentes del ADC operen a una frecuencia mucho más alta. Muestrear a una f_s mas grande que la de Nyquist se la suele llamar **oversampling**. Una medida del oversampling es la llamada Oversampling Ratio (OSR) definida como R:

$$R = \frac{f_s}{f_N}$$

En general R es un número potencia de 2. Si el R está entre 2 y 16 hablamos de un grado leve de oversampling mientras que un fuerte oversampling ocurre cuando R está entre 16 y 256.

En la figura de

crossreference con la del sampleo

se puede ver que las bandas no están muy cercanas a otras, lo cual nos permite tener una frecuencia en el FAA mayor. Además cuando el oversampling es utilizado, la potencia del ruido de cuantización se distribuye en un rango más amplio de frecuencia lo que proova que el mismo se reduzca. El ruido de cuantización que queda afuera de la banda de la señal puede ser eliminada con un filtro digital de alta precisión.

$$SQNR_{Oversampling} = 10\log \frac{A^2/2}{(\Delta^2/12)/R} = SQNR_{Nyquist} + 10\log(R)$$

Aca se supone que va la foto del sampleo con nyquist.
Here's another line.

Entonces se concluye que frente a una igual cantidad de bits se tiene mejor precisión utilizado el concepto de oversampling.

Aca viene la foto del espectro con Nyquist converters y Oversampling converters.
Here's another line.

1.3. Modulador Delta

El concepto de oversampling conduce inevitablemente a la predicción. Específicamente la señal no cambia significativamente en el intervalo entre muestras sucesivas cuando es oversampleada. Esto puede llevara una reducción en el número de niveles de cuantización si la diferencia entre dos muestras consecutivas es codificada (DPCM). Como los valores de las muestras son muy parecidos, están altamente correlacionados y por tanto, muestras futuras pueden ser predecidas por las anteriores.

1.4. Moduladores $\Sigma\Delta$ de primer orden

Recordamos dos características importantes del modulador:

- **Oversampling**: distribuye el ruido de cuantización
- **Noise shaping**: expulsa la mayoría del ruido que estaba dentro de la banda a frecuencias altas.

A continuación se presentan diagramas en bloques del modulador $\Sigma\Delta$ de primer orden.

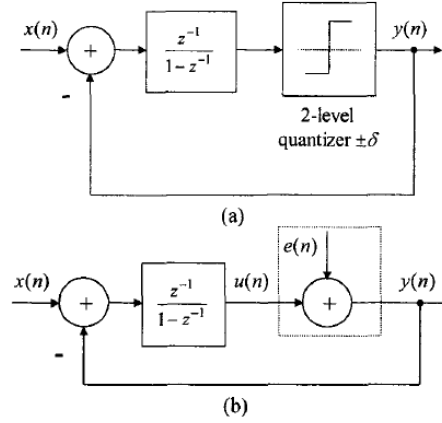


Figura 3: Diagrama en bloques del modulador $\Sigma\Delta$ (a) y su modelo lineal(b)

La señal $e(n)$ en el modelo lineal de la figura 3 se la llama ruido de cuantización.

$$y(n) = x_q(n) = u(n) + e(n)$$

De la figura 3 obtenemos la SignalTransferFunction (STF) y la NoiseTransferFunction (NTF):

$$Y(z) = z^{-1}X(z) + (1 - z^{-1})E(z)$$

$$STF(z) = z^{-1}$$

$$NTF(z) = 1 - z^{-1}$$