Análisis de Señales y Sistemas Digitales

Guía de Problemas

"Síntesis de filtros recursivos"

Problemas Obligatorios 4,6,7,11

1. Un filtro analógico responde a la transferencia:

$$H_a = \frac{1}{s-a} + \frac{1}{s-b}$$

donde a<0 y b<0 son reales

T_s= 2s

   a) Determinar la ubicación de los polos y los ceros de H(z) si se usa transformación bilineal
   b) Repetir para el método invariante al impulso
   c) Comparar resultados

2. Demostrar que la función transferencia digital H(z) obtenida a partir de una $H_a(s)$ con polos simples empleando método invariante al impulso está dada por:

$$H(z) = \sum_{\substack{\forall\, polos \\ de H_a(s)}} Rsd\left[\frac{H_a(s)}{1-e^{sT}z^{-1}}\right]$$

Rsd: Residuos

3. Demostrar que la función transferencia digital H_2(z) es obtenida a partir $H_{2a}(s)$ mediante el método invariante a impulso (Tip: analizar primer orden antes)

$$H_{2a}(s) = \frac{\lambda}{(s+\beta)^2+\lambda^2} \qquad H_2(z) = \frac{z e^{-\beta T}\sin(\lambda T)}{z^2 - 2 z e^{-\beta T}\cos(\lambda T) + e^{-2\beta T}}$$

4. Dada la siguientes H(s)

$$H_a(s) = \frac{8}{(s+2)(s+4)} \qquad H_b(s) = \frac{8}{s(s+2)(s+4)} \qquad H_c(s) = \frac{(s+1)}{(s+0.5)(s+4)}$$

   Se pide:

   Encontrar la H(z) correspondientes usando el método invariante al impulso y representar gráficamente el módulo de la respuesta en frecuencia de la H(s) y la H(z) en un mismo gráfico para comparar. Usar ω_s = 2∏f_s =40. Para el grafico usar escala lineal en dB para la ganancia y 0 a fs/2 para la frecuencia.

5. Un integrador analógico ideal esta dado por Ha(s)=1/s obtener la H(z) usando
   a) el metodo invariante al impulso.
   b) el metodo invariante al escalón.
   c) Backward
   d) Forward
   e) Bilineal

   En todos los casos graficar modulo y fase

6. Diseñar los siguientes filtros pasabajos por el método invariante al impulso suponiendo f_s = 10KHz y α = 5:

   - Butterworth con $f_p = f_s/\alpha$ y A_p = 2 dB desde n = 2 a 8
   - Tchebycheff con $f_p = f_s/\alpha$ y A_p = 2 dB desde n = 2 a 8

   a) Para cada n representar gráficamente el módulo de la respuesta en frecuencia de la H(s) y la H(z) en un mismo gráfico para comparar.
   b) Poner en evidencia en los gráficos las diferencias observadas. Presentar sólo aquellos que aporten al objetivo buscado.
   c) Aplicar Matched z a los ejemplos seleccionados en b) y adjuntar.
   d) Mostrar el mapeo del plano s al z para los casos empleados en b) y c).
   e) **Sacar conclusiones de los resultados obtenidos**.

Notas:
Rango de frecuencias: [0, f_S].
Expresar el módulo en dB, pero usando escala lineal en ambos ejes.

7. Repetir el ejercicio anterior α = 8. Establecer criterios de diseño que derivan de lo observado.

8. Dado el siguiente filtro:

$$H(s) = \frac{s + 0.1}{(s+0.1)^2 + 9}$$

   a) Transformar al campo digital usando (obligatoriamente) el método invariante al impulso.
   b) Transformar al campo digital usando el método invariante al impulso modificado.
   c) Transformar al campo digital usando el método Matched Z.
   d) Representar gráficamente el módulo de la $H(j\omega)$ original y de las transferencias digitales obtenidas para T = 0.1 seg. y T = 0.4 seg. Comparar resultados

9. Diseñar los siguientes filtros usando el método bilineal.
   Especificaciones:
   fp = **N** KHz fa = 1.9 **N** KHz Ap = 1 dB Aa = 30 dB f_S =10 **N** KHz

   a) **Butterworth**
   b) **Tchebycheff**
   c) **Tchebycheff inverso**
   d) **Cauer**
   e) Repetir filtros anteriores si f_S = 5 **N** KHz.

   N= Numero de grupo

- En todos los casos se pide:
  I) Hallar H(z) y expresarla como productos de cascadas de 2do orden de la forma:

$$H(z) = \frac{A_2 z^2 + A_1 z + A_0}{B_2 z^2 + B_1 z + B_0}$$

Ejemplo:

	A_2	A_1	A_0	B_2	B_1	B_0
Etapa #1	1.34	2.56	1.45	34.66	1.33	0.34
Etapa #2	1.23	2.37	1.57	674.66	31.33	7.34

II) Representar **sólo** el módulo de $H_a(j\omega)$ y $H_D(e^{j\omega})$ en un mismo gráfico para comparar. Usar escala lineal para el módulo (dB) y la frecuencia (Hz) en el rango [0 a fs/2].

III) Representar el mapeo de singularidades en cada caso y analizarlo.

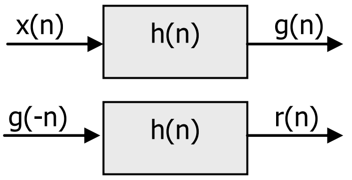
IV) Indicar claramente los procedimientos realizados (fórmulas, reemplazos, programas usados, etc.)

V) **Sacar conclusiones de los resultados obtenidos.**

10. Repetir el ejercicio 9.d) cuando se emplean las transformaciones:
    a) Backward
    b) Forward

11. Sabiendo que h(n) es la respuesta impulsiva de un filtro causal y que la entrada al mismo es una secuencia finita x(n), se realizan la siguientes operaciones:

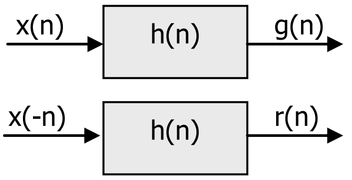
Sistema I



y(n) =r(-n)

a) Hallar la $h_I(n)$, que corresponde a la respuesta impulsiva del sistema completo cuya entrada es x(n) y salida y(n)
b) Calcular la respuesta en frecuencia completa $H_I(e^{j\omega})$, y expresarla en función del módulo y la fase de $H(e^{j\omega})$.
c) ¿Cuál será la aplicación de este sistema?

Sistema II



y(n) = g(n) + r(-n)

d) Hallar la $h_{II}(n)$, que corresponde a la respuesta impulsiva del sistema completo cuya entrada es x(n) y salida y(n)
e) Calcular la respuesta en frecuencia completa $H_{II}(e^{j\omega})$, y expresarla en función del módulo y la fase de $H(e^{j\omega})$.

Aplicación:
f) Hallar la h(n) de un filtro pasabajos Legendre mediante transformación bilineal, que responda a las siguientes especificaciones en módulo:
fp =**N** KHz   Ap =.2 dB   fa = 1.9 **N** KHz   Aa =30 dB f_S =20 **N** KHz
N= Numero de grupo

g) Se desea obtener, a partir del filtro anterior, uno de fase nula. Aplicando los sistemas I y II estudiados, hallar y graficar (comparando con la respuesta analógica y la plantilla):
   - $H_I(e^{j\omega})$
   - $H_{II}(e^{j\omega})$
h) De los resultados hallados en el punto g), determinar si algún sistema es apropiado para lograr el filtro total pedido y justificar.
i) Con el objeto de verificar los resultados del punto previo se pide realizar la siguiente simulación en MATLAB:
   - generar una poliarmónica x(n) tal que todas las componentes se encuentren en la banda pasante del filtro.
   - representar gráficamente la señal original x(n) y la respuesta al Legendre.
   - repetir el punto anterior pero usando la versión no causal del filtro elegida.

12. Fase mínima
Determinar si un filtro analógico de fase mínina se transforma en uno digital con la misma propiedad:
    a) Transformación invariante al impulso
    b) Transformación bilineal

13. Transformación de sistemas de segundo orden en cascada
Dada una transferencia analógica de cuarto orden H(s), expresada como la cascada de dos transferencias de segundo orden $H_1(s).H_2(s)$, determinar si el filtro digital obtenido mediante una transformación dada es el mismo, ya sea obteniendo H(z) a partir de H(s) o como producto de las transformadas en cascada $H_1(z).H_2(z)$.
Se pide para las siguientes transformaciones:
    a) Transformación invariante al impulso
    b) Transformación bilineal
    c) Transformación backward

14. Transformación de sistemas de segundo orden en paralelo
Dada una transferencia analógica H(s), expresada como el paralelo de dos transferencias de segundo orden $H_1(s)+H_2(s)$, determinar si el filtro digital obtenido mediante una transformación dada es el mismo, ya sea obteniendo H(z) a partir de H(s) o como suma de las transformadas en paralelo $H_1(z)+H_2(z)$.
Se pide para las siguientes transformaciones:
    a) Transformación invariante al impulso
    b) Transformación bilineal
    c) Transformación backward