Instituto Tecnológico de Buenos Aires

22.05 Análisis de Señales y Sistemas Digitales

Guía filtros recursivos

Grupo 1

Máspero, Martina	57120
Mestanza, Joaquín Matías	58288
Nowik, Ariel Santiago	58309
Parra, Rocío	57669
Regueira, Marcelo Daniel	58300

Profesores

Jacoby, Daniel Andrés
Iribarren, Rodrigo Iñaki
Belaustegui Goitia, Carlos

Presentado: 30/05/2019

Ejercicio 4

4.a

$$H(s) = \frac{8}{(s+2)\cdot(s+4)} \tag{1}$$

$$H(z) = \frac{4\cdot\left(e^{-2T}-e^{-4T}\right)\cdot z}{z^2-\left(e^{-2T}+e^{-4T}\right)\cdot z+e^{-6T}} \tag{2}$$

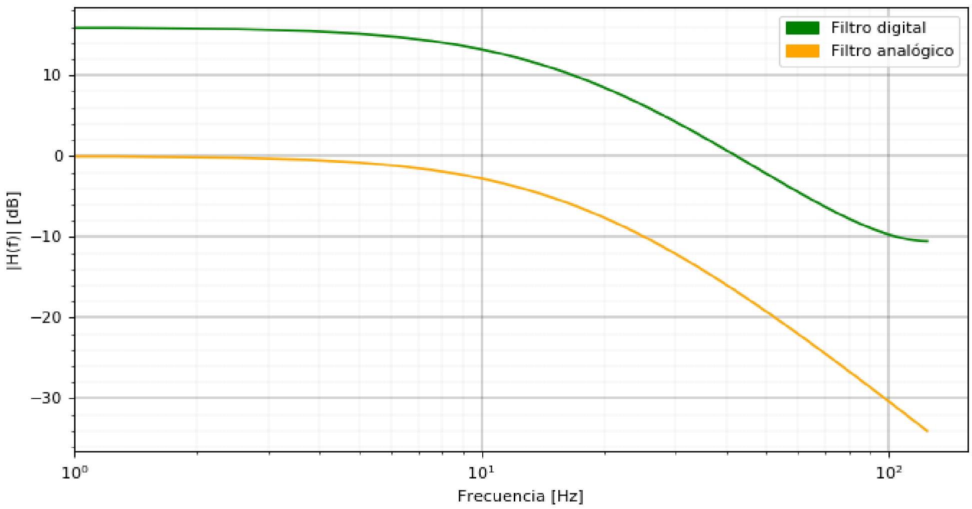

Figura 1: Método invariante al impulso (ejercicio 4.a)

4.b

$$H(s) = \frac{8}{s\cdot(s+2)\cdot(s+4)} \tag{3}$$

$$H(z) = \frac{z\cdot\left[\left(1-2e^{-2T}+e^{-4T}\right)\cdot z+e^{-6T}-2e^{-4T}+e^{-2T}\right]}{z^3-\left(1+e^{-2T}+e^{-4T}\right)\cdot z^2+\left(e^{-2T}+e^{-4T}+e^{-6T}\right)\cdot z-e^{-6T}} \tag{4}$$

4.c

$$H(s) = \frac{s+1}{(s+0.5)\cdot(s+4)} \tag{5}$$

$$H(z) = \frac{z\cdot\left[z-\frac{1}{7}\cdot\left(e^{-4T}+6e^{-T/2}\right)\right]}{z^2-\left(e^{-4T}+e^{-T/2}\right)\cdot z+e^{-9T/2}} \tag{6}$$

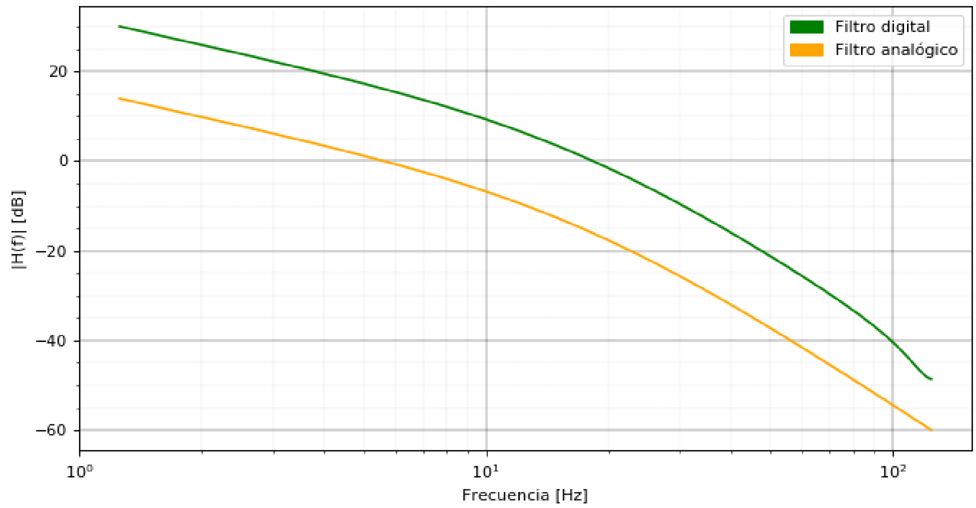

Figura 2: Método invariante al impulso (ejercicio 4.b)

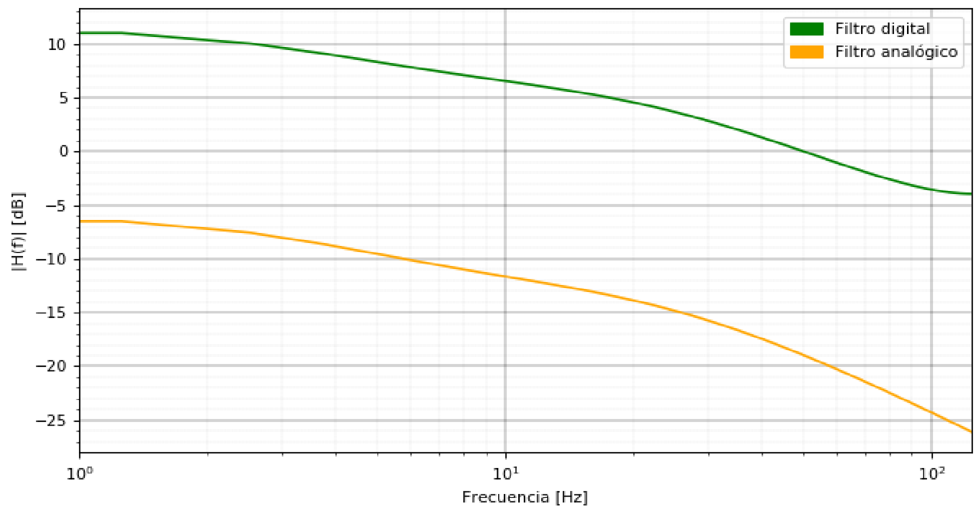

Figura 3: Método invariante al impulso (ejercicio 4.c)

1. Ejercicio 6

Mostramos a continuación resultados seleccionados de filtros butterworth y chebycheff con $f_p = f_s/\alpha$, $f_s = 10kHz$, $A_p = 2db$

1.1. Método invariante al impulso

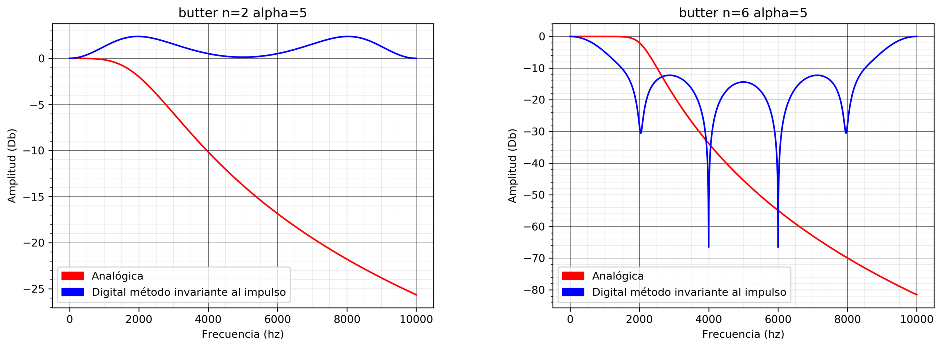

Figura 4: Ejemplo Butter n=2, n=6 método invariante al impulso

Se observa que como f_p estuvo muy cerca de f_s no fue adecuada la transformación.

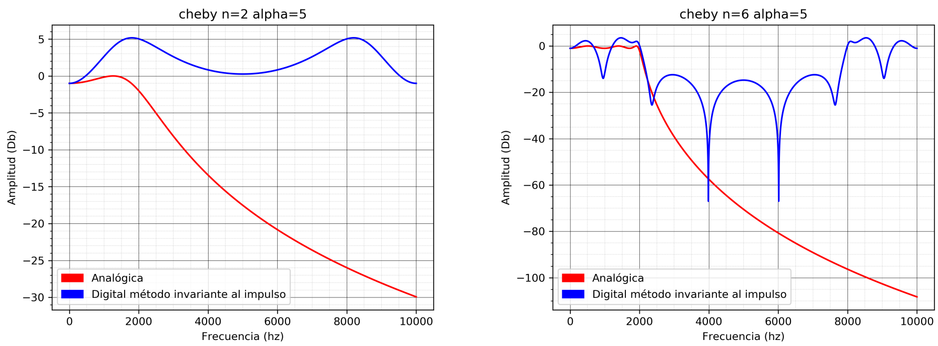

Figura 5: Ejemplo Cheby n=2, n=6 método invariante al impulso

Con el filtro chebycheff los resultados fueron equivalentes, no es conveniente que f_s sea comparable con f_p

1.2. Método Matched Z

A continuación mostramos los resultados aplicando el método matched z

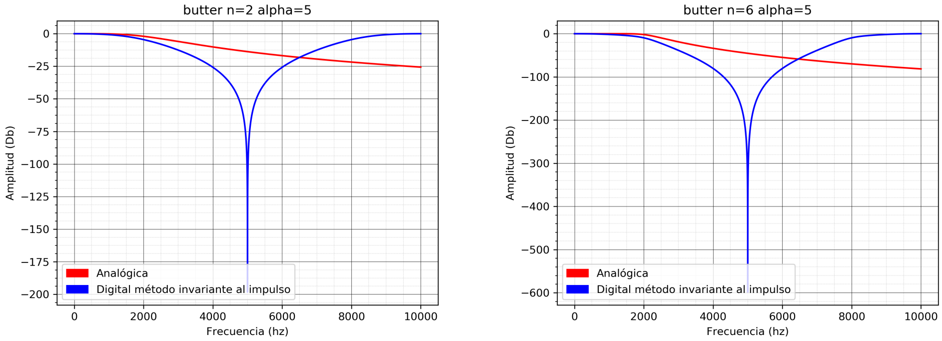

Figura 6: Ejemplo Butter n=2, n=6 método matched Z

Con la utilización del método matched Z no se observaron los ceros de transmisión que con el método invariante al impulso si. Los resultados fueron un poco mejor que en el caso anterior ya que en la banda atenuada existió mayor atenuación, no obstante como f_s sigue siendo comparable con f_p no es suficientemente buena la transformación.

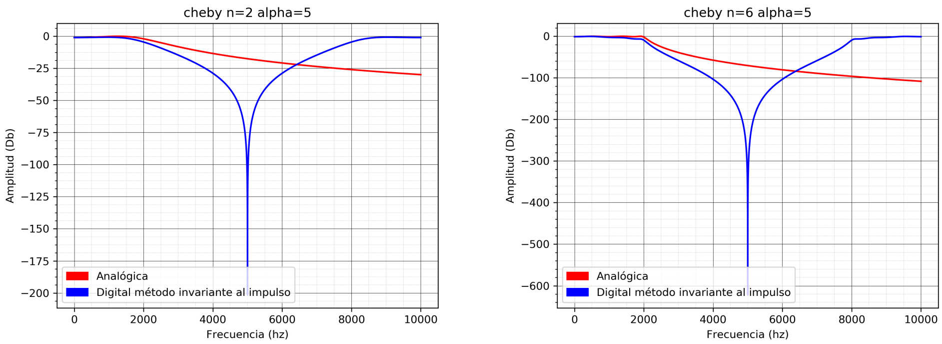

Figura 7: Ejemplo Cheby n=2, n=6 método matched Z

Con el filtro chebycheff no se observarón diferencias, la transformación se comporta de una forma similar con las dos aproximaciones

2. Ejercicio 7

2.1. Método invariante al impulso

Se repitió el ejercicio 6, pero ahora con $\alpha = 8$. Esto significo una frecuencia de corte menor. A continuación se muestran los resultados

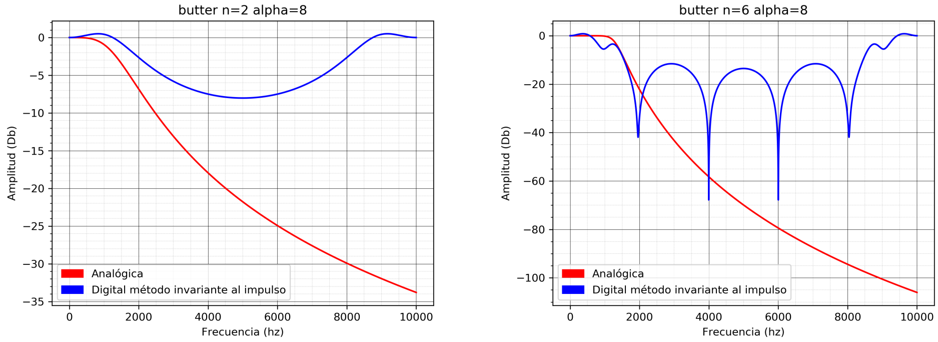

Figura 8: Ejemplo Butter n=2, n=6 método invariante al impulso

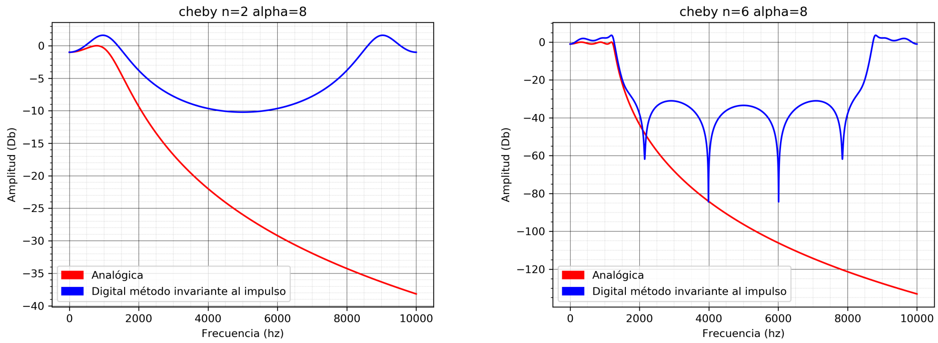

Figura 9: Ejemplo Cheby n=2, n=6 método invariante al impulso

2.2. Método matched Z

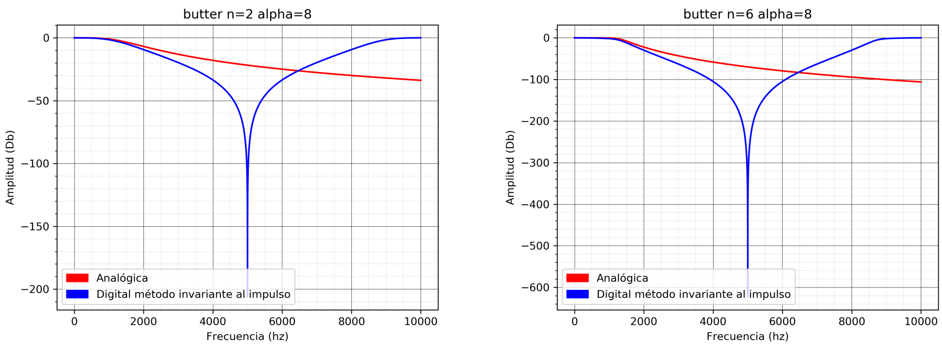

Figura 10: Ejemplo Butter n=2, n=6 método matched Z

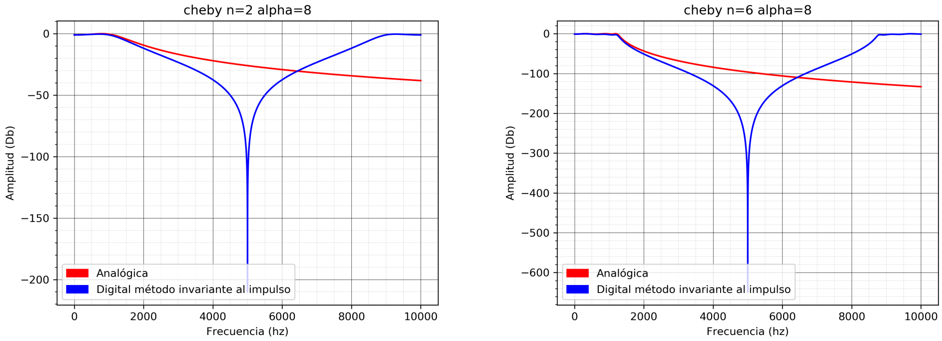

Figura 11: Ejemplo Cheby n=2, n=6 método matched Z

Como no se movió demasiado f_p los resultados fueron similares, aunque, como se dimsminuyó en alguna medida f_p hay que notar que fueron ligeramente mejores las transferencias, se ajustaron en una medida mayor a la transferencia analógica

3. Ejercicio 11

3.1. Sistema 1

Se resolvió mediante transformada Z. Se obtuvó

$$G(z) = X(z)H(z) \tag{7}$$

$$R(z) = G(1/z)H(z) \tag{8}$$

Por lo tanto

$$Y(z) = Y(1/z) = G(z)H(1/z) = X(z)H(z)H(1/z) \tag{9}$$

Entonces

$$H_2(n) = H(n) * H(-n)H_2(z) = H(z)H(1/z) \tag{10}$$

Calculando la amplitud de $H_2(f) = H_2(e^{j2\pi f})$

$$|H_2(f)|^2 = H_2(z)H_2(1/z) = H(z)H(1/Z)H(z)H(1/z) = |H(z)|^4 = |H(f)|^4 \tag{11}$$

Y la fase (asumiendo que $h(n)$ es real)

$$\angle H_2(f) = \angle H(e^{i2\pi f}) + \angle H(e^{-i2\pi f}) = 0 \tag{12}$$

3.2. Sistema 2

Se resolvió nuevamente mediante transformada Z. Se obtuvó

$$G(z) = X(z)H(z) \tag{13}$$

$$R(z) = X(1/z)H(z) \tag{14}$$

$$Y(z) = G(z) + R(1/z) = X(z)H(z) + X(z)H(1/z) = X(z)(H(z) + H(1/z) \tag{15}$$

Por lo tanto

$$H_2(z) = H(z) + H(1/z) \tag{16}$$

$$H_2(n) = H(n) + H(-n) \tag{17}$$

Calculando módulo y fase cuando $z = e^{jw}$ asumiendo $x(n)$ real

$$H_2(z) = H(z) + H(1/z) = H(f) + H(-f) = H(f) + H^*(f) = 2Re(H(f)) \tag{18}$$

Por lo tanto

$$|H_2(f)| = 2|Re(H(f))| \tag{19}$$

$$\angle H_2(f) = 0 \tag{20}$$

No se llegó a resolver la segunda parte del ejercicio 11