1. Conversores $\Sigma\Delta$

Los conversores $\Sigma\Delta$ destacan por brindar la posibilidad de tener un buen rango dinámico siempre que la señal a digitalizar no se extienda en un amplio rango de frecuencia. Para poder desarrollar los temas se requiere un conocimiento previo de teorema del muestreo y muestreo pasabanda.

1.1. Error de cuantización

La cuantización es convertir una muestra de valor continuo x a un conjunto finito de valores discretos q_i. M es la cantidad de valores q_i que esta determinada por el tipo de cuantizador su funcion transferencia q(x). Para un cuantizador uniforme, los subintervalos $\Delta = q_{i+1} - q_i$ son iguales. Este tipo de cuantizador es más común pero no siempre es el más eficiente. La diferencia $e(n) = q_i(n) - x(n)$ se llama error de cuantización. El mismo está en el orden de Δ. Cabe aclarar que si se va de escala la señal introducida Δ toma un valor mayor que el establecido. Como la señal digital final es representada en un valor binario de B bits entonces hay un total de $M = 2^B$ niveles de cuantización disponibles. Asumiendo que la secuencia x(n) es escalada de forma tal que $|x(n)| \leq 1$ entonces como $x_{max} = 1$ y $x_{min} = -1$:

$$\Delta = \frac{2}{2^B - 1}$$

El error de cuantización e(n) debido a que se obtiene por aproximar al valor mas cercano, tiene un máximo valor absoluto de 0.5Δ. Se sigue que:

$$x_q(n) = x(n) + e(n)$$

En donde e(n) se lo llamará de ahora en más ruido de cuantización.

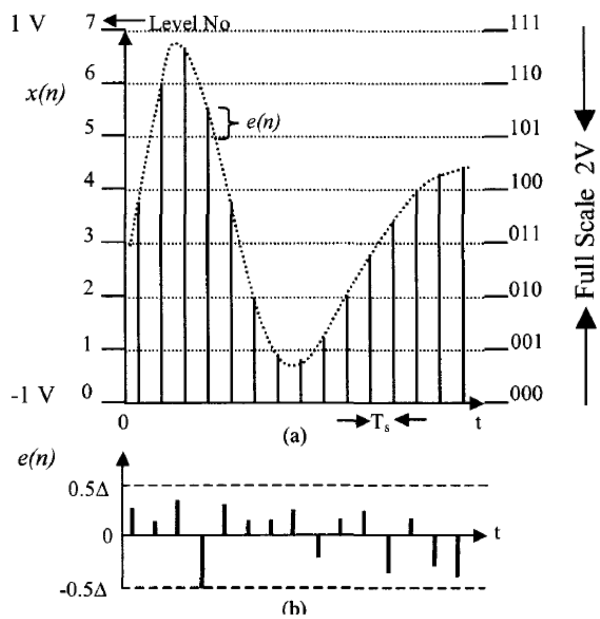

Figura 1: En los procesos de cuantizacion los valores de las muestras son redondeadas al nivel más cerca disponible y luego son representadas en binario. La alteración de las muestras iniciales converge en el ruido de cuantización e(n)

El ruido de cuantización e(n) es casi incorrelacionado con la señal de entrada, tiene un espectro blanco y su distribución de probabilidad es uniforme en el rango $[-\Delta/2, \Delta/2]$ Como consecuencia el error de cuantización puede pensarse como una fuente de ruido blanco aditivo e independiente.

Se define el SQRN como la relación Señal-Ruido de cuantización:

$$SQNR = \frac{PotSenal}{PotRuidoCuantizado}$$

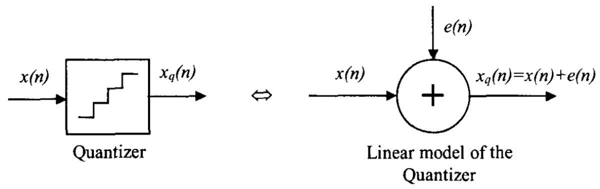

Figura 2: Modelo lineal para el cuantizador

Por ser uniforme en $[-\Delta/2, \Delta/2]$:

$$\mu_e = 0$$

$$\sigma_e^2 = \frac{\Delta^2}{12}$$

Si los valores de e(n) se asumen incorrelacionados e identicamente distribuidos el ruido de cuantización es blanco y su potencia es distribuida uniformemente sobre todo el rango de $[-f_s/2, f_s/2]$. Por tanto, la densidad espectral de potencia en el ruido N(f) puede ser expresada como:

$$N(f) = \frac{\Delta^2}{12 f_s}$$

Para una senoidad con variación de amplitud en escala completa
$2A = (2^B - 1)\Delta$, su potencia es $A^2/2$ y el SQRN es:

$$SQRN = 10log\left(\frac{A^2/2}{\sigma_e^2}\right) \approx 10log\left(\frac{3 \cdot 2^{2B}}{2}\right) = (6.02 \cdot B + 1.76)dB$$

Se concluye que si se incrementa en uno el número de bits, se aumenta el SQNR en 6dB.

1.2. Moduladores ΣΔ de primer orden

Recordamos dos características importantes del modulador:

- **Oversampling**: distribuye el ruido de cuantización
- **Noise shaping**: expulsa la mayoría del ruido que estaba dentro de la banda a frecuencias altas.

A continuación se presentan diagramas en bloques del modulador ΣΔ de primer orden.

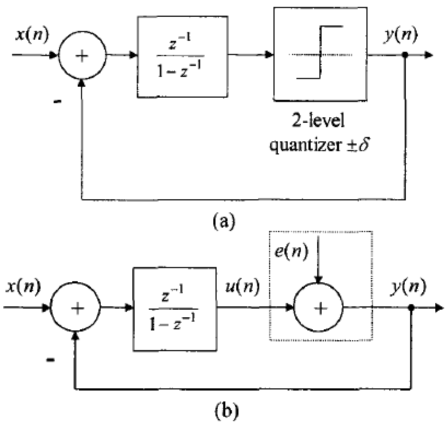

Figura 3: Diagrama en bloques del modulador $\Sigma\Delta$(a) y su modelo lineal(b)

La señal e(n) en el modelo lineal de la figura 3 se la llama ruido de cuantización.

$$y(n) = x_q(n) = u(n) + e(n)$$

De la figura 3 obtenemos la SignalTransferFunction (STF) y la NoiseTransferFunction (NTF):

$$Y(z) = z^{-1}X(z) + (1 - z^{-1})E(z)$$

$$STF(z) = z^{-1}$$

$$NTF(z) = 1 - z^{-1}$$