

# 1. Síntesis mediante modulación en frecuencia

La modulación en frecuencia esta dada por:

$$x(t) = A(t)\cos(2\pi f_c t + I(t)\cos(2\pi f_m t + \phi_m) + \phi_c)$$

Parámetros de la modulación en frecuencia:

$$c, m, d$$

$$I = \frac{d}{m}$$

Donde:

$c$  = frecuencia de la señal portadora  
 $m$  = frecuencia de la señal modulante  
 $d$  = desviación de la frecuencia

Por simple inspección se puede ver que si  $I = 0$  la desviación de la frecuencia ( $d$ ) debe ser 0 y por ende no hay modulación en frecuencia. Un caso más interesante es cuando  $I$  es mayor que 0, se puede observar que aparecen nuevas componentes espectrales lo que provoca que la energía de la señal sea redistribuida. Las amplitudes de la portadora

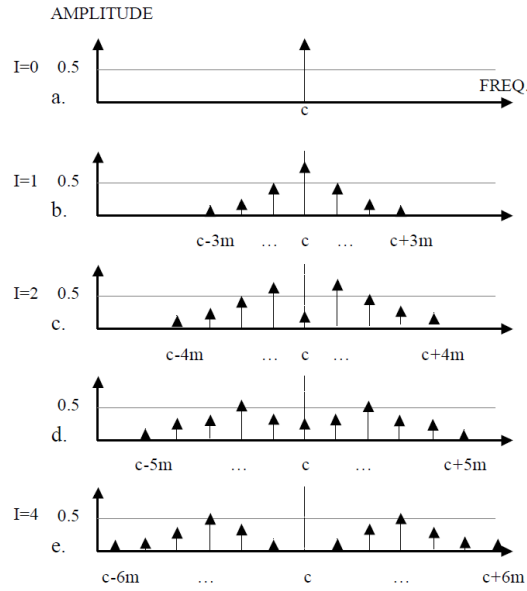


Figura 1: Nuevo contenido espectral con  $I \neq 0$

y las componentes laterales están dadas por las funciones de Bessel de primera especie y orden  $n$ -ésimo, donde el argumento de la función es el índice de modulación  $I$  ( $J_n(I)$ ).

En general,  $J_n(1)$  representa un coeficiente de escalamiento de amplitud:

$J_0(1) \leftarrow$  para la portadora

$J_1(1) \leftarrow$  para las primeras bandas laterales

$J_2(1) \leftarrow$  para las segundas bandas laterales

Y así sucesivamente.

No entendi a lo que se refiere con: .

The higher the order of the side frequency the larger the index must be for that side frequency to have significant amplitude

y que onda con el BW como paso eso

El bandwidth total es aproximadamente igual a

$$BW \approx 2(d + m)$$

Expresamos a  $x(t)$  con funciones de Bessel

$$\begin{aligned} x(t) = A(t) \cdot \{ & J_0(I) \sin(2\pi f_c t) \\ & + J_1(I) [\sin(2\pi(f_c + f_m)t) - \sin(2\pi(f_c - f_m)t)] \\ & + J_2(I) [\sin(2\pi(f_c + 2f_m)t) + \sin(2\pi(f_c - 2f_m)t)] \\ & \dots \\ & + J_n(I) [\sin(2\pi(f_c + nf_m)t) - \sin(2\pi(f_c - nf_m)t)] \} \end{aligned}$$

Se puede ver que las bandas laterales bajas de orden impar poseen un signo negativo que provoca que para para un I<sub>2.5</sub> las funciones de Bessel produzcan coeficientes de escalamiento negativos para algunos componentes. En general se suelen ignorar los signos negativos en el espectro ya que solo indican una inversión de la fase de la frecuencia correspondiente.

Poner foto de espectro con la fase, flecha para abajo y quizá poner alguno para mostrar lo de I<sub>2.5</sub>

## Frecuencias laterales reflejadas

La riqueza de esta técnica yace en que el espectro ubicado en la parte negativa del dominio interfiere con la parte positiva dando lugar a una mezcla de componentes en ambas partes del espectro. La relación entre frecuencias es la que da origen en este caso al espectro armónico y inarmónico.

## Espectro armónico e inarmónico

La relación entre frecuencias esta dada por

$$\frac{f_c}{f_m} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$f_0 = \gcd(f_c, f_m)$$

La posición de las frecuencias laterales en serie armónica puede ser determinada por las siguientes relaciones

$$k = N_1 + nN_2 \text{ para } n \in \mathbb{N}$$

Donde  $k$  es el número de armónico y  $n$  es el orden de la frecuencia lateral. Excepto para  $n=0$ ,  $k$  toma dos valores por cada orden.

A continuación dejamos unas generalizaciones útiles:

- La portadora es siempre el  $N_1$ -ésimo armónico en la serie
- Si  $N_2 = 1$  el espectro contiene todos los armónicos y el fundamental es la frecuencia de la modulante
- Si  $N_2$  es un número par el espectro tiene solo armónicos impares
- Si  $N_2 = 3$  cada tercer armónico no se encuentra más en la serie

El número de armónicos que tienen amplitud significativa dependen del índice de modulación.

Para relaciones entre frecuencias bajas e índices chicos donde  $N_1 \neq 1$  la fundamental puede no estar presente en el espectro. La fundamental solo se vuelve significativa cuando I<sub>2.5</sub>.

Resumen:

El espectro inarmónico se origina cuando el cociente  $c/m$  da como resultado un número irracional.

El índice de modulación  $d/m$  determina el número de componentes que van a tener amplitud significativa.

aca tira u  
foto de re  
cion 4:1

### 1.1. Espectro dinámico

Para los instrumentos de viento:

$$\phi_m = \phi_c = -\frac{\pi}{2}$$

Resultando

$$x(t) = A(t) \cdot \text{sen}(2\pi f_c t + I(t)) \cdot \text{sen}(2\pi f_m t)$$

$$f_0 = \text{gcd}(f_c, f_m)$$

### 1.2. Síntesis de clarinete

Para un clarinete se utiliza un esquema similar al ADSR con Attack Sustain y Release. En lugar de tratarse de una interpolación lineal entre puntos, se trata de una interpolación exponencial.

### 1.3. Síntesis de campana

Para una campana se suele utilizar