Clase 3/20/2018

$$R_x = \begin{cases} un\ intervalo\ real \\ union\ de\ intervalos\ reales \end{cases}$$

$\implies X$ es una variable aleatoria continua

Ya no ocurre que $x \ \epsilon \ R_x$ sino que $x \ \epsilon \ R$
Vale que

$$P(X = x) = 0$$

Se define

$$P(X \ \epsilon \ (c,d)) = \int_c^d f_x(x)dx$$

Funcion densidad de probabilidad

$f_x(x)$: Se la llama funcion **densidad de probabilidad**

Cumple tres cosas

$$f_x(x) \geq 0 \ \forall x \ \epsilon \ R$$
$$P(x \epsilon R) = P(-\infty < X < \infty) = 1$$
$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

(los Intervalos de la integral podrian ser finitos)

Si valen estas caractersiticas nos permiten decir que la funcion es una **Genuina funcion de probabilidad**

Ejemplo

$$f_x(x) = (1 - |x|)I_{(-1,1)}(x)$$

Donde

$$I_{(a,b)} = \begin{cases} 1 & x \ \epsilon \ (a,b) \\ 0 & sino \end{cases}$$

Se la llama **funcion caracteristica del intervalo (a,b)**

Funcion de distribucion de X

Se define funcion de distribucion de X a

$$F_x(x) = P(X <= x) = \int_{-\infty}^{x} f_x(t)dt$$

No vemos casos donde la funcion F tenga un salto infinito

Propiedad

Por el teorema fundamental del calculo integral vale que

$$F_x'(x) = f_x(x)$$

f_x Es continua en x

Aclaracion

Esta propiedad nos permite decir que vale que

$$P(X \epsilon (c, d)) = \int_{c}^{d} f_x(x)dx = F_x(d) - F_x(c)$$

Definicion de distribucion uniforme

Se dice que x X tiene distribucion uniforme, que se nota como

$$X \sim U(a, b)$$

cuando

$$f_x(x) = CI_{(a,b)}(x)$$

Donde C es una constante

Geometricamente se puede ver que

$$C = \frac{1}{b-a}$$

Ya que la integral sobre $(-\infty, \infty)$ debe dar 1

$$F_x(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & a < x < b \\ 1 & b \leq x \end{cases}$$

Definicion de distribucion exponencial

X tiene distribucion exponencia, que se nota como

$$X \sim Exp(b) \quad b > 0$$

Cuando

$$f_x(x) = Ce^{-bx} I_{(0,+\infty)} = \begin{cases} Ce^{-bx} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

Grafico sencillo.
Necesitamos hallar C, para ello notar que vale que

$$\int_0^{\infty} Ce^{-bx}(x)dx = 1$$

Resolviendo la integral

$$\lim_{A \to \infty} \int_0^A Ce^{-bx} dx = 1$$

$$\lim_{A \to \infty} \frac{-C}{b} (\underbrace{e^{-bA}}_{\to 0} - 1) = 1 \implies C = b$$

$$F_x(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \int_0^x be^{-bx} dx = 1 - e^{-bx} & x > 0 \end{cases}$$

En 0 la funcion es continua pero no derivable
Las rectas tangentes de F_x y f_x en $x = 0$ cortan al eje X en $\frac{1}{b}$

Si aumenta la altura se hace mas angosta la zona de la funcion ya que la integral de la funcion debe ser 1

Entrega TP martes 3 de abril