

Лабораторная работа № 1 «Реализация КИХ-фильтра»

Цель работы: исследование основных типов весовых функций (окон); изучение средств визуализации данных Code Composer Studio.

2.1. Оконная фильтрация

Последовательность наблюдаемых данных конечной длины удобно рассматривать как часть бесконечной последовательности, видимую через применяемое окно. Например, для прямоугольного окна:

$$x_0[n] = x[n] \cdot \text{rect}[n], \quad (2.1)$$

где $\text{rect}[n]$ – прямоугольная функция единичной амплитуды, размера N отсчетов.

$$\text{rect}[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1 \\ 0 & \end{cases}. \quad (2.2)$$

Дискретное преобразование Фурье взвешенной окном последовательности равно свертке ДПФ последовательности и ДПФ окна:

$$X_0(f) = X(f) * D_N(f). \quad (2.3)$$

Преобразование наблюдаемой конечной последовательности всегда является искаженной версией преобразования бесконечной последовательности. Влияние прямоугольного окна на дискретизированную синусоиду иллюстрирует рис. 2.1.

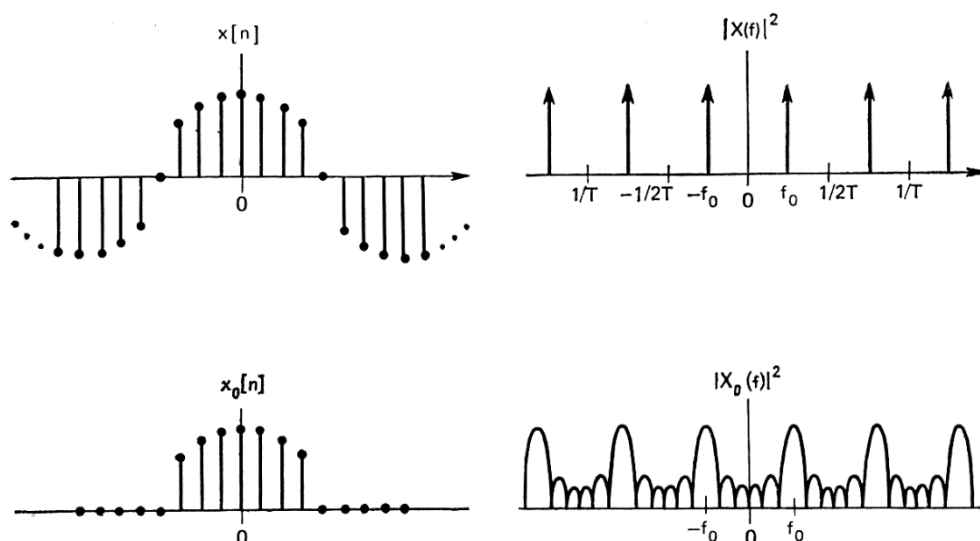


Рис. 2.1. Влияние прямоугольного окна на дискретизированную синусоиду

Видно, что острые спектральные пики ДПФ синусоиды расширились за

счет воздействия копий преобразования окна. Минимальная ширина спектральных пиков взвешенной окном последовательности равна ширине главного лепестка. Боковые лепестки преобразования окна будут изменять амплитуды соседних спектральных пиков и могут маскировать присутствие слабых сигналов.

Работа КИХ-фильтра описывается выражением [2]:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{N-1} (h(n) \times x(n-k)). \quad (2.4)$$

Идеальная импульсная характеристика фильтра нижних частот:

$$h_D(n) = 2 * f_c * \frac{\sin(n * w_c)}{n * w_c} \text{ для } n \neq 0, \quad (2.5)$$

$$h_D(n) = w_c \text{ для } n = 0,$$

где $f_c = 2\pi w_c$ – частота среза.

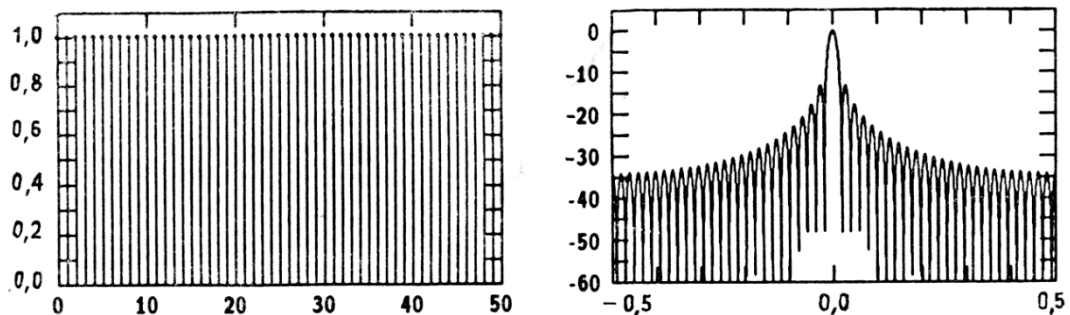
Реальная импульсная характеристика фильтра:

$$h(n) = h_D(n) * W(n), \quad (2.6)$$

где $W(n)$ – весовая функция.

Существует несколько разновидностей весовых функций, применение которых позволяет снизить уровень боковых лепестков по сравнению с прямоугольным окном. При этом однако расширяется главный лепесток спектра окна, что приводит к ухудшению разрешения [3].

Прямоугольное окно:



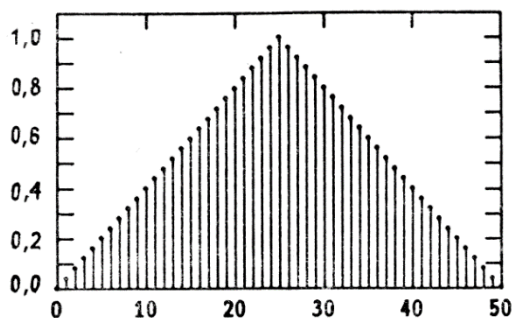
Описание во временной области:

Описание в частотной области:

$$rect[n] = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq N-1; \\ 0, & \text{in others cases.} \end{cases}$$

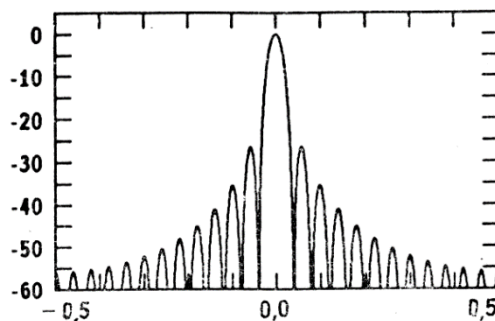
$$\text{sinc}[n] = T \exp(-j2\pi fT[N-1]) \frac{\sin(\pi fTN)}{\sin(\pi fT)}$$

Окно Бартлетта:



Описание во временной области:

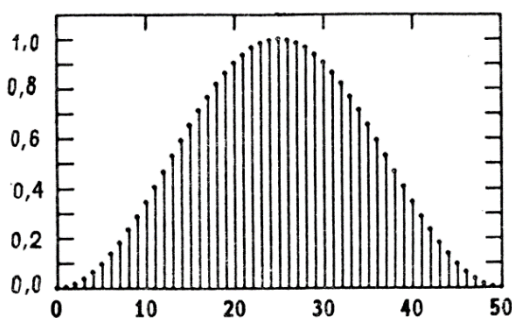
$$1 - 2|t[n]|$$



Описание в частотной области:

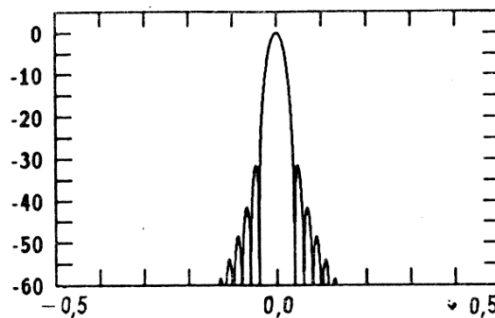
$$\left(\frac{2}{N}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{f}{2}\right)$$

Окно Ханна:



Описание во временной области:

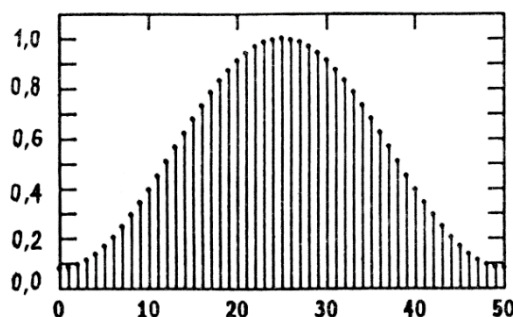
$$\cos^2(\pi t[n])$$



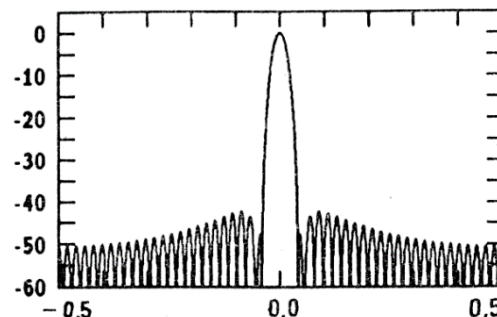
Описание в частотной области:

$$0.5 \text{sinc}(f) + 0.25 \left[\text{sinc}\left(f - \frac{1}{NT}\right) + \text{sinc}\left(f + \frac{1}{NT}\right) \right]$$

Окно Хемминга:



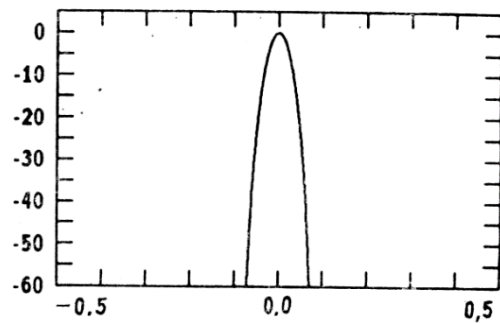
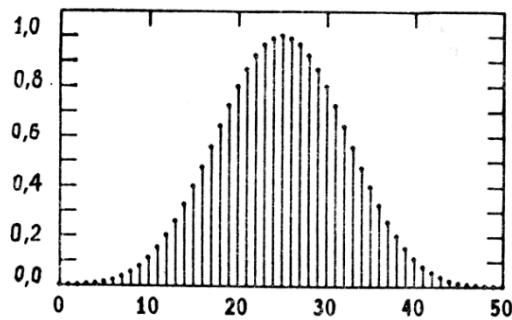
Описание во временной области:



Описание в частотной области:

$$0.54 + 0.46 \cos(2\pi t[n]) \quad 0.54 \operatorname{sinc}(f) + 0.23 \left[\operatorname{sinc}\left(f - \frac{1}{NT}\right) + \operatorname{sinc}\left(f + \frac{1}{NT}\right) \right]$$

Окно Наттолла:



Описание во временной области:

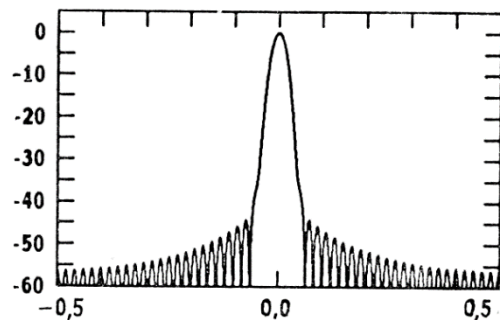
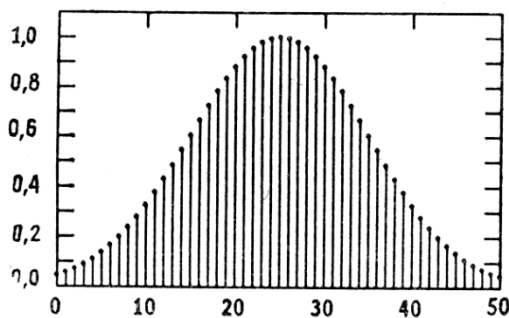
$$\sum_{r=0}^3 a_r \cos(2\pi r t[n])$$

Описание в частотной области:

$$\sum_{r=0}^3 0.5 a_r \left[\operatorname{sinc}\left(f - \frac{1}{NT}\right) + \operatorname{sinc}\left(f + \frac{1}{NT}\right) \right]$$

$$(a_0 = 0,3636, a_1 = 0,4892, a_2 = 0,1366, a_3 = 0,0106)$$

Гауссовское окно:



Описание во временной области:

$$\exp\left[-12.5(t[n])^2\right]$$

Описание в частотной области:

$$\frac{\sqrt{2\pi}}{5} \exp\left[-\frac{1}{2}(0.8\pi f T)^2\right] * \operatorname{sinc}(f)$$

Здесь функция $t[n] = \frac{n-(N-1)/2}{(N-1)}$,

N – порядок фильтра ($N = 20$).

2.2. Создание проекта

Создайте новый проект, добавьте в него файлы: *.c, *.cmd, rts6700.lib (командный файл *.cmd можно взять из предыдущей работы). Если проект скомпилировался без ошибок, загрузите программу в ЦСП.

```

/* Include Files */
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include "data.h"

float in_buffer[100];
float out_buffer[100];
#define TRUE 1
#define N 20
#define PI 3.141592653589793

/* Main Code */
main()
{

}

```

Запустите программу на исполнение. Получите графики входного сигнала и его спектра с помощью графического монитора.

2.3. Реализация КИХ-фильтра

Постройте алгоритм реализации КИХ-фильтра на основе функции окна (тип оконной функции выбирается в соответствии с номером варианта табл. 2.1).

Если проект скомпилировался без ошибок, загрузите программу в ЦСП. Запустите программу на выполнение (Debug→Animate).

Получите графики выходного сигнала и его спектра при использовании разных функций окна.

Сравните полученные результаты.

Таблица 2.1

Вариант	Окна
1	Прямоугольное, Бартлетта, Ханна
2	Прямоугольное, Хэмминга, Наттолла
3	Прямоугольное, Наттолла, Гауссовское
4	Прямоугольное, Ханна, Хэмминга
5	Прямоугольное, Гауссовское, Бартлетта

2.4. Содержание отчета

- 1) Цель работы, исходные данные.
- 2) Текст программы.
- 3) Графики входного и выходного сигнала во временной области, спектры входного и выходного сигналов.
- 4) Графики весовых функций во временной области и их спектры.
- 5) Выводы по работе.

2.5. Контрольные вопросы

- 1) В чем отличия КИХ и БИХ фильтров?
- 2) Каким образом влияет прямоугольное окно на дискретизированную синусоиду?
- 3) Какие существуют оконные функции, и каковы их характеристики?
- 4) Почему весовые функции позволяют уменьшить «утечку» энергии?
- 5) Что понимается под импульсной характеристикой?
- 6) Как взаимосвязаны импульсная характеристика и частотная характеристика?
- 7) Что такое передаточная функция?
- 8) Понятие устойчивости и физической реализуемости системы.
- 9) Как построить спектр сигнала в Code Composer Studio?