

中图分类号：V249

论文编号：1028703 16-S130

学科分类号：081101

硕士学位论文

轮式无人机地面滑跑 动力学建模与仿真

研究生姓名	王程坤
学科、专业	控制理论与控制工程
研究方向	运动控制系统设计
指导教师	李秀娟 副研究员

南京航空航天大学

研究生院 自动化学院

二〇一六年一月

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics
The Graduate School
College of Automation Engineering

Research on the ground dynamic model and simulation of wheeled UAV

A Thesis in

Control Science and Engineering
by

Wang Chengkun

Advised by

Li Xiujuan

Submitted in Partial Fulfillment

of the Requirements

for the Degree of

Master of Engineering

January, 2016

承诺书

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

本人授权南京航空航天大学可以有权保留送交论文的复印件，允许论文被查阅和借阅，可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文。

（保密的学位论文在解密后适用本承诺书）

作者签名：王程坤

日期：2016-3-25

摘要

无人机地面滑跑是飞行过程中的一个重要阶段，在地面滑跑过程中起落架、轮胎与地面相互作用产生地面作用力，在跑道条件和环境等因素的影响可能会导致无人机在跑道上滑跑时出现偏航现象，研究无人机在地面滑跑时的动力学特性，建立地面模型，并进行航向纠偏控制对于减少地面滑跑试验的次数和减少飞行事故具有重要的意义。

首先，根据无人机起飞和着陆滑跑的物理过程，分析各个阶段的动力学特性。研究无人机在地面滑跑时轮胎与跑道之间的摩擦系数，基于 Pacejka 魔术公式分析摩擦系数与峰值因子 \tilde{D} 、形状因子 C 和刚度因子 B 的关系，确定纵向摩擦系数和侧向摩擦系数的计算方法；基于轮胎滑移率模型求解轮胎的纵向摩擦系数，基于轮胎侧偏角模型求解了轮胎的侧向摩擦系数。

其次，建立起落架和轮胎的质量弹簧阻尼模型，分别在无人机停机和滑跑时，求解起落架和轮胎的压缩量和压缩速度，将起落架模型和轮胎模型合成起落架双弹簧系统等效模型，完成地面支撑力和地面摩擦力的求解；结合无人机地面滑跑过程中重力、发动机推力和气动力，建立无人机地面滑跑的动力学模型。模拟无人机加速起飞和减速滑跑的过程，结果表明无人机地面模型能正确的模拟无人机滑跑时的物理过程。

最后，在建立飞机的刹车系统模型后，设计主轮差动刹车的地面滑跑纠偏控制律，分别对无人机地面加速起飞滑跑和着陆减速滑跑两种不同情况进行仿真验证，结果表明设计的主轮差动刹车纠偏控制律可以有效的纠正无人机地面滑跑时的侧向偏航。

关键词：无人机，地面滑跑，摩擦系数，地面模型，刹车系统模型，航迹纠偏

Abstract

The ground taxiing of unmanned aerial vehicle (UAV) is one of important phases in flight. In the process of ground taxiing, the gear and tire interact with ground to produce the ground forces, combined with the asymmetric structure, runway conditions and environmental factors, lead to UAV drift phenomenon during taxiing on the runway. Hence study the ground maneuver characteristics of unmanned aerial vehicle (UAV), build the ground model and trajectory bias rectification. It is quite significant to research the ground maneuver characteristics of UAV in guiding its taxiing.

Firstly, the relationship between friction coefficient and impact factor is analyzed, based on the study of the friction coefficient between the tires and the runway in the process of takeoff and landing. The longitudinal and lateral friction coefficient is calculated through the Pacejka magic formula. The nonlinear formula based on tire slip rate is used for calculating longitudinal friction coefficient, and the nonlinear empirical formula based on tire side-slip angle is utilized for lateral friction coefficient. This provides calculation method and basis for the establishment of tire model and solving the friction.

Secondly, the quality- spring - damping model of gear and tire is established to obtain the amount and speed of compression in the stop and run process of aircraft. A double quality- spring - damping model is obtained combine with the gear and tire model. In addition, the ground model is built by analyzing ground movement characteristics of UAV, which lay a foundation for the simulations and control law design.

Finally, Aircraft braking system model is set up and control law of main wheel differential brake is designed. The takeoff and landing performance of UAV is verified through different simulation results. The validity and efficiency of proposed methods can be proved.

Key words: unmanned aerial vehicle (UAV), ground taxiing, friction coefficient, ground model, braking system model, trajectory bias rectification.

目 录

第一章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 国内外研究现状.....	1
1.3 论文研究内容.....	2
第二章 无人机地面运动过程描述.....	5
2.1 引言	5
2.2 研究对象简介.....	5
2.3 常用坐标系和转换矩阵.....	6
2.4 无人机起飞滑跑过程.....	7
2.5 无人机着陆滑跑过程.....	9
2.6 无人机地面滑跑过程的特点.....	10
2.7 本章小结	10
第三章 轮胎与跑道间摩擦系数分析.....	11
3.1 引言	11
3.2 轮胎与跑道表面的摩擦力.....	11
3.2.1 轮胎与跑道间摩擦力的产生.....	11
3.2.2 轮胎与跑道之间的附着机理.....	11
3.3 摩擦系数的影响因子.....	13
3.3.1 峰值因子 \bar{D} 对摩擦系数的影响.....	14
3.3.2 形状因子 C 对摩擦系数的影响	16
3.3.3 刚度因子 B 的确定	16
3.4 摩擦系数 μ 的计算.....	16
3.4.1 纵向摩擦系数的计算	17
3.4.2 侧向摩擦系数的计算	18
3.5 本章小结	20
第四章 起落架和轮胎模型.....	21
4.1 引言	21
4.2 起落架模型	21
4.2.1 支柱式起落架	21

4.2.2 起落架的缓冲器模型	22
4.3 轮胎模型	25
4.4 起落架缓冲系统模型	27
4.5 本章小结	28
第五章 轮式无人机地面滑跑模型	29
5.1 引言	29
5.2 轮式无人机地面滑跑的系统分析	29
5.3 轮式无人机运动模型的建立	30
5.3.1 弹性支撑质量模型	30
5.3.2 非弹性质量运动模型	34
5.4 缓冲器和轮胎的压缩量和压缩速率	35
5.4.1 停机时缓冲器和轮胎的压缩量和压缩速度	35
5.4.2 滑跑时缓冲器和轮胎的压缩量和压缩速度	36
5.5 轮式无人机地面滑跑模型的 MATLAB 实现	37
5.6 地面模型的仿真	39
5.6.1 无干扰条件下的地面模型仿真	39
5.6.2 存在偏航角情况下的地面模型仿真	43
5.7 本章小结	45
第六章 轮式无人机滑跑纠偏控制律的设计与仿真	46
6.1 引言	46
6.2 刹车系统模型的建立	46
6.2.1 液压伺服阀模型	46
6.2.2 刹车装置模型	48
6.2.3 轮胎与跑道结合力矩模型	49
6.2.4 飞机机轮动力学模型	49
6.3 刹车控制系统	50
6.4 主轮差动刹车纠偏控制策略与控制律设计	51
6.5 加速滑跑主轮纠偏仿真	53
6.5.1 单一干扰下不加纠偏控制和加纠偏控制的仿真	53
6.5.2 混合干扰下不加纠偏控制仿真和加入纠偏的仿真	56
6.6 减速滑跑主轮纠偏仿真	58
6.6.1 单一干扰下不加纠偏控制和加纠偏控制的仿真	58

6.6.2 混合干扰下不加纠偏控制和加纠偏控制的仿真.....	61
6.7 本章小结	63
第七章 总结与展望	64
7.1 本文研究内容总结.....	64
7.2 后续工作展望.....	64
参考文献	66
致谢	69
在学期间发表的学术论文.....	70

图清单

图 1.1 本文研究内容总体结构图.....	3
图 2.1 无人机后视图和俯视图.....	5
图 2.2 无人机起飞滑跑过程示意图.....	8
图 2.3 无人机着陆滑跑示意图.....	9
图 3.1 结合系数与轮胎滑移率的关系图.....	13
图 3.2 不同峰值因子下 $\mu-\lambda$ 曲线	14
图 3.3 不同速度下的 $\mu-\lambda$ 曲线	15
图 3.4 不同速度下的 $\tilde{D}-v$ 曲线	15
图 3.5 各轮胎侧偏角示意图.....	18
图 4.1 支柱式起落架结构示意图.....	21
图 4.2 单腔式油气缓冲器的结构图.....	23
图 4.3 缓冲器受力分析.....	23
图 4.4 起落架缓冲器简化模型.....	24
图 4.5 起落架双弹簧系统等效模型.....	27
图 5.1 地面滑跑段动力学模型示意图.....	29
图 5.2 地面滑跑过程无人机各部分力学作用关系	30
图 5.3 侧向位移与时间的曲线.....	40
图 5.4 侧向速度与时间的曲线.....	40
图 5.5 偏航角与时间的曲线.....	40
图 5.6 偏航角速度与时间的曲线.....	40
图 5.7 指示空速与时间的曲线.....	40
图 5.8 侧滑角与时间的曲线.....	40
图 5.9 侧向位移与时间的曲线.....	41
图 5.10 侧向速度与时间的曲线.....	41
图 5.11 偏航角与时间的曲线.....	42
图 5.12 偏航角速度与时间的曲线.....	42
图 5.13 指示空速与时间的曲线.....	42
图 5.14 侧滑角与时间的曲线.....	42
图 5.15 有侧偏角时侧向位移与时间的曲线.....	42

图 5.16 有侧偏角时侧向速度与时间的曲线.....	42
图 5.17 有侧偏角时偏航角与时间的曲线.....	42
图 5.18 有侧偏角时偏航角速度与时间的曲线.....	42
图 5.19 有侧偏角时指示空速与时间的曲线.....	42
图 5.20 有侧偏角时侧滑角与时间的曲线.....	42
图 5.21 有侧偏角时侧向位移与时间的曲线.....	42
图 5.22 有侧偏角时侧向速度与时间的曲线.....	42
图 5.23 有侧偏角时偏航角与时间的曲线.....	42
图 5.24 有侧偏角时偏航角速度与时间的曲线.....	42
图 5.25 有侧偏角时指示空速与时间的曲线.....	42
图 5.26 有侧偏角时侧滑角与时间的曲线.....	42
图 6.1 刹车系统原理结构图.....	46
图 6.2 电液伺服阀系统模型.....	47
图 6.3 迟滞特性曲线	48
图 6.4 轮胎与跑道结合力矩模型.....	49
图 6.5 差动刹车系统原理图.....	50
图 6.6 主轮纠偏的控制结构.....	53
图 6.7 $\psi = 5^\circ$ 侧向位移与时间的曲线	53
图 6.8 $\psi = 5^\circ$ 侧向速度与时间的曲线	53
图 6.9 $\psi = 5^\circ$ 偏航角与时间的曲线	54
图 6.10 $\psi = 5^\circ$ 偏航角速度与时间的曲线	54
图 6.11 $\psi = 5^\circ$ 指示空速与时间的曲线	54
图 6.12 $\psi = 5^\circ$ 侧滑角与时间的曲线	54
图 6.13 $y = 5m$ 侧向位移与时间的曲线.....	55
图 6.14 $y = 5m$ 侧向速度与时间的曲线.....	55
图 6.15 $y = 5m$ 偏航角与时间的曲线.....	55
图 6.16 $y = 5m$ 偏航角速度与时间的曲线.....	55
图 6.17 $y = 5m$ 指示空速与时间的曲线.....	56
图 6.18 $y = 5m$ 侧滑角与时间的曲线.....	56
图 6.19 $\psi = 5^\circ, y = 5m$ 侧向位移与时间	57
图 6.20 $\psi = 5^\circ, y = 5m$ 侧向速度与时间的曲线	57
图 6.21 $\psi = 5^\circ, y = 5m$ 偏航角与时间的曲线	57

图 6.22 $\psi = 5^\circ$, $y = 5m$ 偏航角速度与时间的曲线	57
图 6.23 $\psi = 5^\circ$, $y = 5m$ 指示空速与时间的曲线	57
图 6.24 $\psi = 5^\circ$, $y = 5m$ 侧滑角与时间的曲线	57
图 6.25 $\psi = 5^\circ$ 侧向位移与时间的曲线	58
图 6.26 $\psi = 5^\circ$ 侧向速度与时间的曲线	58
图 6.27 $\psi = 5^\circ$ 偏航角与时间的曲线	59
图 6.28 $\psi = 5^\circ$ 偏航角速度与时间的曲线	59
图 6.29 $\psi = 5^\circ$ 指示空速与时间的曲线	59
图 6.30 $\psi = 5^\circ$ 侧滑角与时间的曲线	59
图 6.31 $y = 5m$ 侧向位移与时间的曲线	60
图 6.32 $y = 5m$ 侧向速度与时间的曲线	60
图 6.33 $y = 5m$ 偏航角与时间的曲线	60
图 6.34 $y = 5m$ 偏航角速度与时间的曲线	60
图 6.35 $y = 5m$ 指示空速与时间的曲线	61
图 6.36 $y = 5m$ 指示空速与时间的曲线	61
图 6.37 $\psi = 5^\circ$, $y = 5m$ 侧向位移与时间的曲线	62
图 6.38 $\psi = 5^\circ$, $y = 5m$ 侧向速度与时间的曲线	62
图 6.39 $\psi = 5^\circ$, $y = 5m$ 偏航角与时间的曲线	62
图 6.40 $\psi = 5^\circ$, $y = 5m$ 偏航角速度与时间的曲线	62
图 6.41 $\psi = 5^\circ$, $y = 5m$ 指示空速与时间曲线	62
图 6.42 $\psi = 5^\circ$, $y = 5m$ 侧滑角与时间曲线	62

表清单

表 3.1 不同跑道条件下的峰值因子	14
表 3.2 不同速度下的 $\tilde{D}-\lambda_p$ 关系表	15
表 3.3 不同跑道条件下的形状因子	16
表 5.1 S-function 的结构	38

注释表

飞行参数	物理意义	符号	单位
作用力	气动升力	L	N
	气动阻力	D	N
	气动侧力	Y	N
	重力	G	N
	发动机推力	T	N
舵偏角	副翼舵偏角	δ_a	$(^\circ)$
	方向舵偏角	δ_r	$(^\circ)$
	升降舵偏角	δ_e	$(^\circ)$
线速度	x_b 轴分量	v_x	m/s
	y_b 轴分量	v_y	m/s
	z_b 轴分量	v_z	m/s
角速度	滚转角速度	p	rad/s
	俯仰角速度	q	rad/s
	偏航角速度	r	rad/s
姿态角	滚转角	Φ	$rad, (^\circ)$
	俯仰角	θ	$rad, (^\circ)$
	航向角	ψ	$rad, (^\circ)$
气流角	迎角	α	$rad, (^\circ)$
	侧滑角	β	$rad, (^\circ)$

第一章 绪论

1.1 引言

随着二十世纪无人机诞生以来，其在国防、军事和人们现代生活中扮演着越来越重要的角色。无人机执行任务过程可大致分为：地面任务阶段和空中任务阶段。空中任务阶段起始于地面任务阶段又终止于地面任务阶段，因此无人机地面动力学特性的研究和精准的地面模型的建立对无人机能否成功完成任务至关重要^[1]。

虽然无人机起飞和着陆滑跑持续时间短，但是起飞和着陆滑跑阶段事故频发。在地面滑跑过程中，由于无人机起落架、轮胎与地面的相互作用，无人机的地面运动特性与空中段有很大的差别。建立无人机的地面滑跑模型并对其进行仿真试验对无人机的起飞和着陆滑跑具有重要的指导作用。无人机地面滑跑过程中，在地面作用力的影响下，起落架和轮胎实时形变复杂多变，无人机所受力和力矩难以精确的求解，因此需要对无人机地面滑跑过程中的地面特性进行深入研究，准确解算起落架和轮胎的动力学特性，保证无人机在地面滑跑过程中的安全性。

工程上，由于无人机在地面滑跑时影响因素繁多，地面动力学特性复杂，需要考虑飞机的结构特性、机场跑道、轮胎和起落架等很多因素的影响。一直难以得到精准的地面模型来协助地面滑跑纠偏控制律设计。并且对于地面滑跑阶段的控制来说，控制精度要求往往比其空中飞行阶段要高很多，由于缺乏无人机的地面模型，以往无人机的地面滑跑纠偏控制律设计大都只能通过机场滑跑试验来完成。地面滑跑试验浪费大量的人力物力，不利于提高飞机的研制进度。如果能建立较为准确的无人机地面模型，将对加快无人机的研制进度起到重要作用。

1.2 国内外研究现状

飞机的地面模型建立由单体单自由度建模逐渐向多体多自由度的复杂模型发展^[2]，二十世纪七十年代，由于计算机计算性能的限制，波音公司为培训飞行员建立了飞机的单体模型，即不考虑飞机机体和机翼、起落架缓冲器、飞机机轮之间的相互耦合作用，为减少各个坐标系之间的转换，认为飞机机体和机翼、起落架缓冲器和飞机机轮固联^{[3][4]}，由于该模型主要是为培养飞行员的操作，与飞机的实际地面滑跑还有一定的差距。八十年代，随着计算性能的提高，飞机的多自由度模型和多体模型逐渐被考虑，A.G.Barnes 等建立了六自由度的单体飞机地面模型，并引入了跑道干扰模型进行仿真，但没有考虑飞机地面滑跑时的多体耦合作用。W.S.Pi 加入了不同类型起落架的模型，即考虑飞机和起落架的弹性状态，但对六自由度中的三个角运动做了弱化处理^[5]。德国宇航中心忽略了起落架和轮胎等非弹性质量，建立了弹性支撑质量的地面模型，进行了一些地面滑跑仿真实验，验证了其模型的可行性^[6]。Stirling Dynamics Ltd 分析

了飞机地面滑跑过程中的动力学特性，建立了飞机机身和机翼、起落架缓冲器的弹性模型^[7]。九十年代，Goldthorpe 等根据飞机地面转弯等特性和航向角、偏航角和侧向角运动方程，在飞机地面模型中加入了防滑刹车模型，进一步提高了地面模型的工程应用性^{[8][9]}。CAE 公司在以往的机体和起落架模型基础上，考虑跑道轮胎对不同机轮的影响后，加入了机轮模型，构成了较完整的飞机多体地面运动模型。二十一世纪以来，T.J.Yager 不断总结过去模型研究情况，着重分析了不同情况下飞机的地面操纵性能^[10]。

在国内，对飞机的地面模型研究和应用也很深入，比较早期建立飞机地面滑跑模型的歼六飞机，完成飞机机体的六自由度的非线性方程，搭建出了飞机机体的动力学模型，并进行了飞机地面滑跑运动状态的模拟^[11]。芮玉婷加入了飞机起落架引起的弹性性能，考虑了跑道因素对飞机滑跑过程的影响^[12]。黄树春等在飞机机体的单体模型的基础上添加了主起落架模型，并进行了飞机地面运动时垂直方向上的运动特性仿真分析^[13]。王孝英在前人基础上添加了转弯功能并进行了仿真测试^[14]。九十年代，高泽炯等人研究了飞机地面滑跑过程中动力学特性和操纵性能，对地面模型的实际应用性提出了初步的阐述和分析^[15]。牟让科在考虑起落架缓冲器弹性性能的前提下对飞机着陆时不对称性进行了仿真研究^[16]。

高校中，清华大学的段松云研究了无人机着陆滑跑时的动力学特性，建立了适用于该过程中的无人机地面模型^[17]。西北工业大学王纪森研究了飞机与跑道之间的摩擦系数^[18]。西北工业大学的徐冬冬建立了较为精准的起落架数学模型，可用于地面支撑力的解算。南京航空航天大学的张明分析了飞机在地面滑跑时的某些关键技术，并研究了飞机的防滑刹车系统。陈磊建立了飞机的弹性支撑质量和非弹性支撑力量的多体运动模型。

飞机地面滑跑模型从最初单自由度的模型逐步到考虑更多的自由度，飞机本身的建模也从刚性机体建模，历经弹性机体建模，最后发展成现在的多体：飞机机体和机翼、起落架缓冲器、飞机机轮建模。模型的操纵性更高，也越来越符合飞机实际的滑跑运动状态。在此基础上，开始加入跑道等干扰因素，考虑飞机刹车、转弯等更多的操纵性能。为了使所建立的飞机地面滑跑模型具有工程实用性，除建立飞机上相关机构更精准的模型外，还应考虑跑道、环境等因素。

1.3 论文研究内容

本文主要的研究内容：分析无人机起飞和着陆地面滑跑的物理过程，确定轮胎与跑道之间的摩擦系数，完成无人机的起落架缓冲器模型和轮胎模型的建立，完成无人机的地面滑跑模型的建立，同时设计主轮差动刹车纠偏控制律并进行了仿真，图 1.1 为本课题的主要研究内容。

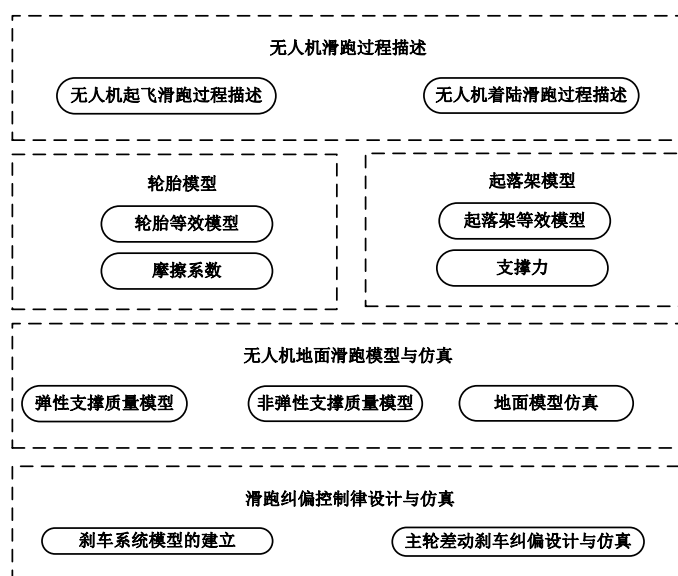


图 1.1 本文研究内容总体结构图

本文将要研究的内容为：描述无人机的地面滑跑的物理过程，包括无人机起飞滑跑过程和着陆滑跑过程，明确对象的物理概念，深入分析无人机地面滑跑不同阶段的受力情况和主要影响因素，这是后续地面模型建立和控制律设计的基础；研究轮胎与跑道间摩擦系数的影响因子，确定轮胎与跑道间纵向摩擦系数和侧向摩擦系数的计算方法；建立某型无人机的起落架模型和轮胎模型，在此基础上建立其无人机的地面滑跑模型，分为弹性支撑质量运动模型和非弹性质量运动模型，在不加入任何控制条件下进行无人机地面滑跑仿真试验，验证地面滑跑模型的正确性；基于地面滑跑模型建立样例无人机的刹车系统模型，并设计主轮差动刹车滑跑纠偏控制律；最后，加入主轮差动刹车控制后，在不同条件下进行地面滑跑仿真试验，以验证主轮差动刹车纠偏控制律的效果。本文的主要内容为：

第一章为绪论。介绍无人机地面运动过程，分析飞机地面动力学的研究现状，为本课题的研究提供思路。

第二章为无人机滑跑过程描述。描述无人机起飞滑跑过程：三轮着地滑跑阶段、两轮着地滑跑阶段和爬升到安全高度；无人机着陆滑跑过程：末端拉起段、两轮着陆滑跑段和三轮着陆滑跑段。并针对各个阶段的运动特性进行相应的动力学特性的分析。明确研究对象的物理过程，为后续的控制律设计提供依据。

第三章为轮胎与跑道间的摩擦系数的确定。阐述轮胎与跑道之间的附着机理，解释轮胎与跑道之间摩擦力的产生机制；通过分析峰值因子、形状因子和刚度因子对摩擦系数的影响，确定无人机地面滑跑纵向摩擦系数和侧向摩擦系数的计算方法，为后续的地面摩擦力的计算、地面模型的建立和主轮差动刹车控制律的设计奠定基础。

第四章为起落架和轮胎建模。阐述不同起落架的特点，解释了油气式起落架的工作原理和

机制，将起落架等效为质量弹簧阻尼系统，建立其等效模型；阐述飞机轮胎的特点和工作机制，将轮胎等效为质量弹簧阻尼系统，建立其等效模型。

第五章为轮式无人机地面滑跑模型的建立。首先分析轮式无人机的地面滑跑系统，在建立常用的几个常用的坐标系并给出之间的转换矩阵的基础上，将无人机地面滑跑的多体运动模型分为弹性支撑质量运动模型和非弹性质量运动模型，即无人机机体与机翼的运动、缓冲支柱的运动、机轮的轮动，用 **MATLAB** 搭建无人机地面滑跑模型，并在不加入任何控制条件下进行无人机地面滑跑仿真试验，验证模型的正确性。

第六章为轮式无人机滑跑纠偏控制律的设计与仿真。在分析刹车系统的工作原理基础上，建立刹车系统的模型，设计主轮差动刹车纠偏控制律，并在加入主轮差动刹车滑跑纠偏控制律下进行仿真试验，验证主轮差动刹车纠偏控制律的效果。

第七章为总结与展望。陈述了本文的主要内容，对地面模型的后续研究方向进行了展望。

第二章 无人机地面运动过程描述

2.1 引言

无人机地面运动过程包含起飞滑跑过程和着陆滑跑过程。与空中飞行段不同，无人机在地面运动时，由于轮胎与地面的作用，无人机受到强烈的地面作用。为了有针对性的建立无人机的地面滑跑模型，应首先对无人机地面运动的物理过程有个全面的认知。本章主要对于支柱式起落架的无人机起飞滑跑过程和着陆滑跑过程进行介绍和动力特性分析。

2.2 研究对象简介

无人机的后视图与俯视图如图 2.1 所示，本文的研究对象为国内某型无人机，常规的气动布局，V 型舵面，前三点式支柱起落架，起落架系统主要由缓冲器、缓冲支柱、扭力臂、轮胎及刹车装置构成，轮胎为常用的橡胶轮胎，刹车装置由防滑控制系统和机轮刹车调节系统两部分组成，防滑控制系统由机轮速度传感器、防滑控制盒、电液伺服阀组成。机轮刹车调节系统主要包括刹车阀、刹车装置、机轮、定量器等附件，前轮不可偏转；升降舵采用 V 尾 4 片舵面联动的模式，实现升降舵功能，方向舵同样采用 V 尾 4 片舵面联动的模式，实现方向舵的功能。副翼为机翼上 4 片气动操纵面差动操作实现副翼舵功能。

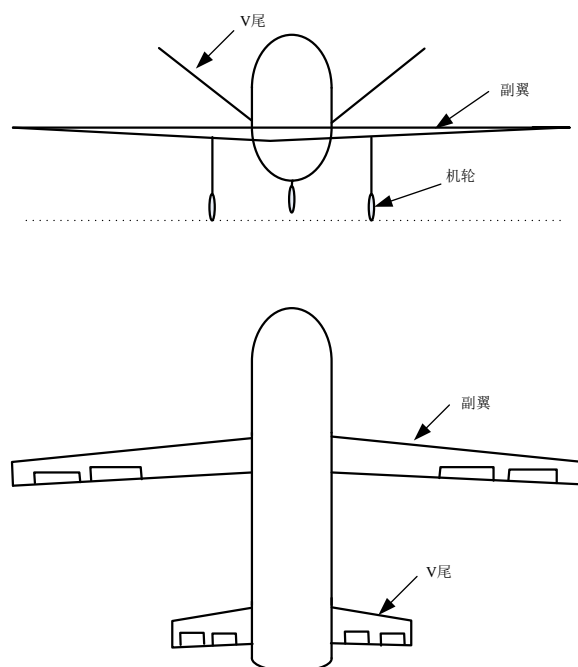


图 2.1 无人机后视图和俯视图

2.3 常用坐标系和转换矩阵

无人机地面运动过程中，常用的坐标系有以下四种^{[19][20]}：

(1) 地面坐标轴系 ($S_g - O_g X_g Y_g Z_g$)

原点 O_g 取飞机在跑道中心线上停机的位置， $O_g X_g$ 轴处于跑道平面内，沿着跑道中心线指向飞机起飞滑跑的方向； $O_g Y_g$ 轴同在跑道平面内，垂直于 $O_g X_g$ 轴指向右侧； $O_g Z_g$ 轴垂直于跑道平面并指向地心。

(2) 机体坐标轴系 ($S_b - O_b X_b Y_b Z_b$)

原点 O_b 取在飞机的质心处，坐标系与飞机固连。 $O_b X_b$ 在飞机的对称平面内并平行于飞机的设计轴线指向机头； $O_b Y_b$ 垂直于飞机对称平面指向机身的右方； $O_b Z_b$ 在飞机的对称平面内，与 $O_b X_b$ 轴垂直并指向机身的下方。

(3) 速度坐标轴系 ($S_a - O_a X_a Y_a Z_a$)

原点 O_a 同样取在飞机的质心处，坐标系与飞机固连， $O_a X_a$ 轴与飞机速度 V 的方向一致，即与飞机重心的轨迹线的切线方向一致； $O_a Z_a$ 在飞机的对称平面内并与 $O_a X_a$ 轴垂直并指向机身的下方； $O_a Y_a$ 垂直于 $X_a O_a Z_a$ 平面并指向机身的右方。

(4) 稳定坐标轴系 ($S_s - O_s X_s Y_s Z_s$)

为了方便研究飞机与地面之间的相互作用力，我们加入了稳定坐标轴系。原点 O_s 取在飞机的质心处， $O_s X_s$ 轴与飞行速度 V 在对称平面的投影重合一致； $O_s Z_s$ 轴在飞机的对称平面内与 $O_s X_s$ 轴垂直并指向机腹下方； $O_s Y_s$ 轴与 $X_s O_s Z_s$ 平面垂直，指向机身的右方。

上述四个参考坐标轴系之间的转换矩阵如下所示：

(1) 机体坐标轴系到地面坐标轴系的转换矩阵 M_{gb} ：

$$M_{gb} = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \sin \theta \cos \psi \sin \phi - \sin \psi \cos \phi & \sin \theta \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ \cos \theta \sin \psi & \sin \theta \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \cos \phi & \sin \theta \sin \psi \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

(2) 速度坐标轴系向机体坐标轴系的变换矩阵 M_{ba} ：

$$M_{ba} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -\cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

(3) 速度坐标轴系向地面坐标轴系的变换矩阵 M_{ga} ：

$$M_{ga} = M_{gb} \cdot M_{ba} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned}
 m_{11} &= \cos \psi \cos \theta \cos \alpha \cos \beta + \cos \psi \sin \theta \sin \phi \sin \beta - \sin \psi \cos \phi \sin \beta + \cos \psi \sin \theta \cos \phi \sin \alpha \cos \beta \\
 &\quad + \sin \psi \sin \phi \sin \alpha \cos \beta \\
 m_{12} &= \cos \psi \sin \theta \sin \phi \cos \beta - \sin \psi \cos \phi \cos \beta - \cos \psi \cos \theta \cos \alpha \sin \beta - \cos \psi \sin \theta \cos \phi \sin \alpha \sin \beta \\
 &\quad - \sin \psi \sin \phi \sin \alpha \sin \beta \\
 m_{13} &= \cos \psi \sin \theta \cos \phi \cos \alpha + \sin \psi \sin \phi \cos \alpha - \cos \psi \cos \theta \sin \alpha \\
 m_{21} &= \sin \psi \cos \theta \cos \alpha \cos \beta + \sin \psi \sin \theta \sin \phi \sin \beta + \cos \psi \cos \phi \sin \beta + \sin \psi \sin \theta \cos \phi \sin \alpha \cos \beta \\
 &\quad - \cos \psi \sin \phi \sin \alpha \cos \beta \\
 m_{22} &= \sin \psi \cos \theta \sin \phi \cos \beta + \cos \psi \cos \phi \cos \beta - \sin \psi \cos \theta \cos \alpha \sin \beta - \sin \psi \sin \theta \cos \phi \sin \alpha \sin \beta \\
 &\quad + \cos \psi \sin \phi \sin \alpha \sin \beta \\
 m_{23} &= \sin \psi \sin \theta \cos \phi \cos \alpha - \cos \psi \sin \phi \cos \alpha - \sin \psi \cos \theta \sin \alpha \\
 m_{31} &= \cos \theta \sin \phi \sin \beta - \sin \theta \cos \alpha \cos \beta + \cos \theta \cos \phi \sin \alpha \cos \beta \\
 m_{32} &= \sin \theta \cos \alpha \sin \beta + \cos \theta \sin \phi \cos \beta - \cos \theta \cos \phi \sin \alpha \sin \beta \\
 m_{33} &= \sin \theta \sin \alpha + \cos \theta \cos \phi \cos \alpha
 \end{aligned}$$

(4) 稳定坐标轴系向地面坐标轴系的转换矩阵 M_{gs} :

$$M_{gs} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

2.4 无人机起飞滑跑过程

当由于刹车系统作用停止在跑道上的无人机接收到起飞指令后, 刹车系统将停止刹车, 升降舵按照起飞指令旋转到起飞滑跑的预定角度后, 发动机工作在最大油门状态, 飞机在发动机的推力的作用下不断加速滑跑, 当飞机的速度加速到可以抬起前轮的时候, 操纵升降舵从而使飞机的前轮抬起, 随着飞机速度的不断增大和迎角的增加, 飞机受到的升力越来越大, 当升力超过重力时, 此时飞机的所有机轮离开地面, 随着飞机的高度不断增加, 最终爬升到安全高度, 至此无人机的起飞滑跑过程结束。在起飞滑跑全过程中, 随着飞机滑跑速度的增大, 地面作用力减小, 无人机很容易发生侧向偏离。此时应接入纠偏控制, 使无人机的对称轴线相对于跑道中心线的侧向位移和侧向偏角应控制在容许的范围内, 保证整个过程的安全。无人机的起飞滑跑过程大致可分为: 三轮着地滑跑阶段、两轮着地滑跑阶段和爬升到安全高度阶段。无人机的起飞滑跑过程示意图如图 2.2 所示:

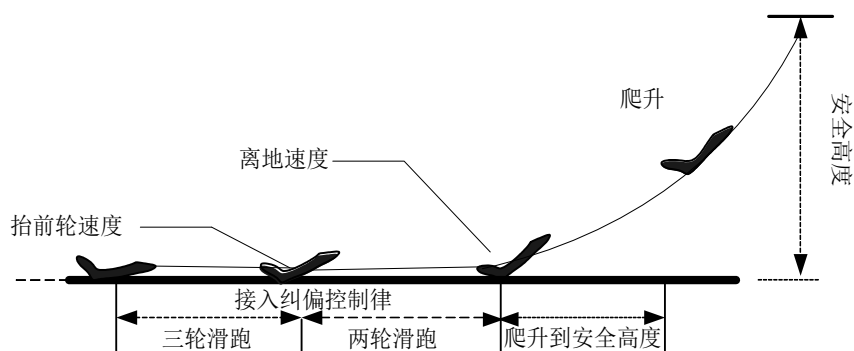


图 2.2 无人机起飞滑跑过程示意图

无人机的起飞滑跑全过程的动力特性分析如下：

(1) 三轮着地滑跑阶段

在这个阶段开始时，以地面坐标系为参考坐标系，无人机静止在飞机跑道上，此时无人机受到重力和地面支撑力的作用，无人机所受的合力和合力矩为零，垂直方向 Z_g 上地面对三个飞机机轮的支撑力之和等于飞机的重力，由于飞机没有纵向 X_g 和侧向 Y_g 的相对运动或相对运动趋势，所以地面对飞机纵向和侧向不产生力的作用，飞机不存在线运动。前轮相对于飞机重心 O_g 产生的力矩与两个主轮相对于飞机重心产生的力矩平衡，飞机不存在角运动。当发动机工作在最大油门状态时，无人机受到重力、地面支撑力、发动机推力和气动力。由于发动机推力与无人机的机体轴线重合，无人机侧向受力和力矩几乎不变，纵向由于发动机推力大于纵向摩擦力与气动阻力之和，飞机纵向不断加速，与此同时飞机垂直方向上的升力不断增大，但由于飞机速度还不够大，升力小于重力，飞机还会受到地面支撑力，所以飞机三机轮仍在地面上。但随着纵向速度的继续增大，无人机前轮抬起，从而进入两轮着地滑跑阶段。

(2) 两轮着地滑跑阶段

无人机进入两轮着地滑跑阶段后，发动机继续工作在最大推力的状态，升降舵的舵偏角保持不变。无人机侧向受力和力矩几乎为零，纵向和垂直方向的受力相互耦合，垂直方向上的地面支撑力和气动升力与重力平衡，在发动机的推力作用下，飞机速度和迎角不断增大，从而引起升力不断增大，由于该阶段垂直方向上的受力平衡，所以地面支撑力减小，同时纵向飞机速度的增大和地面支撑力的减小致使机轮与地面之间的摩擦系数减小，摩擦力减小，气动阻力增大，所以纵向飞机速度仍然增大但增加趋势变小。当纵向速度到达离地速度时，无人机离开跑道，进入到爬升安全高度阶段。

(3) 爬升到安全高度阶段

随着飞机三轮离地，在发动机的推力和爬升迎角作用下，升力不断增大，飞机垂直方向上的高度不断增大，当飞机达到安全高度后，地面效应消失，无人机就完成了飞机起飞滑跑阶段。

进而进入空中飞行过程。

2.5 无人机着陆滑跑过程

无人机的着陆滑跑是飞机着陆过程的最后阶段，关系到无人机能否安全返回。当飞机接收到着陆指令时，无人机飞行到指定高度，调整飞机至平飞姿态以成功的捕获机场附近的下滑轨迹线，沿下滑轨迹线快速降低高度，到达指定高度后，进入指数拉起阶段，调整飞机的着陆姿态后进行着陆，先进行后主轮的两轮着地滑跑阶段，在刹车系统和地面摩擦力的作用下，滑跑速度减小，三轮同时触地，进入三轮滑跑阶段，最终停止在跑道上，从而完成无人机的着陆滑跑过程。无人机的着陆滑跑过程大致可分为：指数拉起阶段、两轮着陆滑跑阶段和三轮着陆滑跑阶段。在着陆滑跑全过程中，指数拉起阶段至两轮着陆滑跑阶段，无人机垂直方向上存在巨大能量，在起落架和地面摩擦力作用下，无人机很容易发生侧向偏离，此时应接入纠偏控制，使无人机的对称轴线相对于跑道中心线的侧向位移和侧向偏角应控制在容许的范围内，保证整个过程的安全。无人机着陆滑跑示意图如图 2.3 所示。

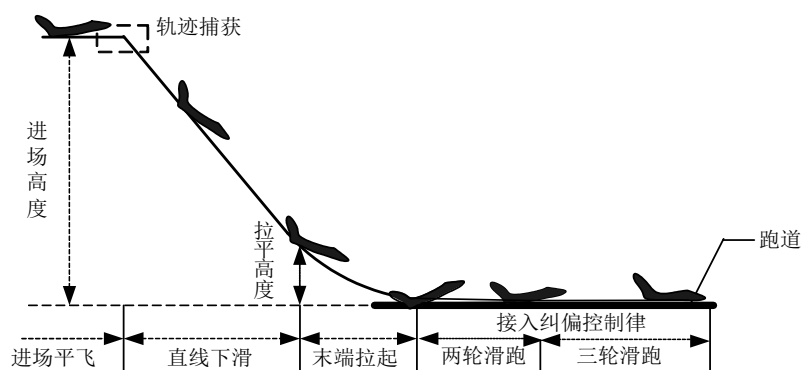


图 2.3 无人机着陆滑跑示意图

无人机的着陆滑跑全过程的动力学分析如下：

（1）末端拉起段

当无人机完成任务返航捕获下滑轨迹线后，沿着下滑轨迹线快速下滑，当飞机下滑至指定高度时进入指数拉起阶段。在指数拉起阶段，将无人机调整姿态，为着陆做好准备。改变发动机推力，纵向速度减小，调整飞机的迎角和垂直方向上的速度，使其可以按照合适的下降速度和迎角实现后主轮的安全着陆，从而进入两轮着地滑跑阶段。

（2）两轮着地滑跑阶段

无人机进入两轮着地滑跑阶段后，发动机推力为零，无人机侧向受力和力矩几乎为零，垂直方向上飞机具有巨大的能量，主轮被迅速压缩，地面支撑力增大，随着起落架缓冲器的伸缩，能量逐渐被消耗，从而垂直方向上的地面支撑力渐渐变小并趋于稳定，由于该阶段飞机的迎角和速度较大，气动力较大，地面的摩擦力较小，无人机很容易相对跑道中心线发生侧向偏离，

从此开始应接入纠偏控制，使无人机的对称轴线相对于跑道中心线的侧向位移和侧向偏角应控制在容许的范围内；纵向和垂直方向的受力相互耦合，由于触地时垂直方向升力较大和纵向的飞机速度较大，纵向摩擦力较小，但随着垂直方向能量被起落架吸收和纵向速度的减小，主起落架的压缩量渐渐减小，前轮慢慢被放下，进入三轮滑跑阶段。

（3）三轮着地滑跑阶段

在这个阶段，无人机侧向受力和力矩几乎为零。纵向受到气动阻力和地面纵向摩擦力，在纵向摩擦力和气动阻力作用下，飞机纵向不断减速，与此同时飞机垂直方向上的升力不断减小，地面支撑力渐渐地增大与飞机重力平衡，飞机最终停下在跑道上。

2.6 无人机地面滑跑过程的特点

轮式无人机的地面滑跑过程有如下几个特点^[21]：

（1）无人机姿态变化较小

无人机地面运动过程中的速度相对于空中飞行段较小，起飞和着陆滑跑过程都是按照指定的姿态角完成各个阶段的任务，正常的地面运动过程，机动性较低，不会存在较大的姿态角变化。

（2）强烈的地面效应

由于要求飞机在起飞和着陆滑跑过程都能按照预定的轨迹进行，而无人机的地面滑跑与地面作用力密切相关，这就要充分利用飞机和地面的相互作用力。起落架和轮胎非线性模型复杂，建立精准的无人机地面滑跑模型比较困难。

（3）需要考虑的因素复杂

除了地面对无人机的作用力，无人机地面滑跑过程还要考虑跑道平整度和粗糙度、轮胎滑动情况和天气环境变化等因素的影响。因此，无人机的起飞滑跑阶段和着陆滑跑阶段的动力学特性比起巡航阶段更加复杂。

2.7 本章小结

本章主要介绍了样例无人机的起飞滑跑过程和着陆滑跑过程并进行了动力学分析。阐述了轮式无人机起飞着陆过程的特点，为后续的无人机地面滑跑模型的建立和纠偏控制律的设计提供了依据。

第三章 轮胎与跑道间摩擦系数分析

3.1 引言

飞机在跑道上的运动过程中，轮胎与跑道之间的地面作用力是飞机受到作用力的重要组成部分。飞机在跑道上的滑跑性能，如动力特性、制动效能、纵横向操纵稳定性等都取决于飞机的刹车系统能否合理的控制轮胎与跑道之间作用力的大小和方向^[22]。地面作用力中摩擦力尤为重要，为解算摩擦力，本章首先分析轮胎与跑道之间的摩擦系数。

3.2 轮胎与跑道表面的摩擦力

3.2.1 轮胎与跑道间摩擦力的产生

轮胎与跑道间的摩擦力主要由以下几个方面产生。

(1) 轮胎与跑道表面之间的粘着作用。与金属之间的粘着作用相类似，轮胎与跑道表面之间也会发生粘着作用。对飞机的轮胎进行磨损试验，发现有很多路面磨粒粘着在轮胎表面之上。同样，在跑道表面上也可发现许多粘着在其上的橡胶磨粒。另外，飞机轮胎与跑道表面之间的静电吸引也是轮胎与跑道表面之间发生粘着的一个证明。由粘着作用产生的摩擦力主要取决于轮胎与跑道表面之间的实际接触面积。

(2) 轮胎外胎面橡胶的弹性形变。与金属材料不同，橡胶轮胎的弹性很好。无人机在跑道上滑跑时，由于跑道的不平整性，轮胎表面的橡胶会反复产生较大的弹性形变。橡胶轮胎形变力和形变恢复力构成了摩擦力的一部分。地面对飞机的纵向摩擦力和横向摩擦力取决于飞机轮胎的横侧向形变能力。

(3) 轮胎与跑道表面之间的分子引力作用。当两个物体表面之间的距离非常近时，它们之间分子的相互作用是相当强的，这种分子引力构成了飞机轮胎与跑道之间摩擦力的一部分。显而易见，这种摩擦力除与飞机轮胎和跑道路面材料的性质有关外，还主要取决于飞机滑跑过程中轮胎和跑道路面间实际接触面积的大小，它们之间的分子引力作用受路面状态，如：灰尘、水膜、污染及湿度等影响较大。

3.2.2 轮胎与跑道之间的附着机理

由库仑摩擦定律可知，滑动摩擦力是下压物体的垂直载荷与物体之间的滑动摩擦系数的乘积。摩擦力的产生机制主要是一个物体表面的凹凸与另一个物体表面的凹凸相互粘着的结果。当机轮沿跑道打滑或机轮抱死完全打滑时，轮胎上所受的摩擦力等于法向载荷和轮胎与跑道表面之间摩擦系数的乘积。

当两个物体相对滑动时，两个物体的接触面上就会产生阻碍物体相对运动的摩擦力，载荷恒定的一块橡胶轮胎从一个坚硬、粗糙的表面滑过时，摩擦力的产生方式有两种不同的方式：滞变和附着。它们是两种不同的能量耗散过程。橡胶轮胎内部的分子链在坚硬表面、凹凸不平填充料的作用下，会周期性的变形，这种通过阻尼效应来耗散能量的过程就是滞变。在这种变形过程中，与橡胶轮胎接触的填充料压力分布不均匀，沿运动方向对接触区域的压力进行积分，就得到因滞变方式耗散能量而引起的摩擦力。附着是一种在物体接触表面上产生的现象，在橡胶轮胎和填充料紧密相贴的表面上形成了很强的分子粘合。当橡胶轮胎向前滑动时，旧分子粘合被破坏，新的分子粘合又形成了。这种橡胶轮胎接触面上分子粘合的形成与破坏使得橡胶分子链周期性的延伸和松弛，使能量得以耗散。

由于这两种过程产生摩擦力的原理不相同，轮胎的载荷、速度、温度和表面污染物对附着效应和滞变效应的影响方式也不相同，当轮胎与跑道之间存在污染物水时，橡胶轮胎与跑道之间的水膜会通过减弱或者完全阻碍接触面之间分子粘合的形成来影响附着效应。轮胎与跑道接触面上的水以两种方式影响滞变效应，当滑移速度不大时，水将使结合面冷却，滞变效应耗散的能量减少，从而减少了摩擦力；当污染物水膜比较厚，不能从结合面处及时排走时，将会使橡胶轮胎的形变减少甚至完全消失，此时由滞变效应产生摩擦力变为零。这就是滑水现象发生时，轮胎与跑道之间的摩擦力急剧减小的原因。

当对自由滚动的机轮施加刹车力矩时，机轮在刹车力矩和轮胎与跑道间结合力矩的共同作用下，通过对机轮的动力学特性分析可知，机轮可能出现减速、匀速或加速现象。此时，轮胎与跑道接触区域的状况是相当复杂的。由于轮胎沿速度方向上的弹性，进入接触区域前的轮胎外胎面将受到拉伸的作用，已通过接触区域的轮胎外胎面将受到压缩的作用。因此，当轮胎外胎面通过接触区域时，机轮的刹车作用将其拉伸、恢复、压缩。结合力阻碍轮胎外胎面的变形，并使接触区域的外胎面紧紧的粘住跑道表面，于是在接触区域内就产生了沿速度方向的切向应力。接触区域内所产生切向应力的大小和方向由自由滚动机轮产生的切向应力和因刹车作用引起的额外应力合成的应力而定。接触区域内应力的分布依赖于和轮胎、跑道相关的很多变量。

如果跑道上存有积水，当轮胎以比较快的速度滑过接触区域时，便不能将轮胎与跑道接触区域内的水迅速排走。从而轮胎位于接触区域的水膜上方，轮胎与跑道之间的结合系数急剧减小，飞机的滑行方向有可能失控。这就是滑水现象。发生滑水现象时飞机的最小滑行速度称为临界滑水速度。滑移率为 1 时，即抱死的机轮更容易发生滑水现象。由于滑水现象对飞机的安全有极大的危害，应尽量避免或减少滑水现象发生的可能性。减少滑水现象的方法分为两类^[23]：主动法和被动法。主动法就是主动改变飞机的参数，比如轮胎的充气压力和飞机着陆速度，使飞机的着陆速度小于临界滑水速度。被动法就是在跑道表面挖掘一定尺寸的横向沟槽，以便及时排出跑道上的积水，或在轮胎外表面做周向沟槽，及时驱走轮胎与跑道接触区域内的积水。

3.3 摩擦系数的影响因子

飞机轮胎与跑道表面之间的摩擦系数通常称为结合系数或附着系数。当轮胎在跑道上滚动或轮胎抱死滑动时，轮胎相对于跑道运动或有运动趋势，跑道表面会对轮胎产生摩擦力，其大小等于轮胎的法向载荷乘以轮胎与跑道之间的摩擦系数。摩擦力的大小将直接影响飞机在地面滑跑过程中的稳定性，比如飞机在制动时施加的刹车压力就与结合系数直接相关，刹车压力过小制动效果会不理想，刹车压力过大又容易引起机轮抱死，导致轮胎快速磨损，甚至导致事故发生。因此，对飞机轮胎和跑道之间的结合系数进行研究很有必要。

飞机轮胎与跑道地面之间的结合系数与飞机速度、轮胎滑移率、垂直载荷、轮胎侧倾角、滑移角、轮胎的新旧程度、轮胎的纹路形式、跑道状况(干跑道、湿跑道、冰雪跑道)等很多因素有关。在飞机重量一定的情况下，飞机速度和轮胎滑移率是影响结合系数的重要因素^[24]。轮胎滑移率模型是建立飞机防滑刹车系统的基础。

轮胎的滑移率定义公式如下^[25]：

$$\lambda = \frac{V - r \cdot \omega}{V} \quad (3.1)$$

当飞机的速度一定时，轮胎和跑道之间的结合系数与轮胎滑移率的关系如图 3.1 所示，图 3.1 中横坐标为轮胎的滑移率，纵坐标为结合系数。

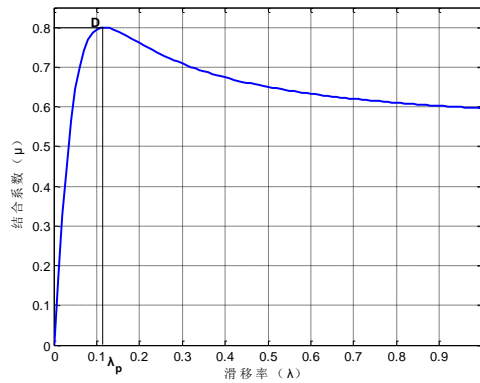


图 3.1 结合系数与轮胎滑移率的关系图

轮胎和跑道地面之间的结合系数与很多变量成函数关系，其中其与滑移率的模型表达式为：

$$\mu = f(\beta, F, \lambda, v, \sigma)。$$

式中， μ -结合系数， β -轮胎侧偏角， F -作用于轮胎上的垂直载荷， λ -轮胎滑移率， v -飞机速度， σ -跑道表面条件系数。

基于滑移率求解结合系数常用轮胎的魔术公式，以 Pacejka 魔术公式为基础的轮胎和跑道之间的结合系数与轮胎滑移率的关系可表示成如式 (3.2) 所示^[26]：

$$\mu = \tilde{D} \cdot \sin\{C \cdot \arctan[(1-E) \cdot B\lambda + E \cdot \arctan(B \cdot \lambda)]\} \quad (3.2)$$

式中, B -刚度因子, C -波形因子, \tilde{D} -峰值因子, E -曲率因子。

工程试验中, 曲率因子在 1 附近波动, 主要影响摩擦系数曲线的弯曲程度, 故取 $E=1$, 公式 (3.2) 可简化为:

$$\mu = \tilde{D} \cdot \sin[C \arctan(B \cdot \lambda)] \quad (3.3)$$

式 (3.3) 中参数 B 、 C 、 \tilde{D} 均大于零。通过确定每个参数的取值范围加以限制, 就可以减少迭代运算的次数, 减少计算工作量, 给应用带来方便。

为求解基于魔术公式的结合系数, 深入研究结合系数 μ 和峰值因子 \tilde{D} 、形状因子 C 、刚度因子 B 的关系。

3.3.1 峰值因子 \tilde{D} 对摩擦系数的影响

不同峰值因子 \tilde{D} 对结合系数 μ 的影响图 3.2 所示:

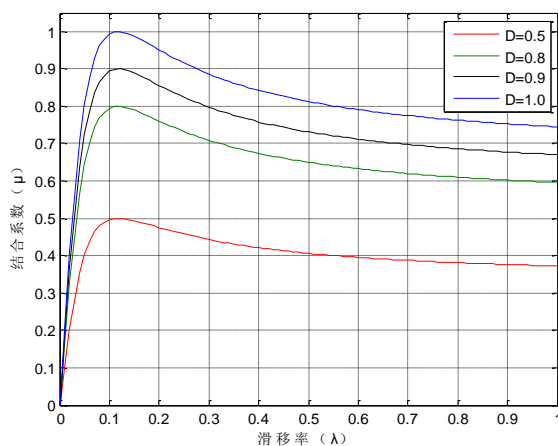


图 3.2 不同峰值因子下 $\mu-\lambda$ 曲线

与峰值因子 \tilde{D} 相关的主要因素有: 作用于轮胎上的垂直载荷 F 、机轮侧偏角 β 、飞机速度 v 和跑道表面条件系数 σ 。

$$\tilde{D} = f(F, \beta, v, \sigma)$$

表 3.1 给出了不同跑道条件下结合系数峰值 μ_{\max} 的范围, 即 \tilde{D} 的范围。

表 3.1 不同跑道条件下的峰值因子

跑道条件	干跑道	湿跑道	冰雪跑道
\tilde{D}	0.85~0.98	0.62~0.85	0.1~0.2

从表 3.1 中可以看出, 在干跑道上轮胎具有较大的结合系数, 冰雪跑道的结合系数很小。

当同一架飞机在同一跑道上滑跑时, 跑道路面条件变化较小, 机轮的侧偏角 β 又是一个变化量较小的值, 可近似忽略轮胎侧偏角 β 对峰值因子 \tilde{D} 的影响, 因此飞机速度的变化主要引起峰值因子 \tilde{D} 发生较大变化。下面以飞机在干跑道上的滑跑为例进行分析。飞机不同速度时, 轮

胎和跑道间的结合系数与轮胎滑移率之间的关系曲线可以根据试验数据进行拟合得到。根据文献[27]中描述,可得如下不同速度($v_1(16\text{km/h}) < v_2(32\text{km/h}) < v_3(48\text{km/h})$)下的 $\mu-\lambda$ 曲线,如图3.3所示。

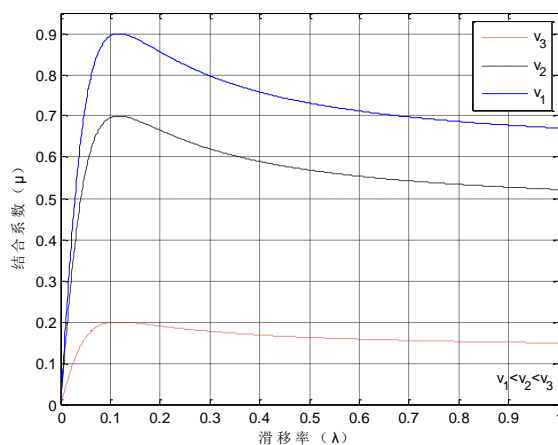


图 3.3 不同速度下的 $\mu-\lambda$ 曲线

从图 3.3 中可以看出,随着飞机速度的增加,轮胎与跑道间结合系数的峰值点 λ_p 将向滑移率小值的方向移动。参考文献[28]可知,不同速度下对应的最佳滑移率值如表 3.2 所示。

表 3.2 不同速度下的 $\tilde{D}-\lambda_p$ 关系表

$v/(\text{km/h})$	8	16	32	48	64	96
\tilde{D}	1.04	1.02	0.97	0.95	0.92	0.86
λ_p	0.34	0.28	0.20	0.18	0.17	0.14

根据表 3.2 中的试验数据,将上述数据拟合成一阶多项式,拟合图形如图 3.4 所示。

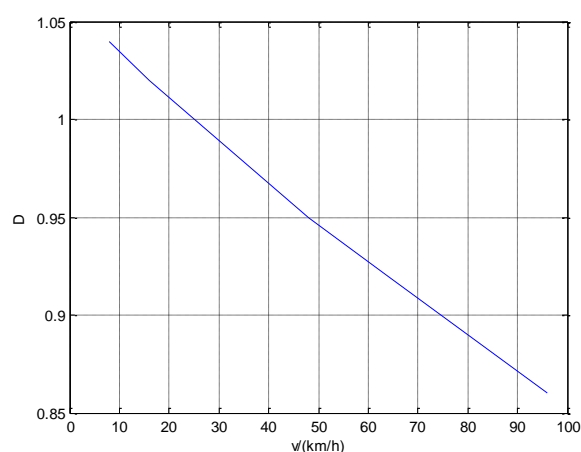


图 3.4 不同速度下的 $\tilde{D}-v$ 曲线

从图 3.4 中的拟合曲线可以看出,结合系数的峰值因子 \tilde{D} 与飞机速度 v 之间的关系近似为

线性的。即： $\tilde{D} = k \cdot v + \tilde{D}_0$ 。从试验数据中得到的 \tilde{D} 与 v 的线性关系如公式 (3.4) 所示：

$$\tilde{D} = -0.002 \cdot v + 1.0483 \quad (3.4)$$

根据上式我们可以看出，只要测出飞机在跑道上的滑跑速度，就可以大致求出当时结合系数的峰值因子 \tilde{D} 。

3.3.2 形状因子 C 对摩擦系数的影响

不同跑道条件下的形状因子 C 如表 3.3 所示。

表 3.3 不同跑道条件下的形状因子

跑道条件	干跑道	湿跑道	冰雪跑道
C	1.65	1.60	1.45

结合不同跑道条件下的形状因子可知，跑道条件越好，结合系数的形状因子越大；在不同形状因子下，滑移率在峰值点 λ_p 左侧时，结合系数变化较大，滑移率在峰值点 λ_p 右侧时，结合系数较稳定。

3.3.3 刚度因子 B 的确定

通过魔术公式的迭代可以得到刚度因子 B 的表达式如式 (3.5) 所示：

$$B = \frac{\tan\left(\frac{\pi}{2C}\right) \cdot [(1-E) \cdot \lambda_p]}{[(1-E) \cdot \lambda_p]^2 - E \cdot \arctan(B \cdot \lambda_p)} \quad (3.5)$$

3.4 摩擦系数 μ 的计算

飞机轮胎在跑道上滑跑时，会受到来自地面的纵向摩擦力和侧向摩擦力的作用，纵向摩擦力和侧向摩擦力的计算方法分别是由轮胎所受的垂直载荷与轮胎纵向摩擦系数和轮胎侧向摩擦系数的乘积。一般情况下，这两个摩擦系数不会是同一个常量，它们受到许多因素的影响，包括跑道表面条件系数、轮胎结构特性、不同的外界环境条件、轮胎侧偏角和由于刹车系统制动产生的轮胎滑移率的大小等。由于在相同的跑道环境对同架无人机进行滑跑试验，跑道表面条件系数、轮胎结构特性和外界环境条件变化不大，主要突出了轮胎滑移率对纵向摩擦系数的影响，轮胎侧偏角对侧向摩擦系数的影响。飞机在跑道上滑跑时，机轮可能会出现三种状态：第一种是全滚动状态，即机轮和飞机机体具有相同的速度，机轮没有受到任何制动而完全自由的在跑道上滚动。第二种是纯滑动状态，此时机轮被抱死，轮胎将会急剧磨损，引起爆胎或脱胎事故，需要尽力避免这种情况的出现。第三种是机轮滚动与滑动同时存在，即我们通常所说的刹车系统工作状态，飞机刹车时会使得机轮的转动速度与轮轴的前向速度不相同，轮胎将会发生滑移，而且轮胎与地面之间的摩擦系数会不断地变化。在轮胎内压一定的情况下，摩擦系数 μ

主要由轮胎滑移率和轮胎侧偏角决定,下面分别进行轮胎纵向摩擦系数与侧向摩擦系数的求取。

3.4.1 纵向摩擦系数的计算

由 3.3 节可知,纵向摩擦系数与滑移率是非线性关系,当轮胎滑移率为 0 时,即纯滚动状态时,纵向摩擦系数即为滚动摩擦系数;随着滑移率的增加轮胎的纵向摩擦系数开始增加,当滑移率达到峰值点 λ_p 后,轮胎纵向摩擦系数达到最大值 μ_{\max} ;当 $\lambda > \lambda_p$,纵向摩擦系数随着轮胎滑移率的增加迅速减小,最终机轮被刹死,进入纯滑动状态,此时轮胎的滑移率为 1,摩擦系数变为滑动摩擦系数 μ_{slide} 。通常我们可以通过试验得到大量数据,仿真时可以通过二维表格的插值得到不同轮胎滑移率与飞机速度对应的纵向摩擦系数,也可以通过二次曲线拟合的方式得到纵向摩擦系数与速度及轮胎滑移率的关系曲线^[29]。

二维表格的插值需要有大量的试验数据,但为了在初期搭建模型并进行仿真测试,这里参考在飞机速度一定的情况下轮胎纵向摩擦系数与滑移率关系的经验公式^[29]:

$$\mu = D \cdot \sin[C \arctan(B \cdot \lambda)] \quad (3.6)$$

式中 B 、 C 、 D 定义与 3.3 节相同,均大于 0, $D = \mu_{\max}$ 。

如果知道 λ_p 、 μ_{slide} 、 μ_{\max} 的计算方法就可以通过数值计算的方法解出上式 B 、 C 、 D 三个参数,而 λ_p 、 μ_{slide} 、 μ_{\max} 与飞机的速度以及跑道表面条件系数有关,因此 μ_{\max} 、 λ_p 、 μ_{slide} 是飞机速度和轮胎压力的函数。

根据滑行试验^[30],得到轮胎在某具体跑道上的 μ_{\max} 和 μ_{slide} 表达式,如下所示:

干燥路面:

$$\mu_{\max} = 0.912(1 - 0.0011p) - 0.00079v \quad (3.7)$$

$$\mu_{\text{slide}} = \begin{cases} \frac{48.1}{50.2 + v} \mu_{\max} & v < 170 \text{ km/h} \\ 0.31 \mu_{\max} & v > 170 \text{ km/h} \end{cases} \quad (3.8)$$

上式中: p 为轮胎压力, v 为飞机速度。

潮湿路面:

$$\mu_{\max} = \begin{cases} (0.91 - 0.001p)(1 - 0.0052v) & v < 224 \text{ km/h} \\ 0.265(0.91 - 0.001p) & v > 224 \text{ km/h} \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\mu_{\text{slide}} = \frac{23.2 - 0.0031p}{26.5 + v} \quad (3.10)$$

λ_p 的表达式为:

$$\lambda_p = c_0 v^3 + c_1 v^2 + c_2 v + c_3 \quad (3.11)$$

式中: c_0 、 c_1 、 c_2 、 c_3 为四个跑道表面条件变化系数,可由试验来确定。

飞机速度一定的情况下,根据得到的 μ_{\max} 、 μ_{slide} 、 λ_p 得到纵向摩擦系数与轮胎滑移率的表

达式函数，如下所示：

干燥跑道：

$$\mu = 0.8 \sin(1.5344 \arctan(14.032\lambda)) \quad (3.12)$$

积水跑道：

$$\mu = 0.4 \sin(2.0192 \arctan(8.209\lambda)) \quad (3.13)$$

冰雪跑道：

$$\mu = 0.2 \sin(2.0875 \arctan(7.202\lambda)) \quad (3.14)$$

样例无人机地面滑跑只在干燥跑道上进行试验，为了简化轮胎纵向摩擦系数的解算，近似认为纵向摩擦系数只与滑移率有关。所以只要求出飞机各机轮的纵向滑移率,就可以求出各轮的纵向摩擦系数。

3.4.2 侧向摩擦系数的计算

轮胎的侧向摩擦系数是侧向刚度，垂直负载，机轮侧偏角等变量的非线性函数，侧向刚度和垂直载荷相对于侧偏角对侧向摩擦系数的影响较小，因此本文主要考虑侧向摩擦系数与轮胎侧偏角的非线性关系。

为了建立轮胎与跑道之间的侧向摩擦系数模型，必须求出轮胎在地面上运动时的机轮侧偏角。轮胎的行驶方向与轮胎平面中心线之间的夹角称为轮胎的侧偏角，定义轮胎的行驶方向位于轮胎平面右边时机轮侧偏角为正。

各轮胎的侧偏角示意如图 3.5 所示，图中 a_n 为前轮到飞机重心投影的距离， a_m 为主轮到飞机重心投影的距离， b_w 为主轮之间的水平距离。

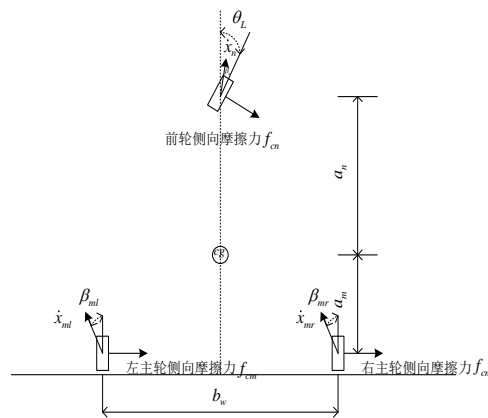


图 3.5 各轮胎侧偏角示意图

在稳定坐标系中，将地速 \vec{V}_g 进行分解：

$$\begin{bmatrix} v_{sx} & v_{sy} & v_{sz} \end{bmatrix} = M_{sg} \vec{V}_g \quad (3.15)$$

式中： v_{sx} 、 v_{sy} 、 v_{sz} 为飞机地速在稳定坐标系中沿各坐标轴的分量， M_{sg} 为地面坐标系转换到稳定坐标系的转换矩阵。

对于主轮,由于其在机体坐标系中的偏转角 θ_L 始终为 0，左主轮的侧偏角 β_{ml} 和右主轮侧偏角 β_{mr} 可分别由地速 \vec{V}_g 在稳定坐标轴的分量计算。

左主轮侧偏角：

$$\beta_{ml} = \arctan\left(\frac{v_{sy} - r \cdot a_m}{v_{sx} + r \cdot b_w / 2}\right) \quad (3.16)$$

右主轮侧偏角：

$$\beta_{mr} = \arctan\left(\frac{v_{sy} - r \cdot a_m}{v_{sx} - r \cdot b_w / 2}\right) \quad (3.17)$$

设在前轮控制输入下，前轮相对机体偏转角为 θ_L ，则前轮侧偏角可表示为：

$$\beta_n = -\theta_L + \arctan\left(\frac{v_{sy} + r \cdot a_m}{v_{sx}}\right) \quad (3.18)$$

求出各机轮的侧偏角后，下面可根据机轮侧偏角求解轮胎的侧向摩擦系数，我们可以采用下面的各项经验公式来进行求解：

$$K_\beta = 31.3w^2(p + 0.44p_r)(1 - 3.17 \frac{N}{pd\sqrt{wd}}) \frac{N}{pd\sqrt{wd}} \quad (3.19)$$

式中： K_β 为侧偏刚度； p 为轮胎压力； p_r 为轮胎额定压力； d 为轮胎直径； w 为轮胎宽度； N 为轮胎垂直载荷。

$$\phi = \frac{K_\beta \psi}{\mu_{\psi_{\max}} N} \quad (3.20)$$

式中： ψ 为轮胎侧偏角； $\mu_{\psi_{\max}}$ 为最大侧向摩擦系数。

其中干燥路面情况下：

$$\mu_{\psi_{\max}} = \mu_{\max} \quad (3.21)$$

将式 (3.19) 和式 (3.21) 带入式 (3.20) 中，可求出 ϕ 。

轮胎侧向摩擦系数 μ_ψ 的表达式为：

$$\mu_\psi = \begin{cases} \mu_{\psi_{\max}} |\phi - 0.1481\phi^3| & |\phi| < 1.5 \\ \mu_{\psi_{\max}} & |\phi| > 1.5 \end{cases} \quad (3.22)$$

将式 (3.20) 和式 (3.21) 带入式 (3.22) 中，即可求出轮胎的侧向摩擦系数 μ_ψ 。

因此应用上述的经验公式式 (3.19)、式 (3.20)、式 (3.21) 以及式 (3.22) 即可求出各轮的侧向摩擦系数。

3.5 本章小结

本章首先分析了轮胎与跑道之间摩擦力的产生种类和机制；分析了以 Pacejka 魔术公式为基础的轮胎和跑道之间的结合系数的其影响因子 \tilde{D} 、 C 和 B ；最后基于 Pacejka 魔术公式确定了纵向摩擦系数和侧向摩擦系数的计算方法：即用机轮的滑移率的非线性公式求解轮胎的纵向摩擦系数，用轮胎的侧偏角的非线性经验公式求解机轮的侧向摩擦系数。为后续飞机地面模型里的轮胎模型的建立和轮胎摩擦力求解提供了计算方法和依据。

第四章 起落架和轮胎模型

4.1 引言

飞机在跑道上滑跑与空中飞行不同之处在于飞机在跑道上滑跑时除受到气动力外，还会受到很强烈的地面作用力。飞机在地面滑跑时地面作用力通过轮胎和起落架进行传递，因此建立较为准确的起落架模型和轮胎模型是建立完善的飞机地面滑跑模型的前提和基础。本章主要介绍和建立飞机的起落架模型和轮胎模型，为后续的飞机滑跑模型的建立做好准备。

4.2 起落架模型

4.2.1 支柱式起落架

起落架是飞机的重要组成部分，其重量大约占飞机整体结构重量的 15%~20%。起落架与跑道之间的作用力是无人机完成地面滑跑的前提，起落架的性能与无人机地面滑跑性能息息相关。飞机上安装起落架的目的有两个：一个是快速吸收并耗散飞机着陆时垂直速度所产生的动能；第二个是保证飞机能够自如、准确而又稳定的完成在地面上的各种动作^[30]。

起落架连接飞机机体机翼和轮胎，帮助飞机完成各种地面任务。基本功能为：支撑机体与机翼，使其可放置地面；通过起落架的缓冲器吸收飞机着陆时的撞击能量；通过起落架的机轮吸收水平方向上的能量；为地面操纵提供附件；改变飞机的气动力等。

支柱式起落架是现代飞机广泛采用的起落架形式。样例无人机的起落架为支柱式起落架，其结构示意图如图 4.1 所示。

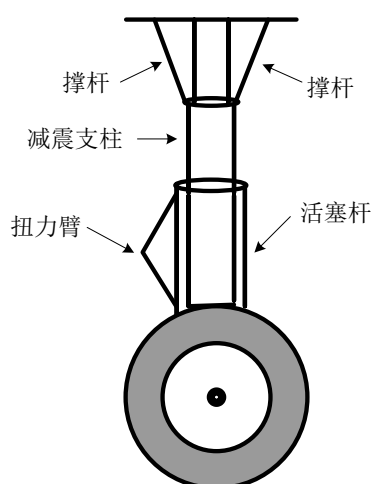


图 4.1 支柱式起落架结构示意图

如图 4.1 所示，起落架主要由减震支柱、扭力臂、撑杆、机轮等组成^[31]。飞机在跑道上运

动时，地面对飞机的作用力是通过飞机起落架传递到机体上的。因此建模时应重点考虑飞机滑跑过程中起落架垂直方向的动态变化过程对飞机机体的影响作用，认为水平方向上起落架与飞机机体刚性连接。起落架在飞机起降过程中对飞机起支撑和缓冲的作用，用来改善飞机的垂直方向和纵向的受力情况^[32]。

在建立起落架的数学模型时，支柱起落架为刚性，水平方向形变很小，受力相对于垂直方向可以近似忽略。在起落架模型建立的初期，本文主要考虑起落架缓冲器垂直方向上的力的作用情况，建立起落架缓冲器的垂直方向上的动态特性模型。根据样例无人机地面滑跑过程的实际情况，在起落架建模时还作了如下的假设：

(1) 不考虑轮胎的扭转方向上的运动；

(2) 假定地面结合力对起落架的横向刚度不产生影响，忽略起落架在刹车系统制动过程中产生的水平位移和角位移，即不考虑起落架的“走步现象”。

4.2.2 起落架的缓冲器模型

为了避免飞机着陆或滑跑过程中由撞击引起的冲击力对飞机机体造成损坏，飞机的起落架一般均装有缓冲器。

飞机起落架缓冲器种类很多，油气式缓冲器由于其高效率和高能量吸收能力被飞机上广泛采用。油气式缓冲器从结构和原理上它可以划分为单腔式缓冲器和双腔式缓冲器两大类型。典型的单腔式油气缓冲器的结构图如图 4.2 所示，主要包括空气腔、主油腔、主油孔、回油腔、回油孔。正行程时，起落架缓冲器在外力作用下受到压缩，空气腔被压缩，将一部分动能转化为压缩能，同时，油液流过主油孔进入回油腔，当油液流过后油孔时，形成较大的阻尼作用，将部分动能转化为热能消耗掉，当缓冲器所受外力与缓冲力达到平衡时则进入反行程，压缩的气体开始释放它所存储的能量，空气腔膨胀，油液从回油孔腔流出，从主油孔返回主油腔，此过程中一些回油孔被游动的活塞门盖住，增大了油孔的阻尼，使存储的能量基本上都转换成热能传播到了空气中去。

缓冲器吸收了飞机在着陆撞击或在凹凸不平跑道上高速运行时产生能量的约 80%~90%，其余能量由轮胎和机体结构吸收。一次正行程的时间大约为 0.8 秒。

以单腔式油气缓冲器为例，对其进行受力分析。单腔式油气缓冲器的结构图如图 4.2 所示。

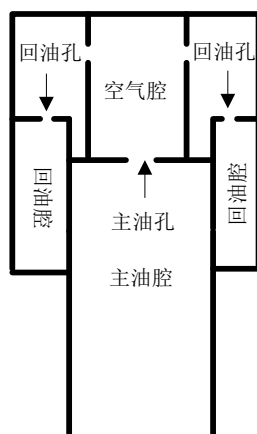


图 4.2 单腔式油气缓冲器的结构图

单腔式油气缓冲器的受力分析如图 4.3 所示：

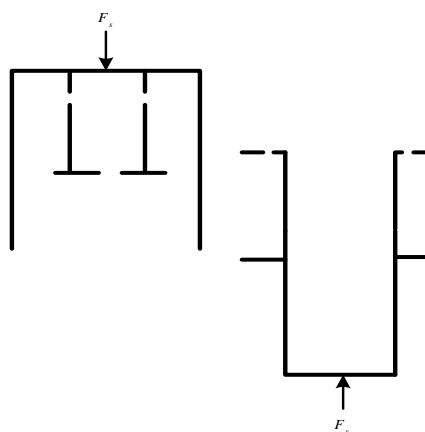


图 4.3 缓冲器受力分析

起落架缓冲器垂直方向上的运动特性，由缓冲器垂直方向上的受力分析可知：缓冲器支撑力 F_s 是空气弹簧力 F_a 、油液阻尼力 F_h 、结构限制力 F_l 和内部摩擦力 F_f 的合力。即：

$$F_s = F_a + F_h + F_l + F_f \quad (4.1)$$

下面对起落架缓冲器垂直方向上的各力进行分析，得出各力的计算表达式。

(1) 空气弹簧力 F_a

对于单腔式起落架缓冲器，由于油液体积的改变相对于空气腔小很多，油液的体积变化可忽略不计；起落架的腔体为金属刚体不需考虑缓冲器腔体的体积膨胀，那么空气弹簧力的表达式为：

$$F_a = \left[P_{Air0} \left(\frac{V_{Air0}}{V_{Air0} - A_{Air} S} \right)^\gamma - P_{AMB} \right] A_{Air} \quad (4.2)$$

式中： P_{Air0} 为空气腔初始压力； V_{Air0} 为空气腔初始体积； A_{Air} 为空气腔内横截面积； S 为缓冲器行程； P_{AMB} 为大气压力； γ 为气体多变指数。

(2) 油液阻尼力 F_h

油液阻尼力的公式为：

$$F_h = \frac{\rho A_{fo}^3 \dot{S}}{2C_d^2 A_{ori}^2} |\dot{S}| \quad (4.3)$$

式中： ρ 为油液密度； A_{fo} 为油液腔内横截面积； C_d 为油液压缩系数，一般取 0.8~0.9； A_{ori} 为油孔面积； \dot{S} 为缓冲器行程速率。

(3) 结构限制力 F_l

结构限制力的表达式为：

$$F_l = \begin{cases} K_{sp} S & S < S_0 \\ 0 & S_0 \leq S \leq S_{\max} \\ K_{sp} (S - S_{\max}) & S \geq S_{\max} \end{cases} \quad (4.4)$$

式中： K_{sp} 为缓冲器轴向拉压刚度； S_0 为缓冲器初始行程； S_{\max} 为缓冲器最大行程。

(4) 内部摩擦力 F_f

内部摩擦力的表达式为：

$$F_f = \pi \mu_b D_b H_b \left[P_{Air0} \left(\frac{V_{Air0}}{V_{Air0} - A_{Air} S} \right)^\gamma - P_{AMB} \right] \frac{\dot{S}}{|\dot{S}|} \quad (4.5)$$

式中： μ_b 为缓冲器内摩擦系数； D_b 为轴套直径； H_b 为轴套高度。

起落架缓冲器对机体的支撑力就是上面四个力的合力。由上面力的表达式可知，起落架缓冲器的支撑力可以表示为缓冲器压缩的行程以及压缩速率的函数。在气体等温压缩的条件下，可以将缓冲器的数学模型简化为质量弹簧阻尼系统^[33]，简化的起落架缓冲器模型如图 4.4 所示：

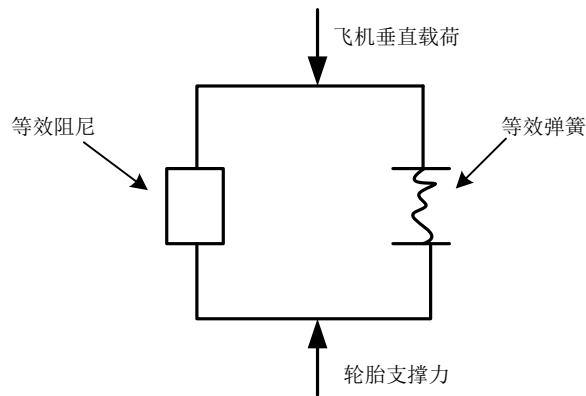


图 4.4 起落架缓冲器简化模型

建立的缓冲器模型，其受力应遵循质量弹簧阻尼系统的数学关系式，从而得到缓冲器作用在机体上的支撑力为：

$$F_s = K_g Z_1 + C_g \dot{Z}_1 \quad (4.6)$$

式中： F_s 为起落架缓冲器对机体的支撑力； K_g 为缓冲器等效弹簧刚度； C_g 为缓冲器等效阻尼系数； Z_1 为缓冲器的压缩量； \dot{Z}_1 为缓冲器的压缩速率。

通过建立的起落架缓冲器模型的数学关系式可以分别求得各个起落架缓冲器对机体的支撑力。设前起落架缓冲器和左右主起落架缓冲器对机体的支撑力分别为 F_{sn} 、 F_{sml} 和 F_{smr} 。

以地面坐标系为参考系，起落架缓冲器对机体的支撑力为：

$$\vec{F}_s = [F_{sx} \quad F_{sy} \quad F_{sz}]^T = [0 \quad 0 \quad -(F_{sn} + F_{sml} + F_{smr})]^T \quad (4.7)$$

式中： F_{sx} 、 F_{sy} 、 F_{sz} 为起落架缓冲器的支撑力在地面坐标系中的各轴向分量。

以机体坐标系为参照系，起落架缓冲器对机体的支撑力矩为：

$$\vec{M}_{F_s} = \begin{bmatrix} M_{F_sx} \\ M_{F_sy} \\ M_{F_sz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_{sml} - F_{smr}) \cdot b_w / 2 \\ F_{sn} \cdot a_n - (F_{sml} + F_{smr}) \cdot a_m \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

式中： b_w 为主轮距； a_n 为前轮到飞机重心投影的水平距离； a_m 为主轮到飞机重心投影的水平距离； M_{F_sx} 、 M_{F_sy} 、 M_{F_sz} 为起落架缓冲器支撑力矩在机体坐标系中各轴向的分量。

4.3 轮胎模型

轮胎作为跑道与飞机起落架之间作用力相互传递的媒介，在地面坐标系中，作用于轮胎上的力传递到机轮轴（机轮轴坐标系与机体坐标系平行）上，然后通过起落架的缓冲器传递到起落架与机体的连接处。飞机轮胎在地面上运动时，会受到很多不同的力的作用，包括纵向摩擦力、侧向摩擦力以及地面的支撑力等。会产生各种形变，包括纵向和侧向的形变。无人机地面滑跑阶段时间短，可忽略在此过程中引起的轮胎气体温度变化，参考起落架的建模，在气体等温压缩的理想条件下，可以将轮胎模型等效成质量弹簧阻尼系统^[34]，刚度系数和阻尼系数可分别由轮胎试验确定。则轮胎所受力的数学模型可由下式计算：

$$N = K_\delta \Delta\delta + C_\delta \Delta\dot{\delta} \quad (4.9)$$

式中： N 可以为地面对轮胎的支撑力、侧向摩擦力和纵向摩擦力； K_δ 为轮胎的等效刚度系数； C_δ 为轮胎的等效阻尼系数； $\Delta\delta$ 为轮胎压缩量； $\Delta\dot{\delta}$ 为轮胎的压缩速率。

对于给定的飞机轮胎来说，其轮胎的刚度系数和阻尼系数并不是一定的，刚度系数受轮胎的变形、激振频率和轮胎气压的影响，阻尼系数受轮胎的振动速度、激振频率和轮胎气压的影响。由于气体的压缩性，轮胎的弹簧刚度系数和阻尼系数均具有非线性。轮胎的刚度系数随着形变的增大而增大，随着激振频率的增大而减小。阻尼系数随形变速度的增大而增大，随激振频率的增大而减小。另外阻尼系数的非线性比刚度系数的非线性要大得多，轮胎在高频振动的

情况下可忽略阻尼系数的作用。由于轮胎本身的固有特性，即轮胎具有粘性阻尼作用以吸收能量，因此轮胎等效刚度系数和轮胎等效阻尼系数与能承受的最大吸收功量、最大压缩力、最大压缩量等参量相关，根据经验公式有^[35]：

$$K_{\delta} = \frac{6A_{\max}}{D_{elt}^2} - \frac{2P_{\max}}{D_{elt}} \quad (4.10)$$

$$C_{\delta} = \frac{6A_{\max}}{D_{elt}^3} - \frac{3P_{\max}}{D_{elt}^2} \quad (4.11)$$

式中： D_{elt} 为轮胎最大允许压缩量； A_{\max} 为轮胎允许吸收的最大功量； P_{\max} 为轮胎最大压缩力。

公式（4.9）用来求取地面对轮胎的支撑力，而地面对轮胎的纵向摩擦力和侧向摩擦力可以表示为地面对轮胎的支撑力与纵向摩擦系数以及侧向摩擦系数的乘积。下面根据摩擦力与支撑力和摩擦系数的关系求解地面对轮胎的纵向摩擦力和侧向摩擦力。

（1）轮胎纵向摩擦力的解算：

地面对飞机前轮、左主轮以及右主轮的支撑力分别为 P_n 、 P_{ml} 和 P_{mr} ，飞机各轮与跑道之间的纵向摩擦系数为 μ_n ， μ_{ml} ， μ_{mr} ，则各轮所受到的纵向摩擦力分别为：

$$Q_n = \mu_n P_n \quad (4.12)$$

$$Q_{ml} = \mu_{ml} P_{ml} \quad (4.13)$$

$$Q_{mr} = \mu_{mr} P_{mr} \quad (4.14)$$

式中： Q_n ， Q_{ml} ， Q_{mr} 分别是飞机前轮、左主轮以及右主轮所受到的纵向摩擦力。

（2）轮胎侧向摩擦力的解算：

飞机各轮与跑道之间的侧向摩擦系数为 $\mu_{\psi n}$ 、 $\mu_{\psi ml}$ 和 $\mu_{\psi mr}$ ，因此，飞机各轮所受到地面的侧向摩擦力分别为：

$$F_n = \mu_{\psi n} P_n \quad (4.15)$$

$$F_{ml} = \mu_{\psi ml} P_{ml} \quad (4.16)$$

$$F_{mr} = \mu_{\psi mr} P_{mr} \quad (4.17)$$

式中： F_n ， F_{ml} ， F_{mr} 分别为前轮、左主轮以及右主轮所受到地面的侧向摩擦力。

以稳定坐标系为参考系，如图 3.5 所示地面作用在飞机机轮上的合力 \vec{f} 为：

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} P_{fx} \\ P_{fy} \\ P_{fz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_n \sin \theta_L - Q_n \cos \theta_L - Q_{ml} - Q_{mr} \\ F_n \cos \theta_L - Q_n \sin \theta_L + F_{ml} + F_{mr} \\ -(P_n + P_{ml} + P_{mr}) \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

式中： P_{fx} 、 P_{fy} 、 P_{fz} 分别为地面对各个轮胎作用的合力在稳定坐标系中的分量。

以机体坐标系为参照系，地面作用在机轮上的合力矩 \vec{M}_f 为：

$$\vec{M}_f = \begin{bmatrix} M_{fx} \\ M_{fy} \\ M_{fz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(F_n \cos \theta_L - Q_n \sin \theta_L) \cdot h_1 - (F_{ml} + F_{mr}) \cdot h_2 + 1/2 \cdot (P_{ml} - P_{mr}) \cdot b_w \\ -(F_n \sin \theta_L + Q_n \cos \theta_L) \cdot h_1 - (Q_{ml} + Q_{mr}) \cdot h_2 + P_n a_n - (P_{ml} + P_{mr}) \cdot a_m \\ -(F_{ml} + F_{mr}) \cdot a_m + (F_n \cos \theta_L - Q_n \sin \theta_L) \cdot a_n + 1/2 \cdot (Q_{mr} - Q_{ml}) \cdot b_w \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

式中： h_1 为前轮胎到飞机水平基准线的距离； h_2 为主轮胎到飞机水平基准线的距离。 M_{fx} 、 M_{fy} 、 M_{fz} 分别为地面对各机轮作用的合力矩在机体坐标系中的各分量。

4.4 起落架缓冲系统模型

通常起落架缓冲器模型和轮胎缓冲器模型构成的系统称为起落架缓冲系统模型。起落架缓冲器模型和轮胎模型是起落架缓冲系统的两个重要的组成部分，它们构成了起落架缓冲系统。在气体等温压缩的理想条件下，起落架缓冲器模型和轮胎的模型都简化为质量弹簧阻尼系统，这样起落架缓冲系统模型就可以等效为如图 4.5 所示的双弹簧阻尼系统。

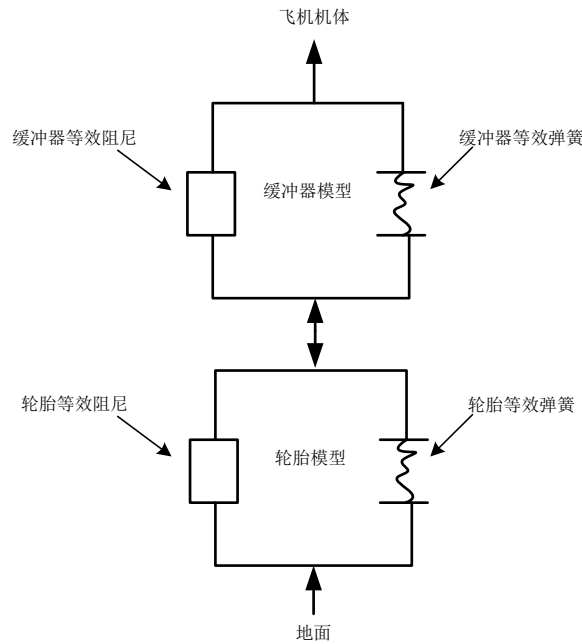


图 4.5 起落架双弹簧系统等效模型

由图 4.5 可知，地面对轮胎的支撑力不直接作用到飞机的机体上，而是经过起落架缓冲器的传递，作用在机体上的支撑力和力矩为起落架缓冲器对它的支撑力和力矩。

因此在地面坐标系中，地面对飞机的合力 \vec{F}_t 表示为：

$$\vec{F}_t = \begin{bmatrix} F_{tx} & F_{ty} & F_{tz} \end{bmatrix}^T = \vec{F}_s + M_{gs} \vec{f}_1 \quad (4.20)$$

式中： F_{tx} 、 F_{ty} 、 F_{tz} 为地面对飞机作用的合力在地面坐标系中的各分量； \vec{F}_s 为起落架缓冲器对飞机的支撑力； \vec{f}_1 为经过起落架缓冲器传递的地面对飞机作用的摩擦力。

其中：

$$\vec{f}_1 = \begin{bmatrix} P_{f_1x} \\ P_{f_1y} \\ P_{f_1z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_n \sin \theta_L - Q_n \cos \theta_L - Q_{ml} - Q_{mr} \\ F_n \cos \theta_L - Q_n \sin \theta_L + F_{ml} + F_{mr} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

在机体坐标系中，地面对飞机的合力矩 \vec{M}_t 表示为：

$$\vec{M}_t = \begin{bmatrix} M_{tx} & M_{ty} & M_{tz} \end{bmatrix}^T = \vec{M}_{F_s} + \vec{M}_{f_1} \quad (4.22)$$

式中： M_{tx} 、 M_{ty} 、 M_{tz} 为地面对飞机作用的合力矩在机体坐标系中的各分量； \vec{M}_{F_s} 为起落架缓冲器对飞机作用的支撑力矩； \vec{M}_{f_1} 为经过起落架缓冲器的传递地面对飞机作用的摩擦力矩。

其中：

$$\vec{M}_{f_1} = \begin{bmatrix} M_{f_1x} \\ M_{f_1y} \\ M_{f_1z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(F_n \cos \theta_L - Q_n \sin \theta_L) \cdot h_1 - (F_{ml} + F_{mr}) \cdot h_2 \\ -(F_n \sin \theta_L + Q_n \cos \theta_L) \cdot h_1 - (Q_{ml} + Q_{mr}) \cdot h_2 \\ -(F_{ml} + F_{mr}) \cdot a_m + (F_n \cos \theta_L - Q_n \sin \theta_L) \cdot a_n \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

4.5 本章小结

本章建立无人机的起落架模型和轮胎模型，将起落架模型和轮胎模型合成起落架双弹簧系统等效模型，解算出飞机在跑道上滑跑时地面对飞机的力和力矩，为后续的地面模型的建立和仿真做好了准备工作。

第五章 轮式无人机地面滑跑模型

5.1 引言

无人机的地面滑跑过程是无人机执行任务过程中的一个十分重要的组成部分，无人机执行任务时起始于滑跑又终止于滑跑。在地面滑跑阶段，由于起落架和轮胎与地面的相互作用，无人机的地面滑跑的运动特性与空中飞行过程中的运动特性有很大的不同。由于跑道路面情况多变性以及起落架和轮胎特性的复杂性，无人机的地面滑跑阶段是一个飞行事故高发的阶段。因此建立无人机在这一阶段的数学仿真模型，对研究实现无人机的安全起飞着陆具有重要的意义。

5.2 轮式无人机地面滑跑的系统分析

无人机的地面滑跑模型是一个多体运动模型，可分为三部分：无人机机体和机翼的运动模型、起落架缓冲支柱的运动模型、机轮的运动模型，各模型均是非线性模型且各部分之间存在着强烈的耦合。分析飞机在地面滑跑过程中的受力情况，充分考虑到无人机各部分之间运动学特性和运力学特性，以及各部分之间的相互耦合作用，是建立较为准确的无人机地面滑跑数学模型的基础。如图 5.1 所示无人机在地面滑跑过程中，无人机机体（弹性支撑质量）受到重力、发动机的推力、空气动力和来自起落架系统的支撑力，起落架系统（非弹性支撑质量）受到无人机机体的压力，来自跑道的支撑力、纵向摩擦力和侧向摩擦力。

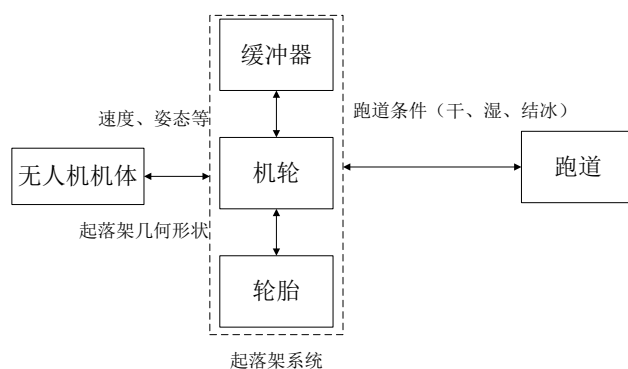


图 5.1 地面滑跑段动力学模型示意图

如图 5.2 所示，轮式无人机在地面滑跑阶段可划分为以下三个部分：①机翼与机身
②起落架缓冲器 ③轮胎

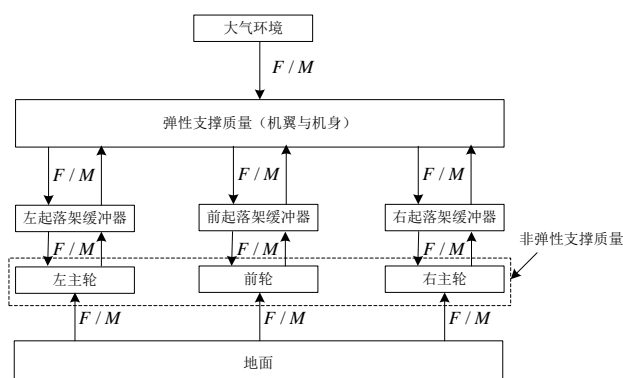


图 5.2 地面滑跑过程无人机各部分力学作用关系

根据无人机各部分的运动学特点，我们将无人机分为弹性支撑质量与非弹性支撑质量两个部分^[36]：

- （1）弹性支撑质量 m_s ：起落架缓冲器空气弹簧的上部质量，包括飞机机身、机翼、尾翼、缓冲器外筒等质量，即起落架空气弹簧所支撑的质量。
- （2）非弹性支撑质量 m_u ：起落架空气弹簧下部的质量，包括缓冲器活塞杆、刹车装置、轮胎等质量，即非空气弹簧所支撑的质量。

根据前面系统的分析可知，应该先对轮式无人机的机体（弹性支撑质量的主要部分）、起落架缓冲器、轮胎（非弹性支撑质量主要部分）三部分分开进行建模，最后再根据这三部分之间力与运动的关系，将它们组合成轮式无人机地面滑跑的整体模型。分开建模能充分反映起落架与轮胎的缓冲特性，能综合考虑各个部分的纵向与横向弹性形变，能比较真实地体现飞机地面滑跑时的运动过程。

5.3 轮式无人机运动模型的建立

轮式无人机的运动模型的建立分为弹性支撑质量模型和非弹性质量运动模型建立两部分。下面首先建立轮式无人机弹性支撑质量的运动模型。

5.3.1 弹性支撑质量模型

轮式无人机的弹性支撑质量是指通过起落架缓冲器支撑的部分，包括无人机机身、机翼、尾翼、缓冲器外筒等，其中无人机的机身和机翼是其主要部分。下面建立轮式无人机弹性支撑质量的运动模型。

在飞机建模过程中，为了模型的建立作如下假设^[37]：

- （1）飞机机体视为刚体，不考虑飞机弹性的影响，且质量为常数。
- （2）地面为惯性参考系，忽略地球自转和公转的影响，即视地球为静止的。
- （3）忽略地球曲率，采用“平板地球假设”。

(4) 由于研究无人机在地面滑跑的情况，高度变化不大，可以近似假设重力加速度不随飞行高度的变化而变化。

(5) 飞机是左右对称的面对称形体，不仅几何外形对称，而且内部质量分布亦对称，即惯性积 $I_{xy} = I_{zy} = 0$ 。

为了求解飞机的姿态、位置和速度等状态量，必须实时计算出无人机在地面滑跑过程中所受到的力和力矩。无人机在地面滑跑时飞机受到的力有重力，发动机推力，气动力（包括升力、阻力、侧力），地面对飞机的支撑力、侧向摩擦力和纵向摩擦力，和由以上各力产生的绕机体坐标系三轴的转动力矩。

(1) 重力

无人机所受的重力，在地面坐标系下表示为：

$$\vec{G} = [0 \quad 0 \quad mg]^T \quad (5.1)$$

由于重力的作用线通过飞机重心，所以重力相对于飞机重心产生的力矩为 0。

(2) 发动机的推力和力矩

发动机对无人机的推力，在机体坐标系下表示为：

$$\vec{T} = [P_{Tx} \quad P_{Ty} \quad P_{Tz}]^T = [T \cos \varphi_p \quad 0 \quad -T \sin \varphi_p]^T \quad (5.2)$$

上式中： P_{Tx} 、 P_{Ty} 、 P_{Tz} 为发动机推力在机体坐标轴三轴方向上的分量； φ_p 为发动机的安装角。

由发动机推力产生的力矩，在机体坐标系下表示为：

$$\vec{M}_T = [M_{Tx} \quad M_{Ty} \quad M_{Tz}]^T = [0 \quad -T \cdot Z_i \quad 0]^T \quad (5.3)$$

上式中： M_{Tx} 、 M_{Ty} 、 M_{Tz} 为发动机推力产生的力矩在机体坐标系的三轴方向上的分量； Z_i 为飞机重心到发动机推力线的距离。

一般情况下，发动机的安装角为 0，飞机重心到发动机推力线的距离也为 0。由此可得， \vec{M}_T 也为 0。

(3) 气动力和气动力矩

飞机所受的气动力，在速度坐标系下表示为：

$$\vec{R} = [-D \quad Y \quad -L]^T \quad (5.4)$$

上式中， D 、 Y 、 L 分别为气动阻力、侧力和升力。

飞机所受的气动力矩，在机体坐标系下表示为：

$$\vec{M}_R = [L_R \quad M_R \quad N_R]^T \quad (5.5)$$

上式中， L_R 、 M_R 、 N_R 分别表示为滚转力矩、俯仰力矩和偏航力矩。

对于阻力 D 、侧力 Y 、升力 L 、滚转力矩 L_R 、俯仰力矩 M_R 、偏航力矩 N_R 来说，它们跟飞机的气动状态密切相关，常用的计算公式如下所示：

气动阻力:

$$D = QS_w C_D \quad (5.6)$$

气动侧力:

$$Y = QS_w C_Y \quad (5.7)$$

气动升力:

$$L = QS_w C_L \quad (5.8)$$

滚转力矩:

$$L_R = QS_w b C_{L_R} \quad (5.9)$$

俯仰力矩:

$$M_R = QS_w c_A C_{M_R} \quad (5.10)$$

偏航力矩:

$$N_R = QS_w c_A C_{N_R} \quad (5.11)$$

上面公式中: Q 为动压, $Q = \frac{1}{2} \rho V^2$; b 为机翼展长; c_A 为机翼平均气动弦长; S_w 为机翼参考面积; ρ 为空气密度; V 为空速。

其中: C_D 、 C_Y 、 C_L 分别是阻力系数、侧力系数和升力系数; C_{L_R} 、 C_{M_R} 、 C_{N_R} 分别为滚转力矩系数、俯仰力矩系数和偏航力矩系数。

由上可知, 无人机所受的气动力和气动力矩除了跟飞机的自身机构参数、空气密度和飞机速度相关外, 其主要是由飞机相应的气动力系数和气动力矩系数计算得出的, 对于不同的飞机来说, 气动力系数和气动力矩系数是不同的。

工程应用中, 气动力系数和气动力矩系数的生成是一个较为繁琐和复杂的过程, 与飞机的很多状态量有关。但基本计算及设计参数可参考如下公式:

升力系数:

$$C_L = C_{L_0} + C_L^\alpha \alpha + C_L^{\delta_e} \delta_e \quad (5.12)$$

侧力系数:

$$C_Y = C_Y^\beta \beta + C_Y^{\delta_r} \delta_r \quad (5.13)$$

阻力系数:

$$C_D = C_{D_0} + C_D^\alpha \alpha + C_D^{\delta_e} \delta_e + C_D^\beta \beta + C_D^{\delta_r} \delta_r \quad (5.14)$$

滚转力矩系数:

$$C_{L_R} = C_{L_R}^\beta \beta + C_{L_R}^{\delta_a} \delta_a + C_{L_R}^{\delta_r} \delta_r + (C_{L_R}^p p + C_{L_R}^r r) b / 2V \quad (5.15)$$

俯仰力矩系数:

$$C_{M_R} = C_M + C_{M_R}^\alpha \alpha + C_{M_R}^{\delta_e} \delta_e + (C_{M_R}^q q + C_{M_R}^{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}) c_A / 2V \quad (5.16)$$

偏航力矩系数:

$$C_{N_R} = C_{N_R}^\beta \beta + C_{N_R}^{\delta_a} \delta_a + C_{N_R}^{\delta_r} \delta_r + (C_{N_R}^p p + C_{N_R}^r r) b / 2V \quad (5.17)$$

上式中, α 为迎角; β 为侧滑角; δ_a 为副翼偏角; δ_r 为方向舵偏角; δ_e 为升降舵偏角。

(4) 地面作用力

地面对无人机的地面作用力和力矩包括起落架对无人机的支撑力、支撑力力矩, 地面对无人机产生的摩擦阻力、摩擦力力矩和侧向力、侧向力力矩。地面作用力已在公式 (4.18~4.22) 中求解出。

由前面飞机弹性质量在地面滑跑过程中的受力分析可得到其合力 F 和合力矩 M 。

在地面坐标系中, 无人机在地面滑跑过程中受到的合力 \vec{F} 表示为:

$$\vec{F} = [F_x \quad F_y \quad F_z]^T = G + M_{gb} \vec{T} + M_{ga} \vec{R} + \vec{F}_s + M_{gs} \vec{f}_1 \quad (5.18)$$

上式中, F_x 、 F_y 、 F_z 为无人机在地面滑跑过程中受到的合力在地面坐标系中沿各轴方向上的分量。

在机体坐标系中, 无人机所受到的合力矩表示为:

$$\vec{M} = [M_x \quad M_y \quad M_z]^T = \vec{M}_R + \vec{M}_{F_s} + \vec{M}_{f_1} \quad (5.19)$$

上式中, M_x 、 M_y 、 M_z 为无人机在地面滑跑过程中受到的合力矩在地面坐标系中沿各轴方向上的分量。

由牛顿第二定律导无人机在地面滑跑时的动力学方程为:

$$\vec{F} = [F_x \quad F_y \quad F_z]^T = m \frac{d\vec{V}}{dt} = m \left[\frac{dv_x}{dt} \quad \frac{dv_y}{dt} \quad \frac{dv_z}{dt} \right]^T \quad (5.20)$$

$$\vec{M} = [M_x \quad M_y \quad M_z]^T = m \frac{d\vec{L}}{dt} = m \left[\frac{dL_x}{dt} \quad \frac{dL_y}{dt} \quad \frac{dL_z}{dt} \right]^T \quad (5.21)$$

将公式 (5.18)、(5.19) 带入 (5.20) 和 (5.21), 得到无人机的运动学方程:

力方程组:

$$\begin{cases} \dot{v}_x = (-Dm_{11} + Ym_{12} - Lm_{13} + P_{f_{1x}} \cos \psi - P_{f_{1y}} \sin \psi + P_{T_x} \cos \theta_s \cos \psi \\ \quad + P_{T_z} \sin \theta_s \cos \psi) / m_s \\ \dot{v}_y = (-Dm_{21} + Ym_{22} - Lm_{23} + P_{f_{1x}} \sin \psi - P_{f_{1y}} \cos \psi + P_{T_x} \cos \theta_s \sin \psi \\ \quad + P_{T_z} \sin \theta_s \sin \psi) / m_s \\ \dot{v}_z = (-Dm_{31} + Ym_{32} - Lm_{33} + m_s g + F_{sz} - P_{T_x} \sin \theta_s + P_{T_z} \cos \theta_s) / m_s \end{cases} \quad (5.22)$$

力矩方程组:

$$\begin{cases} M_x = \dot{p}I_x - \dot{r}I_{xz} + qr(I_z - I_y) - pqI_{xz} \\ M_y = \dot{q}I_y + pr(I_x - I_z) + (p^2 - r^2)I_{xz} \\ M_z = \dot{r}I_z - \dot{p}I_{xz} + pq(I_y - I_x) - qrI_{xz} \end{cases} \quad (5.23)$$

角运动方程组：

$$\begin{cases} \dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \\ \dot{\phi} = p + (r \cos \phi + q \sin \phi) \tan \theta \\ \dot{\psi} = (r \cos \phi + q \sin \phi) / \cos \theta \end{cases} \quad (5.24)$$

导航方程组：

$$\begin{cases} \dot{x} = v_x \\ \dot{y} = v_y \\ \dot{z} = -v_z \end{cases} \quad (5.25)$$

由式 (5.22)、(5.23)、(5.24) 和 (5.25) 构成了无人机在地面滑跑过程中弹性支撑力量的运动数学模型。

5.3.2 非弹性质量运动模型

无人机的非弹性支撑质量起落架缓冲器以下通过地面作用于无人机的部分，包括起落架缓冲器的活塞杆、机轮的刹车装置、轮胎等。无人机的非弹性支撑质量受到的力有起落架缓冲器的压力 F_s 和地面支撑力 N 。非弹性支撑质量垂直方向上的运动，由牛顿第二定律得：

$$\dot{V}_u = (F_s + m_u g - N) / m_u \quad (5.26)$$

上式中： V_u 为轮胎的压缩速率； m_u 为无人机的非弹性质量。

那么由上式可以求出各个轮胎的压缩速率，即：

$$\begin{cases} \dot{V}_{un} = (F_{sn} + m_{un} g - P_n) / m_{un} \\ \dot{V}_{uml} = (F_{sml} + m_{uml} g - P_{ml}) / m_{uml} \\ \dot{V}_{umr} = (F_{smr} + m_{umr} g - P_{mr}) / m_{umr} \end{cases} \quad (5.27)$$

上式中， V_{un} 、 V_{uml} 、 V_{umr} 分别是前轮胎、左主轮胎和右主轮胎的压缩速率； m_{un} 、 m_{uml} 和 m_{umr} 分别是前轮胎、左主轮胎和右主轮胎的质量，在该模型中， $m_{un} = m_{uml} = m_{umr} = m_u / 3$ 。

各个轮胎的压缩长度可由式 (5.28) 得到：

$$\begin{cases} \dot{z}_{un} = -V_{un} \\ \dot{z}_{uml} = -V_{uml} \\ \dot{z}_{umr} = -V_{umr} \end{cases} \quad (5.28)$$

上式中， z_{un} 、 z_{uml} 和 z_{umr} 分别是前轮胎、左主轮胎和右主轮胎的压缩长度。

公式 (5.27) 和 (5.28) 构成了轮式无人机在地面滑跑时非弹性支撑质量的运动数学模型。轮式无人机由非弹性支撑质量和弹性支撑质量两部分组成，前面 5.3.1 节建立了轮式无人机在地面滑跑时弹性支撑质量的运动数学模型和本节建立的轮式无人机在地面滑跑时非弹性支撑质量的运动数学模型共同构成了轮式无人机在地面滑跑时的全状态量的运动数学模型。

5.4 缓冲器和轮胎的压缩量和压缩速率

为了求解无人机在地面滑跑时地面对无人机的作用力和力矩，要首先求解起落架缓冲器和轮胎的压缩量和压缩速率。

5.4.1 停机时缓冲器和轮胎的压缩量和压缩速度

无人机停机时，飞机的速度为 0，缓冲器和轮胎的压缩速率均为 0。设飞机的三个缓冲器自由状态下的长度分别为 z_{sn0} ， z_{sml0} 和 z_{smr0} ；三个轮胎自由状态下的长度分别是 z_{un0} ， z_{uml0} 和 z_{umr0} 。停车时，三个缓冲器长度分别为 z_{sn} ， z_{sml} 和 z_{smr} ；三个轮胎的长度分别为 z_{un} ， z_{uml} 和 z_{umr} 。三轮的支撑力分别为 p_n ， p_{ml} 和 p_{mr} 。前轮距重心水平距离为 a_n ，主轮连线中心距重心的水平距离为 a_m 。

飞机停车时，由力和力矩的平衡得：

$$\begin{cases} p_n a_n = (p_{ml} + p_{mr}) a_m \\ p_{ml} = p_{mr} \\ p_n + p_{ml} + p_{mr} = G \end{cases} \quad (5.29)$$

则各机轮的支撑力为：

$$\begin{cases} p_n = \frac{a_m}{a_m + a_n} G \\ p_{ml} = p_{mr} = \frac{a_n}{2(a_m + a_n)} G \end{cases} \quad (5.30)$$

由第四章建立的质量弹簧阻尼轮胎模型，可知轮胎在飞机停机时的压缩量为：

$$\begin{cases} \delta_n = p_n / K_{\delta n} \\ \delta_{ml} = p_{ml} / K_{\delta ml} \\ \delta_{mr} = p_{mr} / K_{\delta mr} \end{cases} \quad (5.31)$$

上式中， $K_{\delta n}$ 、 $K_{\delta ml}$ 和 $K_{\delta mr}$ 分别为前轮胎、左主轮胎和右主轮胎的等效弹簧刚度。

停机时，各个轮胎的长度为：

$$\begin{cases} z_{un} = z_{un0} - p_n / K_{\delta n} \\ z_{uml} = z_{uml0} - p_{ml} / K_{\delta ml} \\ z_{umr} = z_{umr0} - p_{mr} / K_{\delta mr} \end{cases} \quad (5.32)$$

停机时，各个缓冲器的支撑力为：

$$\begin{cases} F_{sn} = P_n - m_{un} g \\ F_{sml} = P_{ml} - m_{uml} g \\ F_{smr} = P_{mr} - m_{umr} g \end{cases} \quad (5.33)$$

停机时，缓冲器的压缩量为：

$$\begin{cases} \delta_{sn} = \frac{P_n - m_{un}g}{K_n} \\ \delta_{sml} = \frac{P_{ml} - m_{uml}g}{K_{ml}} \\ \delta_{smr} = \frac{P_{smr} - m_{smr}g}{K_{mr}} \end{cases} \quad (5.34)$$

上式中, K_n 、 K_{ml} 和 K_{mr} 分别为前起落架缓冲器、左起落架缓冲器和右起落架缓冲器的等效弹簧刚度。

停机时, 起落架缓冲器的长度为:

$$\begin{cases} z_{sn} = z_{sn0} - \frac{(P_n - m_{un}g)}{K_n} \\ z_{sml} = z_{sml0} - \frac{(P_{ml} - m_{uml}g)}{K_{ml}} \\ z_{smr} = z_{smr0} - \frac{(P_{mr} - m_{umr}g)}{K_{mr}} \end{cases} \quad (5.35)$$

停机时, 飞机的俯仰角为:

$$\theta = \arctan \frac{(z_{sn} + z_{un}) - (z_{sml} + z_{uml})}{a_n + a_m} \quad (5.36)$$

停车时, 飞机重心的高度为:

$$z = z_{sml} + a_m \tan \theta \quad (5.37)$$

5.4.2 滑跑时缓冲器和轮胎的压缩量和压缩速度

无人机在地面滑跑时, 飞机的状态量不断变化, 其中 v_x 、 v_y 和 v_z 为飞机在地面坐标系下的速度分量; p 、 q 和 r 分别表示飞机的滚转角速度、俯仰角速度、偏航角速度; ϕ 、 θ 和 ψ 分别表示飞机的滚转角、俯仰角、偏航角。

滑跑时, 三个起落架连接点距离地面的高度分别为:

$$\begin{cases} z_n = z + a_n \tan \theta \\ z_{ml} = z - a_m \tan \theta + b_w / 2 \tan \phi \\ z_{mr} = z - a_m \tan \theta - b_w / 2 \tan \phi \end{cases} \quad (5.38)$$

起落架连接点在垂直方向上的速度分别为:

$$\begin{cases} v_n = v_z - qa_n \\ v_{ml} = v_z + qa_m - pb_w/2 \\ v_{mr} = v_z + qa_m + pb_w/2 \end{cases} \quad (5.39)$$

滑跑时, 起落架连接点距离地面的高度为缓冲器长度与轮胎长度的和, 即:

$$\begin{cases} z_n = z_{sn} + z_{un} \\ z_{ml} = z_{sml} + z_{uml} \\ z_{mr} = z_{smr} + z_{umr} \end{cases} \quad (5.40)$$

滑跑时，起落架连接点的速度为缓冲器压缩速率与轮胎压缩速率的和，即：

$$\begin{cases} v_n = v_{sn} + v_{un} \\ v_{ml} = v_{sml} + v_{uml} \\ v_{mr} = v_{smr} + v_{umr} \end{cases} \quad (5.41)$$

由 5.3.2 节求出的轮胎的压缩速率 v_{un} 、 v_{uml} 和 v_{umr} 以及飞机滑跑时轮胎的长度 z_{un} 、 z_{uml} 和 z_{umr} ，则飞机滑跑时轮胎的压缩量为：

$$\begin{cases} \delta_n = z_{un0} - z_{un} \\ \delta_{ml} = z_{uml0} - z_{uml} \\ \delta_{mr} = z_{umr0} - z_{umr} \end{cases} \quad (5.42)$$

滑跑时，各个轮胎的支撑力为：

$$\begin{cases} p_n = K_{\delta_n} (z_{un0} - z_{un}) + C_n v_{un} \\ p_{ml} = K_{\delta_{ml}} (z_{uml0} - z_{uml}) + C_{ml} v_{uml} \\ p_{mr} = K_{\delta_{mr}} (z_{umr0} - z_{umr}) + C_{mr} v_{umr} \end{cases} \quad (5.43)$$

上式中， C_n 、 C_{ml} 和 C_{mr} 分别为三个轮胎的等效阻尼系数。

三个起落架缓冲器的压缩速率分别为 $v_n - v_{un}$ ， $v_{ml} - v_{uml}$ ， $v_{mr} - v_{umr}$ 以及飞机滑跑时三个缓冲器的长度分别为 $z_n - z_{un}$ ， $z_{ml} - z_{uml}$ ， $z_{mr} - z_{umr}$ 。进而可知，飞机滑跑时三个起落架缓冲器的压缩量为：

$$\begin{cases} \delta_{sn} = z_{sn0} - (z_n - z_{un}) \\ \delta_{sml} = z_{sml0} - (z_{ml} - z_{uml}) \\ \delta_{smr} = z_{smr0} - (z_{mr} - z_{umr}) \end{cases} \quad (5.44)$$

因此飞机滑跑时，各个起落架缓冲器的支撑力为：

$$\begin{cases} F_{sn} = K_n (z_{sn0} - (z_n - z_{un})) + C_{sn} (v_n - v_{un}) \\ F_{sml} = K_{ml} (z_{sml0} - (z_{ml} - z_{uml})) + C_{sml} (v_{ml} - v_{uml}) \\ F_{smr} = K_{mr} (z_{smr0} - (z_{mr} - z_{umr})) + C_{smr} (v_{mr} - v_{umr}) \end{cases} \quad (5.45)$$

上式中， C_{sn} 、 C_{sml} 和 C_{smr} 分别表示为三个起落架缓冲器的等效阻尼系数。

5.5 轮式无人机地面滑跑模型的 MATLAB 实现

本章得到了轮式无人机地面滑跑弹性支撑质量和非弹性支撑质量的运动数学模型。其中无人机弹性支撑质量的运动模型有 6 个自由度，12 个状态变量；无人机非弹性支撑质量模型只考虑垂直方向上的上下运动，即状态变量只包含运动速度与位置变量，三个非弹性支撑质量模型

共有 6 个状态变量。

建立的轮式无人机的地面滑跑模型总共有 18 个状态变量，包括水平速度 v_x 、侧向速度 v_y 、垂直速度 v_z 、水平位移 x 、侧向位移 y 、垂直位移 z 、滚转角 ϕ 、俯仰角 θ 、偏航角 ψ 、滚转角速度 p 、俯仰角速度 q 、偏航角速度 r 、前轮长度 z_{un} 、左主轮长度 z_{uml} 、右主轮长度 z_{umr} 、前轮压缩速率 v_{un} 、左主轮压缩速率 v_{uml} 、右主轮压缩速率 v_{umr} 。

轮式无人机地面滑跑模型状态变量表示为：

$$X = [v_x, v_y, v_z, x, y, z, \phi, \theta, \psi, p, q, r, z_{un}, z_{uml}, z_{umr}, v_{un}, v_{uml}, v_{umr}] \quad (5.46)$$

输入变量有 7 个，包括前轮偏角 θ_l 、升降舵偏角 δ_e 、方向舵偏角 δ_r 、副翼偏角 δ_a 、发动机推力 T 、左主轮滑移率 λ_l 、右主轮滑移率 λ_r 。

轮式无人机地面滑跑模型输入变量表示为：

$$U = [\theta_l, \delta_e, \delta_a, \delta_r, T, \lambda_l, \lambda_r] \quad (5.47)$$

通常飞机对象的运动数学模型建立是在 Matlab/Simulink 环境下实现的。在 Matlab 环境中对象特性建模的规范形式为：

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x, u) \\ y = g(t, x, u) \end{cases} \quad (5.48)$$

上式 (5.48) 中： t 表示时间； u 表示控制输入； y 表示输出。飞机对象特性建模的重点是第一个方程。本章建立的轮式无人机滑跑运动数学模型符合 Matlab 环境下的对象特性建模的规范形式，因此可以在 Matlab 环境下用 S-function 来描述^[38]。

S-function 是 Matlab/Simulink 环境中提供的一种用户自定义节口，用 Matlab 语句编写的函数可以作为 Simulink 下的一个模块直接参与仿真。它有固定的书写格式。

M 文件 S-function 的引导语句为^[39]：

$$function[sys, x0, str, ts] = fun(t, x, u, flag, p1, p2, \dots) \quad (5.49)$$

上式中： fun 为函数名； t, x, u 分别为时间、状态、和输入信号； $flag$ 为标志位， $flag$ 的意义和相关的信息如表 5.1 所示； sys 是一个通用的返回变量，它所返回的数值取决于 $flag$ 值； $x0$ 是初始状态变量； str 是空矩阵； ts 是包含模块采样时间和偏移量的双列矩阵； $p1, p2, \dots$ 为附加参数。

表 5.1 S-function 的结构

取值	功能	调用函数名	返回参数
0	初始化	mdlInitializesizes	sys 初始化参数
1	连续状态计算	mdlDerivatives	sys 返回连续状态
2	离散状态计算	mdlUpdate	sys 返回离散状态
3	输出信号计算	mdlOutput	sys 返回系统输出

4	下一步仿真时刻	mdlGetTimeOfNextVarHit	sys 返回下一步仿真时间
9	终值仿真设定	mdlTerminate	无

初始化阶段主要是设定系统参数的结构体变量 `sizes`，其常用成员为：

`NumConstates` 和 `NumDiscStates` 分别表示模型中连续状态和离散状态的个数；

`NumInPuts` 和 `NumOutPuts` 分别表示模型中输入变量和输出变量个数；

`DirFeedthrough` 和 `NumsampleTimes` 分别表示模型中有无直接馈入和采样时间的个数；

初始化中还要设置初始状态变量 `x0`，说明变量 `str` 和采样周期 `ts`。`ts` 应该为双列矩阵，其中的每一列对应一个采样周期，对连续和单采样周期的系统，`ts=[t1,t2]`，其中 `t1` 为采样周期，如果取 `t1=-1` 则将继承输入信号的采样周期。参数 `t2=0`。

轮式无人机地面滑跑模型的十八个状态变量是连续状态。建立模型的主要工作就是书写 `mdlDerivatives` 的代码。根据当前无人机的各种状态量求解无人机实时受到的各种力和力矩，然后利用无人机的十八个微分方程计算状态量的微分量作为 `mdlDerivatives` 函数的输出。

`mdlOutputs` 函数中列写输出量。函数的输出是实际传感器中能测量的信号。比如滚转角、俯仰角出自陀螺信号，滚转角速率、俯仰角速率、偏航角速率出自三轴磁力计，偏航角出自磁力计，高度、空速出自高度空速计，经度、纬度出自全球定位系统信号。

使用 `S-function` 描述了轮式无人机的运动数学模型后，可以使用 `Mux` 模块与 `DeMux` 模块对信号进行组合和分离操作。在 `Simulink` 模块的参数对话框中包括了调用了的 `S-function` 的名称和用户输入参数值列表。`S-function` 模块仅仅是以图形的方式提供给用户的一个使用 `S-function` 的接口，能够在 `Matlab/Simulink` 环境下对用函数 `S-function` 描述的对象模型进行仿真。

因此我们在 `S-function` 中描述了轮式无人机地面滑跑的运动特性，然后使用 `S-function` 模块进行调用，这样就在 `Matlab/Simulink` 中建立了轮式无人机地面滑跑仿真模型。

5.6 地面模型的仿真

5.6.1 无干扰条件下的地面模型仿真

为了验证建立的无人机地面模型在加速滑跑条件下的特性进行仿真，发动机 T 赋值为最大推力，无人机初始速度为零，无人机起始加速滑跑时侧向位移 y 和偏航角 ψ 均为零；对无人机不加任何纠偏控制；断开方向舵和副翼控制，方向舵和副翼的偏角为零。仿真 0~30 秒内飞机在跑道上加速滑跑过程中侧向位移 y 、侧向速度 v_y 、偏航角 ψ 、偏航角速度 r 、指示空速 V 和侧滑角 β 的变化趋势如图 5.3~图 5.8 所示。

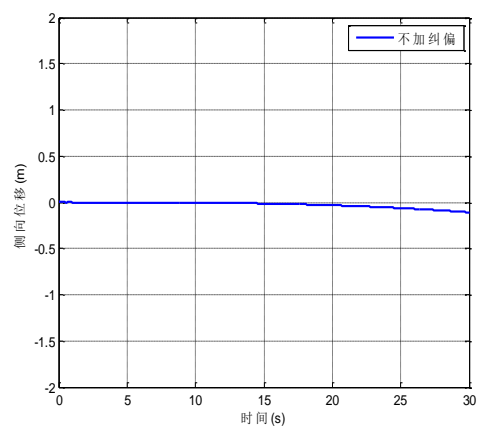


图 5.3 侧向位移与时间的曲线

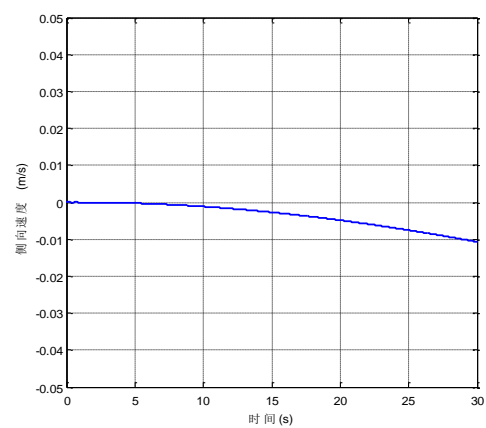


图 5.4 侧向速度与时间的曲线

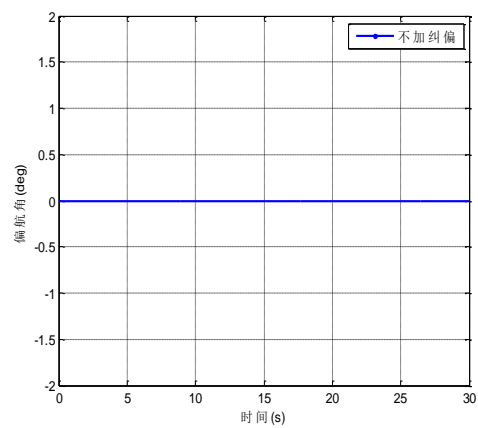


图 5.5 偏航角与时间的曲线

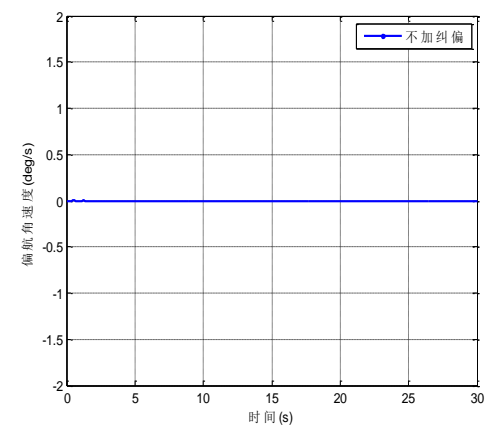


图 5.6 偏航角速度与时间的曲线

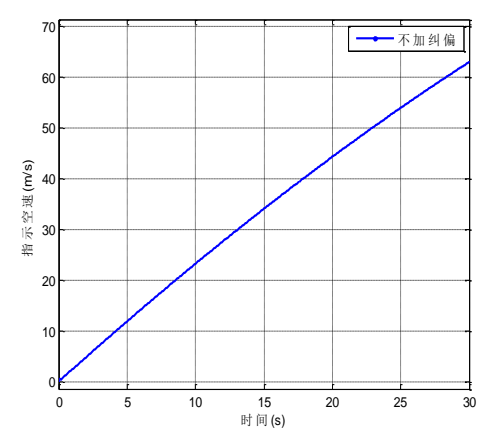


图 5.7 指示空速与时间的曲线

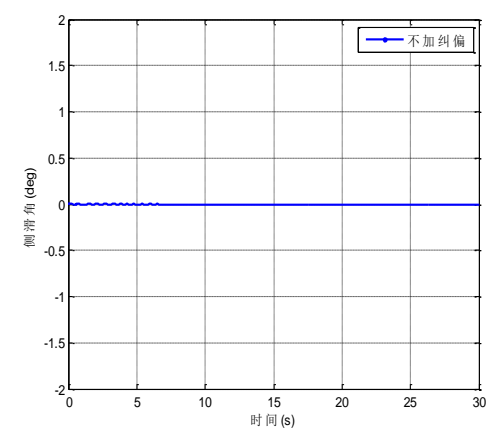


图 5.8 侧滑角与时间的曲线

由图 5.3~图 5.8 可以看出,在不加干扰、不加纠偏控制、无人机在最大推力条件下,指示空速 V 不断增大,侧向位移 y 稍微有点变化之外,侧向速度 v_y 、偏航角 ψ 、偏航角速度 r 、和侧滑角 β 几乎都为零。在无人机模型对称,初始侧向位移和偏航角为零,发动机在最大推力和地面作用下,根据无人机在地面运动的动力学分析,纵向发动机的推力和纵向摩擦力的共同作用下使无人机加速滑跑;横侧向轮胎不存在侧偏角,空气动力中的侧力为零,横侧向受力平衡,无人机不会出现侧向位移和侧向偏角;垂直方向无人机在重力、升力和地面支撑力的作用下平衡。垂直方向运动为零。通过仿真测试,表明所建立的无人机的地面模型在加速滑跑过程中所反映的特性与总体单位提供的理论设计数据一致。

验证了飞机在跑道上加速滑跑的过程,接下来对无人机地面模型在减速条件下的特性进行仿真,关闭发动机,无人机初始速度为 50m/s,无人机减速滑跑时初始侧向位移 y 和偏航角 ψ 为零;对无人机不加任何纠偏控制;断开方向舵和副翼控制,方向舵和副翼的偏角为零。仿真 0~30 秒内飞机在跑道上减速滑跑过程中侧向位移 y 、侧向速度 v_y 、偏航角 ψ 、偏航角速度 r 、指示空速 V 和侧滑角 β 的变化趋势如图 5.9~图 5.14 所示。

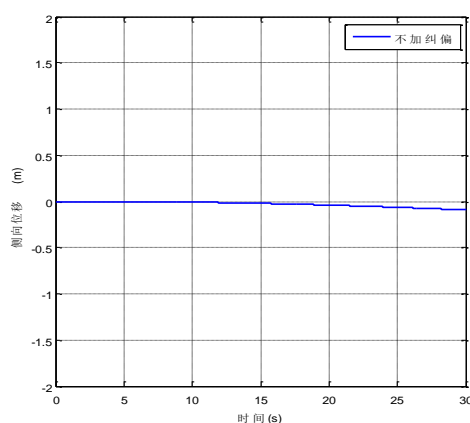


图 5.9 侧向位移与时间的曲线

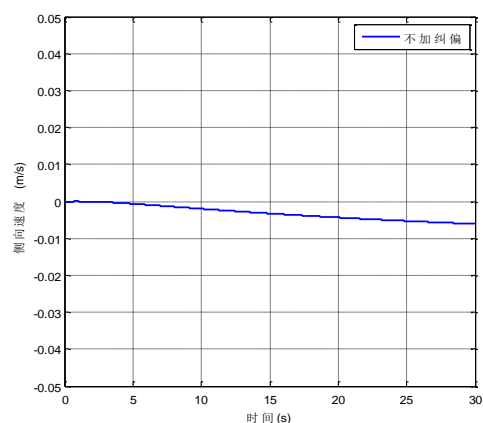


图 5.10 侧向速度与时间的曲线

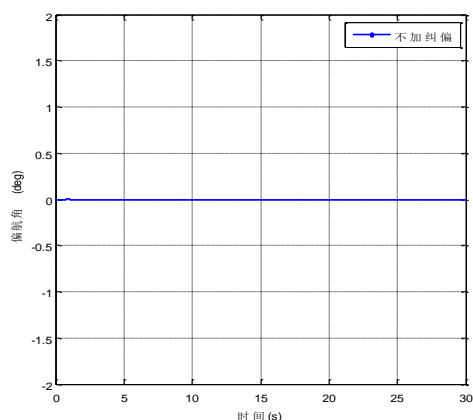


图 5.11 偏航角与时间的曲线

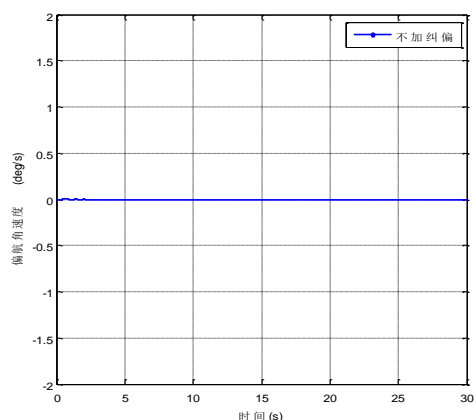


图 5.12 偏航角速度与时间的曲线

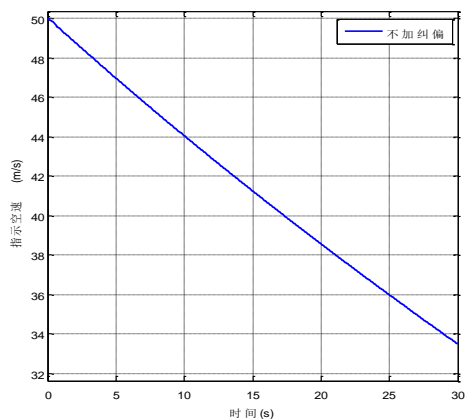


图 5.13 指示空速与时间的曲线

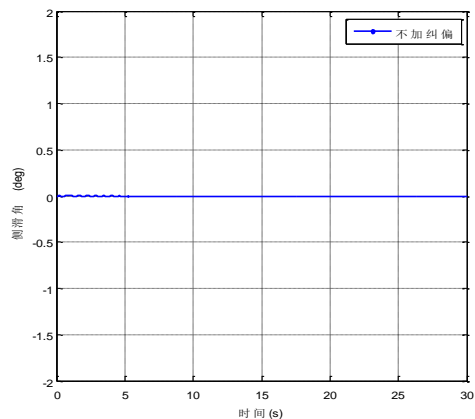


图 5.14 侧滑角与时间的曲线

由图 5.9~图 5.14 可以看出，在关闭发动机，无人机初始速度为 50m/s，无人机起始减速滑跑时侧向位移 y 和偏航角 ψ 均为零，指示空速 V 从初始的 50m/s 在地面摩擦力的作用下不断减小，侧向位移 y 稍微有点变化之外，侧向速度 v_y 、偏航角 ψ 、偏航角速度 r 、和侧滑角 β 在零附近波动。在无人机模型对称，初始侧向位移和偏航角为 0，在减速滑跑过程中，根据无人机在地面运动的动力学分析，纵向摩擦力的作用下使无人机逐渐减速；横侧向轮胎不存在侧偏角，空气动力中的侧力为零，横侧向受力平衡，无人机不会出现侧向位移和侧向偏角；垂直方向无人机在重力、升力和地面支撑力的作用下平衡。垂直方向运动为零。通过仿真测试，表明所建立的无人机的地面模型在减速滑跑过程中所反映的特性与总体单位提供的理论设计数据一致。

5.6.2 存在偏航角情况下的地面模型仿真

验证了无人机在无干扰的情况下加速起飞和减速滑跑的物理过程，为更全面的验证地面模型的正确性，对地面模型在存在偏航角的情况下进行仿真验证。

在无人机的加速起飞过程中，发动机 T 赋值为最大推力，无人机初始速度为零，偏航角 ψ 初值为 5deg ，侧向位移 y 为 0m 的情况下，断开方向舵和副翼控制，方向舵和副翼的偏角为零。仿真 $0\sim 30$ 秒内飞机在跑道上加速滑跑过程中侧向位移 y 、侧向速度 v_y 、偏航角 ψ 、偏航角速度 r 、指示空速 V 和侧滑角 β 的变化趋势如图 5.15~图 5.20 所示。

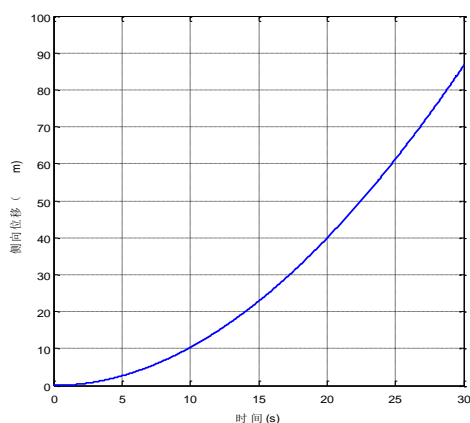


图 5.15 有侧偏角时侧向位移与时间的曲线

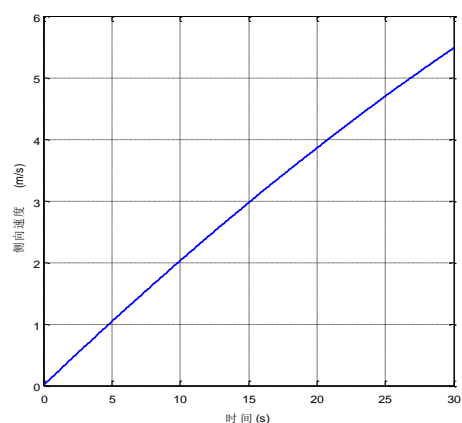


图 5.16 有侧偏角时侧向速度与时间的曲线

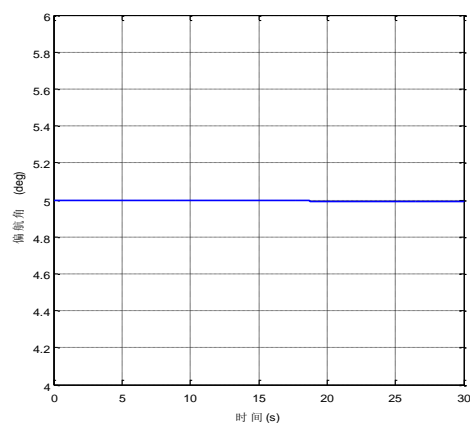


图 5.17 有侧偏角时偏航角与时间的曲线

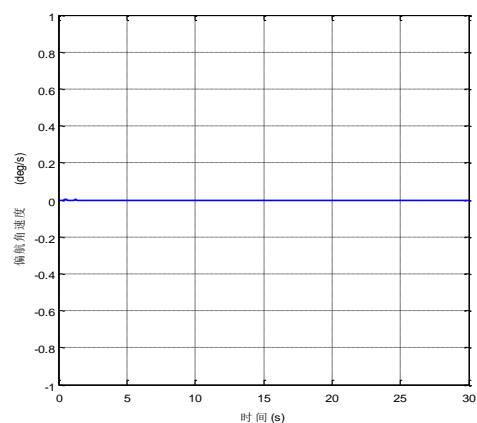


图 5.18 有侧偏角时偏航角速度与时间曲线

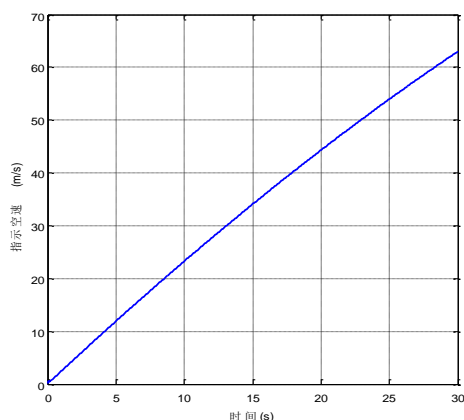


图 5.19 有侧偏角时指示空速与时间曲线

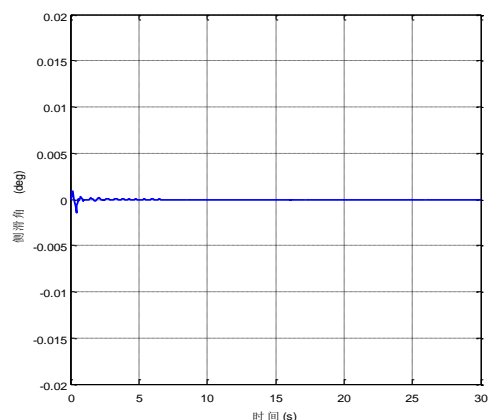


图 5.20 有侧偏角时侧滑角与时间曲线

由图 5.15~图 5.20 可以看出，在偏航角 ψ 初值为 5 度，侧向位移 y 为 0 米的情况下，无人机在最大推力下，指示空速 V 不断增大，由于偏航角的存在，侧向位移 y 不断变大，侧向速度 v_y 随着指示空速的增大也不断的增大，偏航角 ψ 维持在 5 度左右，偏航角速度 r 和侧滑角 β 几乎都为零，仿真测试表明，表明所建立的无人机的地面模型在加速滑跑过程中存在 5 度偏航角时所反映的特性与总体单位提供的理论设计数据一致。

无人机在减速滑跑过程中，无人机从初始 50m/s 减速过程中，偏航角 ψ 初值为 5deg，侧向位移 y 为 0m 的情况下，断开方向舵和副翼控制，方向舵和副翼的偏角为零。仿真 0~30 秒内飞机在跑道上减速滑跑过程中侧向位移 y 、侧向速度 v_y 、偏航角 ψ 、偏航角速度 r 、指示空速 V 和侧滑角 β 的变化趋势如图 5.21~图 5.26 所示。

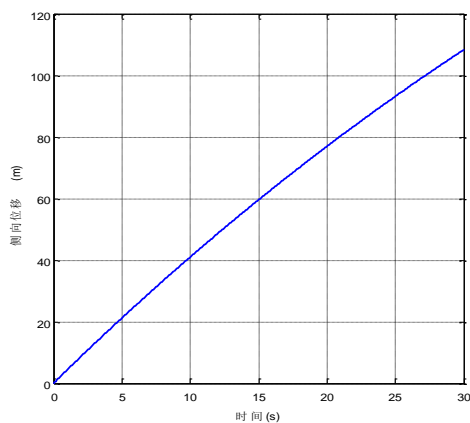


图 5.21 有侧偏角时侧向位移与时间的曲线

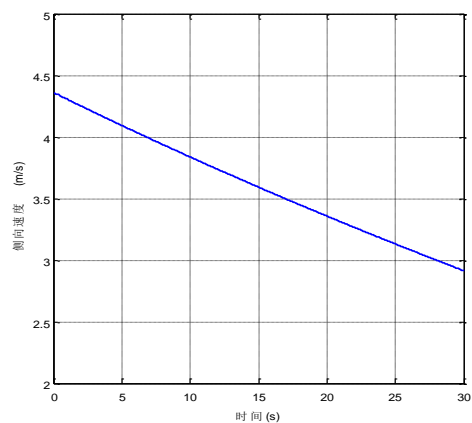


图 5.22 有侧偏角时侧向速度与时间的曲线

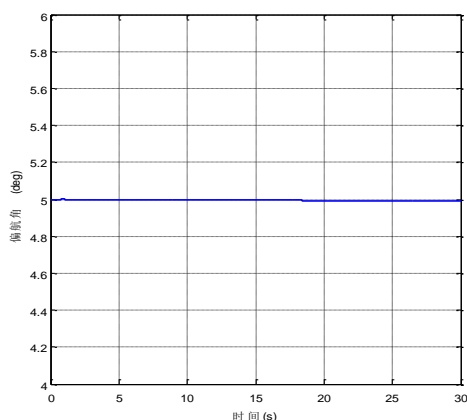


图 5.23 有侧偏角时偏航角与时间曲线

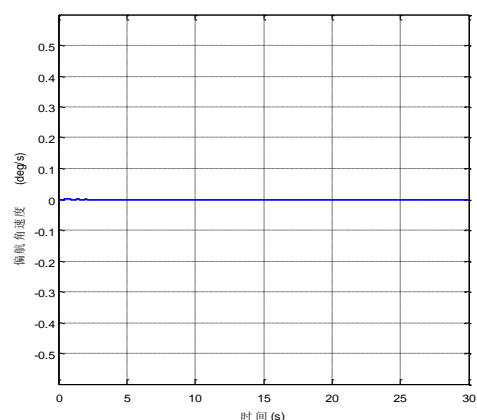


图 5.24 有侧偏角时偏航角速度与时间曲线

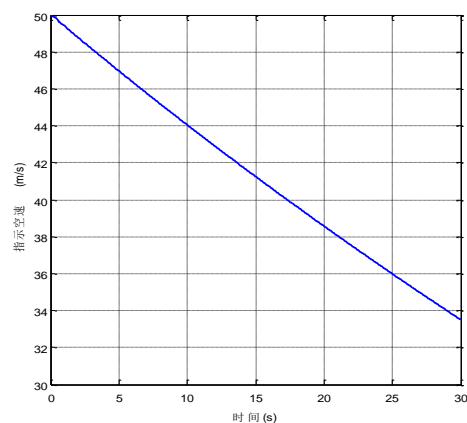


图 5.25 有侧偏角时指示空速与时间曲线

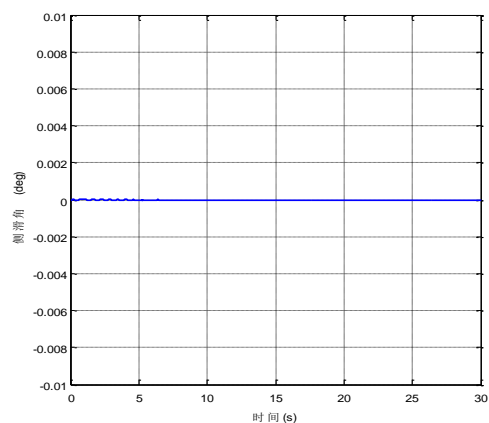


图 5.26 有侧偏角时侧滑角与时间曲线

由图 5.21~图 5.26 可以看出，在偏航角 ψ 初值为 5 度，侧向位移 y 为 0 米的情况下，无人机在无推力下，不加入纠偏控制时，指示空速 V 不断减小，由于偏航角的存在，侧向位移 y 不断变大，侧向速度 v_y 随着指示空速的减小也缓慢的减小，偏航角 ψ 维持在 5 度左右，偏航角速度 r 和侧滑角 β 几乎都为零，仿真测试表明，表明所建立的无人机的地面模型在减速滑跑过程中存在 5 度偏航角时所反映的特性与总体单位提供的理论设计数据一致。

5.7 本章小结

本章分析了整个无人机地面滑跑过程中的受力情况，建立了无人机的地面滑跑模型。包括：弹性支撑质量运动模型和非弹性支撑质量运动模型。分析了飞机停机时和滑跑时，起落架缓冲器和轮胎的压缩量和压缩速度；建立了 Matlab/Simulink 环境下的无人机地面滑跑模型；并针对无人机地面加速和减速过程进行了滑跑仿真验证。为后续的纠偏控制律设计和仿真奠定了基础。

第六章 轮式无人机滑跑纠偏控制律的设计与仿真

6.1 引言

飞机地面滑跑时，由于各种因素会引起滑跑偏航，为将飞机保持在跑道中心线附近滑跑，飞机的滑跑纠偏控制显得很重要。设计基于飞机刹车系统的地面滑跑纠偏控制律可以有效实现飞机的快速制动与纠偏。

6.2 刹车系统模型的建立

常用的刹车系统通常是由防滑控制系统和机轮刹车调节系统两部分组成，刹车系统的原理结构图如下图 6.1 所示，图中虚线部分包围的是防滑控制系统，剩下的为机轮刹车调节系统。

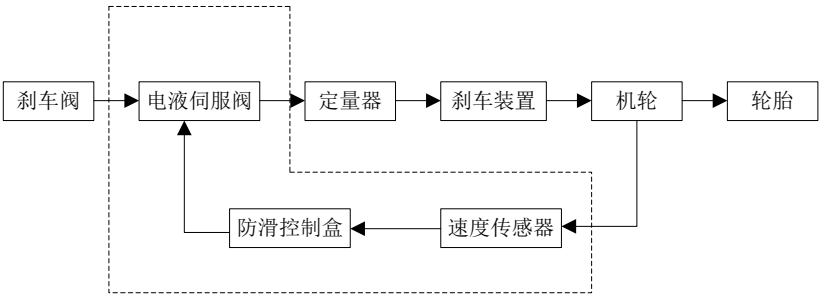


图 6.1 刹车系统原理结构图

防滑控制系统由机轮速度传感器、防滑控制盒、电液伺服阀组成。机轮刹车调节系统主要包括刹车阀、刹车装置、机轮、定量器等附件。下面主要介绍机轮刹车控制系统的组成。

6.2.1 液压伺服阀模型

机轮液压系统的动态特性主要取决于电液压力伺服阀的特性。调节电液压力伺服阀的控制电流即防滑电流来控制伺服阀喷嘴大小，改变刹车压力，实现飞机的刹车控制。防滑电流与刹车压力可以近似的认为是线性关系。

关于液压伺服系统的建模应从具体结构出发，研究各部分的功能和工作状态来建立自底向上的整个伺服阀数学模型，但是这样的建模涉及较多的机械方面的知识，综合考虑模型的准确度和仿真计算的复杂性等多方面因素，建立液压伺服阀模型时遵循初步模拟液压系统特性，只考虑液压阀、管道及其损失。这种近似的液压伺服动态模型在工程上是可以接受的，这样的仿真建模减轻了建模工作量，基本上也不会对仿真结果的正确性产生什么不良影响。在一般液压伺服系统中，基于初步模拟液压系统特性，把电液伺服阀动态特性简化为一个线性系统模型。在样例无人机中，液压系统的工作频率大于 50Hz，所以液压伺服阀的模型可简化为下面二阶传

递函数形式^[40]。

$$M(s) = \frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (6.1)$$

上式中， ω_n 为伺服阀的固有频率， ξ 为伺服阀的等效阻尼系数。

根据样例无人机刹车系统的试验数据，刹车系统伺服阀的动态性能指标超调量：

$\sigma\% = 30\%$ ，有效频带宽度为 25Hz。由公式：

$$e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}} = 30\% \quad (6.2)$$

可得到 $\xi = 0.36$ ，由频带宽度为 25Hz 可以得到等式：

$$M(25) = 0.707M(0) \quad (6.3)$$

在液压伺服阀二阶系统的传递函数中令 $s = j\omega$ ，可解得 $\omega_n = 17.74$ 。所以将上述计算得到的 ξ 、 ω_n 代入二阶系统的表达式中，即可得到了伺服阀的传递函数模型：

$$M(s) = \frac{1}{s^2 + 12.7728s + 314.7076} \quad (6.4)$$

根据机轮刹车系统惯性台试验，刹车系统的管道模型的传递函数表示为：

$$M(s) = \frac{K}{Ts + 1} \quad (6.5)$$

上式中的等效时间常数 $T = 0.01$ ，结合样例无人机刹车系统中的控制电流和刹车压力的取值范围：当控制电流为 0mA 时，机轮的刹车压力最大，为 10Mpa；当控制电流为 40mA 时，刹车压力为最小，为 0Mpa。可以设 $P = aI + b$ ，其中 P 为刹车压力，I 为控制电流。将两个已知条件带入其中，得到 $a = -0.25(\text{Mpa}/\text{mA})$ ， $b = 10\text{Mpa}$ 。

因此得到如下刹车压力与控制电流之间的函数关系式：

$$P = -0.25I + 10 \quad (6.6)$$

根据控制电流与刹车压力的关系，当没有侧偏信号输入时，这时控制电流的大小应为最大 40mA，刹车压力为 0。因此假设侧偏信号的大小用电流信号（以 mA 为单位）表示为 x ，那么控制电流伺服阀电流的大小应该为 $I = 40 - x$ 。

当控制电流 $I = 40 - x$ ，公式刹车压力与控制电流的大小成正比，当控制电流最大时，刹车压力最大，当控制电流最小时，刹车压力也最小。

电液伺服阀系统模型如图 6.2 所示：

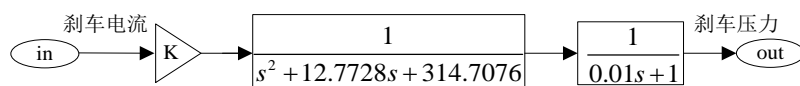


图 6.2 电液伺服阀系统模型

6.2.2 刹车装置模型

刹车装置将刹车压力转换成刹车力矩，刹车时，由刹车压力求解刹车力矩的公式^[41]如 (6.7) 所示：

$$M_s = \frac{\mu_m N_m p_b (R+r)}{2} \quad (6.7)$$

上式中： μ_m 为摩擦系数， N_m 为摩擦面系数， $R/2$ 为静盘外半径， $r/2$ 为动盘内半径。

刹车装置的静力矩特性曲线是摩擦材料所提供的静力矩随输送到刹车装置中刹车压力的变化曲线。实际上静力矩特性受到多种因素的影响，其变化曲线并不是纯粹的线性关系，当对机轮彻底解除刹车压力时，要求动盘和静盘可靠脱开，不产生任何残余刹车力矩，因此刹车装置汽缸座内有活塞回力弹簧，回力弹簧可以在没有刹车压力的情况下推动静盘，使静盘和动盘完全脱离，并保持一定的间隙。所以在加入刹车压力时，汽缸座的活塞必需先克服这个回力弹簧的预紧力，走完这段空行程才能使动盘和静盘接触。由于活塞空行程和回力弹簧预紧力的存在，致使刹车装置的静力矩特性产生了一个死区，刹车力矩的迟滞特性特性曲线如图 6.3 所示。

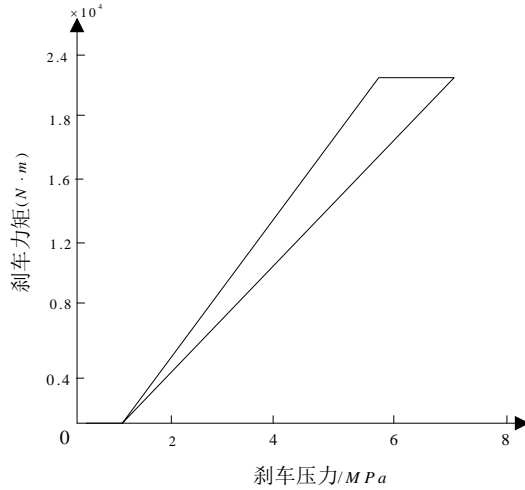


图 6.3 迟滞特性曲线

根据样例无人机的刹车系统，刹车系统模型的建立采用式 (6.8) 所示的经验公式：

$$M_s = \begin{cases} 0 & p_b < p_0 \\ k_2(p_b - p_0) & p_0 \leq p_b < M_1/k_2 + p_0 \\ M_1 & M_1/k_2 + p_0 \leq p_b < rp \\ M_1 & rp \leq p_b < M_1/k_1 + p_0 \\ k_1(p_b - p_0) & M_1/k_1 + p_0 \leq p_b \leq p_m \end{cases} \quad (6.8)$$

上式中， M_s 为刹车力矩， p_b 为机轮的刹车压力， M_{sm} 为最大刹车力矩， p_0 为最小刹车压力， p_m 为最大刹车压力， p_x 为最大迟滞刹车压力， M_1 为上次输出力矩， rp 为上次输入压力， $k_1 = M_{sm}/p_m - p_0$ 为压力减小时力矩的斜率， $k_2 = M_{sm}/p_x - p_0$ 为压力增大时力矩的斜率。

6.2.3 轮胎与跑道结合力矩模型

飞机在跑道上滑跑刹车系统工作时，机轮的滚动半径为：

$$R = R_0 - \frac{\delta}{3} + \frac{F_x}{K_x} \quad (6.9)$$

上式中， R_0 为轮胎外缘的自由半径； δ 为轮胎压缩量； F_x 为轮胎所受的水平方向作用力。根据轮胎的压缩系数和垂直载荷计算滚动半径的计算公式如（6.10）所示：

$$R = R_0 - K_\delta N \quad (6.10)$$

上式中， K_δ 为轮胎压缩系数， N 为刹车机轮的垂直载荷。

从而得到，结合力矩的表达式为：

$$M_f = \mu * N * R \quad (6.11)$$

由于轮胎的压缩量相对于轮胎的长度小很多，在对样例无人机的机轮滚动半径建模时设定为常值。则结合力矩模型如下图 6.4 所示：

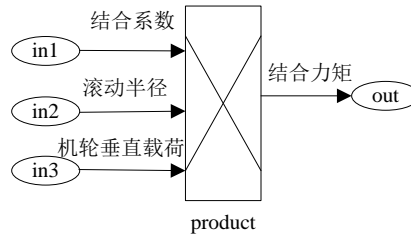


图 6.4 轮胎与跑道结合力矩模型

6.2.4 飞机机轮动力学模型

飞机在跑道上滑跑时，根据转动惯量定律有：

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \frac{1}{I_w} (M_f - M_s) + \frac{\dot{V}_{sx}}{R} \\ V_w = \omega \times R \end{cases} \quad (6.12)$$

上式中， ω 、 $\dot{\omega}$ 为机轮角速度及角加速度， I_w 为机轮的转动惯量， V_{sx} 为机轮轮轴沿机体纵向的速度， V_w 为机轮线速度， R 为机轮滚动半径。

当刹车力矩小于结合力矩时，机轮加速，但最大不会超过自由滚动时的机轮速度；当刹车力矩大于结合力矩时，机轮减速，但最小不会低于零，也就是说机轮是不会反转的。当机轮在路面上自由滚动时只存在滚动摩擦力。当刹车装置对机轮制动时，轮胎上就有了纵向力的作用，在轮胎与路面的接触点处将会产生纵向相对运动或相对运动趋势，从而使轮胎中心的纵向速度与其圆周上的线速度产生差异，这种差异的大小可用滑移率来表示。滑移率表示机轮相对跑道表面滑动运动的比率。本论文中刹车机轮的滑移率的计算公式见式（3.1）。

6.3 刹车控制系统

飞机地面滑跑起飞时，由于路面状况、侧风等因素的影响使飞机偏离出正确的跑道，为了使飞机保持正确的跑道上，建立主轮差动刹车系统对飞机进行纠偏控制。因此建立差动刹车系统的目的是使飞机保持在正确的跑道上，能够安全正常的加速起飞。主轮差动刹车系统里没有加入防滑装置。其原理结构图如图 6.5 所示：

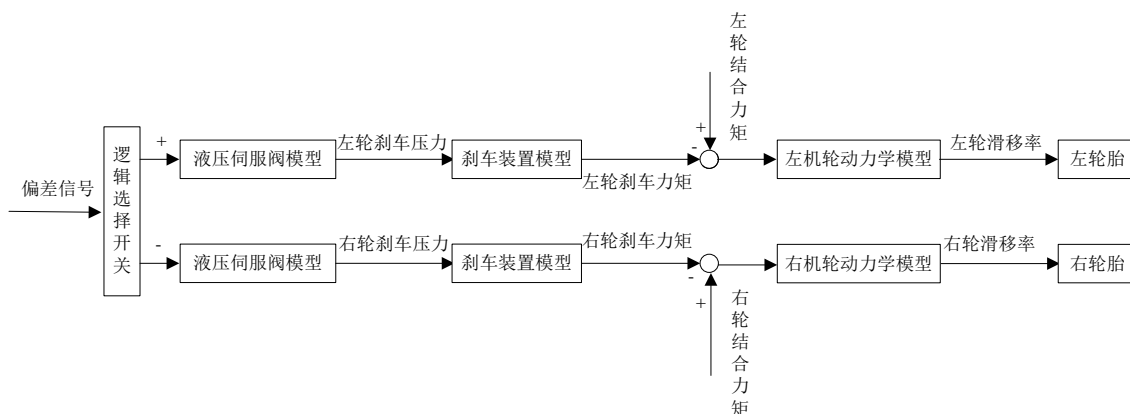


图 6.5 差动刹车系统原理图

差动刹车系统主要由液压伺服阀、刹车装置、机轮等部分组成。具体工作原理是：当飞机在地面滑跑存在偏差信号时，偏差信号通过逻辑选择开关，逻辑选择开关为正时，接入到左机轮电液伺服阀中，逻辑选择开关的作用是选择对飞机一侧主机轮进行刹车，而对另一侧主机轮不进行刹车。具体表现为：当飞机机体相对于跑道中心线向右偏的时候，此时输出的飞机的偏差信号为正，通过逻辑选择开关，偏差信号接入到左机轮电液伺服阀，通过调节左机轮电液伺服阀，使其向左机轮的刹车装置输出一定的刹车压力，刹车装置接收到刹车压力，产生一定的刹车力矩对左机轮进行刹车，左机轮可能会相对地面产生滑动，左机轮的滚转角速度将会减小，左机轮的滑移率增大，使左机轮结合系数变大，而此时右机轮由于没有受到刹车的作用而自由滚动，右机轮的滑移率为零，右机轮仅受到自由滚动结合系数产生的结合力的作用，这样就造成左右两机轮的结合力不同，使两机轮所受摩擦力发生变化，很明显此时左机轮结合系数比右机轮结合系数大，这样左轮受到的摩擦力将会比右轮受到的摩擦力大，两轮会产生相对飞机重心的摩擦力矩差值对飞机向左进行纠偏，使其回到正确的跑道上。同理如果飞机机体左偏，则侧偏信号接入右轮对其进行刹车，左主轮自由滚动。

6.4 主轮差动刹车纠偏控制策略与控制律设计

主轮差动刹车纠偏控制一般通过对左右主轮施加不同的刹车压力来实现的，无人机在跑道上滑跑时，根据起飞滑跑和着陆滑跑这两种情况，采用不同的纠偏控制策略。对于起飞滑跑过程来说，采取对一侧主轮刹车、另一侧主轮不刹车的控制策略；对于着陆滑跑来说，采取对一侧主轮松刹车、另一侧主轮刹车的控制策略。这样通过对一侧主轮刹车、另一侧主轮不刹车，两侧主轮受到地面对其的摩擦力就会不同，刹车一侧主轮受到的摩擦力变大；而另一侧主轮摩擦力不变，仅受到地面对其的滚动摩擦力。这样两侧主轮摩擦力差值通过主轮距就可以产生偏航力矩对无人机进行纠偏。控制过程如下：如果无人机在地面滑跑时侧偏为正或偏航角为正时，即飞机右偏，则对左主轮进行刹车，右主轮自由滚动；如果无人机在地面滑跑时偏差为负或偏航角为负时，即飞机左偏，则对右主轮进行刹车，左主轮自由滚动；如果飞机保持在跑道中心线上滑跑，则两侧主轮均不进行刹车，两侧主轮均自由滚动。刹车时间主要根据飞机滑跑时的侧向位移和偏航角来决定，刹车频率与刹车系统的工作频率相关。

无人机在地面滑跑的过程中会出现偏离跑道中心线的现象，导致无人机偏离跑道中心线的因素有三种，第一种是存在初始偏航角 ψ 使无人机偏离跑道中心线；第二种是无人机的初始位置偏离跑道中心线（无人机存在初始的侧向位移 y ）；第三种是无人机同时存在偏航角 ψ 和侧向位移 y 使无人机偏离跑道中心线。

为了解决三种引起无人机滑跑偏离跑道中心线的问题，控制律设计采用 PID 控制结构，针对无人机偏航角 ψ 引起的无人机偏航，引入偏航角 ψ 的比例控制，将无人机滑跑时的偏航角 ψ 控制在给定偏航角 ψ_g （无人机对准跑道中心线时的偏航角，一般为 0）附近，并引入偏航角速度 r 控制，在无人机滑跑过程中偏航角速度改变时，进行主轮差动刹车纠偏控制，保证无人机能克服偏航角 ψ 改变引起的偏航，使无人机能沿着跑道中心线滑跑；针对无人机侧向位移 y 引起的无人机偏航，引入侧向位移 y 的比例控制，将无人机滑跑时的侧向位移 y 控制在给定侧向位移 y_g （无人机对准跑道中心线时的侧向位移，一般为 0）附近，并引入侧向位移 y 的微分侧向速度 \dot{y} 控制环节，在无人机滑跑存在侧向速度时，进行主轮差动刹车纠偏控制，保证无人机能克服侧向位移 y 改变引起的偏航，使无人机能沿着跑道中心线滑跑；当偏航角 ψ 和侧向位移 y 同时存在时，将前两种的控制策略合并一起进行控制，可以保证无人机能克服偏航角 ψ 和侧向位移 y 改变引起的偏航，使无人机能沿着跑道中心线滑跑。

无人机在地面加速滑跑阶段，根据飞机的结构和外界环境的影响，三轮滑跑阶段受到的气动力升力越来越大，侧力几乎为零，阻力越来越大，由于不用方向舵进行滑跑纠偏，方向舵不出舵，副翼舵和升降舵控制在零。控制律设计如下：

升降舵控制：

$$\begin{cases} \delta_e = K_q q + K_\theta (\theta - \theta_g) \\ \theta_g = 0 \end{cases} \quad (6.13)$$

上式中， q 为俯仰角速度， θ 为俯仰角， θ_g 为俯仰角给定舵面， K_q 和 K_θ 为待调的控制律参数。

滑跑时的副翼舵控制：

$$\begin{cases} \delta_a = K_p p + K_\phi (\phi - \phi_g) \\ \phi_g = 0 \end{cases} \quad (6.14)$$

上式中， p 为滚转角速度， ϕ 为滚转角， ϕ_g 为滚转角给定舵面， K_p 和 K_ϕ 为待调的控制律参数。

当无人机的速度达到抬前轮的时候，飞机进入两轮滑跑阶段，此时方向舵和副翼舵的控制指令不变，升降舵通道控制如下：

$$\begin{cases} \delta_e = K_q q + K_\theta (\theta - \theta_g) \\ \theta_g = 10 \end{cases} \quad (6.15)$$

参数的具体定义与公式（6.13）相同。

无人机在地面减速滑跑阶段，根据飞机的结构和外界环境的影响，三轮滑跑阶段受到的气动力升力越来越小，侧力几乎为零，气动阻力越来越小，由于不用方向舵进行滑跑纠偏，方向舵不出舵，副翼舵和升降舵控制在零。控制律设计结构跟加速滑跑时相同，具体控制结构见公式（6.13）和（6.14）。

设计主轮差动刹车控制律如下：

$$\begin{cases} I_z = K_\psi \psi + K_r r + K_y y + K_{\dot{y}} \dot{y} \\ I_y = 0 \end{cases} \quad K_\psi \psi + K_r r + K_y y \geq 0 \quad (6.13)$$

$$\begin{cases} I_z = 0 \\ I_y = K_\psi \psi + K_r r + K_y y + K_{\dot{y}} \dot{y} \end{cases} \quad K_\psi \psi + K_r r + K_y y < 0 \quad (6.14)$$

上式中： I_z 为左主轮刹车控制信号； I_y 为右主轮刹车控制信号； ψ 为偏航角； y 为侧向偏差； \dot{y} 为侧向速度； r 为偏航角速度； K_ψ 、 K_r 、 K_y 和 $K_{\dot{y}}$ 是待调的控制律参数。

设计的主轮差动刹车控制结构如图 6.6 所示：

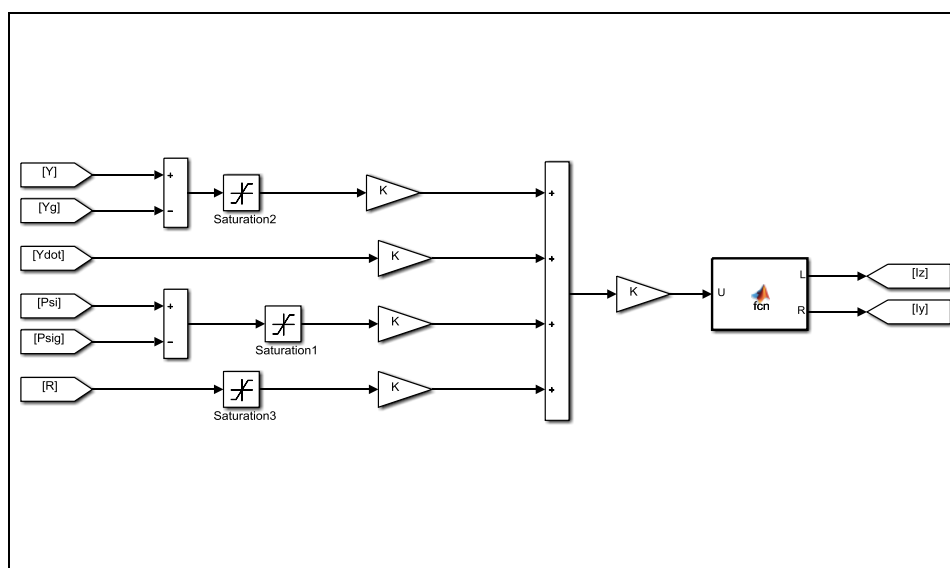


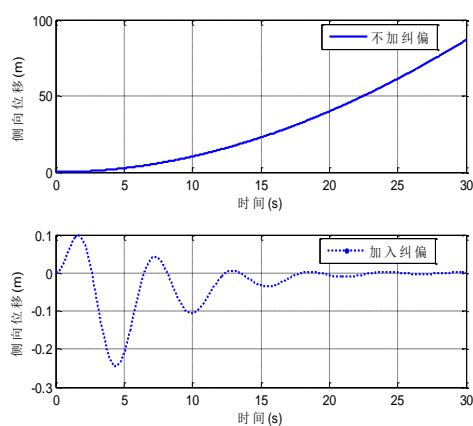
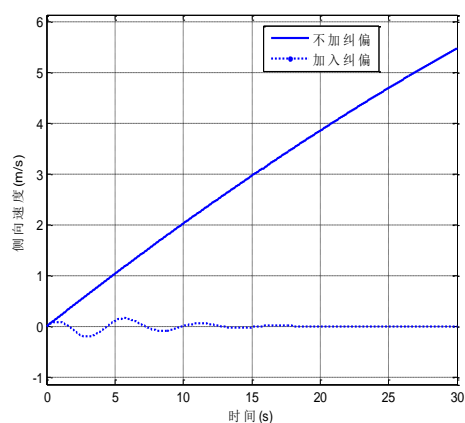
图 6.6 主轮纠偏的控制结构

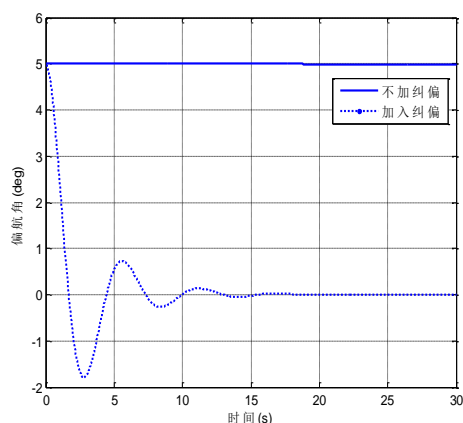
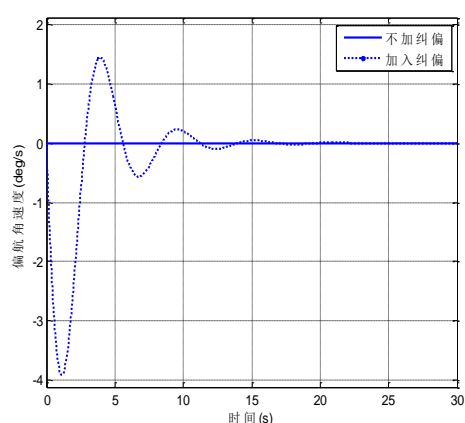
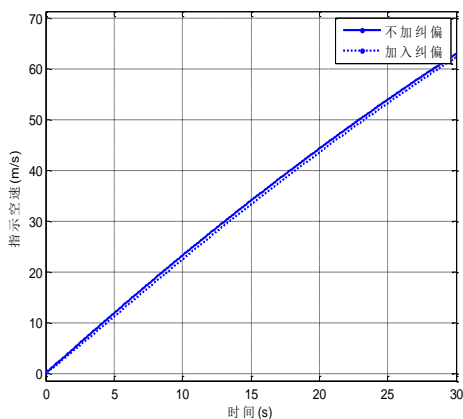
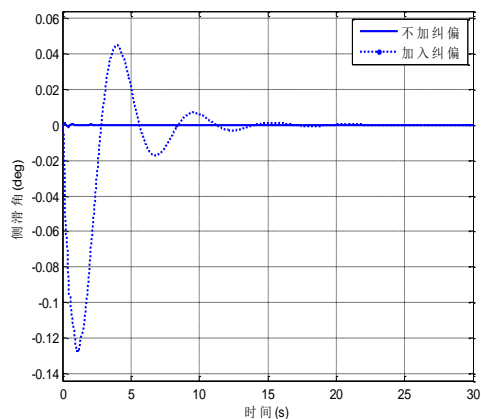
根据主轮纠偏控制结构，主轮同时触地就可以根据不同的刹车控制来进行无人机的航向纠偏。

6.5 加速滑跑主轮纠偏仿真

6.5.1 单一干扰下不加纠偏控制和加纠偏控制的仿真

为了体现设计无人机航迹纠偏控制系统的必要性，在偏航角 ψ 初值为 5deg ，侧向位移 y 为 0m 的情况下，对无人机不加纠偏控制和加入主轮纠偏控制仿真，断开方向舵和副翼控制，方向舵和副翼的偏角为零。仿真 $0\sim 30$ 秒内飞机在跑道上加速滑跑过程中侧向位移 y 、侧向速度 v_y 、偏航角 ψ 、偏航角速度 r 、指示空速 V 和侧滑角 β 的变化趋势如图 6.7~图 6.12 所示。

图 6.7 $\psi = 5^\circ$ 侧向位移与时间的曲线图 6.8 $\psi = 5^\circ$ 侧向速度与时间的曲线

图 6.9 $\psi = 5^\circ$ 偏航角与时间的曲线图 6.10 $\psi = 5^\circ$ 偏航角速度与时间的曲线图 6.11 $\psi = 5^\circ$ 指示空速与时间的曲线图 6.12 $\psi = 5^\circ$ 侧滑角与时间的曲线

由图 6.7~图 6.12 可以看出, 在偏航角 ψ 初值为 5 度, 侧向位移 y 为 0 米的情况下, 对无人机不加纠偏控制和加入主轮纠偏控制仿真。无人机在最大推力下, 不加入纠偏控制时, 指示空速 V 不断增大, 由于偏航角的存在, 侧向位移 y 不断变大, 侧向速度 v_y 随着指示空速的增大也不断的增大, 偏航角 ψ 维持在 5 度左右, 偏航角速度 r 和侧滑角 β 几乎都为零; 加入纠偏控制时, 指示空速 V 不断增大, 由于主轮纠偏控制律的存在, 侧向位移 y 在 0.3 米范围内震荡变化最终稳定, 侧向速度 v_y 在 0.3 米每秒范围内震荡变化最终稳定, 偏航角 ψ 由初始的 5 度大约经过 15 秒降为 0, 偏航角速度 r 在 5 米每秒范围内震荡变化最终稳定, 侧滑角 β 几乎都为零。无人机的主轮差动刹车系统能正确的完成偏航角 ψ 初值为 5 度, 侧向位移 y 为 0 米的情况下的地面加速滑跑过程中的纠偏控制。

为测试不同干扰下纠偏控制系统的有效性,在偏航角 ψ 初值为 0deg ,侧向位移 y 为 5m 的情况下,对无人机不加纠偏控制和加入主轮纠偏控制仿真,断开方向舵和副翼控制,方向舵和副翼的偏角为零。仿真 $0\sim 30$ 秒内飞机在跑道上加速滑跑过程中侧向位移 y 、侧向速度 v_y 、偏航角 ψ 、偏航角速度 r 、指示空速 V 和侧滑角 β 的变化趋势如图 6.13~图 6.18 所示。

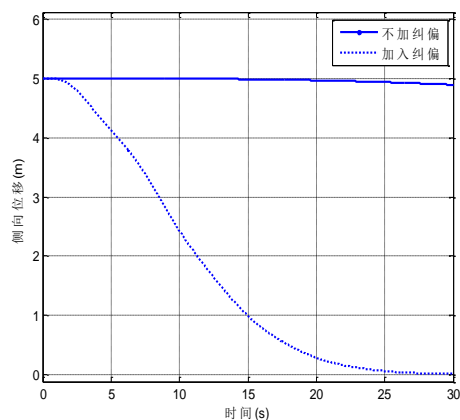


图 6.13 $y=5\text{m}$ 侧向位移与时间的曲线

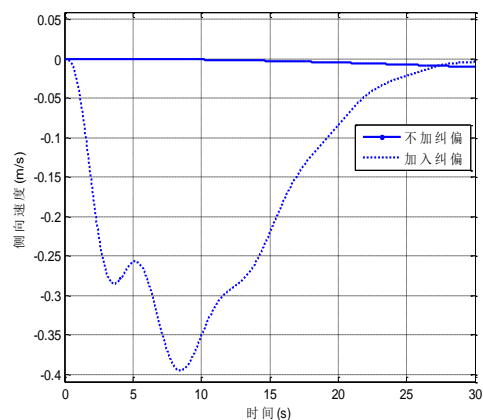


图 6.14 $y=5\text{m}$ 侧向速度与时间的曲线

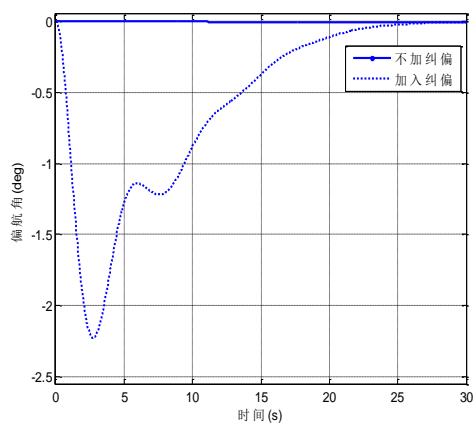


图 6.15 $y=5\text{m}$ 偏航角与时间的曲线

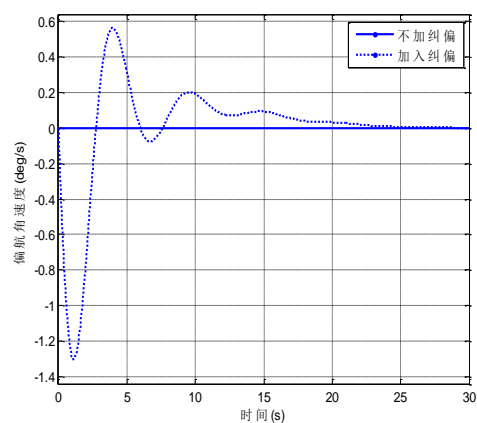
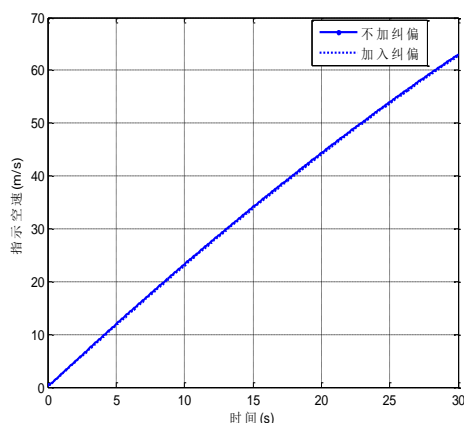
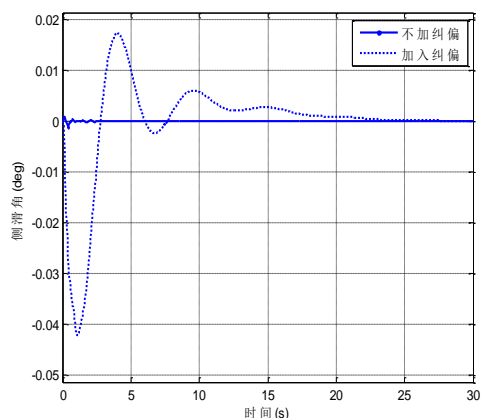


图 6.16 $y=5\text{m}$ 偏航角速度与时间的曲线

图 6.17 $y=5m$ 指示空速与时间的曲线图 6.18 $y=5m$ 侧滑角与时间的曲线

由图 6.13~图 6.18 可以看出，在偏航角 ψ 初值为 0 度，侧向位移 y 为 5 米的情况下，对无人机不加纠偏控制和加入主轮纠偏控制仿真。无人机在最大推力下，不加入纠偏控制时，指示空速 V 不断增大，侧向位移 y 保持在 5m 左右，侧向速度 v_y 、偏航角 ψ 、偏航角速度 r 和侧滑角 β 几乎都为零；加入纠偏控制时，指示空速 V 不断增大，由于主轮纠偏控制律的存在，侧向位移 y 大约经过 25 秒降为 0，侧向速度 v_y 在 0 附近变化，由于侧向距离的纠偏导致偏航角 ψ 和偏航角速度 r 有负值的出现，侧滑角 β 几乎都为零。无人机的主轮差动刹车系统能正确的完成偏航角 ψ 初值为 0 度，侧向位移 y 为 5 米的情况下的地面加速滑跑过程中的纠偏控制。

6.5.2 混合干扰下不加纠偏控制仿真和加入纠偏的仿真

为测试同时加入不同干扰下纠偏控制系统的有效性，在偏航角 ψ 初值为 5deg，侧向位移 y 为 5m 的情况下，对无人机不加纠偏控制和加入主轮纠偏控制仿真，断开方向舵和副翼控制，方向舵和副翼的偏角为零。仿真 0~30 秒内飞机在跑道上加速滑跑过程中侧向位移 y 、侧向速度 v_y 、偏航角 ψ 、偏航角速度 r 、指示空速 V 和侧滑角 β 的变化趋势如图 6.19~图 6.24 所示。

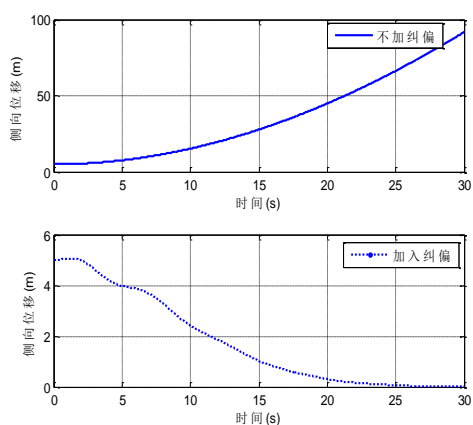


图 6.19 $\psi = 5^\circ$, $y = 5m$ 侧向位移与时间的曲线

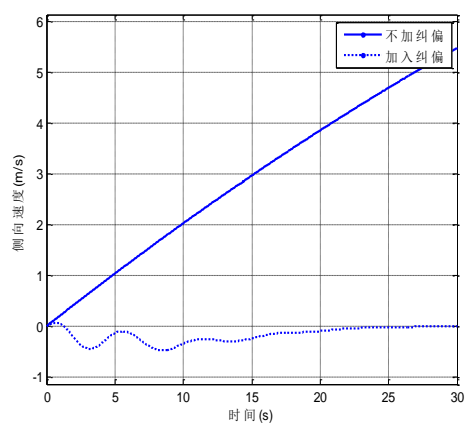


图 6.20 $\psi = 5^\circ$, $y = 5m$ 侧向速度与时间的曲线

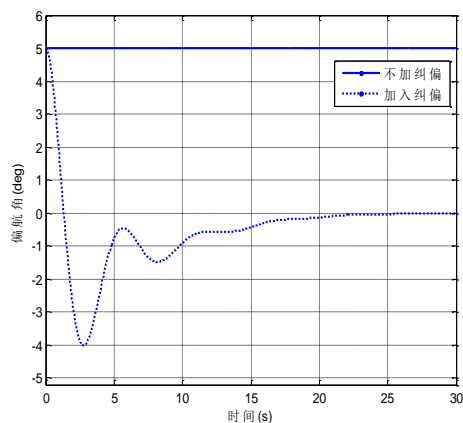


图 6.21 $\psi = 5^\circ$, $y = 5m$ 偏航角与时间的曲线

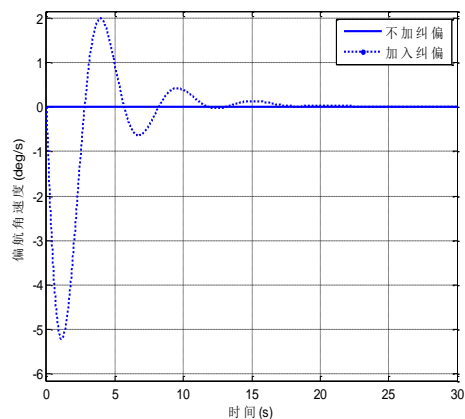


图 6.22 $\psi = 5^\circ$, $y = 5m$ 偏航角速度与时间的曲线

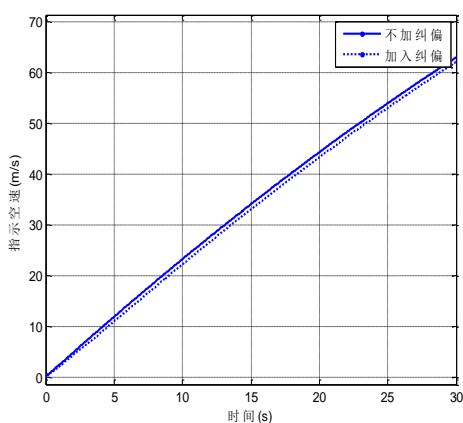


图 6.23 $\psi = 5^\circ$, $y = 5m$ 指示空速与时间的曲线

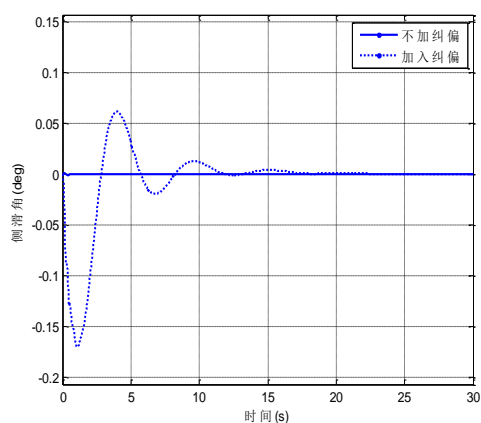


图 6.24 $\psi = 5^\circ$, $y = 5m$ 侧滑角与时间的曲线

由图 6.19~图 6.24 可以看出,在偏航角 ψ 初值为 5 度,侧向位移 y 为 5 米的情况下,对无人机不加纠偏控制和加入主轮纠偏控制仿真。无人机在最大推力下,不加入纠偏控制时,指示空速 V 不断增大,侧向位移 y 保持在 5m 左右,由于偏航角的存在侧向速度 v_y 不断增大、偏航角 ψ 维持在 5 度左右、偏航角速度 r 和侧滑角 β 几乎都为零;加入纠偏控制时,指示空速 V 不断增大,由于主轮纠偏控制律的存在,侧向位移 y 大约经过 25 秒降为 0,侧向速度 v_y 先正后负对侧向位移进行纠偏,偏航角 ψ 在偏航角速度 r 的引导下大约在 20 秒降为 0,侧滑角 β 几乎都为零。无人机的主轮差动刹车系统能正确的完成偏航角 ψ 初值为 5 度,侧向位移 y 为 5 米的情况下的地面加速滑跑过程中的纠偏控制。

6.6 减速滑跑主轮纠偏仿真

6.6.1 单一干扰下不加纠偏控制和加纠偏控制的仿真

上一节验证了在无人机加速滑跑过程中飞机地面模型的主轮纠偏控制的正确性,接下来在飞机从初始 50m/s 减速过程中,偏航角 ψ 初值为 5deg,侧向位移 y 为 0m 的情况下,对无人机不加纠偏控制和加入主轮纠偏控制仿真,断开方向舵和副翼控制,方向舵和副翼的偏角为零。仿真 0~30 秒内飞机在跑道上减速滑跑过程中侧向位移 y 、侧向速度 v_y 、偏航角 ψ 、偏航角速度 r 、指示空速 V 和侧滑角 β 的变化趋势如图 6.25~图 6.30 所示。

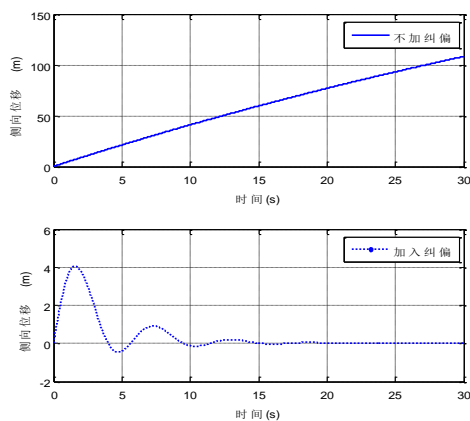


图 6.25 $\psi = 5^\circ$ 侧向位移与时间的曲线

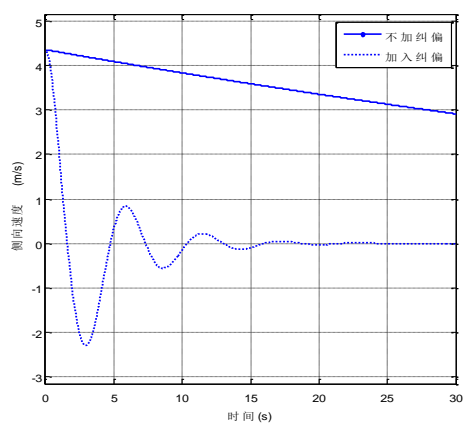
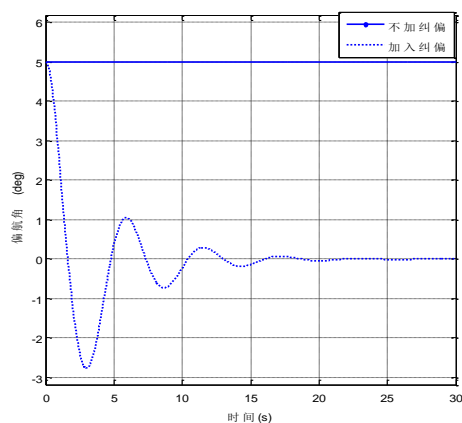
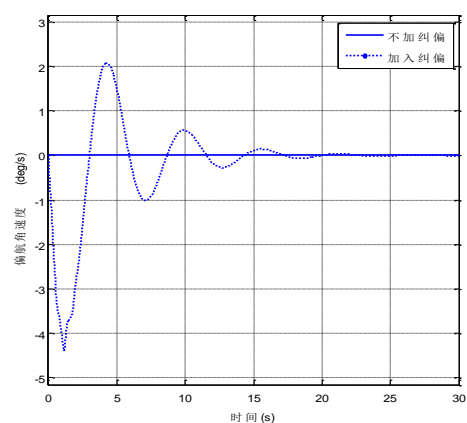
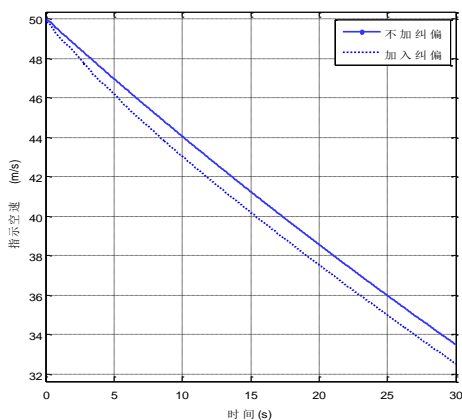
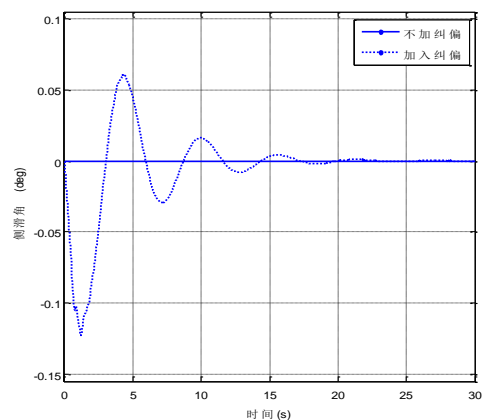


图 6.26 $\psi = 5^\circ$ 侧向速度与时间的曲线

图 6.27 $\psi = 5^\circ$ 偏航角与时间的曲线图 6.28 $\psi = 5^\circ$ 偏航角速度与时间的曲线图 6.29 $\psi = 5^\circ$ 指示空速与时间的曲线图 6.30 $\psi = 5^\circ$ 侧滑角与时间的曲线

由图 6.25~图 6.30 可以看出，在偏航角 ψ 初值为 5 度，侧向位移 y 为 0 米的情况下，对无人机不加纠偏控制和加入主轮纠偏控制仿真。无人机在无推力下，不加入纠偏控制时，指示空速 V 不断减小，由于偏航角的存在，侧向位移 y 不断变大，侧向速度 v_y 随着指示空速的减小也缓慢的减小，偏航角 ψ 维持在 5 度左右，偏航角速度 r 和侧滑角 β 几乎都为零；加入纠偏控制时，指示空速 V 不断减小，由于主轮纠偏控制律的存在，侧向位移 y 在 4 米范围内震荡变化最终稳定，侧向速度 v_y 在 15 秒范围内震荡变化最终稳定，偏航角 ψ 在偏航角速度 r 引导下由初始的 5 度大约经过 15 秒降为 0，侧滑角 β 几乎都为零。无人机的主轮差动刹车系统能正确的完成偏航角 ψ 初值为 5 度，侧向位移 y 为 0 米的情况下的地面减速滑跑过程中的纠偏控制。

为测试飞机减速过程中不同干扰下纠偏控制系统的有效性，飞机从初始速度 50m/s，在偏航角 ψ 初值为 0deg，侧向位移 y 为 5m 的情况下，对无人机不加纠偏控制和加入主轮纠偏控制仿真，断开方向舵和副翼控制，方向舵和副翼的偏角为零。仿真 0~30 秒内飞机在跑道上减速滑跑过程中侧向位移 y 、侧向速度 v_y 、偏航角 ψ 、偏航角速度 r 、指示空速 V 和侧滑角 β 的变化趋势如图 6.31~图 6.36 所示。

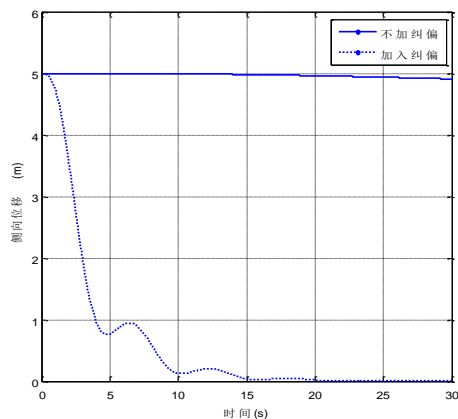


图 6.31 $y=5m$ 侧向位移与时间的曲线

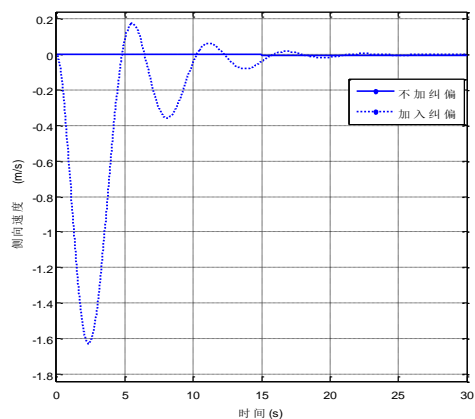


图 6.32 $y=5m$ 侧向速度与时间的曲线

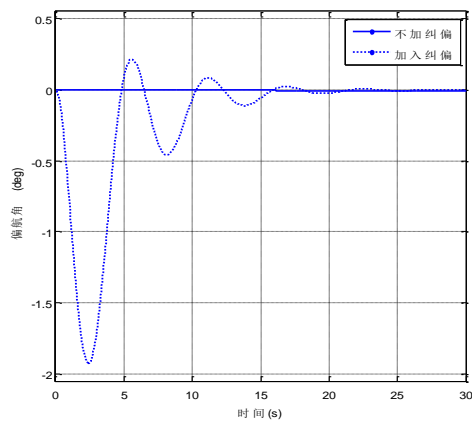


图 6.33 $y=5m$ 偏航角与时间的曲线

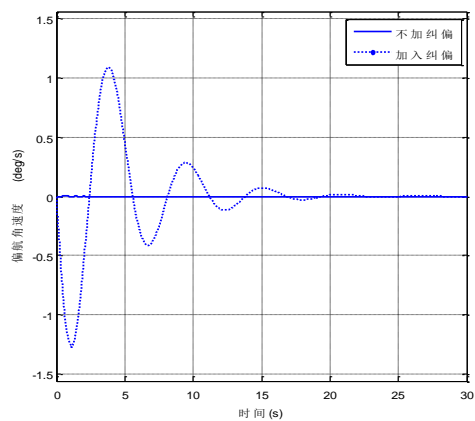
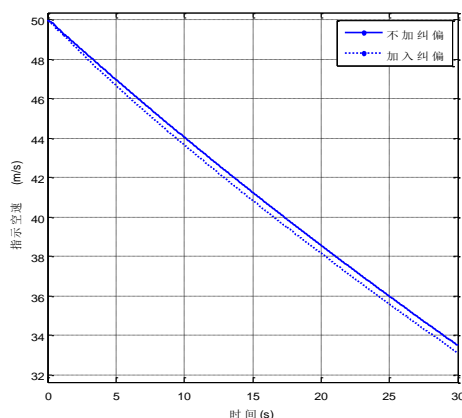
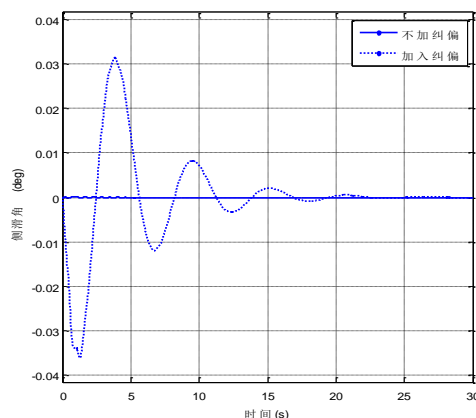


图 6.34 $y=5m$ 偏航角速度与时间的曲线

图 6.35 $y=5m$ 指示空速与时间的曲线图 6.36 $y=5m$ 指示空速与时间的曲线

由图 6.31~图 6.36 可以看出，在偏航角 ψ 初值为 0 度，侧向位移 y 为 5 米的情况下，对无人机不加纠偏控制和加入主轮纠偏控制仿真。无人机在无推力下，不加入纠偏控制时，指示空速 V 不断减小，侧向位移 y 保持在 5m 左右，侧向速度 v_y 、偏航角 ψ 、偏航角速度 r 和侧滑角 β 几乎都为零；加入纠偏控制时，指示空速 V 不断减小，由于主轮纠偏控制律的存在，侧向位移 y 大约经过 15 秒降为 0，侧向速度 v_y 在 0 附近变化，由于侧向距离的纠偏导致偏航角 ψ 和偏航角速度 r 有负值的出现，侧滑角 β 几乎都为零。无人机的主轮差动刹车系统能正确的完成偏航角 ψ 初值为 0 度，侧向位移 y 为 5 米的情况下的地面减速滑跑过程中的纠偏控制。

6.6.2 混合干扰下不加纠偏控制和加纠偏控制的仿真

为测试飞机减速滑跑时，同时加入不同干扰下纠偏控制系统的有效性，接下来飞机从 50m/s 在偏航角 ψ 初值为 5deg，侧向位移 y 为 5m 的情况下，对无人机不加纠偏控制和加入主轮纠偏控制仿真，断开方向舵和副翼控制，方向舵和副翼的偏角为零。仿真 0~30 秒内飞机在跑道上减速滑跑过程中侧向位移 y 、侧向速度 v_y 、偏航角 ψ 、偏航角速度 r 、指示空速 V 和侧滑角 β 的变化趋势如图 6.37~图 6.42 所示。

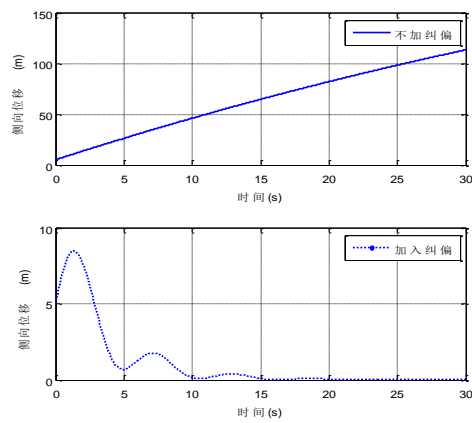


图 6.37 $\psi = 5^\circ$ ， $y = 5m$ 侧向位移与时间的曲线

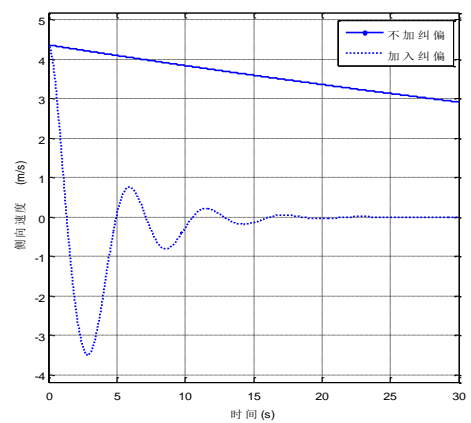


图 6.38 $\psi = 5^\circ$ ， $y = 5m$ 侧向速度与时间的曲线

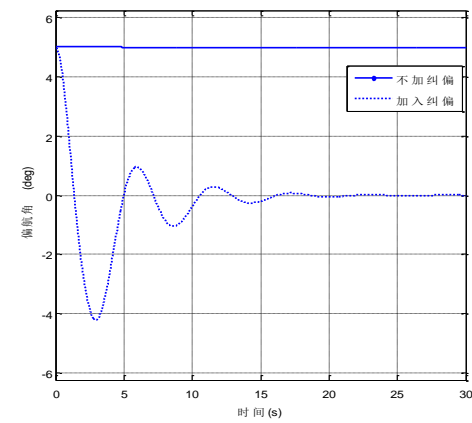


图 6.39 $\psi = 5^\circ$ ， $y = 5m$ 偏航角与时间的曲线

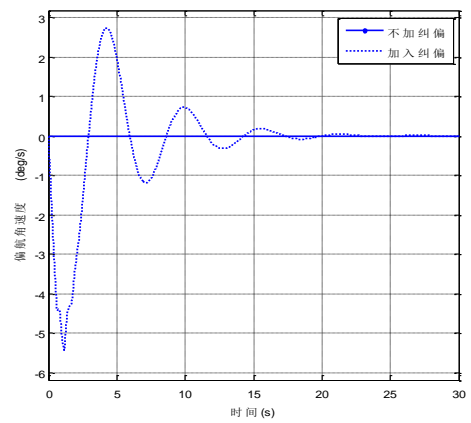


图 6.40 $\psi = 5^\circ$ ， $y = 5m$ 偏航角速度与时间的曲线

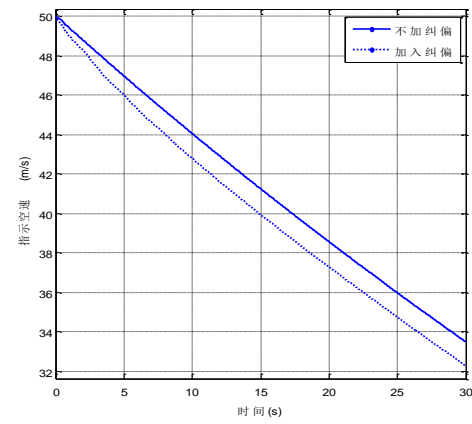


图 6.41 $\psi = 5^\circ$ ， $y = 5m$ 指示空速与时间曲线

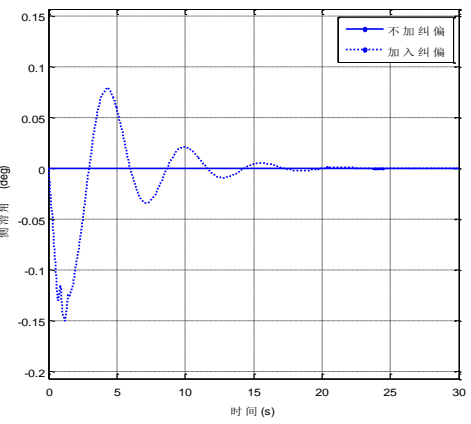


图 6.42 $\psi = 5^\circ$ ， $y = 5m$ 侧滑角与时间曲线

由图 6.37~图 6.42 可以看出,在偏航角 ψ 初值为 5 度,侧向位移 y 为 5 米的情况下,对无人机不加纠偏控制和加入主轮纠偏控制仿真。无人机在无推力下,不加入纠偏控制时,指示空速 V 不断减小,侧向位移 y 不断增大,由于偏航角的存在偏航角速度 r 和侧向速度 v_y 不断减小、偏航角 ψ 维持在 5 度左右、侧滑角 β 几乎都为零;加入纠偏控制时,指示空速 V 不断减小,由于主轮纠偏控制律的存在,侧向位移 y 大约经过 15 秒降为 0,侧向速度 v_y 先正后负对侧向位移进行纠偏,偏航角 ψ 在偏航角速度 r 的引导下大约在 15 秒降为 0,侧滑角 β 几乎都为零。无人机的主轮差动刹车系统能正确的完成偏航角 ψ 初值为 5 度,侧向位移 y 为 5 米的情况下的地面减速滑跑过程中的纠偏控制。

6.7 本章小结

本章在无人机地面模型的基础上,研究了飞机刹车系统的液压伺服阀机构的二阶近似模型,将执行机构传递的刹车压力转换为刹车力矩的刹车装置模型,基于摩擦系数的轮胎与跑道结合力矩模型和整个飞机机轮的动力学方程。在此基础上建立了飞机机轮上的刹车系统模型并设计了主轮差动刹车控制律;基于无人机地面加速滑跑和着陆减速滑跑两种不同的情况,分别进行了不加干扰和纠偏控制、加入单一干扰和纠偏控制、加入混合干扰和纠偏控制三种条件下的仿真;验证了无人机地面模型和主轮差动刹车控制律的正确性和有效性。

第七章 总结与展望

7.1 本文研究内容总结

基于无人机的起飞滑跑和着陆滑跑的物理过程，本文建立了无人机的地面滑跑模和刹车系统模型，并设计了主轮差动刹车控制律，在不同情况下验证了地面模型和主轮差动刹车控制的正确性和有效性。

本文的主要研究工作包括：

(1) 研究了无人机起飞滑跑和着陆滑跑过程中的动力学特性；分析了轮胎与跑道之间摩擦力的产生种类和机制；分析了以 Pacejka 魔术公式为基础的轮胎和跑道之间的结合系数的影响因素 \tilde{D} 、 C 和 B ；基于 Pacejka 魔术公式确定了轮胎纵向摩擦系数和侧向摩擦系数的计算方法：即用机轮的滑移率的非线性公式求解轮胎的纵向摩擦系数，用轮胎的侧偏角的非线性经验公式求解机轮的侧向摩擦系数。

(2) 建立了起落架模型的质量弹簧阻尼模型，解算起落架对飞机机体的力和力矩；建立了轮胎的质量弹簧阻尼模型，求解轮胎的纵向摩擦力和侧向摩擦力；解算出地面对飞机的力和力矩；最后将起落架模型和轮胎模型合成起落架双弹簧系统等效模型，完成了起落架和轮胎模型的建立；分析了飞机停机时和滑跑时，起落架缓冲器和轮胎的压缩量和压缩速度；根据整个无人机系统滑跑时的受力情况，建立了无人机的地面滑跑模型。在无人机加速起飞和减速滑跑过程中测试了无偏航角和有偏航角的情况，得到的仿真结果表明无人机地面模型可以正确的模拟无人机加速起飞和减速着陆的物理过程。

(3) 研究并建立了飞机的刹车系统的液压伺服阀模型、刹车装置模型、轮胎与跑道结合力矩模型和机轮动力学模型，设计了主轮差动刹车控制律；基于无人机地面加速滑跑和着陆减速滑跑两种不同的情况，对加入单一干扰仿真进行不加纠偏控制和加入纠偏控制两种情况的仿真对比、进而对加入混合干扰仿真同样进行不加纠偏控制和加入纠偏控制两种情况的仿真对比；仿真结果验证了主轮差动刹车控制律的正确性和有效性。

7.2 后续工作展望

(1) 在对无人机的起落架和轮胎建模的过程中，在气体等温压缩条件下，将起落架和轮胎模型简化为双弹簧阻尼系统模型，对于纵向摩擦系数和侧向摩擦系数的求取借鉴了一些经验公式，做了一定的简化，仅考虑了轮胎滑移率和轮胎侧偏角的影响；起落架缓冲器和轮胎所产生的垂直支撑力与形变之间的相互关系做了简化，解算得起落架和轮胎的垂直载荷跟实际测量得到的数值会存在一定的偏差；跑道对轮胎的纵向摩擦力和侧向摩擦力采用了比较常规的公式进

行求解，仅考虑了垂直方向上的等效刚度系数和等效阻尼系数。在以后的工作中应考虑飞机速度对摩擦系数的影响和起落架缓冲器的高阶响应，建立包含高阶响应的起落架和轮胎模型，

(2) 本文设计了主轮差动刹车控制对无人机地面滑跑过程进行航迹纠偏，在对主轮差动刹车系统模型建模时，将液压伺服阀等效为二阶系统，未考虑其高阶响应。在主轮差动刹车基础上，可是设计基于前轮偏转的纠偏控制，进行结果的对比。

(3) 无人机地面起飞和着陆滑跑过程中的控制律的设计采用的常规 PID 控制设计技术，也可以利用基于模糊控制，神经网络等先进控制理论的方法进行无人机的滑跑过程控制律的设计，避免 PID 设计方法对参数个数和线性小扰动的限制，使非线性无人机地面滑跑过程的多参数控制律设计更加高效。

由于作者能力有限，有些地方可能考虑得还不是十分周全，也许还存在较多不足和错误的地方，欢迎各位老师和同学给我批评指正，我将悉心进行改正。

参考文献

- [1] 陈磊. 轮式飞行平台地面滑跑建模与航迹纠偏控制研究, [硕士学位论文].南京: 南京航空航天大学, 2009.
- [2] 张明.飞机地面动力学若干关键技术研究.飞航导弹, [博士学位论文].南京: 南京航空航天大学, 2009.
- [3] C Rodney Hanke. The simulation of a large jet transport aircraft-Vol.1 Mathematical model. NASA-CR-1756, 1971.
- [4] C Rodney Hanke. The simulation of a large jet transport aircraft-Vol.2 modeling data. US National Technical Information Service N73-10027, September 1970.
- [5] W. S. Pi*, J. R. Yamane, M. J. C. Smith. Generic Aircraft Ground Operation simulation. AIAA 86-0989, 1986.
- [6] D. Fischenberg, W. monich. C-160 ground handling model update using taxi test data. Paper 12 for AGARD FVP Panel Symposium, Braunschweig, 22-25 May 1995.
- [7] Alan Shepherd, Tyrone Catt, David Cowling. The simulation of aircraft landing gear dynamics. ICAS-92-1. 7. 1, Beijing, China.
- [8] Goldthorpe, S. H., Kernik, A.C., Mcbee, L.S. et al. Ground and control requirement for high-speed Rollout and Turnoff(ROTO). NASA-CR-195026, 1995.
- [9] Goldthorpe, S. H., Kernik, A.C., Mcbee, L.S. et al. Guidance and Control Design for High-Speed Rollout and Turnoff (ROTO). NASA-CR-201602, 1995.
- [10] A. G. Barnes, T. J. Yager. Enhancement of aircraft Ground Handling Simulation Capability. AGARD-AG-333, 2000.
- [11] 赵震炎,许佩珍,余思尧.飞机地面运动的模拟,飞行力学, 1985, 2: 8-24.
- [12] 芮裕亭.弹性飞机在不平的跑道上起飞和着陆的数字模拟. 航空学报, 1986, 7(4): 347-353.
- [13] 黄树春,汪长元.副翼配重的着陆冲击响应.航空学报, 1992, 13(8): 427-430.
- [14] 王孝英,诸德培.飞机操纵前轮转弯运动德数学模型及数值仿真,应用力学学报, 1997, 14(4): 46—50.
- [15] 高泽炯.飞机地面操纵减摆系统及地面运动力学.北京:航空学报杂志社, 1997.
- [16] 牟让科,胡孟权.飞机非对称着陆和滑跑载荷分析.机械科学与技术, 2000, S: 72-74.
- [17] 段松云,朱纪洪,孙增圻.无人机着陆数学模型研究—三轮着地滑行.系统仿真学报,2004, 16(6): 1296-1299.

- [18] 王纪森.非线性控制理论在防滑刹车系统中的应用,[博士学位论文].西安:西北工业大学, 2001.
- [19] 张明廉, 飞行控制系统, 北京, 航空工业出版社, 1999.
- [20] 吴森堂, 费玉华, 飞行控制系统, 北京, 航空工业出版社, 2006.
- [21] 葛志闪, 轮式布局无人机控制律设计, [硕士学位论文], 西安, 西北工业大学, 2007.
- [22] 许美坤, 唐新蓬, 汽车防抱制动系统中最佳滑移率的识别方法[J], 湖北汽车, 2001, 4.
- [23] Gim G, Nikraves P E. An Analytical Model of Pneumatic Tires for Vehicle Dynamic Simulation. Part I:Pure slips. Int. J. of Vehicle Design, 1990,11(6) .
- [24] St. Germann, M. Wurtenberger, A. Dai B. Monitoring of the friction coefficient between tire and road surface. IEEE 1994. 2.
- [25] 庄继德, 汽车轮胎学[M], 北京, 北京理工大学出版社, 1995:211.
- [26] 张强, 大倾角下轮胎稳态侧倾建模及试验研究[D], 吉林大学 2002.
- [27] 姜伟, 谢利理, 雒雪芳, 基于双通道调节的飞机刹车系统仿真[J], 航空精密制造技术, 2006 Vol.42 No.2.
- [28] 徐冬苓, 飞机刹车系统的建模与地面结合系数的研究[D], 西北工业大学, 2005.
- [29] 王纪森, 李长安, 飞机轮胎与跑道间结合系数模型的研究, 西北工业大学学报, 2000, 18(4): 519~521
- [30] Multiple, Enhancement of aircraft ground handling simulation capability, AGARD-AG-333, 1998.
- [31] 焦振江, 飞机起落架动态性能仿真分析研究, [硕士学位论文], 西安, 西北工业大学, 2007.
- [32] 徐冬苓, 李玉忍, 飞机起落架数学模型的研究, 系统仿真学报, 2005, 17(4): 831~834.
- [33] 袁东, 飞机起落架仿真数学模型研究, 飞行力学, 2002, 20(4): 44~47.
- [34] Howlett J, UH-60A Block Hawk Engineering Simulation Program, NASA-CR-166309, 1981.
- [35] 徐冬苓, 飞机刹车系统建模与地面结合系数的研究, [硕士学位论文], 西安, 西北工业大学, 2005.
- [36] 张曾铝, 张江监, 王裕昌, 飞机起落架滑行载荷识别, 航空学报, 1994, 15(1): 18~27.
- [37] 李峰, 曹云峰, 曹善文, 某型无人机着陆过程中地面滑行段的建模与仿真, 指挥控制系统与仿真, 2006, 28(2): 92~94.
- [38] 黄忠霖, 控制系统 MATLAB 计算与仿真, 北京, 国防工业出版社, 2003: 183~202.
- [39] 张静, MATLAB 在控制系统中的应用, 北京, 电子工业出版社, 2007: 92~99.
- [40] 邹美英, 飞机防滑刹车系统新型控制律设计与仿真研究, [硕士学位论文], 西安, 西北工业大学, 2005.

- [41] 冯昊, 无人机自动着陆控制, [硕士学位论文], 南京, 南京航空航天大学, 2003.
- [42] 王勇, 王英勋, 无人机滑跑纠偏控制, 航空学报, 2008, 29 Sup: 142~149.
- [43] 胡浩, 无人机进场着陆/地面滑跑控制与仿真, [硕士学位论文], 南京, 南京航空航天大学, 2011.
- [44] 季丽丽, 轮式无人机自主着陆控制技术研究, [硕士学位论文], 南京, 南京航空航天大学, 2012.
- [45] 李海泉, 小型无人机飞行力学建模及虚拟训练平台的建立, [硕士学位论文], 南京, 南京航空航天大学, 2012.
- [46] 刘斌, 贺剑, 张琳, 小型无人机动力装置建模与仿真研究, 飞行力学[J], 2010.
- [47] 宋晓晨, 某无人机起落架缓冲器防卡滞设计技术研究, [硕士学位论文], 南京, 南京航空航天大学, 2013.
- [48] 宁东方, 无人机自动着陆控制系统的设计与实现研究, [硕士学位论文], 西安, 西北工业大学, 2006.
- [49] 罗东, 起落架四点布局无人机地面滑跑建模与控制研究, [硕士学位论文], 南京, 南京航空航天大学, 2008.
- [50] 黄开, 无人机应急着陆控制技术研究, [硕士学位论文], 南京, 南京航空航天大学, 2014.
- [51] 熊志伟, 飞机起落架多体动力学系统保结构分析, [硕士学位论文], 武汉, 武汉理工大学, 2014.
- [52] 曹荣生, 飞机起落架模型建立及着陆性能仿真分析, [硕士学位论文], 哈尔滨, 哈尔滨工程大学, 2014.

致谢

时光飞逝，两年半的研究生生涯即将结束，在论文完成之际，我向曾经给予我支持和帮助的人们表达深深的谢意。

本论文能够顺利完成，首先要衷心感谢我的导师李秀娟副研究员。感谢她两年多来，给予的悉心指导和帮助。从论文的选题、研究方法的确定到论文的撰写，每一个过程都离不开李老师的指导。她深厚的学术修养、精益求精的治学态度、孜孜不倦的求学精神对我今后的学习和工作都将产生深远的影响。

在整个课题研究过程中，得到了实验室李春涛、陈欣、黄一敏等老师的帮助和指导，让我受益匪浅，在此对他们表示衷心的感谢。

同时感谢飞行控制研究所为我创造的积极、团结、和谐的科研氛围，感谢师兄徐博峰，廖新涛以及实验室李勇、贾振宇、赵塞峰等在学习和生活上对我的无私帮助，在相互交流和学习的过程中，我得到了很大的进步，这是一段美好的人生经历。

特别要感谢实验室张媛媛，她的帮助和关心给予了我很大的支持。

特别要感谢我的父母，他们的关爱使我在拼搏和奋斗的路上勇往直前。

最后向审阅本文的专家、教授致敬。

王程坤

二〇一六年一月

于南京航空航天大学

在学期间发表的学术论文

学术论文发表情况:

- [1] 王程坤,李秀娟.轮式无人机地面滑跑模型的建立.电光与控制. (已录用, 待发表)