UNIVERSIDAD NACIONAL DEL ALTIPLANO

Facultad de Ingeniería Estadística e Informática

Docente: Fred Cruz Torres
Estudiante: Nexu Yohan Mamani Yucra

Método del Punto Fijo

1. Introducción

El método del punto fijo es una técnica fundamental en el análisis numérico para encontrar raíces de funciones no lineales. Su importancia radica en su simplicidad algorítmica y su capacidad para servir como base para otros métodos más avanzados, como el de Newton-Raphson.

2. Definición del Método

Sea una ecuación de la forma $f(x) = 0$. El método consiste en transformar dicha ecuación de manera algebraica en una forma equivalente:

$$x = g(x) \tag{1}$$

Un número p se denomina **punto fijo** de la función g si $g(p) = p$. El método busca este punto a través de un proceso iterativo.

3. Fórmulas y Algoritmo

El proceso de iteración se define por la relación de recurrencia:

$$x_{n+1} = g(x_n), \quad n = 0, 1, 2, \ldots \tag{2}$$

3.1. Condición de Convergencia

Para asegurar que el método converja a una raíz, se debe cumplir el teorema de la aplicación contractiva en un intervalo I:

1. $g(x) \in [a, b]$ para todo $x \in [a, b]$.
2. Existe una constante $k < 1$ tal que $|g'(x)| \leq k$ para todo $x \in (a, b)$.

4. Implementación en Python

A continuación, se presenta el código desarrollado para ejecutar el método con control de errores e iteraciones.

```python
import math

def punto_fijo(g, x0, tol, max_iter):
    """
    Implementacion del metodo del punto fijo.
    g: funcion de iteracion g(x)
    x0: valor inicial
    tol: tolerancia (error permitido)
    max_iter: limite de iteraciones
    """
    print(f"{'Iter':<5} | {'x_n':<12} | {'g(x_n)':<12} | {'Error':<12}")
    print("-" * 50)

    for i in range(max_iter):
        x_nuevo = g(x0)
        error = abs(x_nuevo - x0)

        print(f"{i+1:<5} | {x0:<12.6f} | {x_nuevo:<12.6f} | {error:<12.6e}")

        if error < tol:
            print(f"\nConvergencia lograda. Raiz aproximada: {x_nuevo}")
            return x_nuevo

        x0 = x_nuevo

    print("\nNo se logro la convergencia en el maximo de iteraciones.")
    return None

# --- Ejemplo de uso ---
# Queremos resolver f(x) = x^2 - x - 2 = 0
# Despejamos g(x) = sqrt(x + 2)
g_func = lambda x: math.sqrt(x + 2)

# Parametros
x_inicio = 1.5
tolerancia = 0.0001
maximo = 20

punto_fijo(g_func, x_inicio, tolerancia, maximo)
```

Listing 1: Código del Método del Punto Fijo

5. Conclusiones

- La elección de la función $g(x)$ es crítica; no todos los despejes aseguran la convergencia.
- El método es eficiente cuando la derivada $|g'(x)|$ es pequeña.
- Se concluye que es una herramienta poderosa por su baja carga computacional.