Método de Newton-Raphson

Métodos Numéricos para encontrar raíces

Gleny Angélica Condori Mamani   Nexu Yohan Mamani Yucra
Cristian Ronaldo Paucar Yupanqui   Henry Ccoarite Dueñas

Universidad Nacional Del Altiplano

October 2, 2025

Idea general

- Objetivo: Resolver $f(x) = 0$.
- Idea geométrica: usar la **recta tangente** en un punto cercano para aproximar la raíz.
- Fórmula de iteración:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Derivación del método

1. Expansión de Taylor en x_n:

$$f(x) \approx f(x_n) + f'(x_n)(x - x_n)$$

2. Se impone $f(x) = 0$.
3. Se despeja x:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Convergencia

Resultado

Si $f(r) = 0$, $f'(r) \neq 0$ y $f \in C^2$:

$$e_{n+1} \approx C\, e_n^2 \quad \text{con } C = \frac{|f''(r)|}{2|f'(r)|}$$

- Orden de convergencia: **cuadrático**.
- Significa que los dígitos correctos se duplican en cada iteración.

Ventajas y desventajas

Ventajas

- Muy rápido (convergencia cuadrática).
- Alta precisión en pocas iteraciones.

Desventajas

- Requiere derivada $f'(x)$.
- Puede divergir si x_0 está lejos de la raíz.
- Problemas si $f'(x)$ es cercano a cero.

Ejemplo: Calcular $\sqrt{10}$

$$f(x) = x^2 - 10, \quad f'(x) = 2x$$

$$x_{n+1} = \tfrac{1}{2}\left(x_n + \frac{10}{x_n}\right)$$

Iteraciones con $x_0 = 3$:

- $x_1 = 3.1667$
- $x_2 = 3.1623$
- $x_3 = 3.162278$

$$\sqrt{10} \approx 3.162278$$

Aplicaciones del método

- Física y química computacional.
- Optimización en machine learning.
- Resolución de polinomios y ecuaciones trascendentes.
- Ingeniería: modelos no lineales y simulaciones.

Resumen final

- Método iterativo basado en tangentes.
- Muy eficiente: convergencia cuadrática.
- Requiere derivada y un buen punto inicial.
- Ampliamente usado en ciencias e ingeniería.