

EJERCICIOS APLICADOS DE DIFERENCIACIÓN NUMÉRICA

Estudiante: Nexu Yohan Mamani Yucra

Introducción

La diferenciación numérica permite aproximar derivadas cuando no se dispone de una expresión analítica o se trabaja con datos discretos. Los métodos de diferencias finitas más comunes son: *hacia adelante*, *hacia atrás* y *centrada*. Cada uno presenta distintos niveles de precisión y aplicación. A continuación, se desarrollan ejercicios aplicados con las fórmulas expresadas en formato matemático académico.

1. Diferencia Hacia Adelante (Forward Difference)

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (1)$$

Este método estima la derivada usando el punto actual y el siguiente. Es útil para anticipar tendencias futuras o proyectar valores.

Ejercicios aplicados

1. **Velocidad promedio:** La posición de un vehículo está dada por $f(t) = 3t^2 + 2t + 1$. Estima su velocidad en $t = 2s$ usando $h = 0,1$.
2. **Temperatura en una barra:** La temperatura se modela como $T(x) = 25 + 4x - 0,5x^2$. Calcula la tasa de cambio en $x = 5$ cm usando $h = 0,2$.
3. **Cambio de precio:** Día 1, 2, 3 \rightarrow Precio: 50, 52, 55. Usa diferencia hacia adelante para estimar la variación diaria en el día 1.

2. Diferencia Hacia Atrás (Backward Difference)

$$f'(x) \approx \frac{f(x) - f(x-h)}{h} \quad (2)$$

Este método utiliza el punto actual y el anterior. Es ideal cuando se analizan datos históricos o mediciones pasadas.

Ejercicios aplicados

1. **Producción industrial:** Producción (toneladas): [120, 140, 165, 180]. Calcula la tasa de crecimiento en el día 4 usando $h = 1$.
2. **Crecimiento bacteriano:** $N(t) = e^{0,3t}$. Estima $N'(3)$ usando $h = 0,1$.
3. **Consumo energético:** Hora 0–3 \rightarrow [200, 210, 230, 260] kWh. Determina la tasa de incremento de consumo en la hora 3.

3. Diferencia Centrada (Central Difference)

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \quad (3)$$

Este método utiliza información de ambos lados del punto, reduciendo el error de truncamiento. Es el más preciso para la primera derivada.

Ejercicios aplicados

1. **Movimiento parabólico:** $s(t) = 5t^2 + 2t + 3$. Estima la velocidad en $t = 3$ con $h = 0,5$.
2. **Presión en un tubo:** Posición (m): [0, 1, 2, 3, 4]; presión (Pa): [100, 120, 150, 190, 240]. Calcula la tasa de cambio en $x = 2$.
3. **Cambio de temperatura:** $T(x) = \sin(x)$. Calcula $T'(\pi/3)$ con $h = 0,1$.

4. Segunda Derivada (Aceleración o Curvatura)

$$f''(x) \approx \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} \quad (4)$$

La segunda derivada mide la aceleración o la curvatura de una función. Es útil en análisis físico, de datos o para determinar concavidad y puntos de inflexión.

Ejercicios aplicados

1. **Aceleración de un automóvil:** $s(t) = 2t^3 + 3t^2 + t$. Estima la aceleración en $t = 2$ con $h = 0,2$.

2. **Concavidad de una función:** $f(x) = e^x$. Calcula $f''(1)$ con $h = 0,1$.
3. **Deformación de una viga:** Desplazamientos (mm): [2.0, 2.3, 3.0, 4.1, 5.6].
Estima la curvatura en $x = 2$.

5. Aplicaciones en Ciencia de Datos y Procesos Reales

La diferenciación numérica también se aplica en el análisis de datos, optimización y detección de anomalías.

Ejercicios aplicados

1. **Análisis de usuarios activos:** Usuarios mensuales [10, 15, 23, 34, 48, 65, 85]. Calcula el crecimiento y la aceleración con diferencias centradas y segunda derivada.
2. **Optimización de función de pérdida:** $Loss = [2,45, 1,82, 1,35, 1,08, 0,95, 0,89]$.
Calcula la tasa de cambio en la época 20 y la segunda derivada en 30.
3. **Ventas diarias:** [45, 52, 61, 58, 73, 89, 95]. Determina el día con mayor crecimiento y desaceleración.