

NOIP 提高班——数学专项练习

(请选手务必仔细阅读本页内容)

一、题目概况

中文题目名称	哈希函数	仪仗队	贺卡
英文题目与子目录名	hash	honourguard	card
可执行文件名	hash	honourguard	card
输入文件名	hash.in	honourguard.in	card.in
输出文件名	hash.out	honourguard.out	card.out
每个测试点时限	1 秒	2 秒	3 秒
测试点数目	10	10	10
每个测试点分值	10	10	10
附加样例文件	有	有	有
结果比较方式	全文比较(过滤行末空格和文末回车)		
题目类型	传统	传统	传统
运行内存上限	256M	1G	256M

二、提交源程序文件名

对于 C++ 语言	hash.cpp	honourguard.cpp	card.cpp
对于 C 语言	hash.c	honourguard.c	card.c
对于 Pascal 语言	hash.pas	honourguard.pas	card.pas

三、编译命令(不包含任何优化开关)

对于 C++ 语言	g++ -o hash hash.cpp -lm	g++ -o honourguard honourguard.cpp -lm	g++ -o card card.cpp -lm
对于 C 语言	gcc -o hash hash.c -lm	gcc -o honourguard honourguard.c -lm	gcc -o card card.c -lm
对于 Pascal 语言	fpc hash.pas	fpc honourguard.pas	fpc card.pas

注意事项:

1. 文件名(程序名和输入输出文件名)必须使用英文小写;
2. C/C++ 中函数 main() 的返回值类型必须是 int, 程序正常结束时的返回值必须是 0;
3. 只提供 Linux 格式附加样例文件.

1. 哈希函数

(hash.cpp/c/pas)

【问题描述】

明明觉得 hash 是个好算法, 代码短、效率高. 某天, 他遇到了一个求正方形个数的问题, 于是很淡定地枚举对角线, 然后用 hash 判存在, 妥妥的搞定, 但是提交后却 wa 了几个点. 仔细观察其 hash 函数为: $h = xy + x + y$. 为了让明明知道这个函数存在什么问题, 对于给出的一个 h 值, 请你来告诉他有多少对 (x, y) 满足上述式子 ($\max\{x, y\} \leq h$; h, x, y 都为非负整数)?

【输入格式】

输入文件名为 hash.in.

输入文件第一行包含一个正整数 T , 表示数据组数.

接下来 T 行每行包含一个整数 h , 意义详见题目描述.

【输出格式】

输出文件名为 hash.out.

输出文件包含 T 行, 每行一个整数, 分别表示有多少组 (x, y) 满足要其对应的 h 值.

【输入输出样例 1】

hash.in	hash.out
3	2
1	3
3	2
4	

【输入输出样例 1 说明】

第一组: $(1, 0), (0, 1)$.

第二组: $(0, 3), (1, 1), (3, 0)$.

第三组: $(4, 0), (0, 4)$.

【输入输出样例 2】

见选手目录下的 hash/hash2.in 和 hash/hash2.ans.

【数据规模与约定】

对于 30% 的数据, $h \leq 2,000, T \leq 1,000$.

对于 70% 的数据, $h \leq 10,000, T \leq 10,000$.

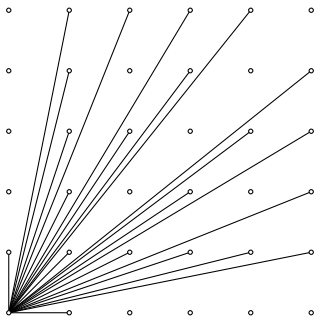
对于 100% 的数据, $h \leq 10^8, T \leq 10,000$.

2. 仪仗队

(honourguard.cpp/c/pas)

【问题描述】

作为体育委员,C 君负责这次运动会仪仗队的训练. 仪仗队是由学生组成的 $N \times N$ 的方阵, 为了保证队伍在行进中整齐划一, C 君会跟在仪仗队的左后方, 根据其视线所及的学生人数来判断队伍是否整齐(如下图). 现在, C 君希望你告诉他队伍整齐时能看到的学生人数.



【输入格式】

输入文件名为 `honourguard.in`.

输入数据仅一行, 包含一个正整数 N , 表示方阵的边长.

【输出格式】

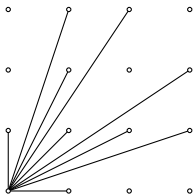
输出文件名为 `honourguard.out`.

输出数据仅一行, 包含一个正整数 M , 为 C 君应看到的学生人数.

【输入输出样例 1】

<code>honourguard.in</code>	<code>honourguard.out</code>
4	9

【输入输出样例 1 说明】



【输入输出样例 2】

见选手目录下的 `honourguard/honourguard2.in` 和 `honourguard/honourguard2.ans`.

【数据规模与约定】

对于 30% 的数据, $1 \leq N \leq 1,000$.

对于 70% 的数据, $1 \leq N \leq 40,000$.

对于 100% 的数据, $1 \leq N \leq 40,000,000$.

3. 贺卡

(card.cpp/c/pas)

【问题描述】

过年了, zzy 和她的同学共 N 人互相送贺卡. 他们每人写了一张贺卡并送给了另外一名同学, 而每个同学恰好收到一张贺卡. 问满足条件的送贺卡方式有多少种?

【输入格式】

输入文件名为 card.in.

输入数据仅一行, 包含一个正整数 N , 表示同学的总人数.

【输出格式】

输出文件名为 card.out.

输出数据仅一行, 包含一个正整数, 为满足条件的方案数.

由于答案可能很大, 请输出其对 $10^9 + 7$ 取模的结果.

【输入输出样例 1】

card.in	card.out
4	9

【输入输出样例 1 说明】

我们把三名同学编号为 1, 2, 3, 我们用 $x \rightarrow y$ 表示 x 同学的贺卡送给了 y 同学.

(1) $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 3$;

(2) $1 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 4, 3 \rightarrow 1, 4 \rightarrow 2$;

(3) $1 \rightarrow 4, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 1$;

(4) $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 1$;

(5) $1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 4, 3 \rightarrow 1, 4 \rightarrow 3$;

(6) $1 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 4, 3 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 1$;

(7) $1 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 4, 4 \rightarrow 2$;

(8) $1 \rightarrow 4, 2 \rightarrow 3, 3 \rightarrow 1, 4 \rightarrow 2$;

(9) $1 \rightarrow 4, 2 \rightarrow 1, 3 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 3$.

【输入输出样例 2】

见选手目录下的 card/card2.in 和 card/card2.ans.

【数据规模与约定】

对于 20% 的数据, $N \leq 8$.

对于 100% 的数据, $N \leq 10^8$.