[theorem]Demostración

1. Teorema de Pitágoras y su Demostración Euclidiana

Teorema 1.1 (Teorema de Pitágoras)**.** *En cualquier triángulo rectángulo, el cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados construidos sobre los catetos.*

Demostración. Sea $\triangle ABC$ un triángulo rectángulo con el ángulo recto en A. Construyamos cuadrados sobre cada uno de sus lados: $BCED$ sobre la hipotenusa BC, $ABFG$ sobre el cateto AB, y $ACKH$ sobre el cateto AC.

Nuestro objetivo es demostrar que el área del cuadrado $BCED$ es igual a la suma de las áreas de los cuadrados $ABFG$ y $ACKH$.

Consideremos la construcción adicional: Tracemos la altura desde A hasta la hipotenusa BC, y extendámosla hasta que corte el lado DE del cuadrado $BCED$ en el punto L. Llamemos al punto de intersección con BC como M. Esto divide el cuadrado $BCED$ en dos rectángulos: $BCLM$ y $MDEL$.

Demostraremos que el área del rectángulo $BCLM$ es igual al área del cuadrado $ABFG$, y que el área del rectángulo $MDEL$ es igual al área del cuadrado $ACKH$.

Parte 1: Área($BCLM$) = Área($ABFG$)

1. Consideremos los triángulos $\triangle ABE$ y $\triangle FBC$.
2. $AB = FB$ (lados del cuadrado $ABFG$).
3. $BC = BE$ (lados del cuadrado $BCED$).
4. $\angle ABC = \angle FBE$ (ambos son $\angle ABC + 90°$).
5. Por el postulado lado-ángulo-lado (SAS), $\triangle ABE \cong \triangle FBC$.
6. El área del triángulo $\triangle ABE$ es la mitad del área del rectángulo $BCLM$ (tienen la misma base BE y la misma altura BL).
7. El área del triángulo $\triangle FBC$ es la mitad del área del cuadrado $ABFG$ (tienen la misma base FB y la misma altura AB).
8. Dado que las áreas de los triángulos congruentes son iguales, el área del rectángulo $BCLM$ es igual al área del cuadrado $ABFG$.

Parte 2: Área($MDEL$) = Área($ACKH$)

1. Consideremos los triángulos $\triangle ACD$ y $\triangle KCB$.
2. $AC = KC$ (lados del cuadrado $ACKH$).
3. $BC = CD$ (lados del cuadrado $BCED$).
4. $\angle ACB = \angle KCD$ (ambos son $\angle ACB + 90°$).
5. Por el postulado lado-ángulo-lado (SAS), $\triangle ACD \cong \triangle KCB$.
6. El área del triángulo $\triangle ACD$ es la mitad del área del rectángulo $MDEL$ (tienen la misma base CD y la misma altura DM).
7. El área del triángulo $\triangle KCB$ es la mitad del área del cuadrado $ACKH$ (tienen la misma base KC y la misma altura AC).
8. Dado que las áreas de los triángulos congruentes son iguales, el área del rectángulo $MDEL$ es igual al área del cuadrado $ACKH$.

Como el área del cuadrado $BCED$ es la suma de las áreas de los rectángulos $BCLM$ y $MDEL$, y hemos demostrado que estas áreas son iguales a las áreas de los cuadrados $ABFG$ y $ACKH$ respectivamente, concluimos que:

Área($BCED$) = Área($BCLM$) + Área($MDEL$) = Área($ABFG$) + Área($ACKH$).

Por lo tanto, $BC^2 = AB^2 + AC^2$. □