

Задача 1.

Для отношения (A,B,C,D,E,G) заданы функциональные зависимости:

$AB \rightarrow C$

$C \rightarrow A$

$BC \rightarrow D$

$ACD \rightarrow B$

$D \rightarrow EG$

$BE \rightarrow C$

$CG \rightarrow BD$

$CE \rightarrow AG$

Постройте замыкание атрибутов $(BD)^+$

Решение 1. $(BD)^+ = \{B, D\}$

$$\begin{cases} D \in (BD)^+ \\ D \rightarrow EG \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E \in (BD)^+ \\ G \in (BD)^+ \end{cases}$$

$(BD)^+ = \{B, D, E, G\}$

$$\begin{cases} B \in (BD)^+ \\ E \in (BD)^+ \\ BE \rightarrow C \end{cases} \Rightarrow C \in (BD)^+$$

$(BD)^+ = \{B, D, E, G, C\}$

$$\begin{cases} C \in (BD)^+ \\ C \rightarrow A \end{cases} \Rightarrow A \in (BD)^+$$

$(BD)^+ = \{B, D, E, G, C, A\}$

Далее замыкание $(BD)^+$ изменяться не будет, так как там уже содержатся все атрибуты.

Задача 2.

Дано отношение Заказы:

Order (ProductNo, ProductName, CustomerNo, CustomerName, OrderDate, UnitPrice, Quantity, SubTotal, Tax, Total)

Tax rate depends on the Product (e.g., 20% for books or 30% for luxury items).

Only one order per product and customer is allowed per day (several orders are combined).

A) Determine the non-trivial functional dependencies in the relation.

B) What are the key candidates?

Решение 2. Нетривиальные зависимости:

- $\text{ProductNo} \rightarrow \{ \text{ProductName}, \text{UnitPrice}, \text{Tax} \}$
- $\text{CustomerNo} \rightarrow \text{CustomerName}$
- $\{ \text{ProductNo}, \text{CustomerNo}, \text{OrderDate} \} \rightarrow \{ \text{ProductName}, \text{CustomerName}, \text{UnitPrice}, \text{Quantity}, \text{SubTotal}, \text{Tax}, \text{Total} \}$
- $\{ \text{UnitPrice}, \text{Quantity} \} \rightarrow \text{SubTotal}$
- $\{ \text{SubTotal}, \text{Tax} \} \rightarrow \text{Total}$

Кандидаты:

$\{ \text{ProductNo}, \text{CustomerNo}, \text{OrderDate} \}$. В него входят все атрибуты, так как только один заказ для каждого продукта и клиента в день разрешен.

Это минимальная функциональная зависимость, так как, если выкинуть один из атрибутов $\{ \text{ProductNo}, \text{CustomerNo}, \text{OrderDate} \}$, замыкание не будет содержать все атрибуты отношения.

Задача 3.

Consider relation $R(A,B,C,D)$ with the following functional dependencies:

$F = A \rightarrow D, AB \rightarrow C, AC \rightarrow B$

A) What are all candidate keys?

B) Convert R into 3NF using synthesis algorithm from textbook.

Решение 3.

Кандидаты:

Построим замыкания для наборов атрибутов:

- $(A)^+ = \{A, D\}$
- $(B)^+ = \{B\}$
- $(C)^+ = \{C\}$
- $(D)^+ = \{D\}$
- $(AB)^+ = \{A, B, C, D\}$
- $(AC)^+ = \{A, B, C, D\}$
- $(AD)^+ = \{A, D\}$
- $(BC)^+ = \{B, C\}$
- $(BD)^+ = \{B, D\}$

- $(CD)^+ = \{C, D\}$

Нашли два кандидата: AB и AC . Тройки, содержащие эти атрибуты рассматривать смысла нет, так как они не будут минимальными, а следовательно не будут кандидатами на ключ.

- $(BCD)^+ = \{B, C, D\}$

В замыкании этой оставшейся тройки не содержатся все атрибуты, а следовательно она не кандидат. Четверка $ABCD$ не кандидат, так как она не минимальна.

Итого кандидаты: AB, AC

Конвертация в ЗНФ:

F уже является минимальным базисом, так как все зависимости минимальны.

Для каждой зависимости заведем отношение:

- $\mathcal{R}_A = AD$
- $\mathcal{R}_{AB} = ABC$
- $\mathcal{R}_{AC} = ABC$

Заметим, что мы уже завели отношение для каждого из ключей AB, AC .

Видим, что $\mathcal{R}_{AC} \subseteq \mathcal{R}_{AB}$. Тогда уберем отношение \mathcal{R}_{AC} .

Получили разложение $\mathcal{R}_A, \mathcal{R}_{AC}$, каждое из которых удовлетворяет условиям ЗНФ.

Задача 4.

Consider the relation $\text{Items}(\text{Vendor}, \text{Brand}, \text{Kind}, \text{Weight}, \text{Store})$ that represent a store stocks.

Convert sentences A)-C) from English text into a functional or a multi-valued dependencies.

[0.5pt] A) A Vendor holds the trademark for a brand (limited to item of a particular kind), so two different Vendors can't use the same brand name for items of the same kind.

[0.5pt] B) For each item kind, each store sells only single brand name made by each Vendor.

[0.5pt] C) If a particular item (vendor, brand name, and kind) is available in a particular weight at a store, then that weight is available at all stores carrying that item.

[0.5pt] D) Now assume that all the functional and/or multi-valued dependencies you specified does hold in Items, and no other dependencies hold in Items. What are the keys for Items?

[1pt] E) What normal forms does Items satisfy?

[1pt] F) Is this decomposition is lossless or not? Why?

$\text{Items}_1(\text{Vendor}, \text{Brand}, \text{Kind}, \text{Store})$

$\text{Items}_2(\text{Vendor}, \text{Brand}, \text{Kind}, \text{Weight})$

[1pt] G) What normal forms does the decomposition in F) satisfy?

[1 pt] H) Decompose Items into a set of relations that are in BCNF such that the decomposition is lossless. Is this decomposition dependency-preserving?

[1pt] I) Find a lossless dependency-preserving decomposition of Items into 3NF using 3NF synthesis algorithm.

Решение 4.

- A) Если два поставщика не могут использовать одно и то же имя бренда для одного типа товара, то по паре бренд и тип товара можно восстановить поставщика:

$$\{Brand, Kind\} \rightarrow Vendor$$

- B) Если в каждом магазине для каждого типа товара каждый поставщик продает только один бренд, то бренд зависит от поставщика, магазина и типа товара:

$$\{Vendor, Store, Kind\} \rightarrow Brand$$

- C) Вес товара не зависит от магазина, а только от поставщика, бренда и типа товара (многозначная зависимость):

$$\{Vendor, Brand, Kind\} \twoheadrightarrow Weight$$

- D) Кандидаты: $(Vendor, Store, Kind, Weight)$. По $\{Vendor, Store, Kind\}$ найдем $Brand$.
Либо $(Brand, Kind, Store, Weight)$. По $\{Brand, Kind\}$ найдем $Vendor$.

Е) Соответствует первой нормальной форме. Для второй не выполняется, так как $Vendor$ зависит не минимально от ключа $(Brand, Kind, Store, Weight)$, а только от $Brand, Kind$.

Ф) Докажем по лемме:

$$Items1 \cap Items2 = (Vendor, Brand, Kind)$$

Но при этом $(Vendor, Brand, Kind)$ не является ключом ни в $Items1$, ни в $Items2$. То есть это не lossless decomposition.

Г) $Items1$ соответствует 4НФ, если ключ $(Vendor, Store, Kind)$, так как тут нет многозначных зависимостей. $Items2$ первой нормальной формы, потому что ключ $(Brand, Kind, Weight)$, при этом $Vendor$ не минимально зависит от ключа, а только от $Brand, Kind$.

Н) Разобьем на следующие отношения по алгоритму:

- Сначала отщипим $Items3 = \{Brand, Kind, Vendor\}$ и оставим $Items4 = \{Brand, Kind, Weight, Store\}$.
- Оказалось, что $Items3$ - BCNF, так как там одна зависимость $(Brand, Kind) \rightarrow Vendor$ и $(Brand, Kind)$ является ключом. А во втором отношении вообще нет зависимостей.

Получили отношения $\mathcal{R}_1 = \{Brand, Kind, Vendor\}$ и $\mathcal{R}_2 = \{Brand, Kind, Weight, Store\}$. При этом зависимости не сохранились, так как в разбиении осталась только зависимость $(Brand, Kind) \rightarrow Vendor$.

И) По алгоритму:

- F (множество зависимостей) уже минимальный базис.
- Создадим для каждой зависимости отношение: $\mathcal{R}_1 = \{Brand, Kind, Vendor\}$ и $\mathcal{R}_2 = \{Vendor, Store, Kind, Brand\}$
- Создадим для какого-нибудь ключа отношение: $\mathcal{R}_3 = \{Kind, Store, Weight, Brand\}$ и $\mathcal{R}_4 = \{Kind, Store, Weight, Vendor\}$
- Никакое из созданных отношений не является подмножеством другого. Значит это разбиение финальное.

$$\mathcal{R}_1 = \{Brand, Kind, Vendor\}$$

$$\mathcal{R}_2 = \{Vendor, Store, Kind, Brand\}$$

$$\mathcal{R}_3 = \{Kind, Store, Weight, Brand\}$$

$$\mathcal{R}_4 = \{Kind, Store, Weight, Vendor\}$$

Данное разбиение является lossless dependency-preserving и все в 3НФ так как осуществлялось по synthesis algorithm.