

# Técnica dos Multiplicadores de Lagrange

Apresentação Gerada por IA

17 de março de 2025

# Introdução

- Os multiplicadores de Lagrange são uma técnica poderosa para otimização com restrições
- Desenvolvida por Joseph-Louis Lagrange no século XVIII
- Amplamente utilizada em física, engenharia e economia

# O Problema de Otimização com Restrições

- Objetivo: Maximizar ou minimizar uma função  $f(x, y)$
- Sujeito a uma restrição  $g(x, y) = c$
- Exemplo: Maximizar a área de um retângulo com perímetro fixo

# A Técnica dos Multiplicadores de Lagrange

- 1 Definir a função Lagrangiana:

$$L(x, y, \lambda) = f(x, y) - \lambda(g(x, y) - c)$$

- 2 Calcular as derivadas parciais e igualá-las a zero:

$$\frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$$

- 3 Resolver o sistema de equações
- 4 Verificar os pontos críticos encontrados

# Exemplo: Maximização da Área de um Retângulo

- Função objetivo:  $f(x, y) = xy$  (área)
- Restrição:  $g(x, y) = 2x + 2y = P$  (perímetro)
- Lagrangiana:  $L(x, y, \lambda) = xy - \lambda(2x + 2y - P)$
- Solução:  $x = y = P/4$  (quadrado)

# Aplicações

- Física: Princípio do trabalho virtual, mecânica analítica
- Engenharia: Otimização de design, controle de sistemas
- Economia: Maximização de utilidade sob restrições orçamentárias
- Aprendizado de máquina: Otimização de funções de perda com regularização

# Conclusão

- Os multiplicadores de Lagrange são uma ferramenta versátil para otimização com restrições
- Permitem transformar problemas com restrições em problemas sem restrições
- Amplamente aplicáveis em diversos campos da ciência e engenharia
- Compreender esta técnica é fundamental para abordar problemas complexos de otimização