Previsão de Equilíbrios Químicos a Partir de Estruturas Atômicas

Baseado em "Chemical Equilibria Can Be Predicted from Atomic Structures"

Ney Lemke

May 25, 2025

Introdução: O Objetivo

Previsão de Equilíbrios Químicos

Um dos principais objetivos da química é prever os equilíbrios das reações químicas.

Isso envolve determinar as quantidades relativas de reagentes e produtos a partir de suas propriedades estruturais como:

- Massas atômicas
- Comprimentos de ligação
- Momentos de inércia

Neste contexto, focaremos em reações em fase gasosa, que são mais simples que reações em fase líquida.

A Condição para Equilíbrio Químico

Equilíbrio Simples de Dois Estados

Considere o equilíbrio mais simples entre dois estados, A e B:

$$A \stackrel{\mathsf{K}}{\rightleftharpoons} B$$

Exemplos incluem: isomerização química, enovelamento de biopolímeros, ligação de um ligante. A constante de equilíbrio K é a razão das concentrações de partículas em cada estado no equilíbrio. A seta indica a direção, tornando K = [B]/[A] inequívoco.

Energia Livre de Gibbs e Potencial Químico

Para equilíbrios a temperatura (T) e pressão (p) fixas, a função apropriada é a energia livre de Gibbs:

$$dG = -SdT + Vdp + \mu_A dN_A + \mu_B dN_B$$

Em T e p constantes, a condição para equilíbrio é

Potencial Químico e Funções de Partição

Relacionando μ com Funções de Partição

O potencial químico μ_A para a espécie A é dado por:

$$\mu_{A} = -kT \ln \left(\frac{q_{A}'}{N_{A}} \right)$$

onde q_A' é a função de partição da espécie A: $q'=\sum_j e^{-\epsilon_j/kT}$. Similarmente para B:

$$\mu_B = -kT \ln \left(rac{q_B'}{N_B}
ight)$$

Constante de Equilíbrio a partir das Funções de Partição

Substituindo na condição de equilíbrio $\mu_A = \mu_B$:

$$-kT \ln \left(rac{q_A'}{N_A}
ight) = -kT \ln \left(rac{q_B'}{N_B}
ight) \Rightarrow rac{q_A'}{N_A} = rac{q_B'}{N_B}$$

Fatores que Influenciam o Equilíbrio

Energia e Densidade de Estados

Dois fatores contribuem para as populações de equilíbrio de A e B:

- Energias baixas
- Altas densidades de estados

No equilíbrio, as moléculas individuais de A e B serão distribuídas de acordo com a distribuição de Boltzmann. O número de moléculas em um dado estado é determinado apenas pela energia, não pela forma (A ou B).

placeholder_energylevels.png

Equilíbrios Mais Complexos

Reação Geral: $aA + bB \rightarrow cC$

A condição para equilíbrio em T e p constantes é:

$$dG = \mu_A dN_A + \mu_B dN_B + \mu_C dN_C = 0$$

As restrições estequiométricas são: $dN_A = -\frac{a}{c}dN_C$ e $dN_B = -\frac{b}{c}dN_C$. Substituindo, leva a:

$$c\mu_C = a\mu_A + b\mu_B$$

Constante de Equilíbrio para Reação Complexa

Usando $\mu = -kT \ln(q'/N)$, obtemos:

$$\left(\frac{q_C'}{N_C}\right)^c = \left(\frac{q_A'}{N_A}\right)^a \left(\frac{q_B'}{N_B}\right)^b$$

A constante de equilíbrio K é:

Encontrando Energias de Estado Fundamental

Diferença de Energia do Estado Fundamental $\Delta\epsilon_0$

Para calcular K, precisamos de $\Delta\epsilon_0=c\epsilon_{0C}-a\epsilon_{0A}-b\epsilon_{0B}$. Um zero comum de energia é o estado totalmente dissociado.

Energia Vibracional e Energia de Ponto Zero

Energias vibracionais: $\epsilon_{v}=(v+1/2)h\nu$. O nível de energia mais baixo acessível é $\epsilon_{0}=(1/2)h\nu$ (energia de ponto zero). Mudamos a referência para o ponto zero em vez do fundo do poço. A energia de dissociação D é definida em relação ao fundo do poço ou ao ponto zero. O texto adota $D=-\epsilon_{0,\mathrm{poço}}-(1/2)h\nu$, onde $\epsilon_{0,\mathrm{poço}}$ é a energia no fundo do poço. (Veja Figura 13.2). A função de partição vibracional (referência no ponto zero) é:

$$q_{vZ} = \frac{1}{1 - e^{-h\nu/kT}}$$

O termo $q_{vibration}e^{-\epsilon_0/kT}$ (onde ϵ_0 é a energia do fundo do poço) é substituído por $q_{vZ}e^{D/kT}$ (onde D é a energia de dissociação do estado de

Exemplo: Reação de Troca $H_2 + D_2 \rightleftharpoons 2HD$

A constante de equilíbrio é:

$$K = \left(\frac{q_{HD}^2}{q_{H_2}q_{D_2}}\right) e^{\Delta D/RT}$$

onde $\Delta D = 2D_{HD} - D_{H_2} - D_{D_2}$. Dissociation energies (D, a partir do ponto zero): $D_{H_2} = 431.8 \text{ kJ mol}^{-1}$, $D_{D_2} = 439.2 \text{ kJ mol}^{-1}$, $D_{HD} = 435.2 \text{ kJ mol}^{-1}$.

$$\Delta D = 2(435.2) - 431.8 - 439.2 = -0.6 \text{ kJ mol}^{-1}$$

A T = 300K, $e^{\Delta D/RT} = 0.79$.

$$K = K_t K_r K_v e^{\Delta D/RT}$$

•
$$K_t = \left(\frac{m_{HD}^2}{m_{H_2}m_{D_2}}\right)^{3/2} = \left(\frac{3^2}{2\times 4}\right)^{3/2} = 1.19$$

•
$$K_r = \left(\frac{\sigma_{H_2}\sigma_{D_2}}{\sigma_{HD}^2}\right) \left(\frac{I_{H_D}^2}{I_{H_2}I_{D_2}}\right) = 4\left(\frac{(6.13)^2}{(4.60)(9.19)}\right) = 3.56 \text{ (com } \sigma_{H_2} = \sigma_{D_2} = 2, \sigma_{HD} = 1)$$

• $K_{\nu} \approx 1$ (pois $h\nu/kT \gg 1$ para todas as espécies à temperatura ambiente)

Constantes de Equilíbrio Baseadas em Pressão (K_p)

É conveniente usar K_p para gases, pois as pressões são mais fáceis de medir. Usando a lei dos gases ideais N = pV/kT na expressão de K:

$$K = \frac{N_C^c}{N_A^a N_B^b} = \frac{(p_C V/kT)^c}{(p_A V/kT)^a (p_B V/kT)^b}$$

Rearranjando para K_p :

$$K_p = \frac{p_C^c}{p_A^a p_B^b} = (kT)^{c-a-b} \frac{q_{0C}^c}{q_{0A}^a q_{0B}^b} e^{\Delta D/kT}$$

onde $q_0 = q/V = [(2\pi mkT)/h^2]^{3/2}q_rq_v...$ é a função de partição com o volume V fatorado.

Potencial Químico e Pressões Parciais

$$\mu = -kT \ln(q'/N)$$
. Fatorando $q' = q'_0 V$ e usando $V = NkT/p$:

$$\mu = -kT \ln \left(\frac{q_0'kT}{p} \right) = kT \ln \left(\frac{p}{q_0'kT} \right)$$

Ney Lemke

Exemplo: Dissociação do Iodo $l_2 \rightleftharpoons 2I$

Calcular K_p a T=1000K. Dados: $m_I=2.109\times 10^{-25}$ kg. Degenerescências eletrônicas do estado fundamental

 $q_{elec,I}=4, q_{elec,I_2}=1.$

 $\theta_{rot} = 0.0537 K, \theta_{vib} = 308 K, \Delta D = -35.6 \text{ kcal mol}^{-1} \text{ (para } I_2 \to 2I, \text{ então } D_b = 35.6 \text{ kcal mol}^{-1} \text{)}.$

$$K_p = kT \frac{(q_{0I})^2}{q_{0I_2}} e^{-D_{I_2}/RT}$$

(Note: a fórmula no livro é $e^{\Delta D/RT}$, com $\Delta D = D_{\rm produtos} - D_{\rm reagentes}$. Para $I_2 \to 2I$, $\Delta D = 2D_I - D_{I_2}$. Se D_I é a energia para formar I atômico do zero de energia, e D_{I_2} é a energia de dissociação de I_2 , então $e^{-D_{I_2}/RT}$ é usado se ΔD no texto é $-D_{I_2}$.) O texto usa $\Delta D = -35.6$ kcal mol $^{-1}$ diretamente na exponencial.

 $e^{\Delta D/RT}=e^{-35600/(1.987)(1000)}=1.66\times 10^{-8}.$ Fatores das funções de partição $(q_0=q_tq_rq_{vZ}q_e)$:

- Rotacional (I_2): $q_{r,I_2} = T/(2\theta_{rot}) = 1000/(2 \times 0.0537) = 9310$.
- Vibracional (I_2) :

◆ロト ◆母ト ◆差ト ◆差ト 差 めので

Princípio de Le Chatelier

Resposta a Perturbações

Qualquer perturbação de um estado de equilíbrio estável deve aumentar a energia livre do sistema. O sistema responderá movendo-se de volta ao estado de equilíbrio.

Para $A \rightleftharpoons B$, se uma flutuação muda N_B por dN_B :

$$dG = (\mu_B - \mu_A)dN_B$$

Para se mover em direção ao equilíbrio, $dG \leq 0$. Se $\mu_B > \mu_A$, então $dN_B < 0$ (para dG < 0), significando que N_B diminuirá. O potencial químico é às vezes chamado de "tendência de escape".

Princípio de Le Chatelier: Um sistema em equilíbrio, quando perturbado, ajusta-se de forma a minimizar o efeito da perturbação e retornar ao equilíbrio.

Dependência da Temperatura do Equilíbrio: Equação de van 't Hoff

Medir K(T) em diferentes temperaturas permite determinar Δh° e Δs° da reação. No equilíbrio, $\mu_A = \mu_B$. Usando $\mu = \mu^{\circ} + kT \ln p$:

$$\mu_A^{\circ} + kT \ln p_A = \mu_B^{\circ} + kT \ln p_B$$

$$\ln K_p = \ln \left(\frac{p_B}{p_A}\right) = -\frac{(\mu_B^{\circ} - \mu_A^{\circ})}{kT} = -\frac{\Delta \mu^{\circ}}{kT}$$

Como $\Delta \mu^{\circ} = \Delta h^{\circ} - T \Delta s^{\circ}$:

$$\ln K_p = -\frac{\Delta h^\circ}{kT} + \frac{\Delta s^\circ}{k}$$

A dependência com a temperatura é (assumindo Δh° e Δs° independentes de T):

$$\left(\frac{\partial \ln K_p}{\partial T}\right)_p = \frac{\Delta h^\circ}{kT^2}$$

Forma alternativa (relação de van 't Hoff), usando $d(1/T) = -(1/T^2)dT$:

 $\int \partial \ln K_p$

A 60 ← □ ►

4 D > 4 B > 4 E > 4 3

Gráfico de van 't Hoff e Integração

placeholder_vanthoff.png

Equação de Gibbs-Helmholtz

Para uma dependência geral da energia livre G(T) com a temperatura:

Sabemos que H = G + TS e $S = -(\partial G/\partial T)_p$. Substituindo S:

$$H = G - T \left(\frac{\partial G}{\partial T} \right)_{p}$$

Considerando a derivada de G/T em relação a T:

$$\left(\frac{\partial(G/T)}{\partial T}\right)_{p} = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{p} - \frac{G}{T^{2}} = -\frac{1}{T^{2}} \left(G - T\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{p}\right)$$

Substituindo a expressão de H, obtemos a equação de Gibbs-Helmholtz:

$$\left(\frac{\partial(G/T)}{\partial T}\right)_{p} = -\frac{H(T)}{T^{2}}$$

Similarmente, para a energia livre de Helmholtz F:

$$\left(\frac{\partial (F/T)}{\partial T}\right)_{V} = -\frac{U(T)}{T^{2}}$$

Estas equações são válidas mesmo quando Δh° depende da temperatura? ${}^{\circ}$

Dependência da Constante de Equilíbrio com a Pressão

A dependência de K(p) com a pressão reflete uma mudança de volume.

$$\frac{\partial \ln K(\rho)}{\partial \rho} = \frac{\partial}{\partial \rho} \left[-\frac{\left(\mu_B^\circ - \mu_A^\circ\right)}{kT} \right] = -\frac{1}{kT} \left(\frac{\partial \Delta \mu^\circ}{\partial \rho} \right)_T$$

Da equação de Gibbs-Duhem ($N_A d\mu_A = V dp - S dT$), para uma única espécie A: $d\mu_A = v_A dp - s_A dT$, onde v_A é o volume molar. Então, $d(\mu_B^o - \mu_A^o) = (v_B - v_A) dp - (s_B - s_A) dT$.

$$\left(\frac{\partial(\mu_B^{\circ}-\mu_A^{\circ})}{\partial p}\right)_T=v_B-v_A=\Delta v$$

Substituindo na derivada de In K:

$$\left(\frac{\partial \ln K}{\partial p}\right)_{T} = -\frac{\Delta v}{kT}$$

Se B é o estado com menor volume ($\Delta v < 0$), aumentar a pressão deslocará o equilíbrio de A para B.

Exemplo: Pressão e Equilíbrio de Partição de Anestésico

Halotano: Água ⇌ Membrana Lipídica (Exemplo 13.6)

O anestésico halotano particiona entre água (estado A) e membranas de bicamada lipídica (estado B). A Figura 13.6 mostra como o equilíbrio de partição K (coeficiente de partição da água para a bicamada) depende da pressão.

placeholder_pressure_K.png

Resumo

- Uma conquista notável da mecânica estatística é a previsão precisa dos equilíbrios de reações químicas em fase gasosa a partir de estruturas atômicas.
- A partir de massas atômicas, momentos de inércia, comprimentos de ligação e forças de ligação, pode-se calcular funções de partição.
- Com as funções de partição, é possível calcular constantes de equilíbrio e sua dependência da temperatura e pressão.

Leituras Sugeridas

Textos Clássicos e Avançados

- T.L. Hill, An Introduction to Statistical Thermodynamics,
 Addison-Wesley, 1960. (Discussão clássica de ensembles, flutuações e aplicações)
- C. Kittel and H. Kroemer, Thermal Physics, 2nd edition, W.H. Freeman, New York, 1980. (Excelente texto geral sobre termodinâmica estatística)
- R.K. Pathria, Statistical Mechanics, Pergamon, Oxford, 1972.
 (Tratamento avançado, incluindo descrição de flutuações)
- J.R. Waldram, *The Theory of Thermodynamics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1985. (Excelente discussão sobre flutuações)

Discussões Elementares e Detalhadas

- J.H. Knox, Molecular Thermodynamics, Wiley, New York, 1978.
- N.O. Smith, Elementary Statistical Thermodynamics: A Problems