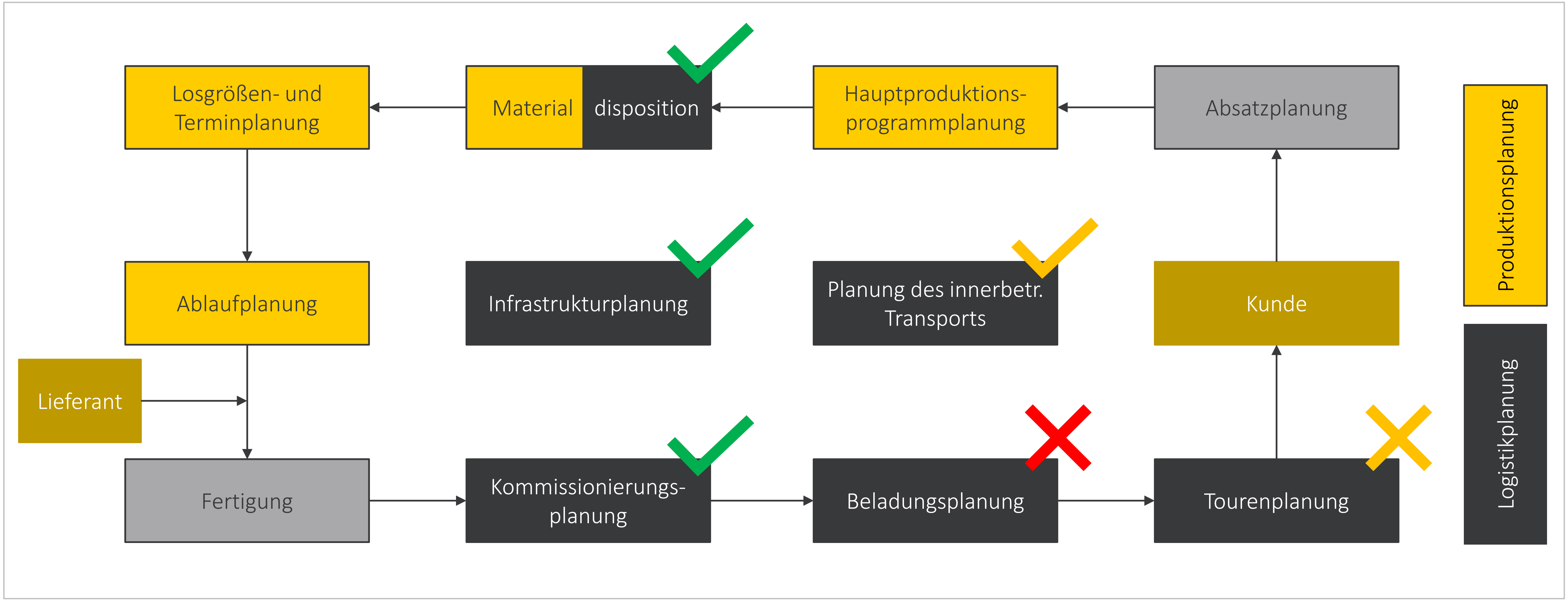
Logistik

Prof. Dr. Philipp Zeise

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Zur Leistungserstellung in Unternehmen müssen Beiträge aus vier Bereichen zusammengetragen werden

Planungsaufgaben im Rahmen der Leistungserstellung eines Unternehmens



Hochschule Reutlingen

Planungsprobleme im Logistikmanagement

Infrastrukturplanung

- Standortplanung
  - Planung von betrieblichen Produktions- und Lagerstandorten
  - Planung der innerbetrieblichen Standorte von Lägern und Produktionssegmenten
  - Planung der Standorte von Produktiveinheiten innerhalb eines Produktionssegments

Bestandsplanung

- Logistikkosten und Bestandsarten
- Lagerhaltungsstrategien
  - (s, q)-Lagerhaltungsstrategien
  - (r, S)-Lagerhaltungsstrategien

Kommissionierungs- und Beladungsplanung

- Kommissionierungsplanung
  - Grundfunktionen und organisatorische Umsetzung der Kommissionierung
  - Artikelbezogene Kommissionierung mit fester Entnahmeposition
  - Artikelbezogene Kommissionierung mit wahlfreier Entnahmeposition
- Beladungsplanung
  - Vorteile und Optimierungsmöglichkeiten in der Beladungsplanung
  - Palettenbeladung
  - Containerbeladung

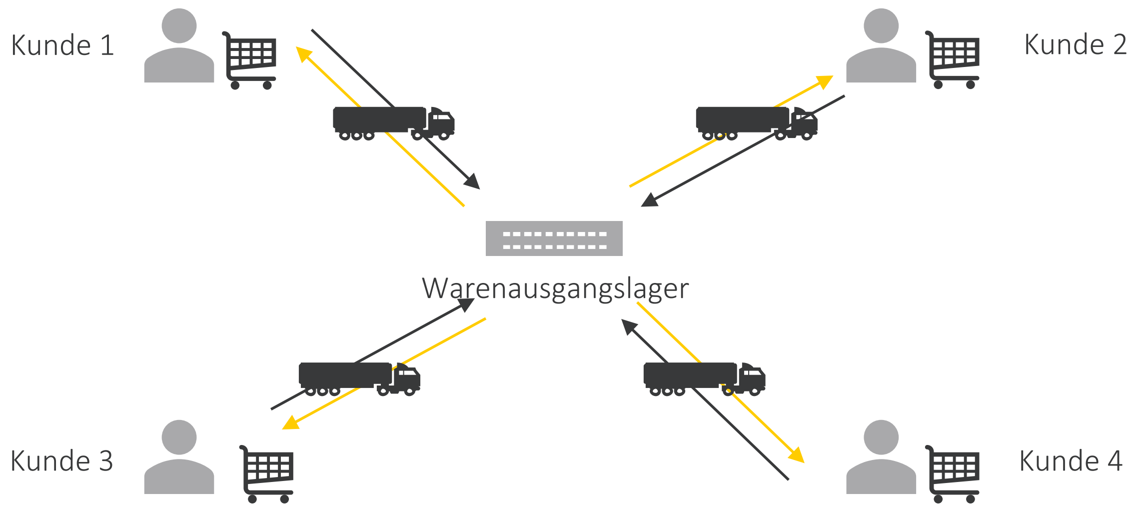
Tourenplanung

- Traveling Salesman Problem
- Capacitated Vehicle Routing Problem

Arten der Auslieferung

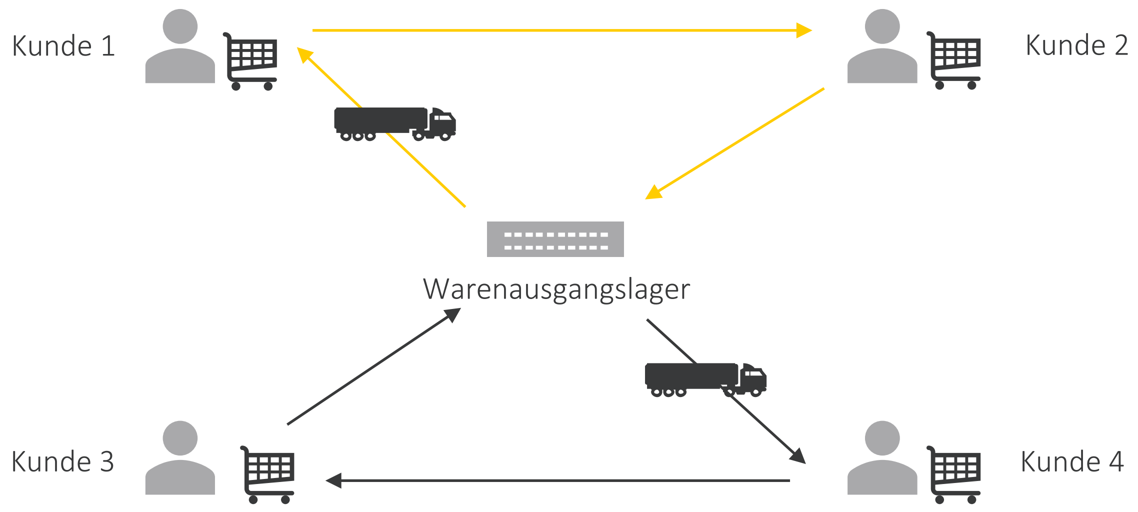
Einzelbelieferung

- Ladeeinheiten bzw. Transporteinheiten eines Transportauftrags werden per Einzellieferung zu ihren Bestimmungsorten transportiert, d.h. jeder Abnehmer wird einzeln beliefert
- Das ist nur dann ökonomisch sinnvoll, wenn die Aufträge groß genug sind, um eine ausreichende Beladung der Fahrzeuge sicherzustellen



Gruppenbelieferung

- Sind die Aufträge im Verhältnis zur Fahrzeugkapazität klein, ist eine Gruppenbelieferung der Abnehmer vorteilhaft, da u. U. erhebliche Fahrstrecken eingespart werden können
- Ein Fahrzeug wird mit Sendungen für mehrere Abnehmer beladen, liefert diese in einer vorgegebenen Reihenfolge an die Abnehmer aus und kehrt leer zu seinem Ausgangsort (z.B. einem Auslieferungslager, Depot) zurück.



Hinsichtlich der Eigenschaften von Touren und Routen können vier Kategorien unterschieden werden

Begrifflichkeiten

- **Depot**

  Auslieferungslager, Sammellager oder Fahrzeugdepots

- **Fuhrpark**

  Menge an Fahrzeugen unterschiedlicher Kategorien, Größen und Ausstattung (z.B. Laderaum, Hebebühne, Kran)

- **Tour**
  - Menge der Abnehmer, die auf einer in einem Depot beginnenden und in einem anderen Depot endenden Fahrt eines Fahrzeugs bedient werden (offene Tour)
  - Menge der Abnehmer, die auf einer in einem Depot beginnenden und endenden Fahrt eines Fahrzeugs bedient werden (geschlossene Tour)

- **Route**

  Reihenfolge, in der die Abnehmer einer Tour bedient werden

Eigenschaften

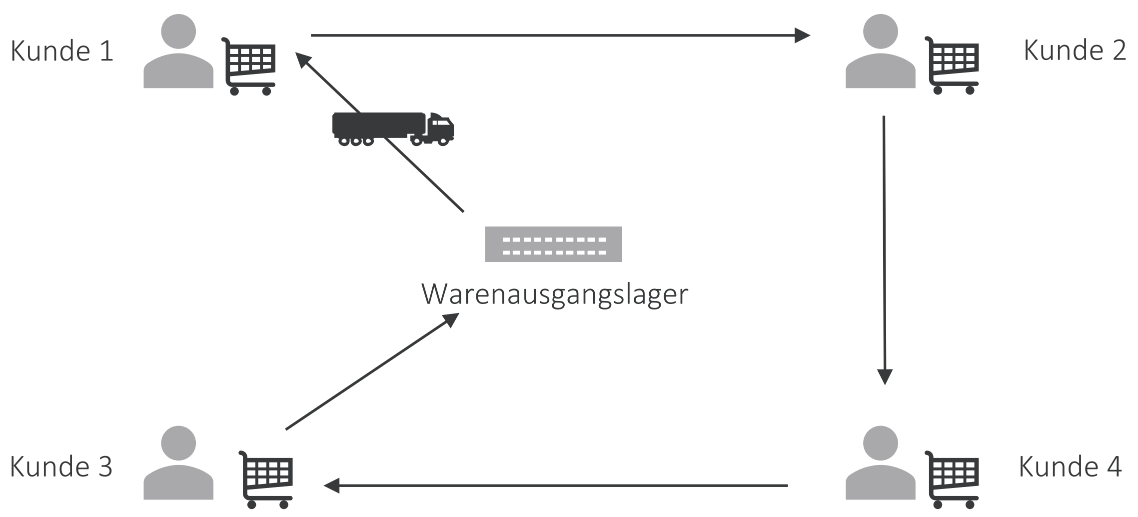
		Tour	
		fest	variabel
Route	fest	Briefkastenleerung Linienbusverkehr	Briefzustellung Paketzustellung
	variabel	Wachdienst Geldtransporte	Reparaturdienst Speditionen

Problemtypen bei einer Gruppenbelieferung

Hochschule Reutlingen

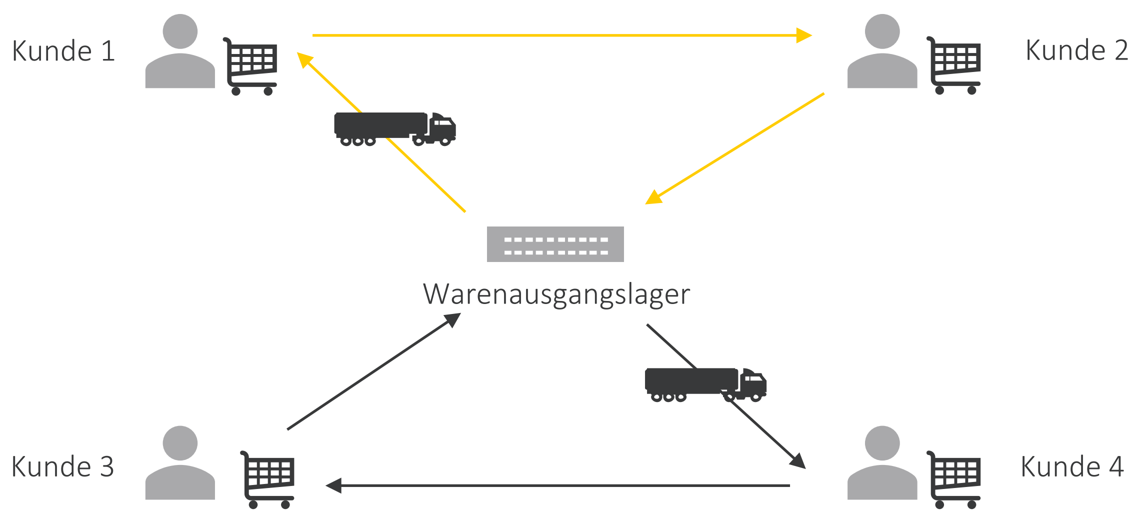
Problem des Rundreisenden (Traveling Salesman Problem)

- Die Fahrzeugkapazität reicht aus, um alle Transportaufträge mit einer Fahrt zu erfüllen (Gruppenbelieferung mit einem Fahrzeug)
- Somit ist lediglich die kostengünstigste Rundreise vom Depot über alle Abnehmer und zurück zum Depot zu bestimmen (Reihenfolgeproblem)



Capacitated Vehicle Routing Problem

- Kapazität eines Fahrzeugs ist derart beschränkt, dass nicht alle Aufträge im Rahmen einer Fahrt erfüllt werden können. Die Aufträge müssen auf mehrere Fahrzeuge aufgeteilt werden (Zuordnungsproblem)
- Es muss für jedes Fahrzeug die kostengünstigste Rundreise zu den ihm zugeordneten Abnehmern ermittelt werden (Reihenfolgeproblem)



Planungsprobleme im Logistikmanagement

Infrastrukturplanung

- Standortplanung
  - Planung von betrieblichen Produktions- und Lagerstandorten
  - Planung der innerbetrieblichen Standorte von Lägern und Produktionssegmenten
  - Planung der Standorte von Produktiveinheiten innerhalb eines Produktionssegments

Bestandsplanung

- Logistikkosten und Bestandsarten
- Lagerhaltungsstrategien
  - (s, q)-Lagerhaltungsstrategien
  - (r, S)-Lagerhaltungsstrategien

Kommissionierungs- und Beladungsplanung

- Kommissionierungsplanung
  - Grundfunktionen und organisatorische Umsetzung der Kommissionierung
  - Artikelbezogene Kommissionierung mit fester Entnahmeposition
  - Artikelbezogene Kommissionierung mit wahlfreier Entnahmeposition
- Beladungsplanung
  - Vorteile und Optimierungsmöglichkeiten in der Beladungsplanung
  - Palettenbeladung
  - Containerbeladung

Tourenplanung

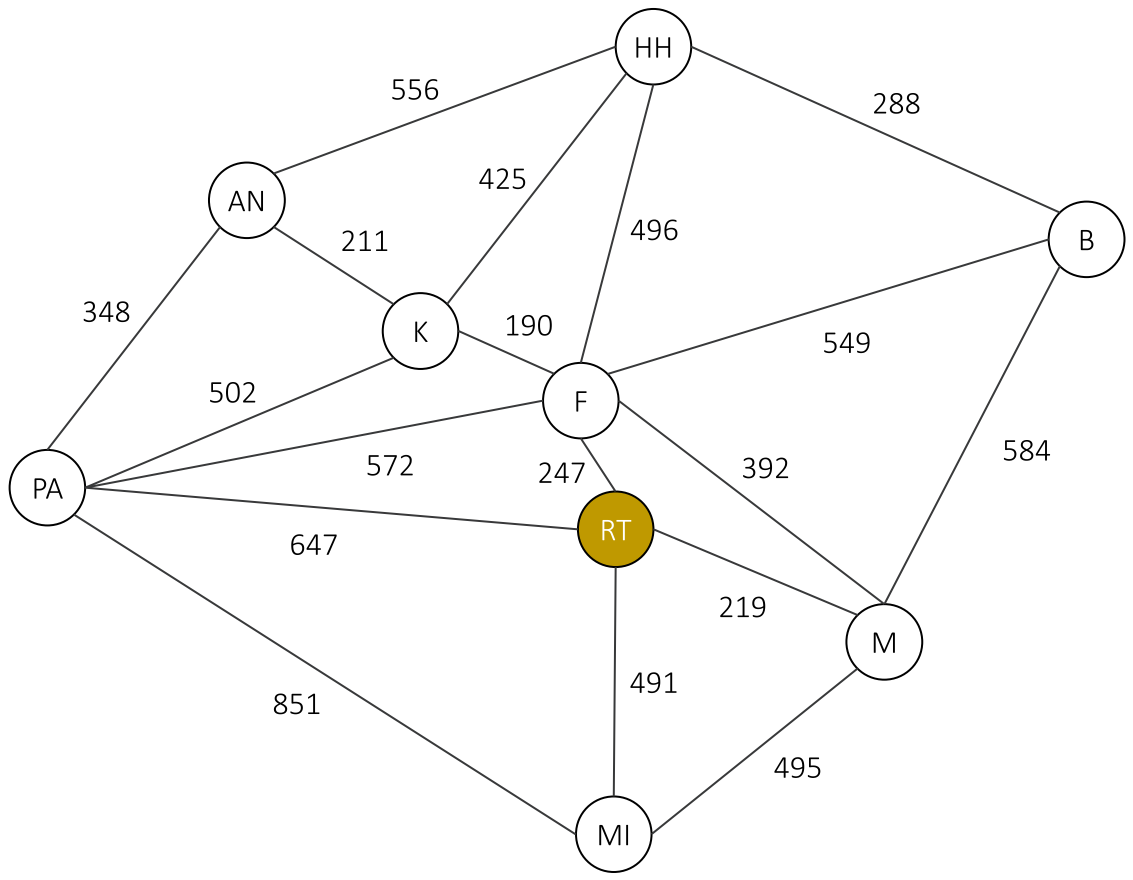
- Traveling Salesman Problem
- Capacitated Vehicle Routing Problem

Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

Hochschule Reutlingen

Traveling Salesman Problem (TSP): Beispiel

- Der Firmensitz (Depot) eines Uhrenherstellers befindet sich in Reutlingen
- Premium-Kunden mit Sitz in Hamburg, Antwerpen, Köln, Frankfurt, Paris, Mailand, München und Berlin haben einen Defekt an ihrer Uhr gemeldet
- Aktuell verfügt der Hersteller über einen Servicetechniker
- Mögliche Autobahnverbindungen zwischen den Städten und deren Länge wurden ermittelt (Länge ist unabhängig von der Fahrtrichtung)
- Die Kunden und der Firmensitz (Knoten) sowie die Verbindungen (Kanten) wurden in einem Graph G = (V,E) abgebildet (siehe rechte Abbildung)
- Es gilt die Dreiecksungleichung für alle Kanten
- Der Techniker soll die Kunden in einer Rundreise mit minimaler Gesamtlänge besuchen, um die Uhren vor Ort zu reparieren



Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

Hochschule Reutlingen

Traveling Salesman Problem (TSP): Modellformulierung

$$\min Z = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{N} c_{i,j} \cdot x_{i,j}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{N} x_{i,j} = 1 \qquad i = 1, \dots, N$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{i,j} = 1 \qquad j = 1, \dots, N$$

$$\sum_{i \in Q} \sum_{j \in V-Q} x_{i,j} \geq 1 \qquad \forall Q \subset V \text{ mit } 1 \leq |Q| \leq \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor$$

$$x_{i,j} \in \{0,1\} \qquad i, j = 1, \dots, N$$

Indizes und Parameter:

N Anzahl der Kunden + 1 Depot

$i, j = 1, \dots, N$ Indizes der Orte

$c_{i,j}$ Kosten/Streckenlänge/Zeit der direkten Fahrt von Ort *i = 1,…, N* (Depot oder Kunde) zu Ort *j = 1,…, N* (Depot oder Kunde)

V Menge aller Orte

Q Teilmenge von Orten

Entscheidungsvariable:

$x_{i,j}$ Binärvariable. Nimmt einen Wert von 1 an, wenn Ort *j = 1,…, N* (Depot oder Kunde) unmittelbar nach Ort *i = 1,…, N* (Depot oder Kunde) besucht wird

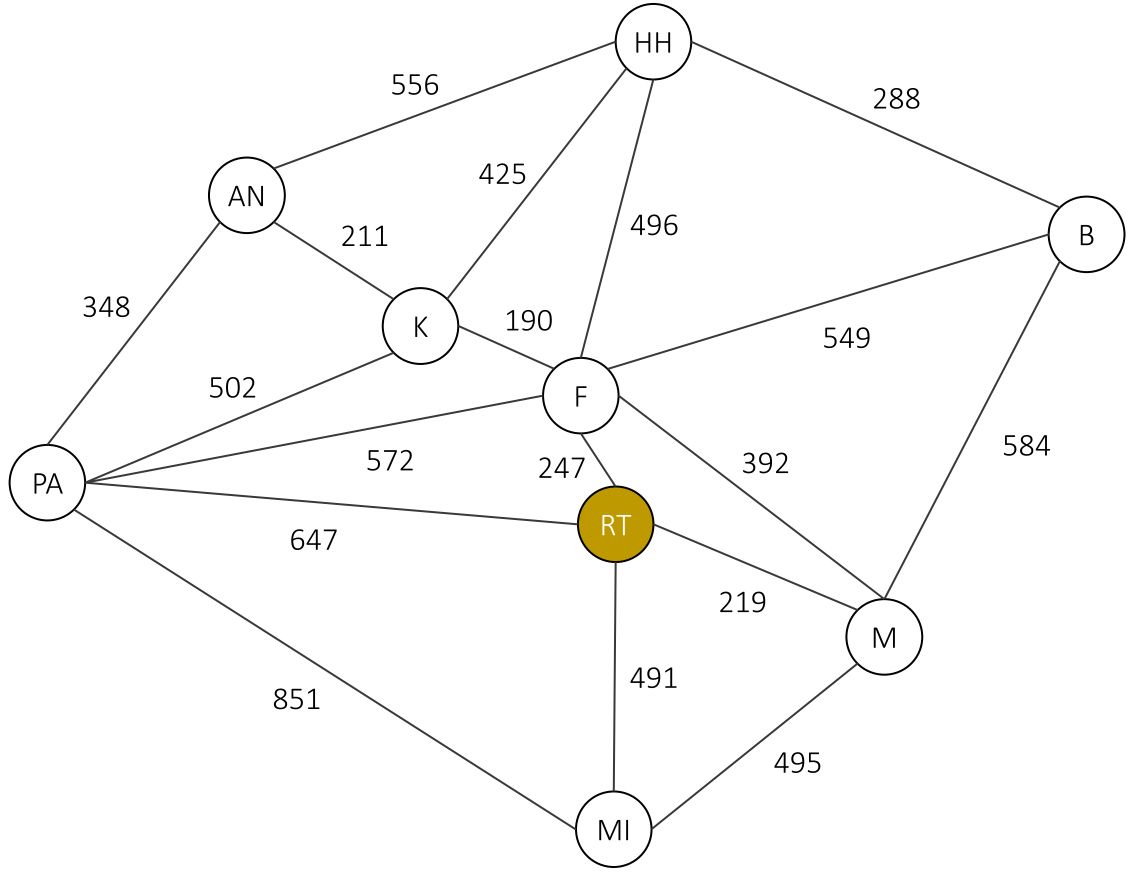
Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

1 Bestimme einen minimal spannenden Baum $T = (\bar{V}, \bar{E})$ von G

Minimal spannender Baum (MSB) :

- Es gibt genau einen Weg zwischen jedem Paar von Knoten
- T ist kreisfrei
- Summe der Kantengewichte ist minimal



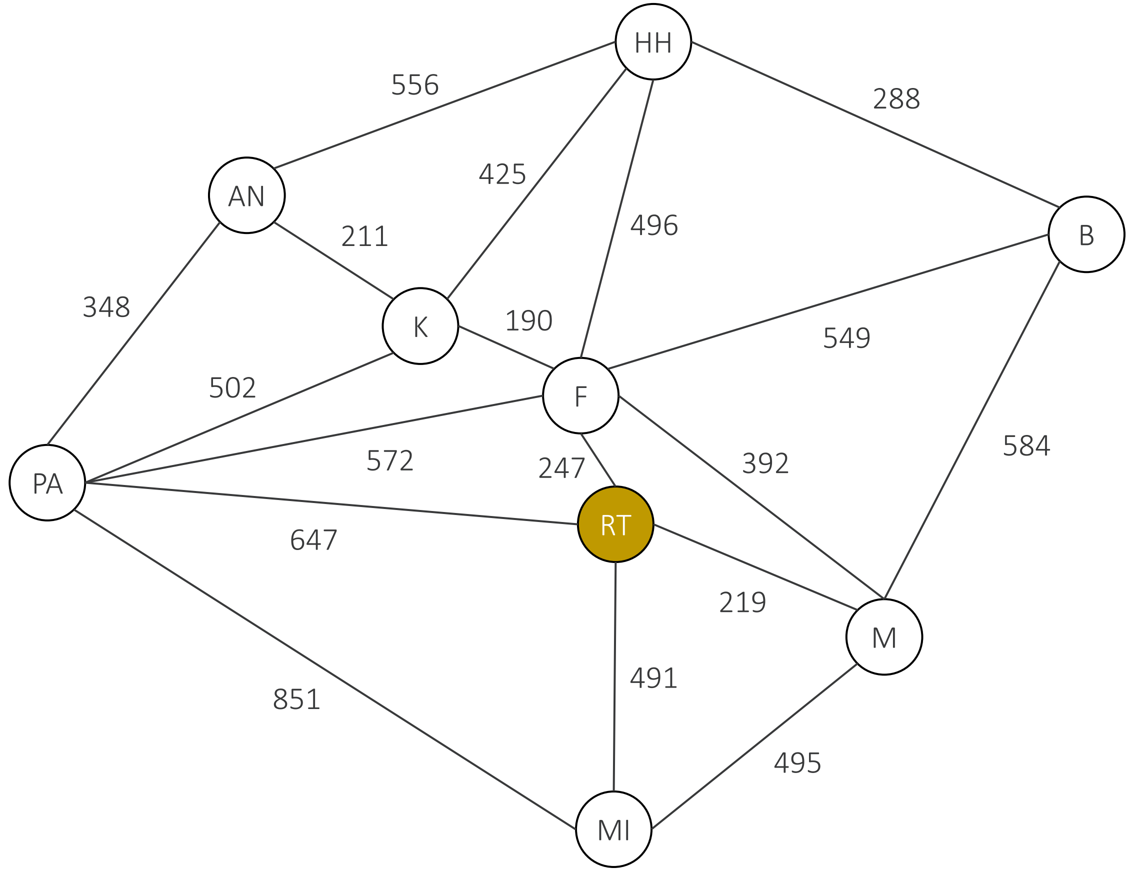
Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

1 Bestimme einen minimal spannenden Baum $T = (\bar{V}, \bar{E})$ von G

a Sortiere Kanten nach aufsteigenden Gewichten:

Kante	Länge	Kante	Länge	Kante	Länge
(K, F)	190	(F, M)	392	(F, B)	549
(AN, K)	211	(K, HH)	435	(AN, HH)	556
(RT, M)	219	(RT, MI)	491	(PA, F)	572
(F, RT)	247	(MI, M)	495	(M, B)	584
(HH, B)	288	(F, HH)	496	(PA, RT)	647
(PA, AN)	348	(PA, K)	502	(PA, MI)	851



Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

1 Bestimme einen minimal spannenden Baum $T = (\bar{V}, \bar{E})$ von G

b Wähle iterativ Kanten zur Bildung des MSB:

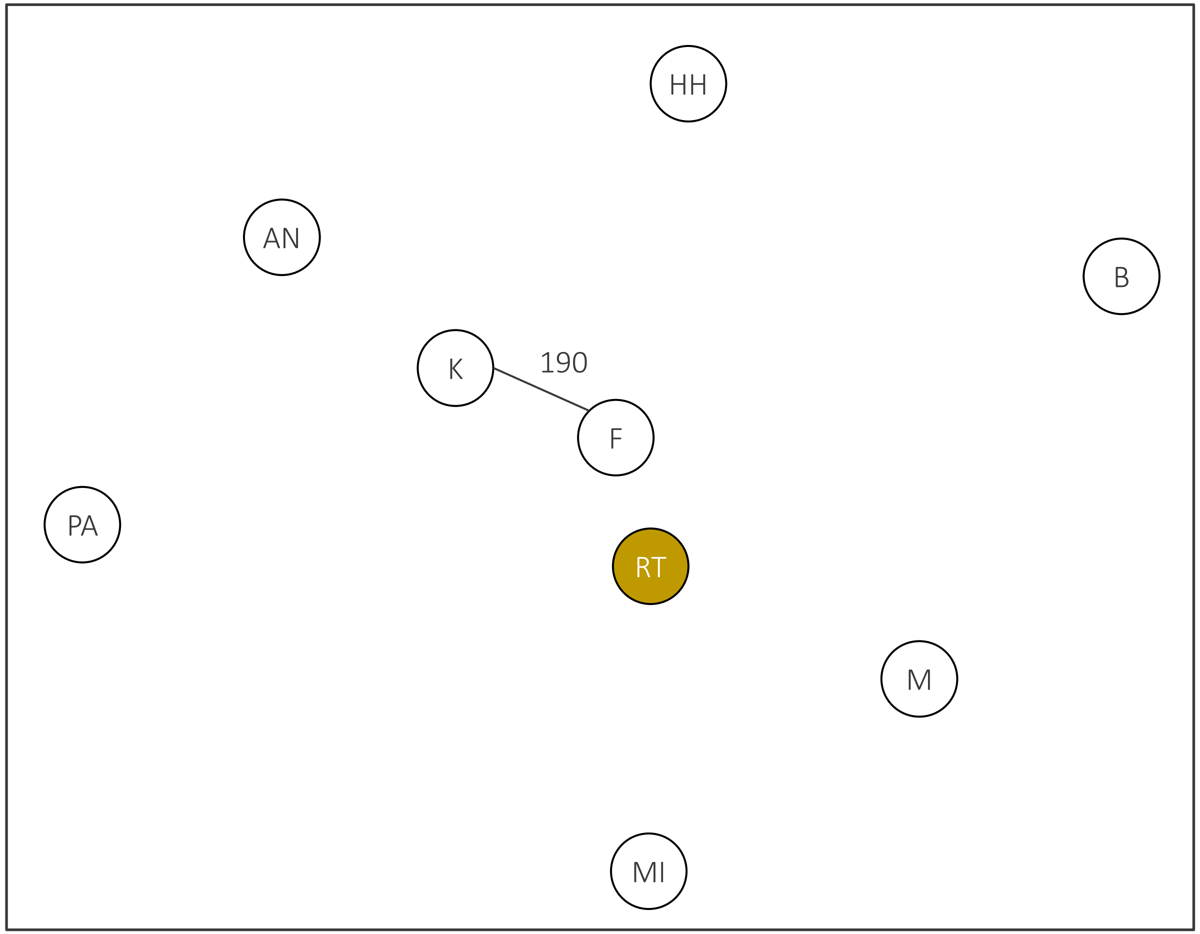
Kante	Länge	Kante	Länge	Kante	Länge
(K, F)	190	(F, M)	392	(F, B)	549
(AN, K)	211	(K, HH)	435	(AN, HH)	556
(RT, M)	219	(RT, MI)	491	(PA, F)	572
(F, RT)	247	(MI, M)	495	(M, B)	584
(HH, B)	288	(F, HH)	496	(PA, RT)	647
(PA, AN)	348	(PA, K)	502	(PA, MI)	851

$\bar{E} = \{\,\}$

Betrachtung von Kante (K, F)

Es gibt in T noch keinen Weg von K nach F! + Baum bleibt kreisfrei!

Beide Bedingungen erfüllt, also
$\bar{E} = \{(K, F)\}$



Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

1 Bestimme einen minimal spannenden Baum $T = (\bar{V}, \bar{E})$ von G

b Wähle iterativ Kanten zur Bildung des MSB:

Kante	Länge	Kante	Länge	Kante	Länge
~~(K, F)~~	~~190~~	(F, M)	392	(F, B)	549
(AN, K)	211	(K, HH)	435	(AN, HH)	556
(RT, M)	219	(RT, MI)	491	(PA, F)	572
(F, RT)	247	(MI, M)	495	(M, B)	584
(HH, B)	288	(F, HH)	496	(PA, RT)	647
(PA, AN)	348	(PA, K)	502	(PA, MI)	851

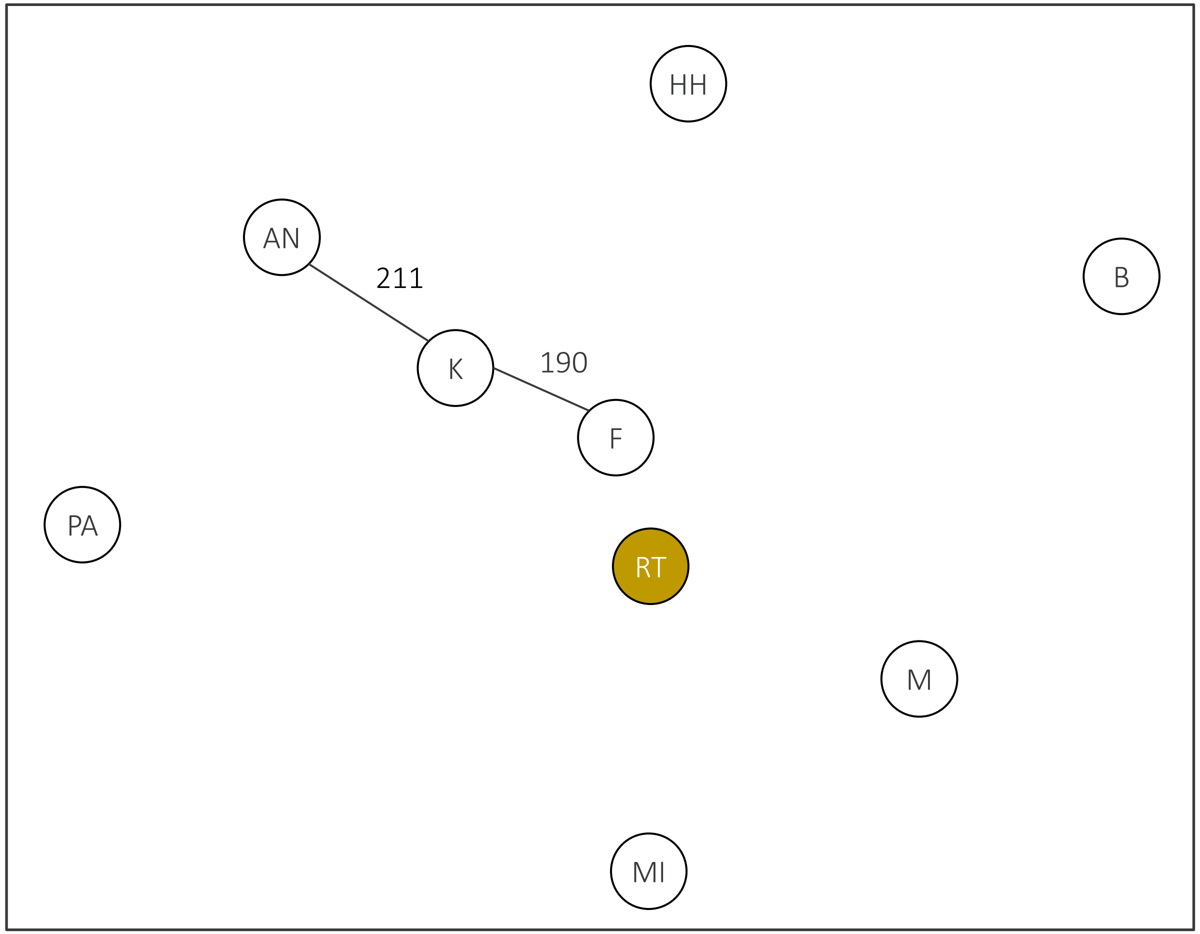
$\bar{E} = \{(K, F)\}$

Betrachtung von Kante (AN, K)

Es gibt in T noch keinen Weg von AN nach K! + Baum bleibt kreisfrei!

Beide Bedingungen erfüllt, also

$\bar{E} = \{(K, F), (AN, K)\}$



Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

1 Bestimme einen minimal spannenden Baum $T = (\bar{V}, \bar{E})$ von G

b Wähle iterativ Kanten zur Bildung des MSB:

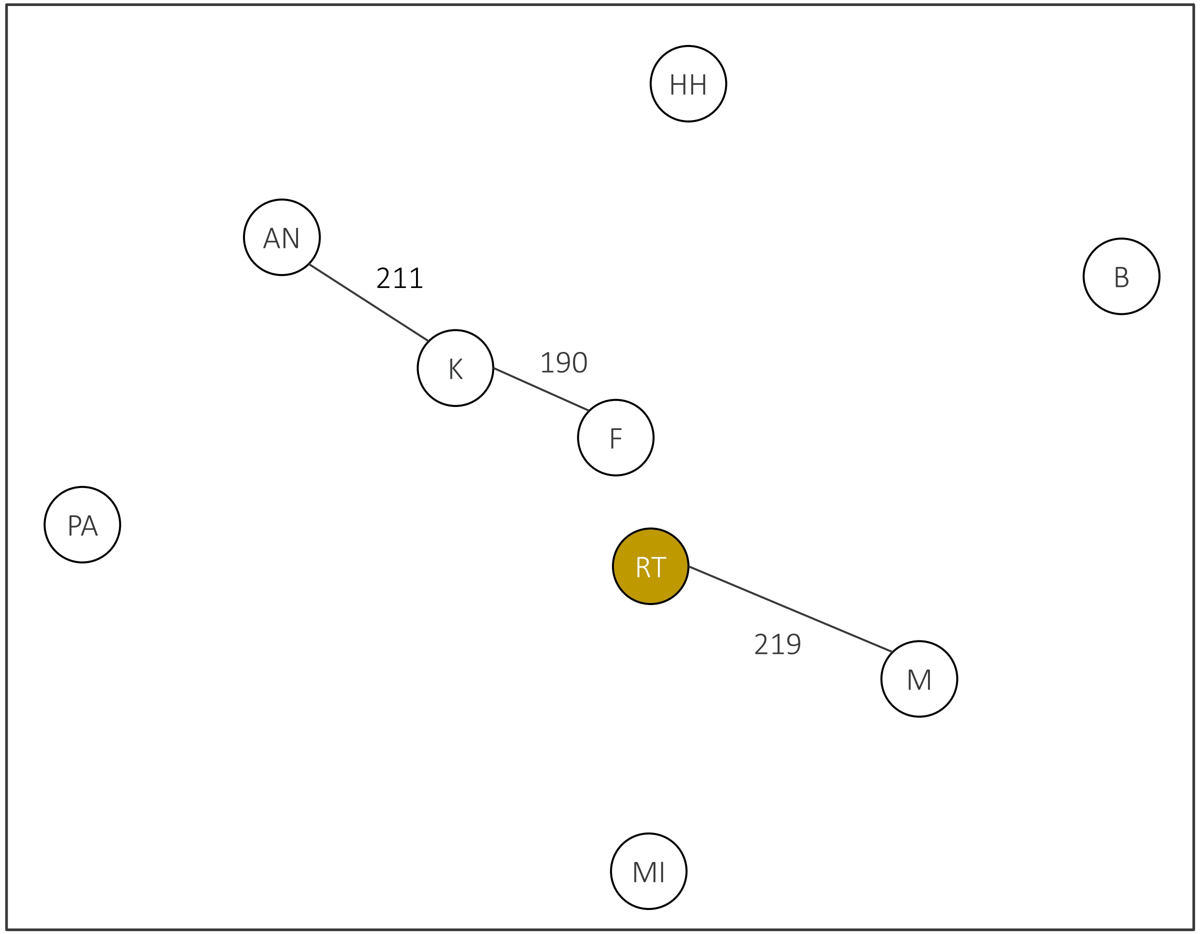
Kante	Länge	Kante	Länge	Kante	Länge
~~(K, F)~~	~~190~~	(F, M)	392	(F, B)	549
~~(AN, K)~~	~~211~~	(K, HH)	435	(AN, HH)	556
(RT, M)	219	(RT, MI)	491	(PA, F)	572
(F, RT)	247	(MI, M)	495	(M, B)	584
(HH, B)	288	(F, HH)	496	(PA, RT)	647
(PA, AN)	348	(PA, K)	502	(PA, MI)	851

$\bar{E} = \{(K, F), (AN, K)\}$

Betrachtung von Kante (RT, M)

Es gibt in T noch keinen Weg von RT nach M! + Baum bleibt kreisfrei!

Beide Bedingungen erfüllt, also
$\bar{E} = \{(K, F), (AN, K), (RT, M)\}$



Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

1 Bestimme einen minimal spannenden Baum $T = (\bar{V}, \bar{E})$ von G

b Wähle iterativ Kanten zur Bildung des MSB:

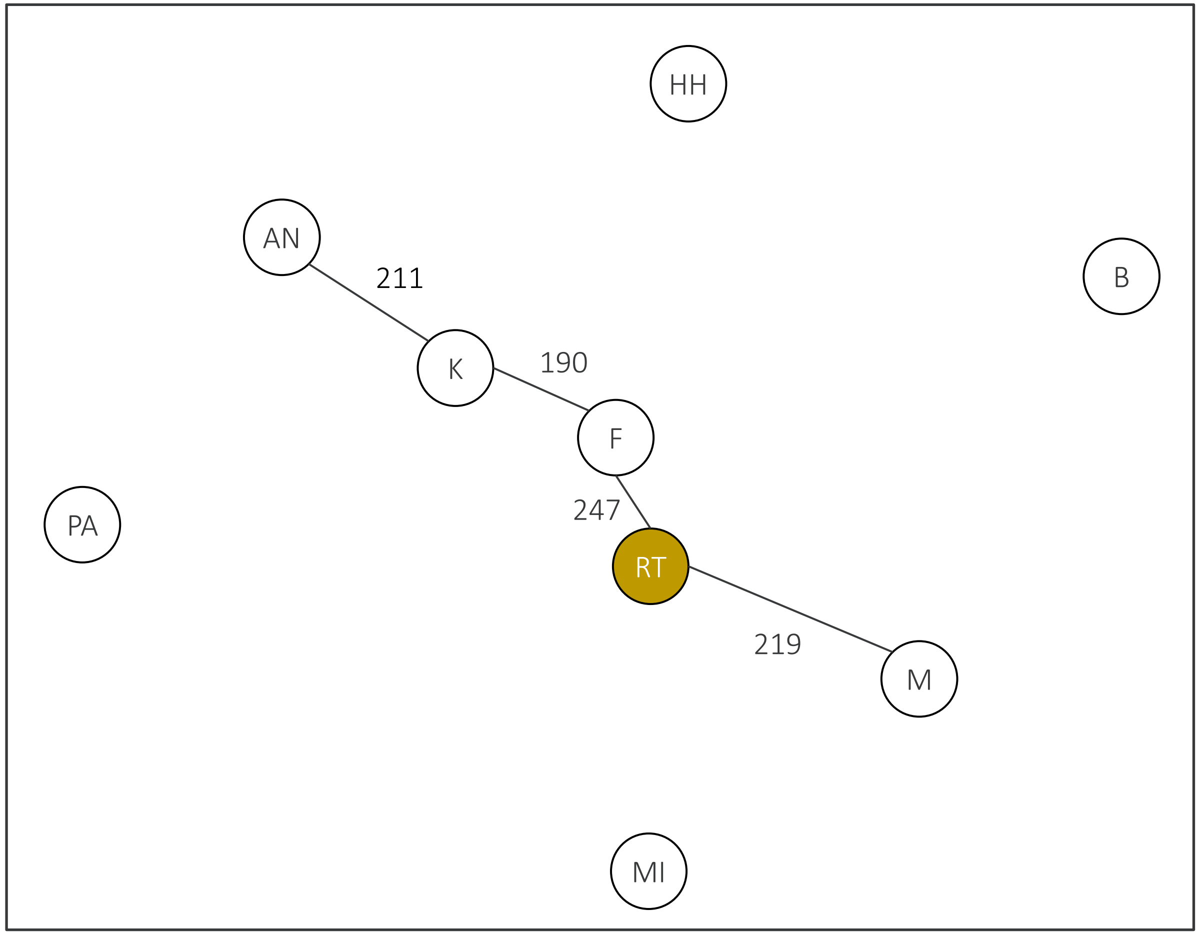
Kante	Länge	Kante	Länge	Kante	Länge
~~(K, F)~~	~~190~~	(F, M)	392	(F, B)	549
~~(AN, K)~~	~~211~~	(K, HH)	435	(AN, HH)	556
~~(RT, M)~~	~~219~~	(RT, MI)	491	(PA, F)	572
(F, RT)	247	(MI, M)	495	(M, B)	584
(HH, B)	288	(F, HH)	496	(PA, RT)	647
(PA, AN)	348	(PA, K)	502	(PA, MI)	851

$\bar{E} = \{(K, F), (AN, K), (RT, M)\}$

Betrachtung von Kante (F, RT)

Es gibt in T noch keinen Weg von F nach RT! + Baum bleibt kreisfrei!

Beide Bedingungen erfüllt, also
$\bar{E} = \{(K, F), (AN, K), (RT, M), (F, RT)\}$



Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

1 Bestimme einen minimal spannenden Baum $T = (\bar{V}, \bar{E})$ von G

b Wähle iterativ Kanten zur Bildung des MSB:

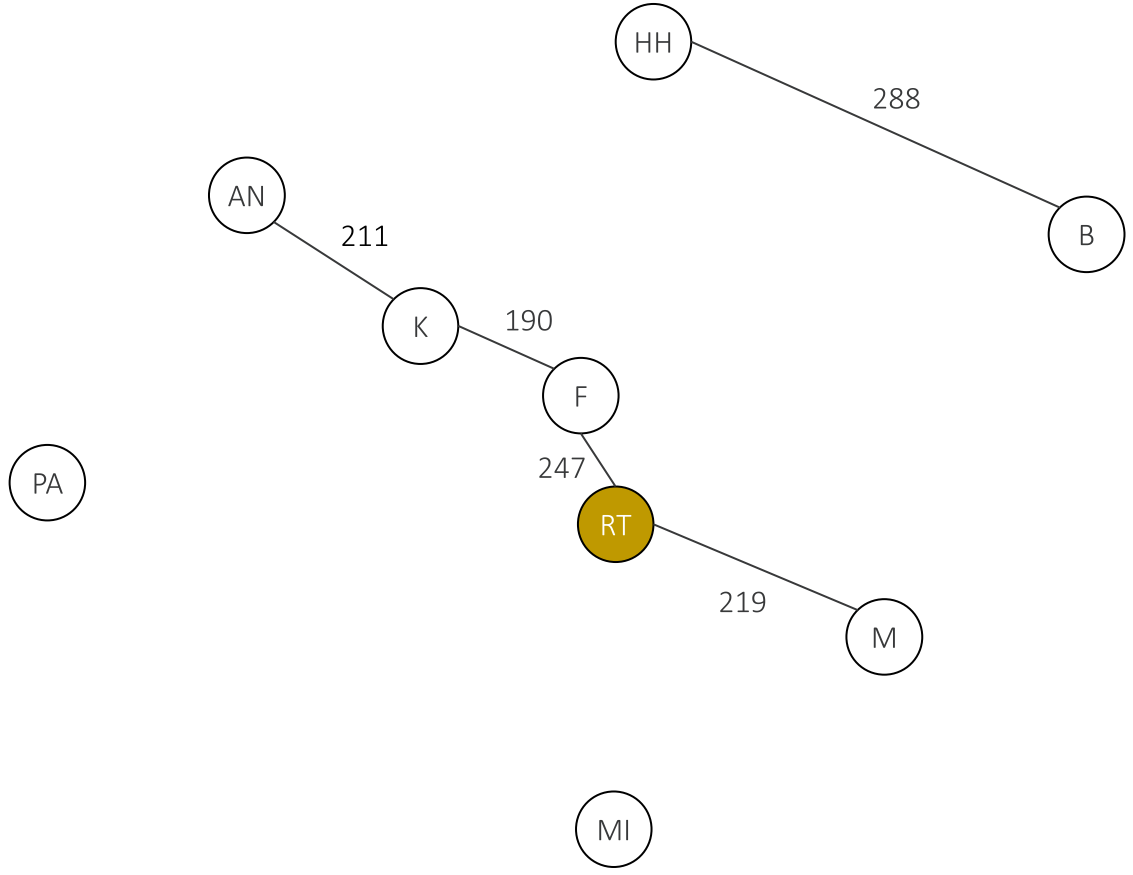
Kante	Länge	Kante	Länge	Kante	Länge
~~(K, F)~~	~~190~~	(F, M)	392	(F, B)	549
~~(AN, K)~~	~~211~~	(K, HH)	435	(AN, HH)	556
~~(RT, M)~~	~~219~~	(RT, MI)	491	(PA, F)	572
~~(F, RT)~~	~~247~~	(MI, M)	495	(M, B)	584
(HH, B)	288	(F, HH)	496	(PA, RT)	647
(PA, AN)	348	(PA, K)	502	(PA, MI)	851

$\bar{E} = \{(K, F), (AN, K), (RT, M), (F, RT)\}$

Betrachtung von Kante (HH, B)

Es gibt in T noch keinen Weg von HH nach B! + Baum bleibt kreisfrei!

Beide Bedingungen erfüllt, also
$\bar{E} = \{(K, F), (AN, K), (RT, M), (F, RT), (HH, B)\}$



Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

1 Bestimme einen minimal spannenden Baum $T = (\bar{V}, \bar{E})$ von G

b Wähle iterativ Kanten zur Bildung des MSB:

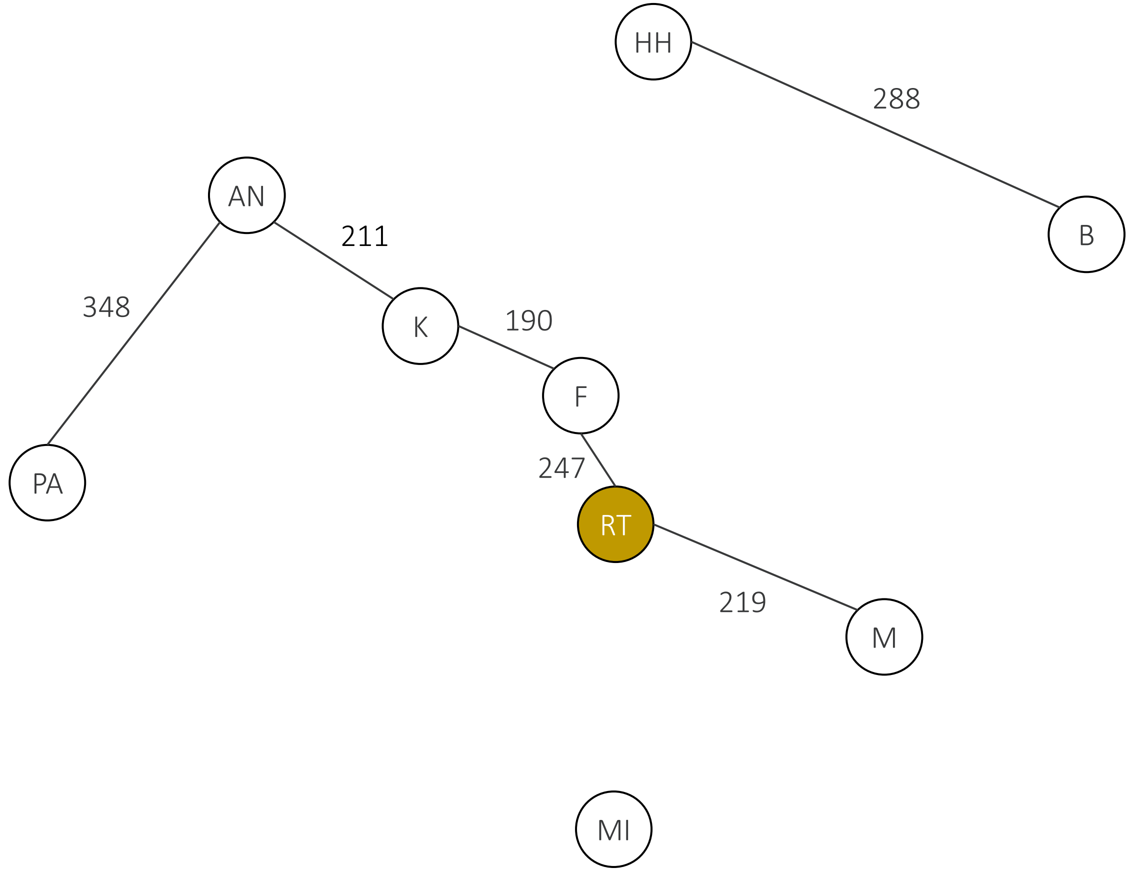
Kante	Länge	Kante	Länge	Kante	Länge
~~(K, F)~~	~~190~~	(F, M)	392	(F, B)	549
~~(AN, K)~~	~~211~~	(K, HH)	435	(AN, HH)	556
~~(RT, M)~~	~~219~~	(RT, MI)	491	(PA, F)	572
~~(F, RT)~~	~~247~~	(MI, M)	495	(M, B)	584
~~(HH, B)~~	~~288~~	(F, HH)	496	(PA, RT)	647
(PA, AN)	348	(PA, K)	502	(PA, MI)	851

$\bar{E} = \{(K, F), (AN, K), (RT, M), (F, RT), (HH, B)\}$

Betrachtung von Kante (PA, AN)

Es gibt in *T* noch keinen Weg von PA nach AN! + Baum bleibt kreisfrei!

Beide Bedingungen erfüllt, also
$\bar{E} = \{(K, F), (AN, K), (RT, M), (F, RT), (HH, B), (PA, AN)\}$



Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

Hochschule Reutlingen

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

1 Bestimme einen minimal spannenden Baum $T = (\bar{V}, \bar{E})$ von G

b Wähle iterativ Kanten zur Bildung des MSB:

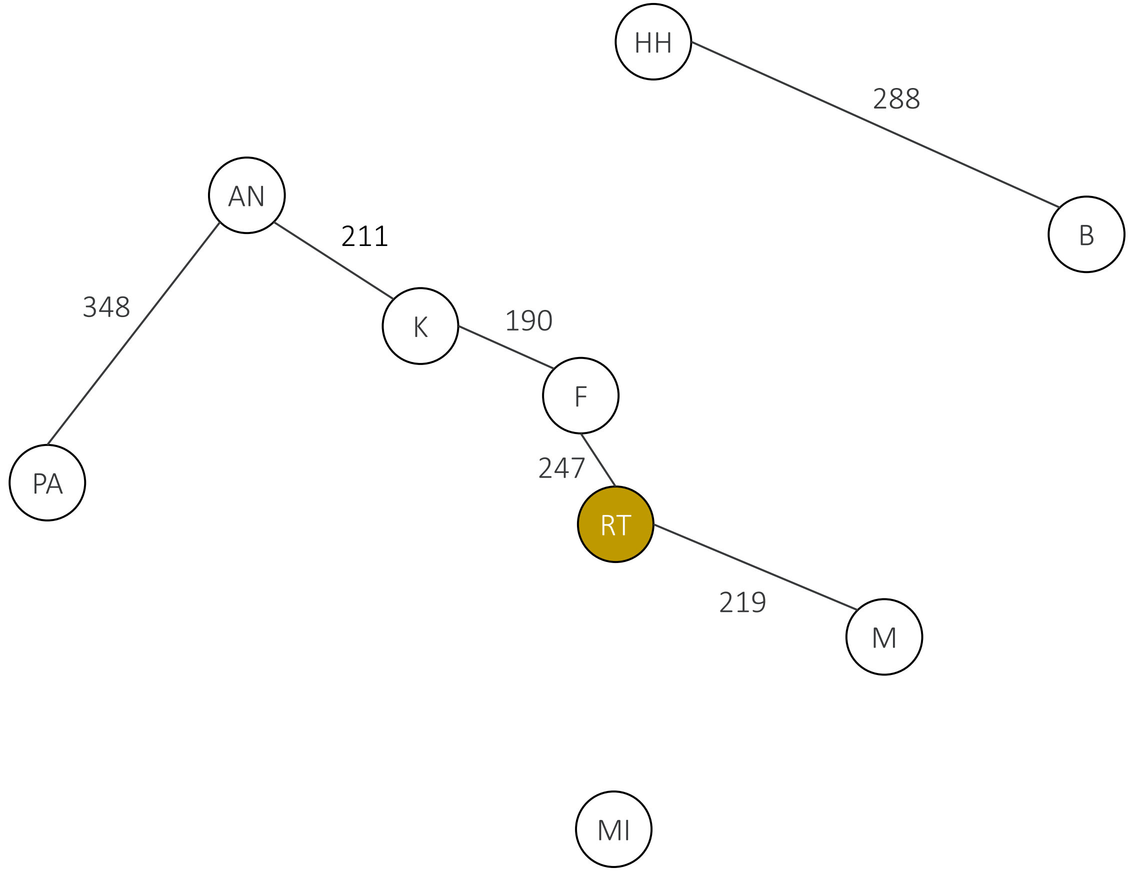
Kante	Länge	Kante	Länge	Kante	Länge
~~(K, F)~~	~~190~~	(F, M)	392	(F, B)	549
~~(AN, K)~~	~~211~~	(K, HH)	435	(AN, HH)	556
~~(RT, M)~~	~~219~~	(RT, MI)	491	(PA, F)	572
~~(F, RT)~~	~~247~~	(MI, M)	495	(M, B)	584
~~(HH, B)~~	~~288~~	(F, HH)	496	(PA, RT)	647
~~(PA, AN)~~	~~348~~	(PA, K)	502	(PA, MI)	851

$\bar{E} = \{(K, F), (AN, K), (RT, M), (F, RT), (HH, B), (PA, AN)\}$

Betrachtung von Kante (F, M)

Es gibt in *T* bereits einen Weg von F nach M! + Baum wäre nicht kreisfrei!

Mindestens eine Bedingung ist nicht erfüllt. Kante wird nicht gewählt.



Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

1 Bestimme einen minimal spannenden Baum $T = (\bar{V}, \bar{E})$ von G

b Wähle iterativ Kanten zur Bildung des MSB:

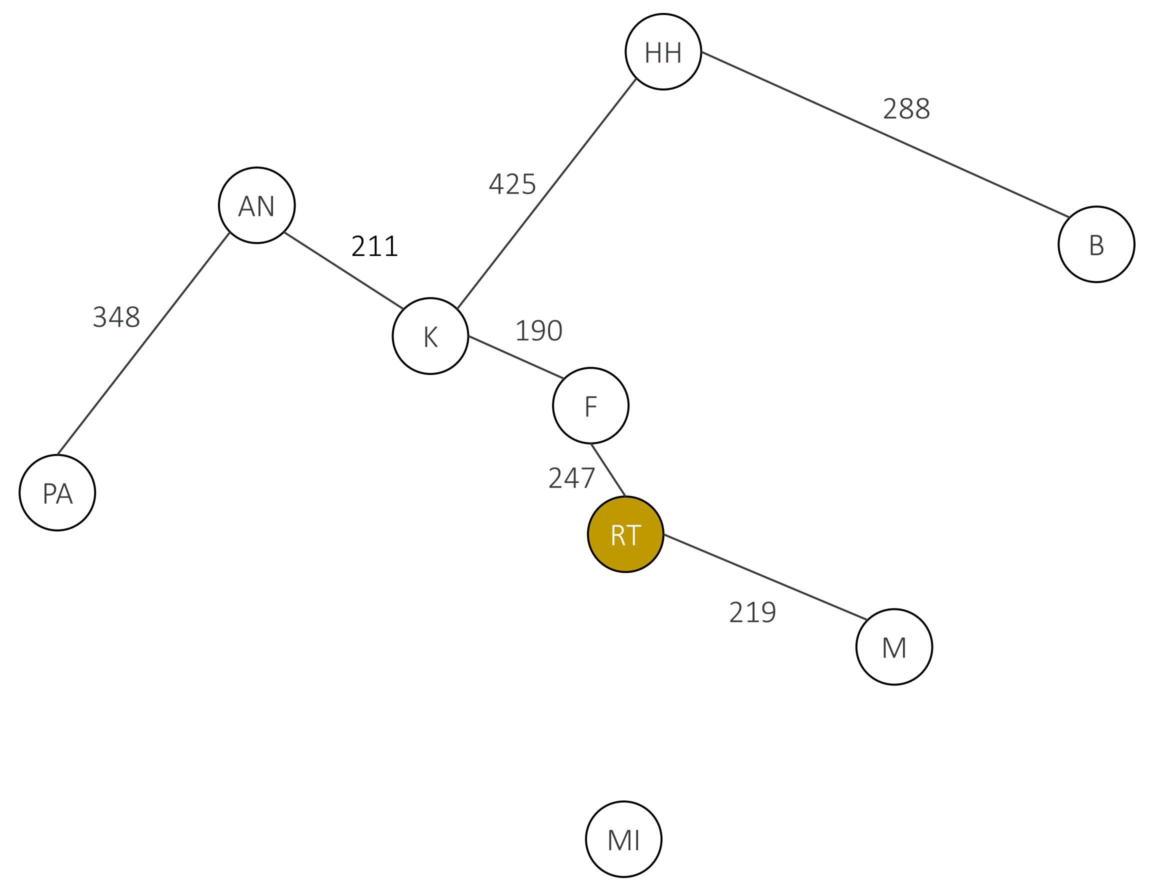
Kante	Länge	Kante	Länge	Kante	Länge
~~(K, F)~~	~~190~~	~~(F, M)~~	~~392~~	(F, B)	549
~~(AN, K)~~	~~211~~	(K, HH)	435	(AN, HH)	556
~~(RT, M)~~	~~219~~	(RT, MI)	491	(PA, F)	572
~~(F, RT)~~	~~247~~	(MI, M)	495	(M, B)	584
~~(HH, B)~~	~~288~~	(F, HH)	496	(PA, RT)	647
~~(PA, AN)~~	~~348~~	(PA, K)	502	(PA, MI)	851

$\bar{E} = \{(K, F), (AN, K), (RT, M), (F, RT), (HH, B), (PA, AN)\}$

Betrachtung von Kante (K, HH)

Es gibt in T noch keinen Weg von K nach HH! + Baum bleibt kreisfrei!

Beide Bedingung3n erfüllt, also
$\bar{E} = \{(K, F), (AN, K), (RT, M), (F, RT), (HH, B), (PA, AN), (K, HH)\}$



Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

1 Bestimme einen minimal spannenden Baum $T = (\bar{V}, \bar{E})$ von G

b Wähle iterativ Kanten zur Bildung des MSB:

Kante	Länge	Kante	Länge	Kante	Länge
~~(K, F)~~	~~190~~	~~(F, M)~~	~~392~~	(F, B)	549
~~(AN, K)~~	~~211~~	~~(K, HH)~~	~~435~~	(AN, HH)	556
~~(RT, M)~~	~~219~~	(RT, MI)	491	(PA, F)	572
~~(F, RT)~~	~~247~~	(MI, M)	495	(M, B)	584
~~(HH, B)~~	~~288~~	(F, HH)	496	(PA, RT)	647
~~(PA, AN)~~	~~348~~	(PA, K)	502	(PA, MI)	851

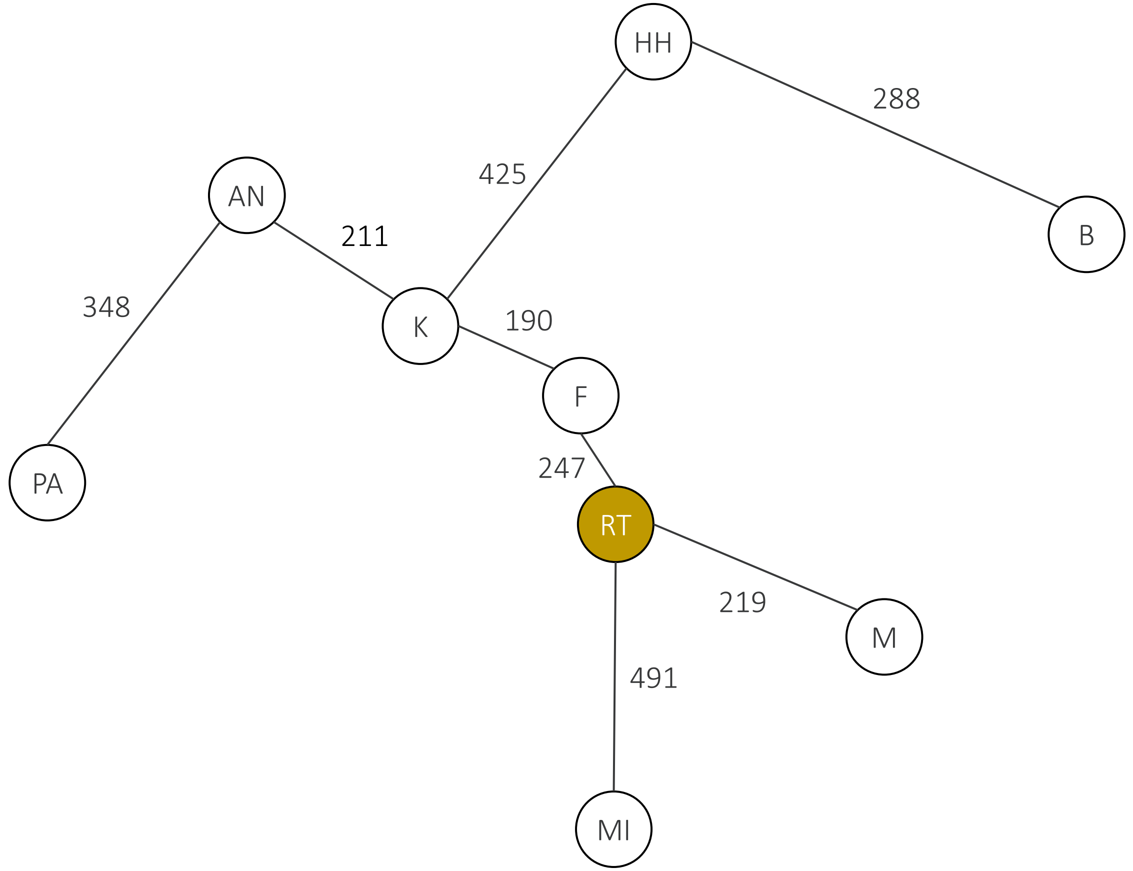
$\bar{E} = \{(K,F), (AN, K), (RT, M), (F, RT), (HH, B), (PA, AN), (K, HH)\}$

Betrachtung von Kante (RT, MI)

Es gibt in T noch keinen Weg von RT nach MI! + Baum bleibt kreisfrei!

Beide Bedingungen erfüllt, also

$\bar{E} = \{(K,F), (AN, K), (RT, M), (F, RT), (HH, B), (PA, AN), (K, HH), (RT, MI)\}$



Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

Informatik
Hochschule Reutlingen

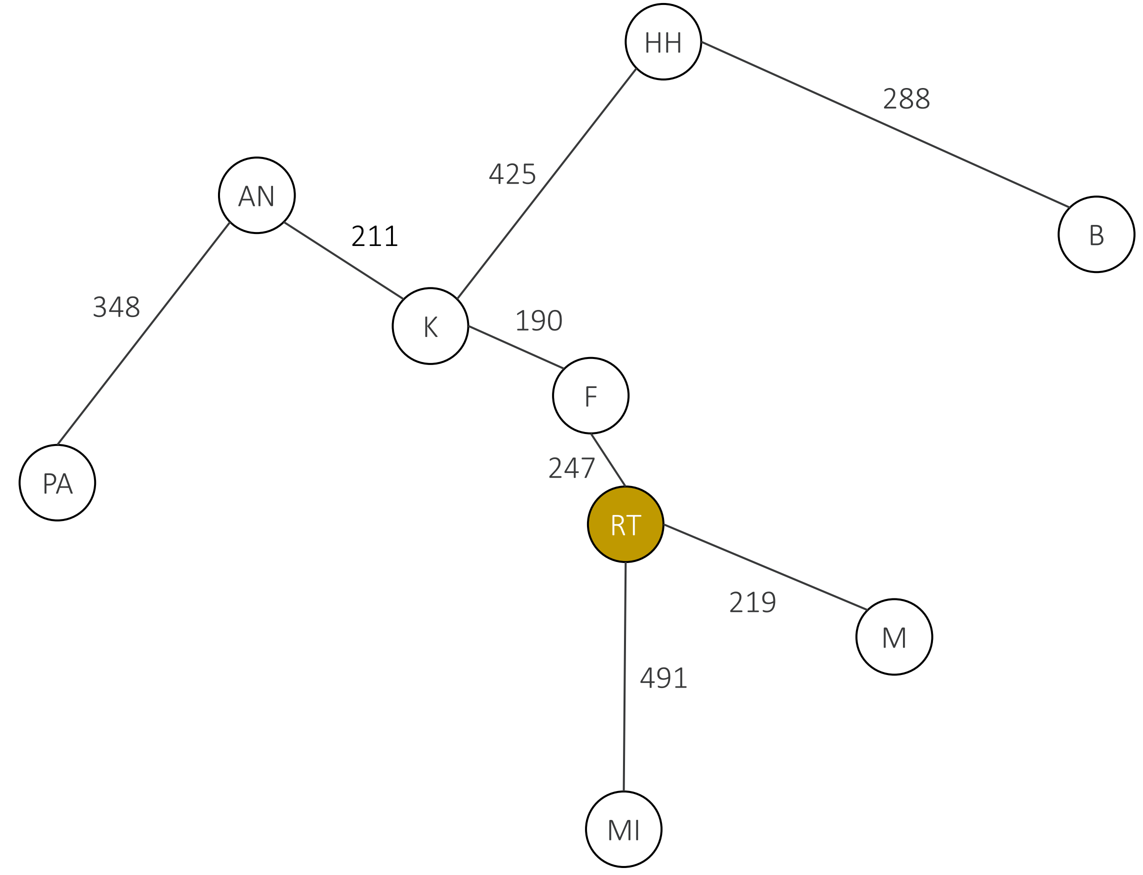
Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

1 Bestimme einen minimal spannenden Baum $T = (\bar{V}, \bar{E})$ von G

b Wähle iterativ Kanten zur Bildung des MSB:

Kante	Länge	Kante	Länge	Kante	Länge
~~(K, F)~~	~~190~~	~~(F, M)~~	~~392~~	(F, B)	549
~~(AN, K)~~	~~211~~	~~(K, HH)~~	~~435~~	(AN, HH)	556
~~(RT, M)~~	~~219~~	~~(RT, MI)~~	~~491~~	(PA, F)	572
~~(F, RT)~~	~~247~~	(MI, M)	495	(M, B)	584
~~(HH, B)~~	~~288~~	(F, HH)	496	(PA, RT)	647
~~(PA, AN)~~	~~348~~	(PA, K)	502	(PA, MI)	851

Eine Überprüfung der restlichen Kanten ist nicht erforderlich, da ein minimal spannender Baum vorliegt (es gibt einen Weg zwischen jedem Knotenpaar).

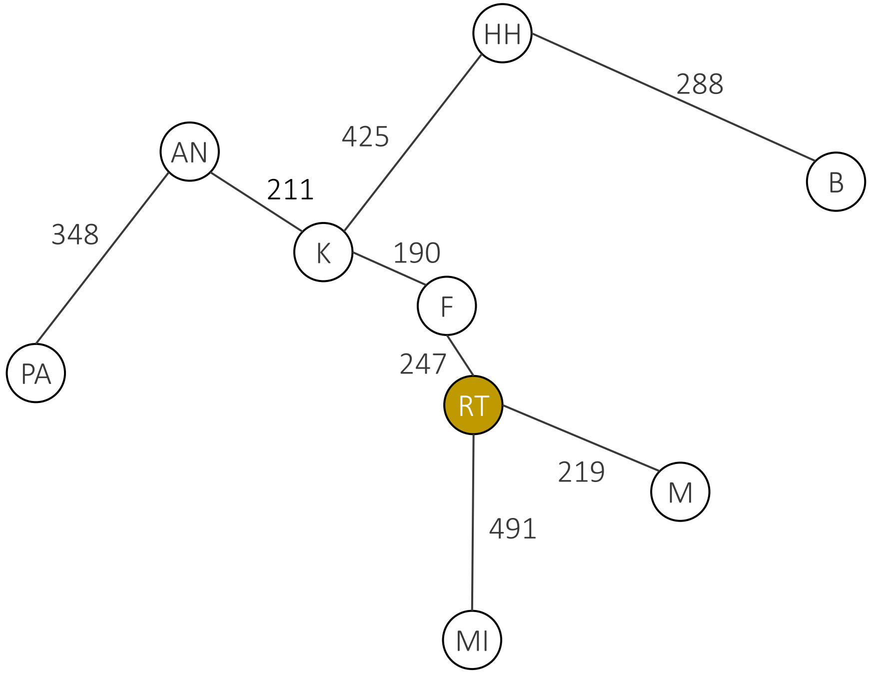


Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

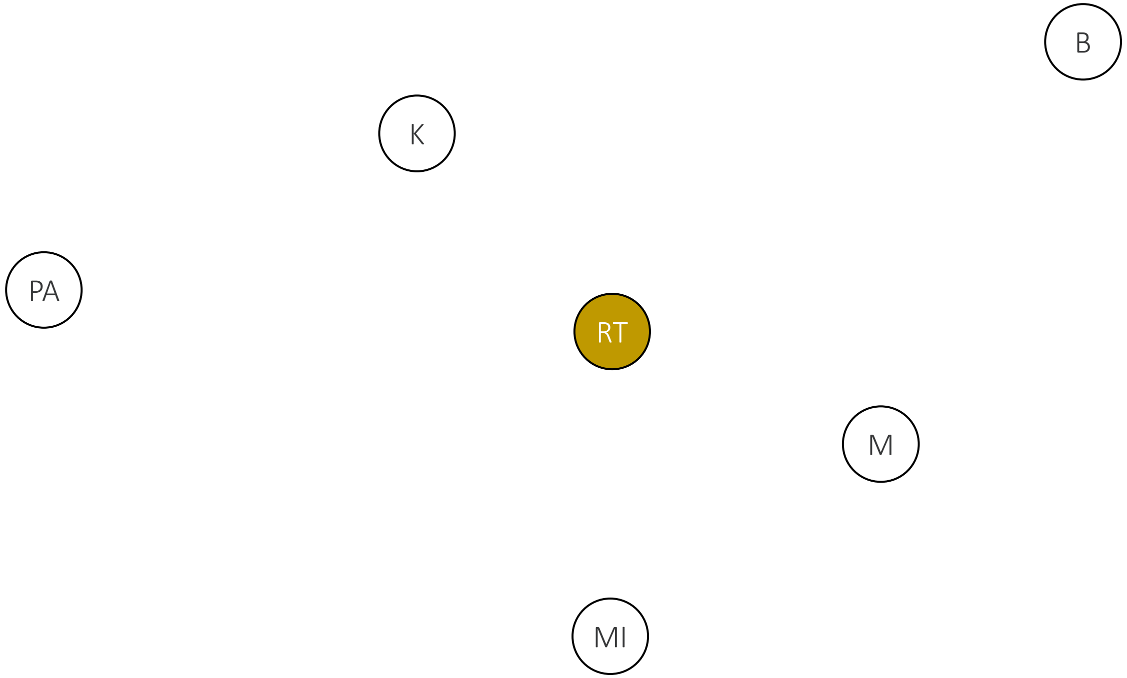
Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

2 Bestimme in $T = (\bar{V}, \bar{E})$ die Knoten mit ungeradem Grad



Knoten mit ungeradem Grad:

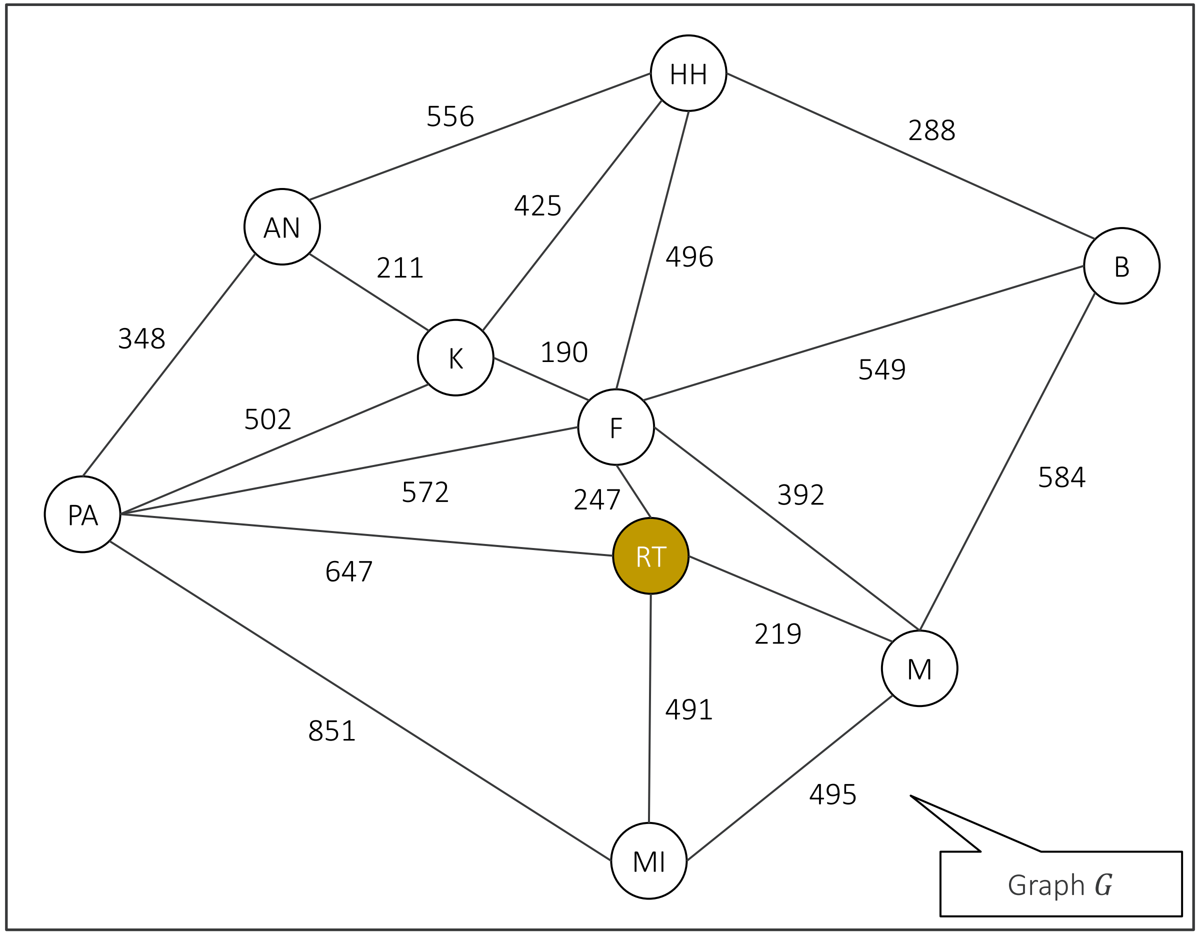
3 Bilde einen vollständigen Graph $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{E})$ aus den Knoten mit ungeradem Grad und den anliegenden Kanten aus G



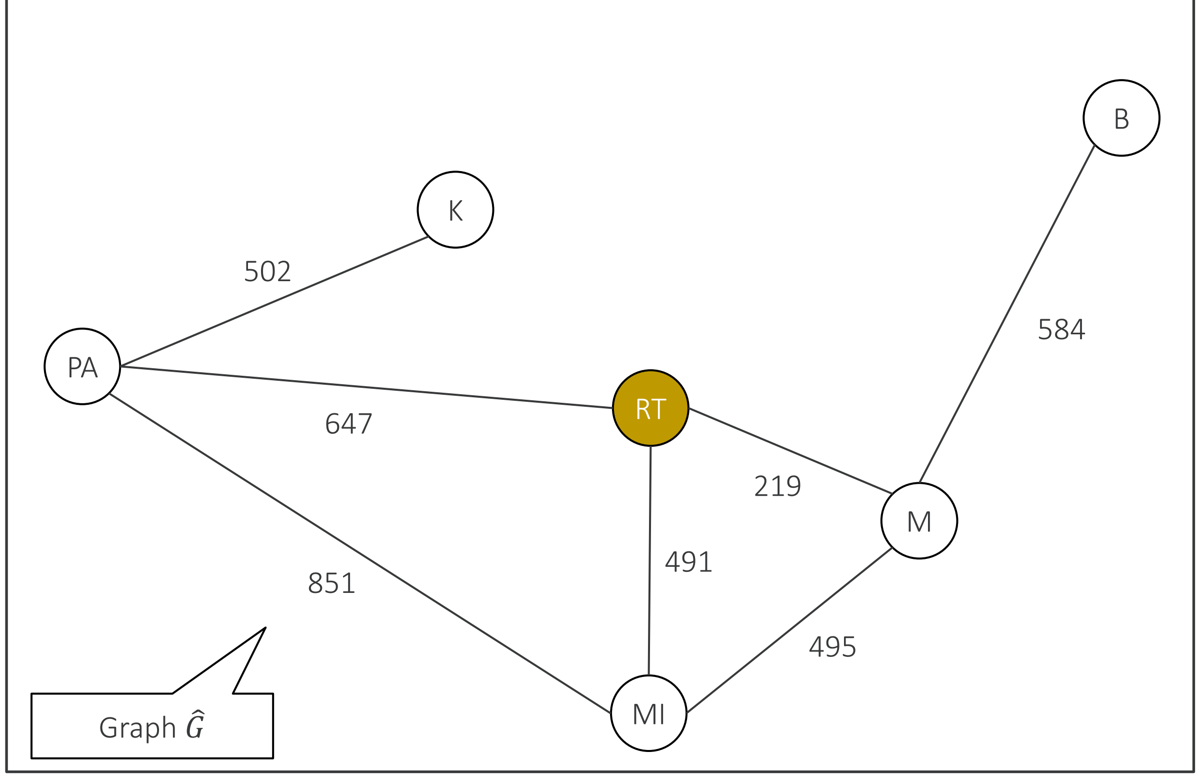
Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

Informatik
Hochschule Reutlingen

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik



3 Bilde einen vollständigen Graph $\hat{G} = (\hat{V}, \hat{E})$ aus den Knoten mit ungeradem Grad und den anliegenden Kanten aus G

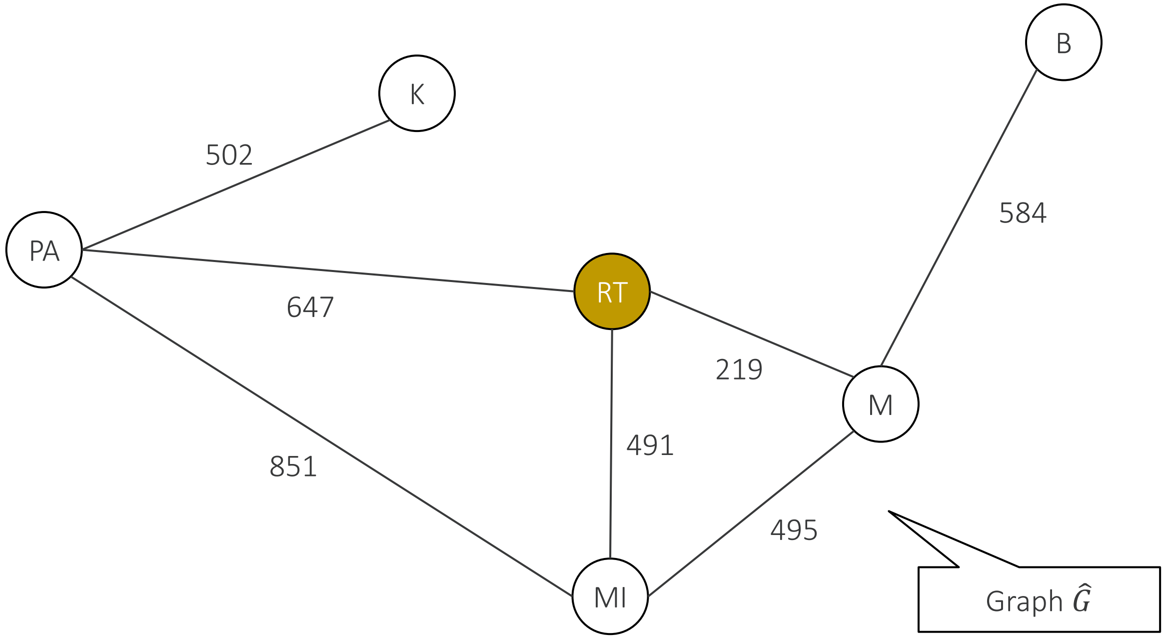


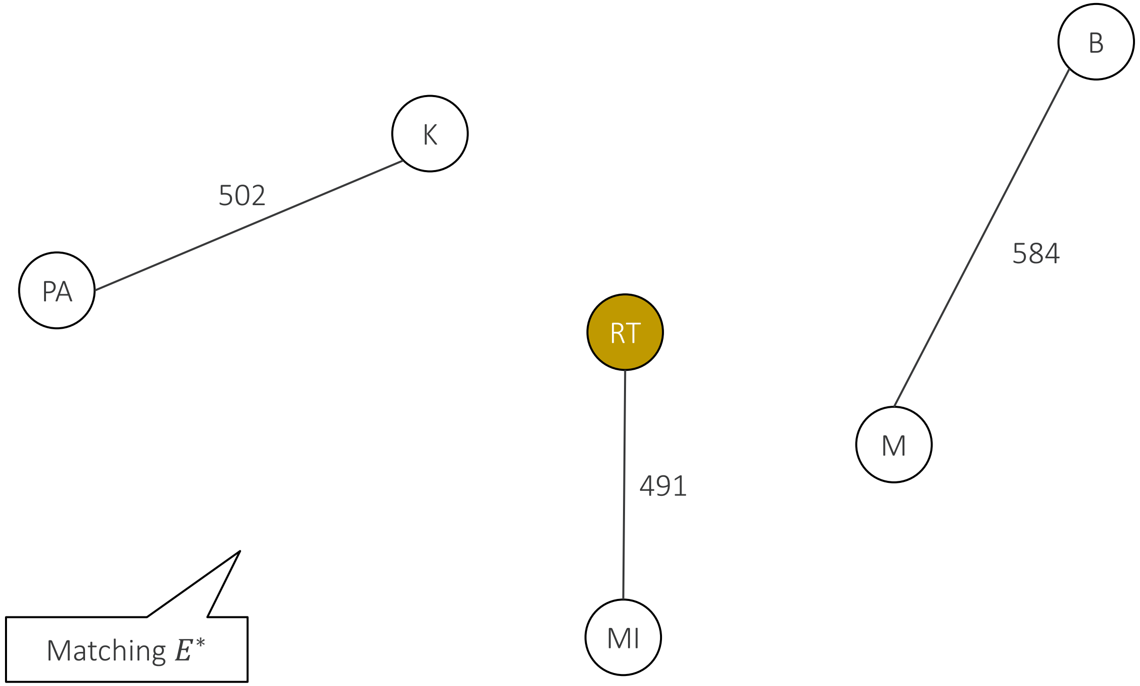
Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

4 Bestimme ein Minimales-Kosten-Matching E^* von $\hat{G}$

Matching: Jeder Knoten in E^* liegt an genau einer Kante. Es werden Kanten so gewählt, dass das Matching kostenminimal ist.

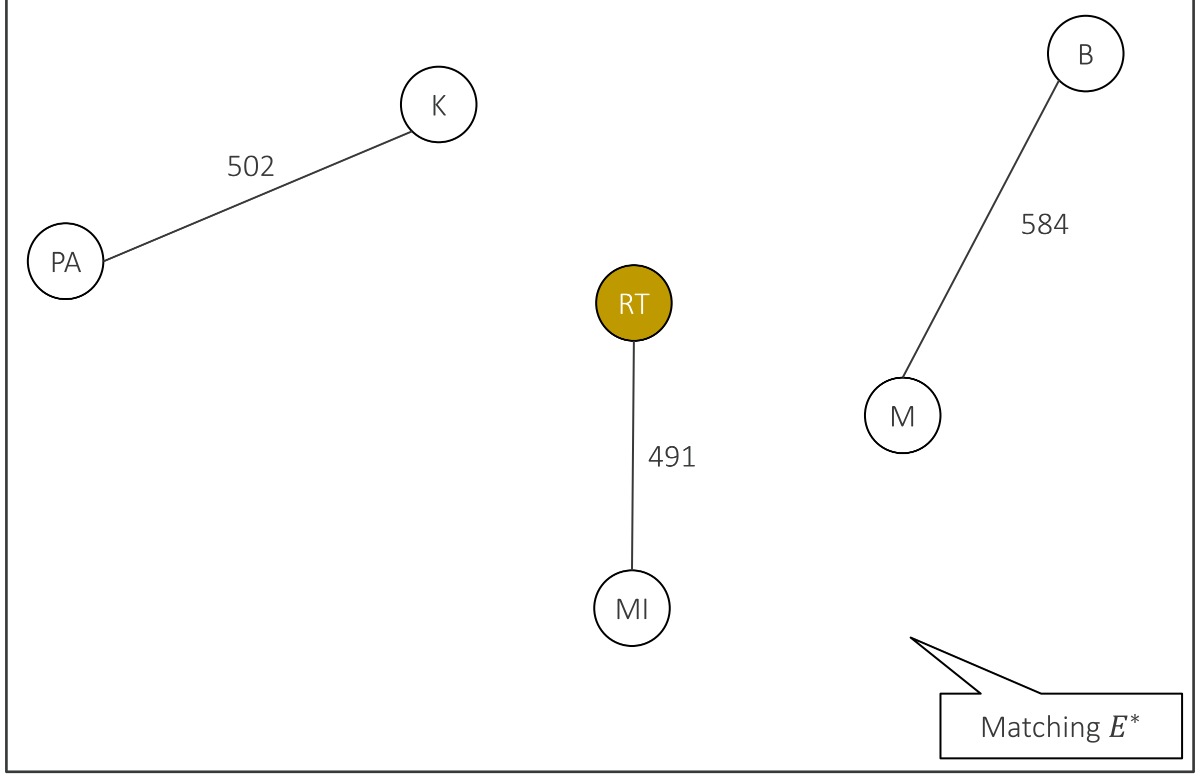




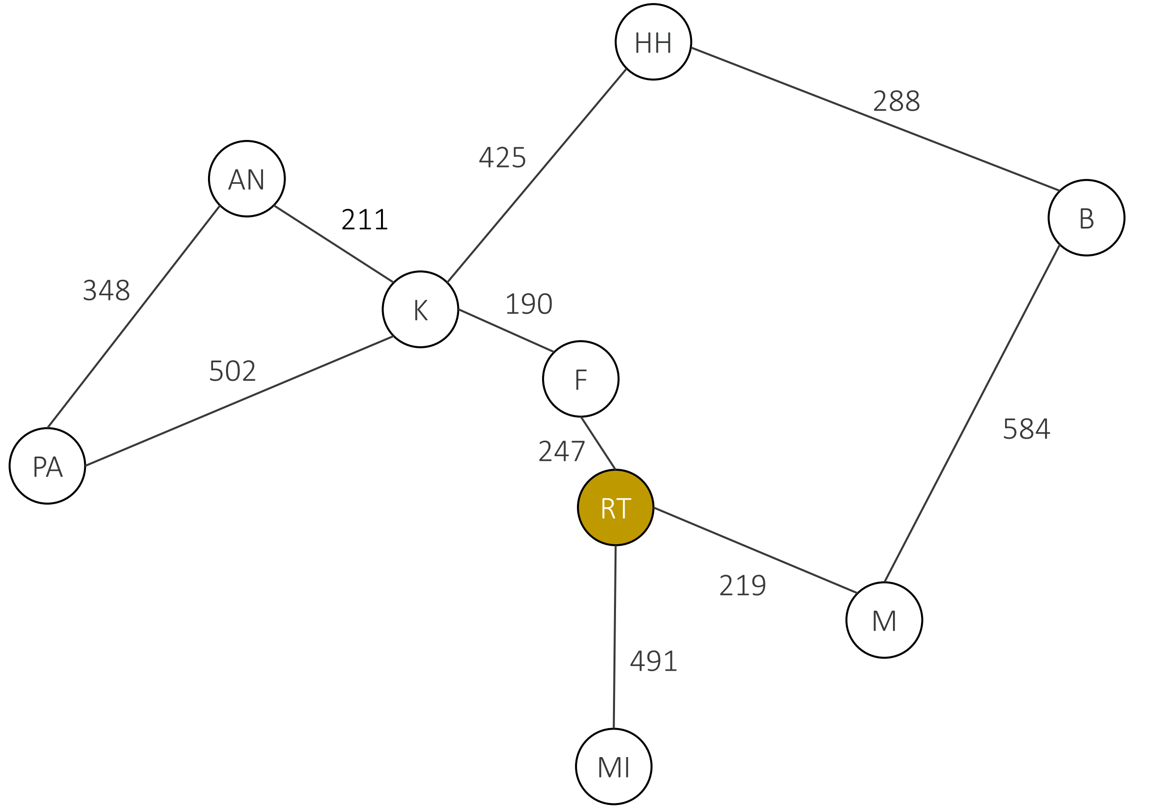
Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

Hochschule Reutlingen

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik



5 Füge die Kanten aus E^* zu T hinzu



Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

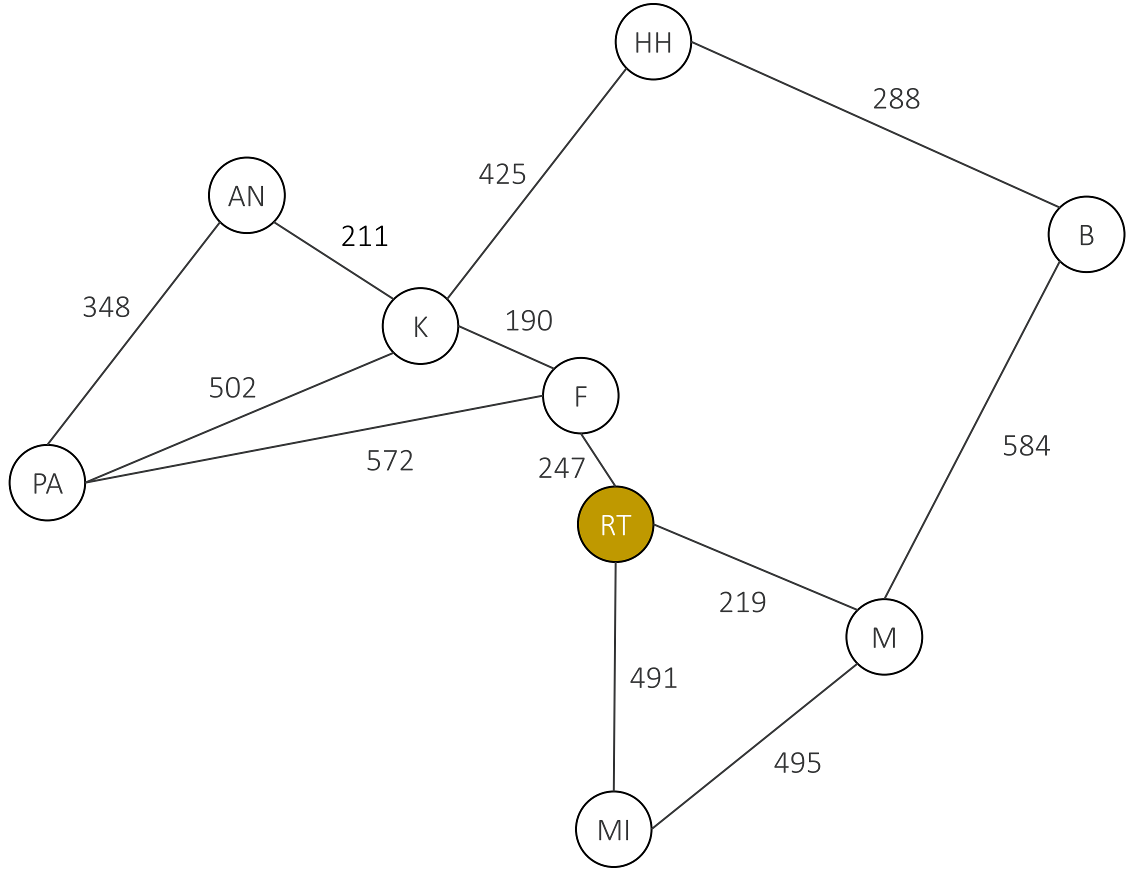
6 Bestimme einen beliebigen Kreis, der jeden Knoten mindestens einmal enthält. Das wiederholte Aufsuchen eines Knotens wird durch Einführen von Direktverbindungen eliminiert.

Kreis: RT – MI – RT – M – B – HH – K – AN – PA – K – F – RT

Kreis: RT – MI – M – B – HH – K – AN – PA – K – F – RT

Kreis: RT – MI – M – B – HH – K – AN – PA – F – RT

Länge: 3.661 km

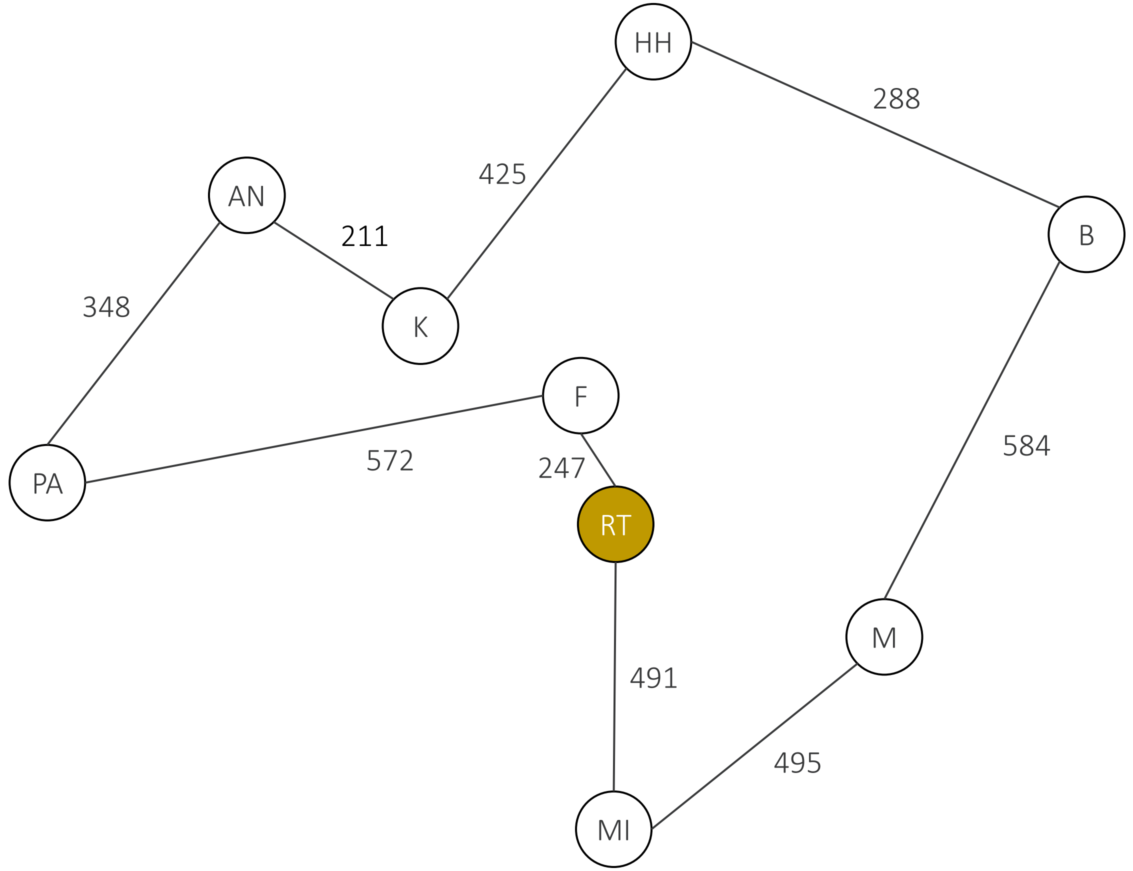


Beim Traveling Salesman Problem wird eine kostenminimale Rundreise, in der jeder Kunde genau einmal angefahren wird, gesucht

Traveling Salesman Problem (TSP): Christofides-Heuristik

Gütegarantie der Christofides-Heuristik

Wenn die Dreiecksungleichung gilt, dann liefert die Christofides-Heuristik eine Rundreise, die höchstens um 50% länger als die optimale Rundreise ist.



Hochschule Reutlingen

Planungsprobleme im Logistikmanagement

Infrastrukturplanung

- Standortplanung
  - Planung von betrieblichen Produktions- und Lagerstandorten
  - Planung der innerbetrieblichen Standorte von Lägern und Produktionssegmenten
  - Planung der Standorte von Produktiveinheiten innerhalb eines Produktionssegments

Bestandsplanung

- Logistikkosten und Bestandsarten
- Lagerhaltungsstrategien
  - (s, q)-Lagerhaltungsstrategien
  - (r, S)-Lagerhaltungsstrategien

Kommissionierungs- und Beladungsplanung

- Kommissionierungsplanung
  - Grundfunktionen und organisatorische Umsetzung der Kommissionierung
  - Artikelbezogene Kommissionierung mit fester Entnahmeposition
  - Artikelbezogene Kommissionierung mit wahlfreier Entnahmeposition
- Beladungsplanung
  - Vorteile und Optimierungsmöglichkeiten in der Beladungsplanung
  - Palettenbeladung
  - Containerbeladung

Tourenplanung

- Traveling Salesman Problem
- Capacitated Vehicle Routing Problem

Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

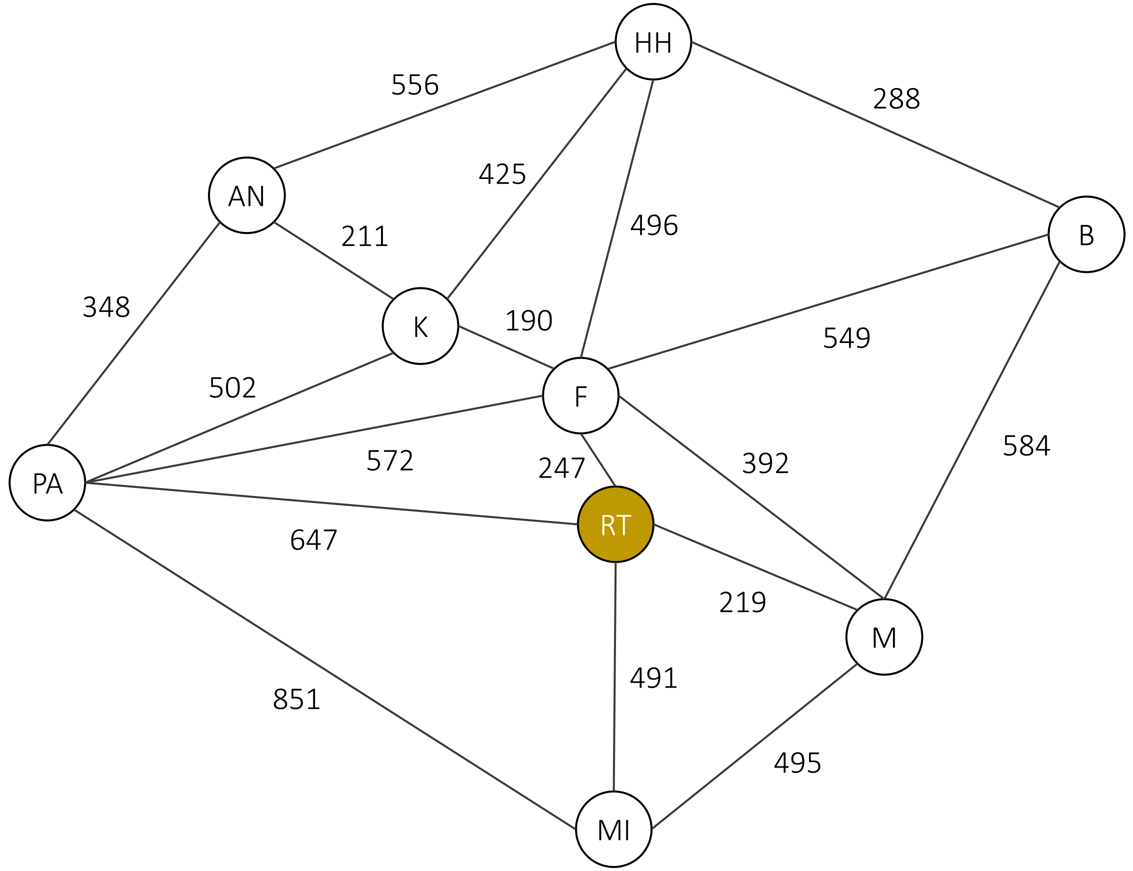
INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Beispiel

- Der Firmensitz (Depot) des Uhrenherstellers befindet sich weiterhin in Reutlingen
- Folgende Bestellungen (in Paletten) liegen vor:

Kunde	Auftragsgröße	Kunde	Auftragsgröße
Hamburg	2	Paris	2
Antwerpen	3	Mailand	1
Köln	1	München	2
Frankfurt	1	Berlin	3

- Mögliche Autobahnverbindungen zwischen den Städten und deren Länge wurden ermittelt (siehe Graph G = (V,E))
- Die Kapazität eines LKW beträgt **5 beladene Paletten**
- Löse zwei Teilprobleme:
  - Zuordnung von Sendungen zu einem Fahrzeug (Tour) unter Beachtung der Kapazitätsrestriktion des Fahrzeugs
  - Bestimmung der kostengünstigsten Rundreise für jedes Fahrzeug



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Modellformulierung

Indizes und Parameter:

N Anzahl der Kunden + 1 Depot

$i, j = 1, \dots, N$ Indizes der Orte. Das Depot hat den Index 1

$m = 1, \dots, M$ Index der Touren.

$c_{i,j}$ Entfernung von Ort *i* zu Ort *j*

b_i Benötigte Kapazität eines Fahrzeugs für die Belieferung des Ortes *i*

C Kapazität eines Fahrzeugs

Entscheidungsvariablen:

$x_{i,j,m}$ Binärvariable. Ist gleich 1, falls in Tour *m* von Ort *i* unmittelbar zu Ort *j* gefahren wird, 0 sonst.

$y_{i,m}$ Binärvariable. Ist gleich 1, falls Ort i in Tour m enthalten ist, 0 sonst.

z_i Reellwertige Hilfsvariable zur Verhinderung von Subtouren.

Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Modellformulierung

$$\min Z = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sum_{m=1}^{M} c_{i,j} \cdot x_{i,j,m}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{N} x_{i,j,m} = y_{i,m} \qquad i = 1, \dots, N \qquad m = 1, \dots, M$$

$$\sum_{i=1}^{N} x_{i,j,m} = y_{j,m} \qquad j = 1, \dots, N \qquad m = 1, \dots, M$$

$$\sum_{m=1}^{M} y_{i,m} = 1 \qquad i = 2, \dots, N$$

$$x_{i,i,m} = 0 \qquad i = 1, \dots, N \qquad m = 1, \dots, M$$

$$\sum_{i=1}^{N} b_i \cdot y_{i,m} \le C \qquad m = 1, \dots, M$$

$$z_i - z_j + N \cdot \sum_{m=1}^{M} x_{i,j,m} \le N - 1 \qquad i,j = 2, \dots, N \qquad i \ne j$$

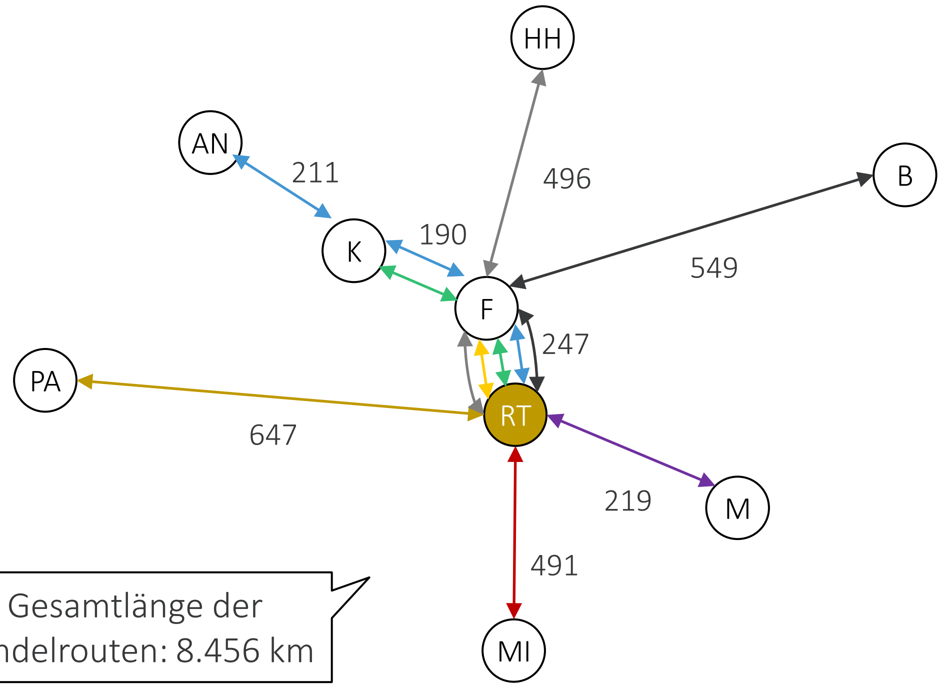
$$x_{i,j,m} \in \{0,1\} \qquad i,j = 1, \dots, N \qquad m = 1, \dots, M$$

$$y_{i,m} \in \{0,1\} \qquad i = 1, \dots, N \qquad m = 1, \dots, M$$

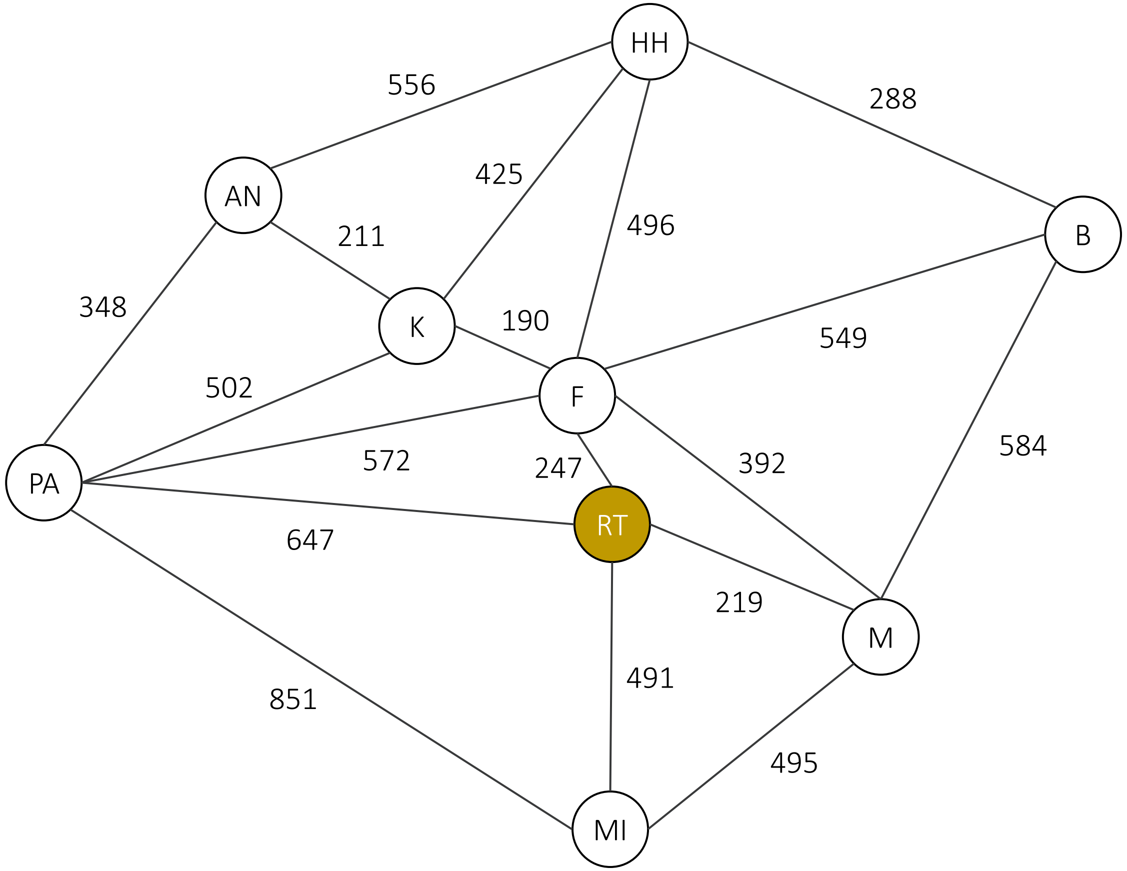
Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

1 Bestimme eine Initiallösung (Pendelrouten)



Gesamtlänge der Pendelrouten: 8.456 km



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

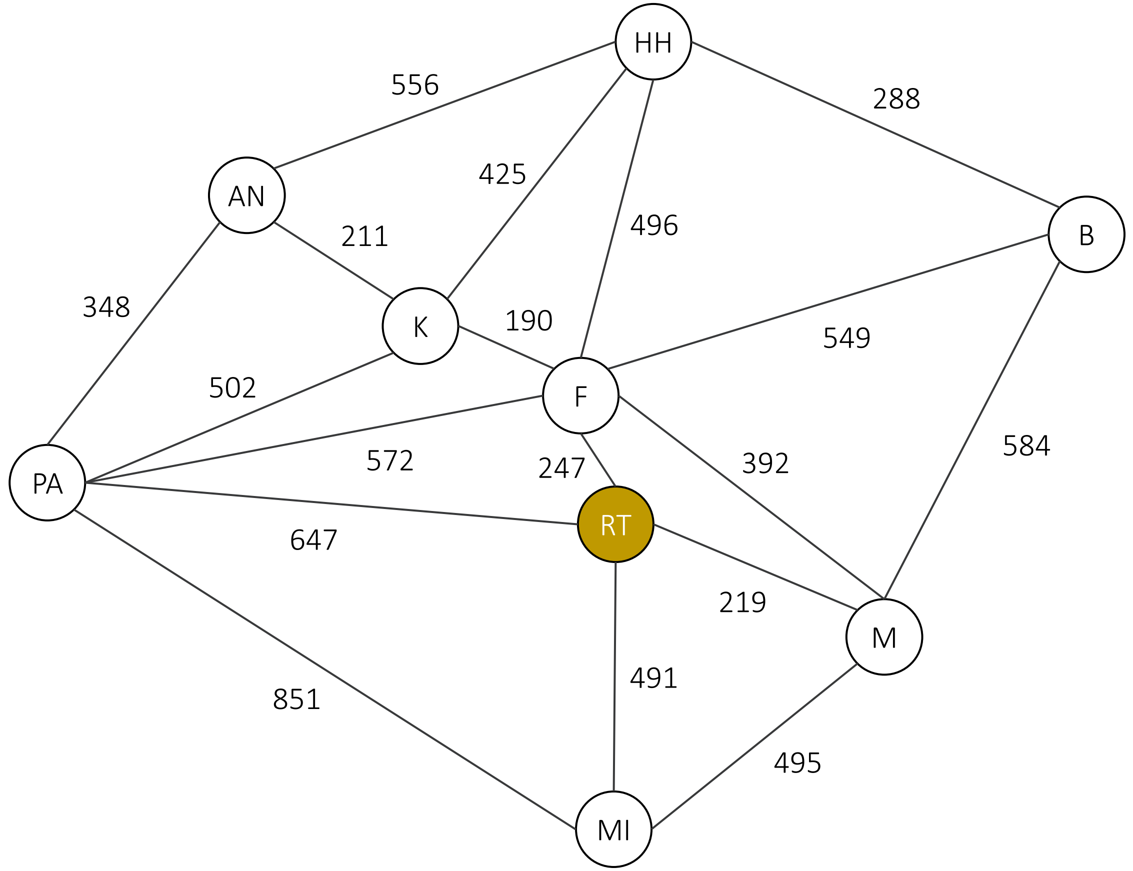
Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

2 Berechne den Saving für alle Knotenpaare (Einschränkung: Nur Paare mit kürzestem Weg von maximal 600 km)

Beispiel für Knotenpaar (PA, AN):

$$647 + (247 + 190 + 211) - 348 = 947$$

Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
(PA, AN)	947	(K, HH)	755
(PA, K)	582	(F, HH)	494
(PA, F)	322	(F, B)	494
(AN, K)	874	(F, M)	74
(AN, F)	494	(HH, B)	1251
(AN, HH)	835	(B, M)	431
(K, F)	494	(M, MI)	215



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

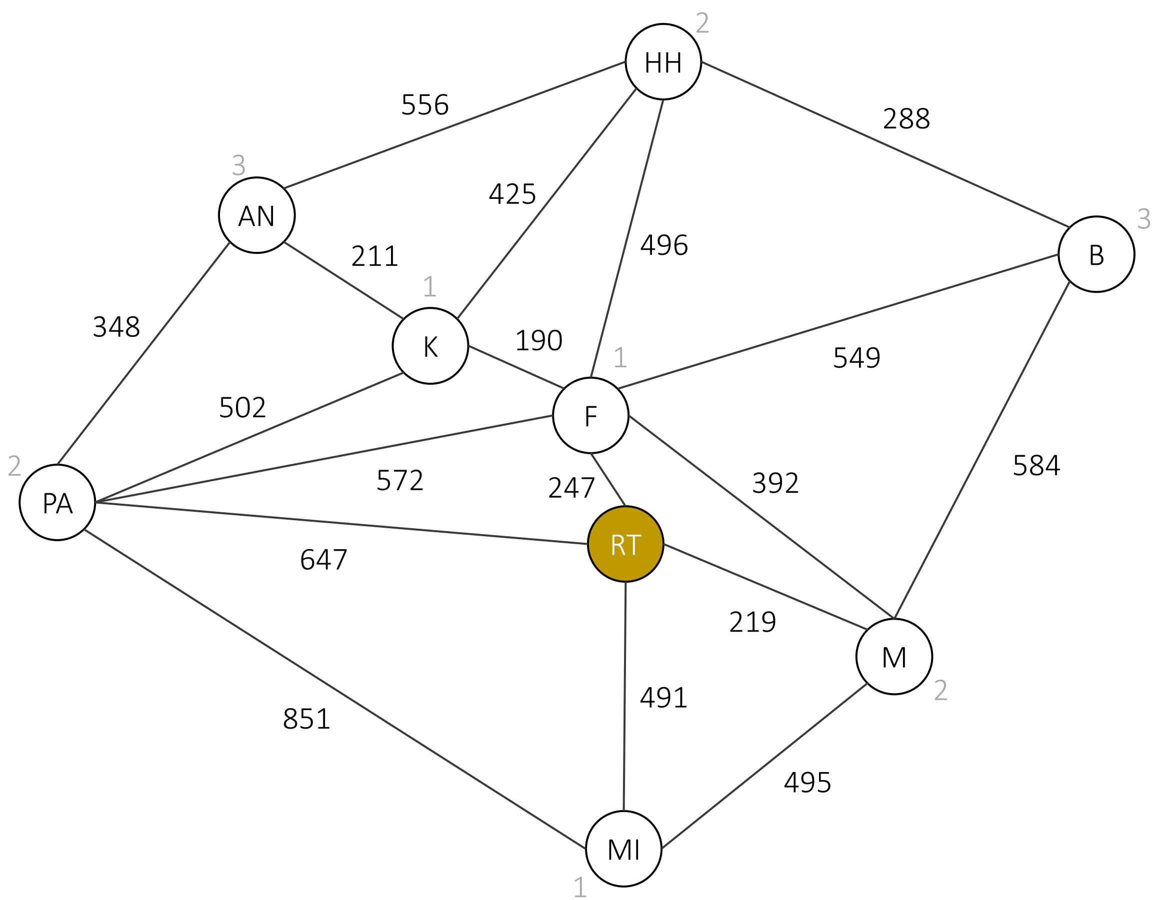
INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

- Betrachte in jeder Iteration noch nicht betrachtetes Knotenpaar mit größtem Saving
- Verbinde die beiden entsprechenden Touren, wenn
  - beide Knoten Start- oder Endknoten ihrer jeweiligen Routen sind
  - die Kapazität des Fahrzeugs nicht überschritten wird

Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
(PA, AN)	947	(K, HH)	755
(PA, K)	582	(F, HH)	494
(PA, F)	322	(F, B)	494
(AN, K)	874	(F, M)	74
(AN, F)	494	(HH, B)	1251
(AN, HH)	835	(B, M)	431
(K, F)	494	(M, MI)	215



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

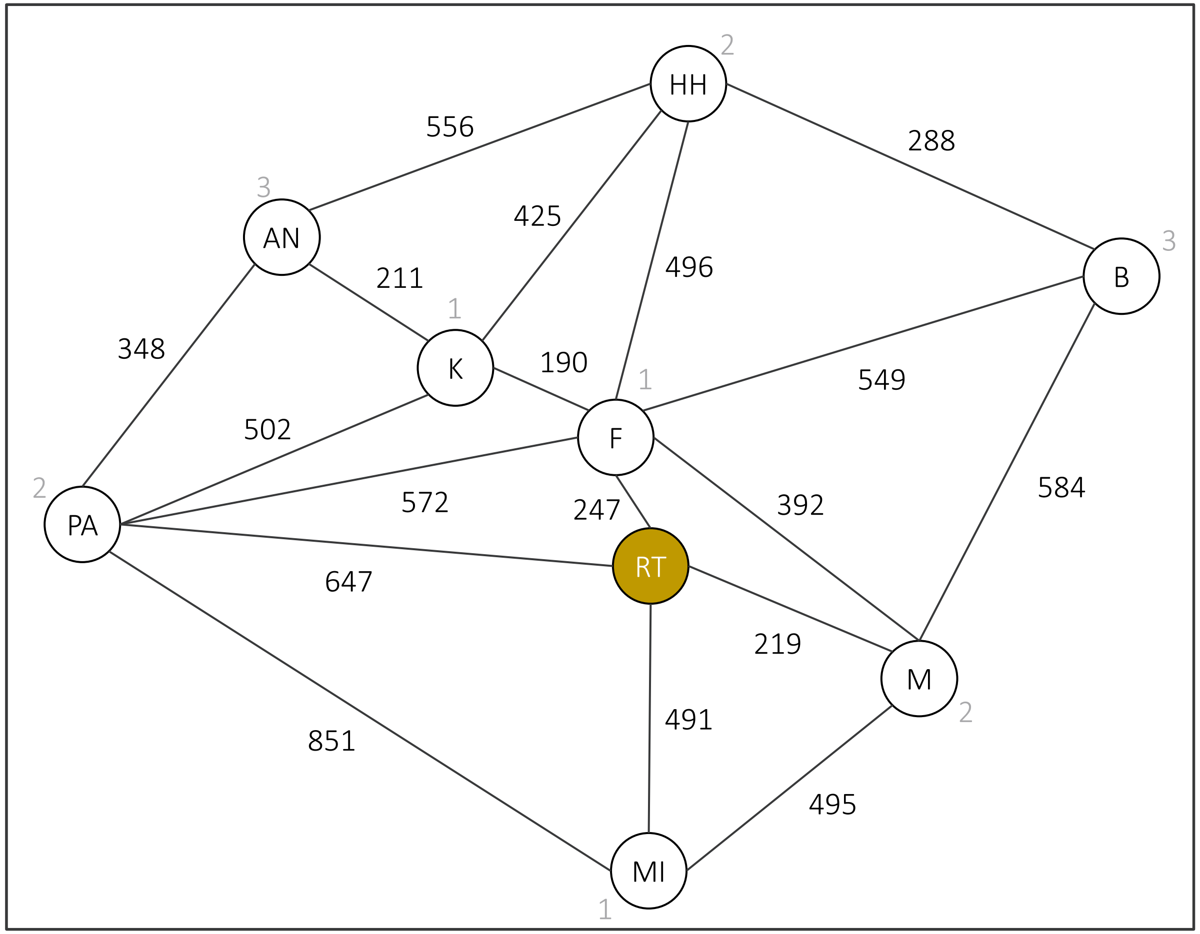
Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
(PA, AN)	947	(K, HH)	755
(PA, K)	582	(F, HH)	494
(PA, F)	322	(F, B)	494
(AN, K)	874	(F, M)	74
(AN, F)	494	$\boxed{\text{(HH, B)}}$	$\boxed{1251}$
(AN, HH)	835	(B, M)	431
(K, F)	494	(M, MI)	215

Tour	Route
1	[RT, PA, RT]
2	[RT, AN, RT]
3	[RT, K, RT]
4	[RT, F, RT]
5	[RT, HH, RT]
6	[RT, B, RT]
7	[RT, M, RT]
8	[RT, MI, RT]

Verbinde beide Touren, wenn

- beide Knoten Start- oder Endknoten ihrer jeweiligen Routen sind
- die Kapazität des Fahrzeugs nicht überschritten wird

Bedingungen 1 und 2 sind erfüllt: Verbinde Touren 5 und 6 zu
Tour 5 = [RT, HH, B, RT]



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

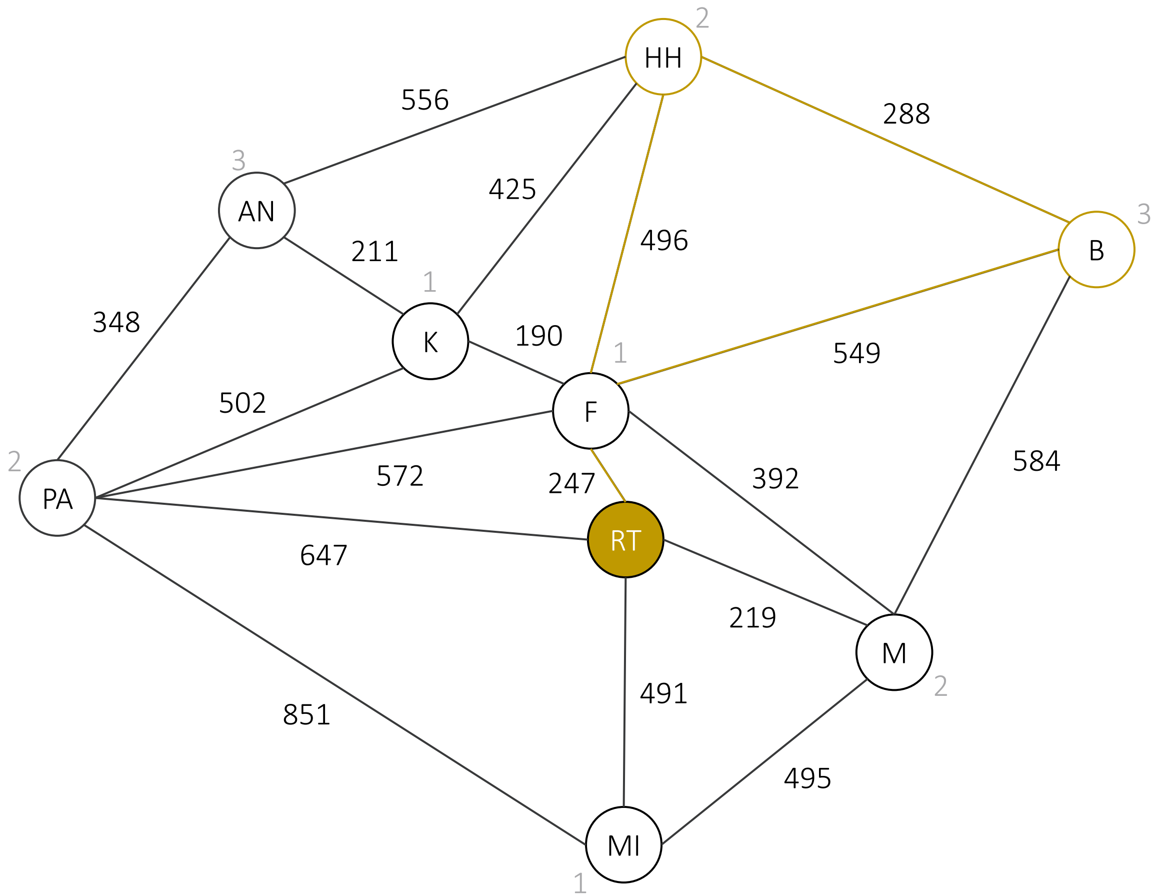
Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
(PA, AN)	947	(K, HH)	755
(PA, K)	582	(F, HH)	494
(PA, F)	322	(F, B)	494
(AN, K)	874	(F, M)	74
(AN, F)	494	~~(HH, B)~~	~~1251~~
(AN, HH)	835	(B, M)	431
(K, F)	494	(M, MI)	215

Tour	Route
1	[RT, PA, RT]
2	[RT, AN, RT]
3	[RT, K, RT]
4	[RT, F, RT]
5	[RT, HH, B, RT]
6	[RT, M, RT]
7	[RT, MI, RT]

Verbinde beide Touren, wenn

- beide Knoten Start- oder Endknoten ihrer jeweiligen Routen sind
- die Kapazität des Fahrzeugs nicht überschritten wird

Bedingungen 1 und 2 sind erfüllt: Verbinde Touren 1 und 2 zu
Tour 1 = [RT, PA, AN, RT]



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

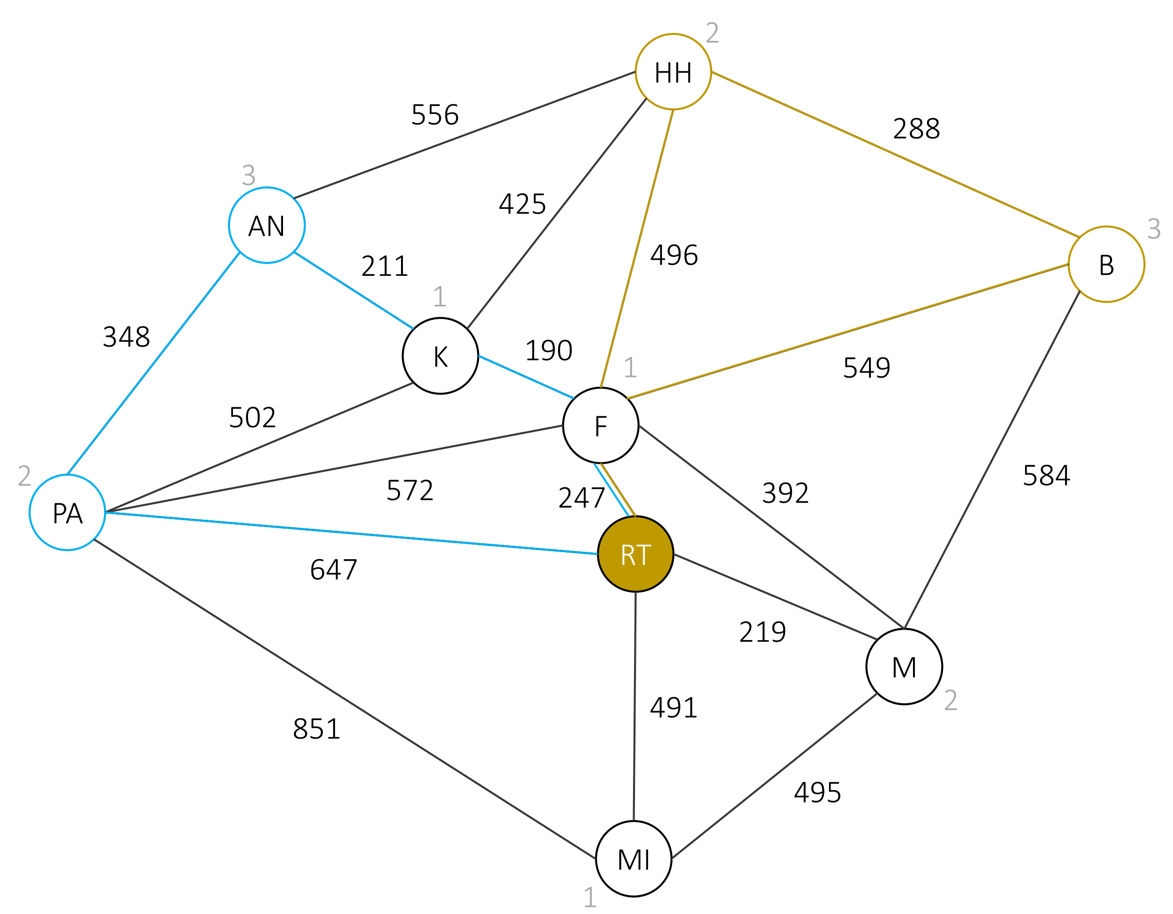
Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
~~(PA, AN)~~	~~947~~	(K, HH)	755
(PA, K)	582	(F, HH)	494
(PA, F)	322	(F, B)	494
(AN, K)	874	(F, M)	74
(AN, F)	494	~~(HH, B)~~	~~1251~~
(AN, HH)	835	(B, M)	431
(K, F)	494	(M, MI)	215

Tour	Route
1	[RT, PA, AN, RT]
2	[RT, K, RT]
3	[RT, F, RT]
4	[RT, HH, B, RT]
5	[RT, M, RT]
6	[RT, MI, RT]

Verbinde beide Touren, wenn

- beide Knoten Start- oder Endknoten ihrer jeweiligen Routen sind
- die Kapazität des Fahrzeugs nicht überschritten wird

Bedingung 2 ist nicht erfüllt!



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

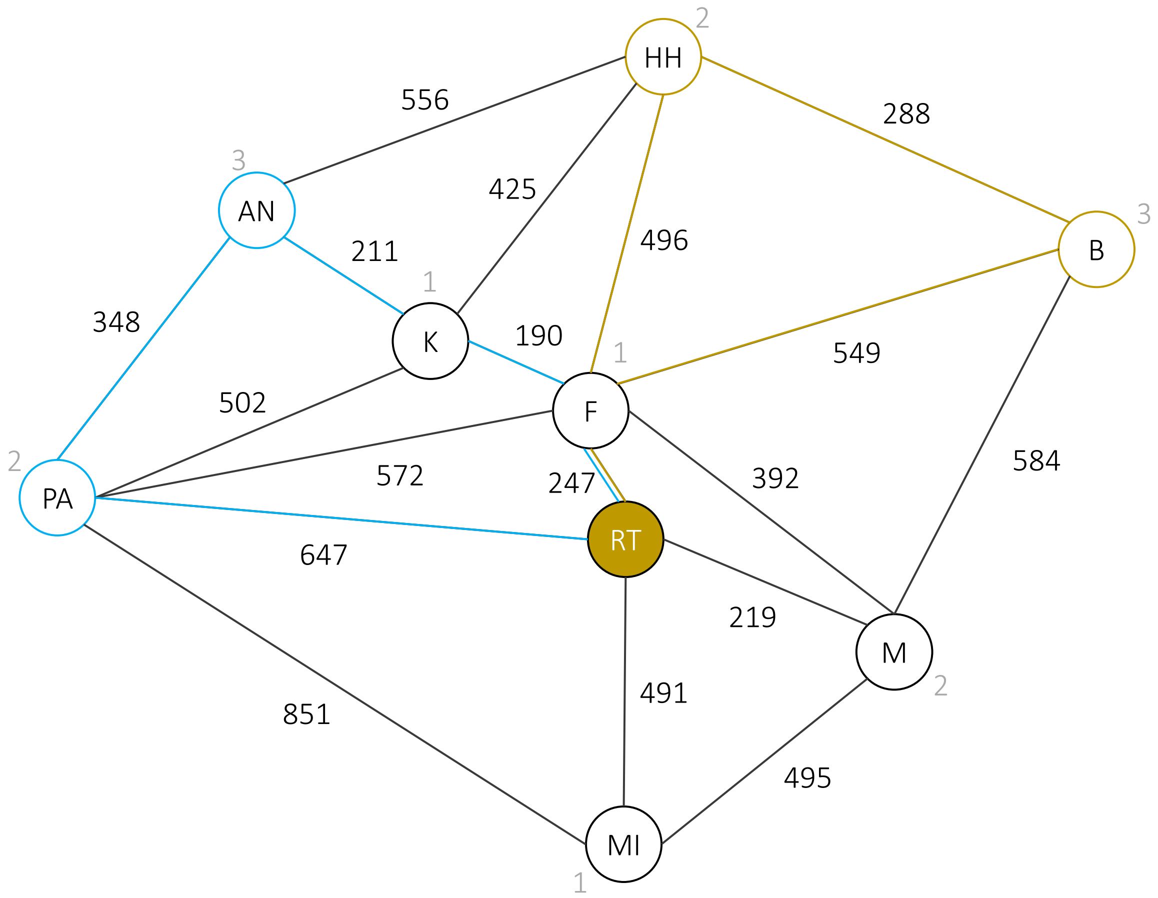
Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
~~(PA, AN)~~	~~947~~	(K, HH)	755
(PA, K)	582	(F, HH)	494
(PA, F)	322	(F, B)	494
~~(AN, K)~~	~~874~~	(F, M)	74
(AN, F)	494	~~(HH, B)~~	~~1251~~
(AN, HH)	835	(B, M)	431
(K, F)	494	(M, MI)	215

Tour	Route
1	[RT, PA, AN, RT]
2	[RT, K, RT]
3	[RT, F, RT]
4	[RT, HH, B, RT]
5	[RT, M, RT]
6	[RT, MI, RT]

Verbinde beide Touren, wenn

- beide Knoten Start- oder Endknoten ihrer jeweiligen Routen sind
- die Kapazität des Fahrzeugs nicht überschritten wird

Bedingung 2 ist nicht erfüllt!



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

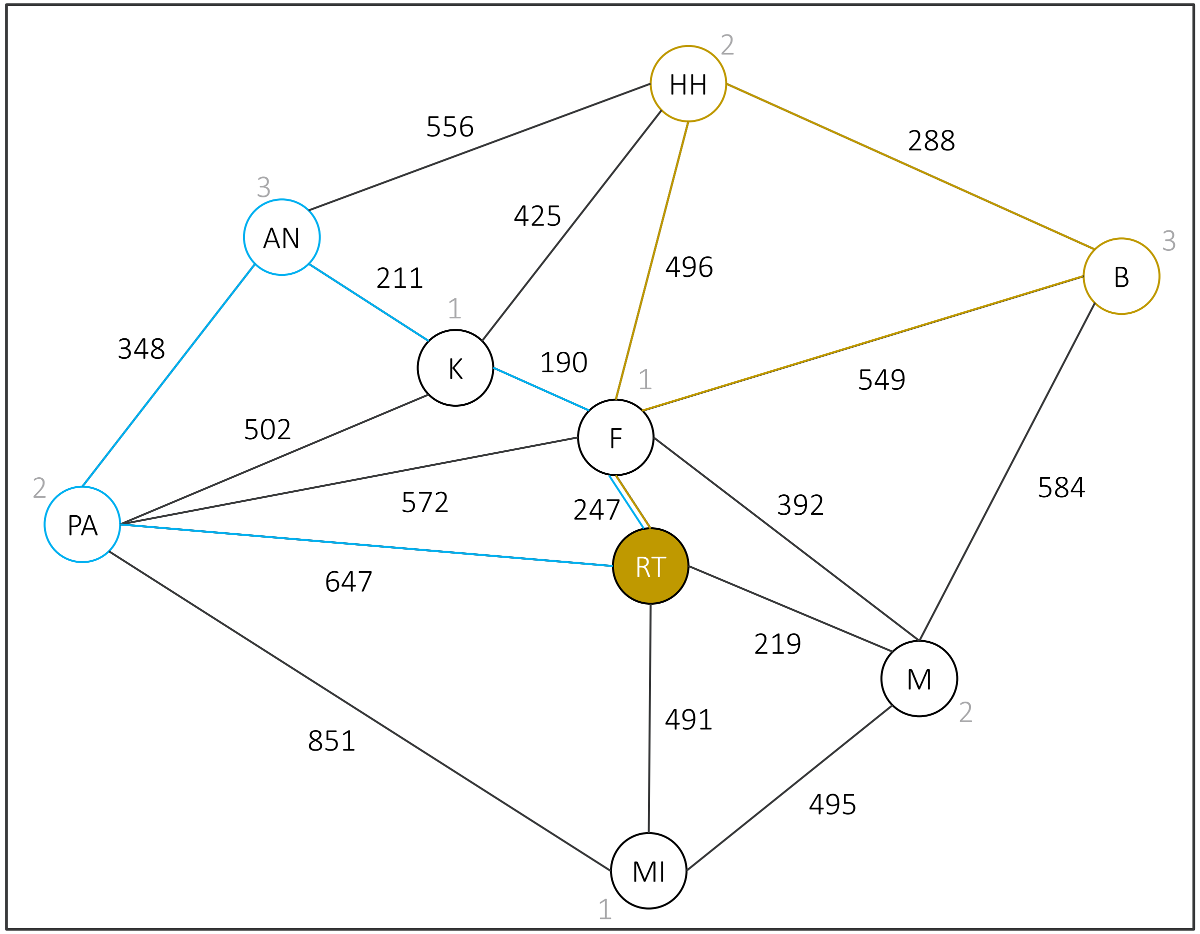
Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
~~(PA, AN)~~	~~947~~	(K, HH)	755
(PA, K)	582	(F, HH)	494
(PA, F)	322	(F, B)	494
~~(AN, K)~~	~~874~~	(F, M)	74
(AN, F)	494	~~(HH, B)~~	~~1251~~
~~(AN, HH)~~	~~835~~	(B, M)	431
(K, F)	494	(M, MI)	215

Tour	Route
1	[RT, PA, AN, RT]
2	[RT, K, RT]
3	[RT, F, RT]
4	[RT, HH, B, RT]
5	[RT, M, RT]
6	[RT, MI, RT]

Verbinde beide Touren, wenn

- beide Knoten Start- oder Endknoten ihrer jeweiligen Routen sind
- die Kapazität des Fahrzeugs nicht überschritten wird

Bedingung 2 ist nicht erfüllt!



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

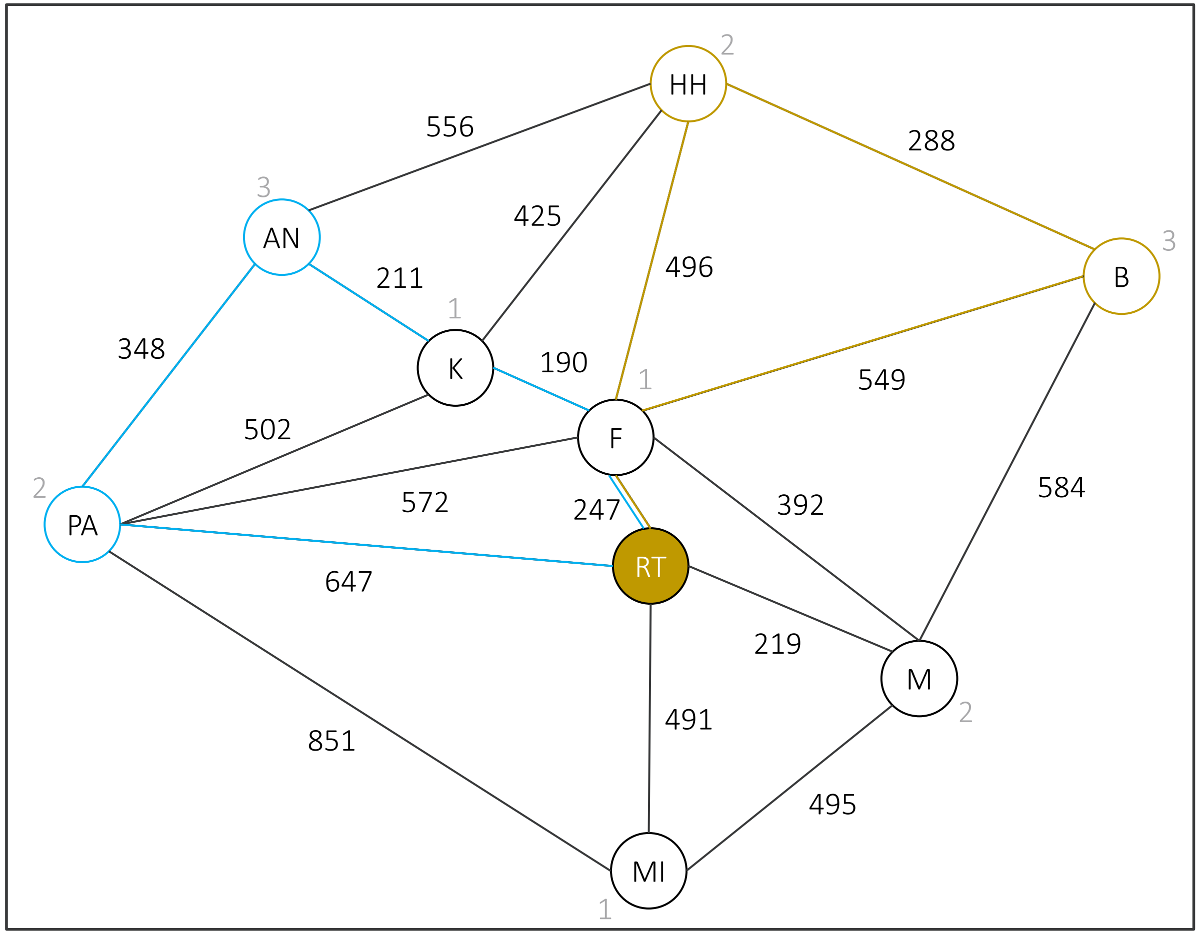
Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
~~(PA, AN)~~	~~947~~	~~(K, HH)~~	~~755~~
(PA, K)	582	(F, HH)	494
(PA, F)	322	(F, B)	494
~~(AN, K)~~	~~874~~	(F, M)	74
(AN, F)	494	~~(HH, B)~~	~~1251~~
~~(AN, HH)~~	~~835~~	(B, M)	431
(K, F)	494	(M, MI)	215

Tour	Route
1	[RT, PA, AN, RT]
2	[RT, K, RT]
3	[RT, F, RT]
4	[RT, HH, B, RT]
5	[RT, M, RT]
6	[RT, MI, RT]

Verbinde beide Touren, wenn

- beide Knoten Start- oder Endknoten ihrer jeweiligen Routen sind
- die Kapazität des Fahrzeugs nicht überschritten wird

Bedingung 2 ist nicht erfüllt!



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

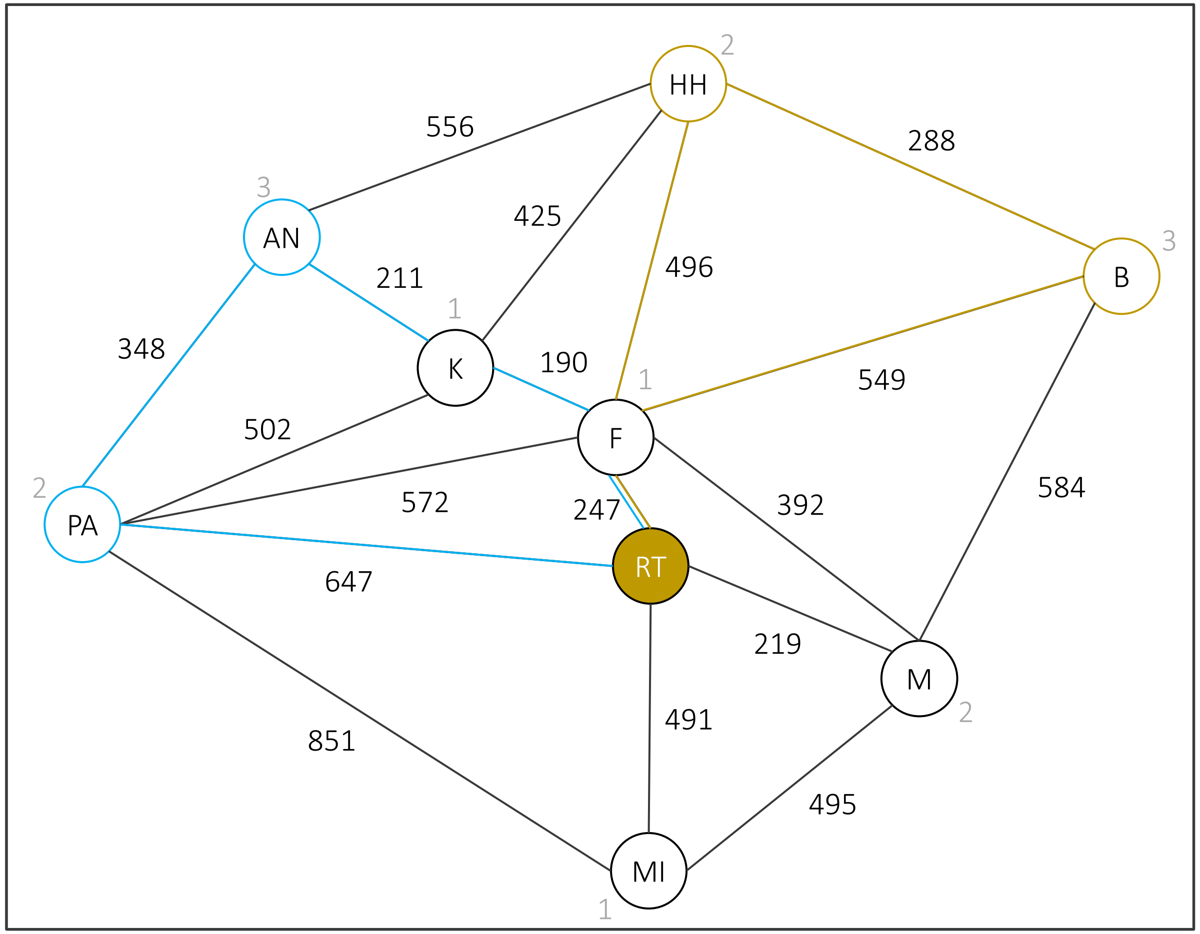
Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
~~(PA, AN)~~	~~947~~	~~(K, HH)~~	~~755~~
~~(PA, K)~~	~~582~~	(F, HH)	494
(PA, F)	322	(F, B)	494
~~(AN, K)~~	~~874~~	(F, M)	74
(AN, F)	494	~~(HH, B)~~	~~1251~~
~~(AN, HH)~~	~~835~~	(B, M)	431
(K, F)	494	(M, MI)	215

Tour	Route
1	[RT, PA, AN, RT]
2	[RT, K, RT]
3	[RT, F, RT]
4	[RT, HH, B, RT]
5	[RT, M, RT]
6	[RT, MI, RT]

Verbinde beide Touren, wenn

- beide Knoten Start- oder Endknoten ihrer jeweiligen Routen sind
- die Kapazität des Fahrzeugs nicht überschritten wird

Bedingung 2 ist nicht erfüllt!



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
~~(PA, AN)~~	~~947~~	~~(K, HH)~~	~~755~~
~~(PA, K)~~	~~582~~	(F, HH)	494
(PA, F)	322	(F, B)	494
~~(AN, K)~~	~~874~~	(F, M)	74
~~(AN, F)~~	~~494~~	~~(HH, B)~~	~~1251~~
~~(AN, HH)~~	~~835~~	(B, M)	431
(K, F)	494	(M, MI)	215

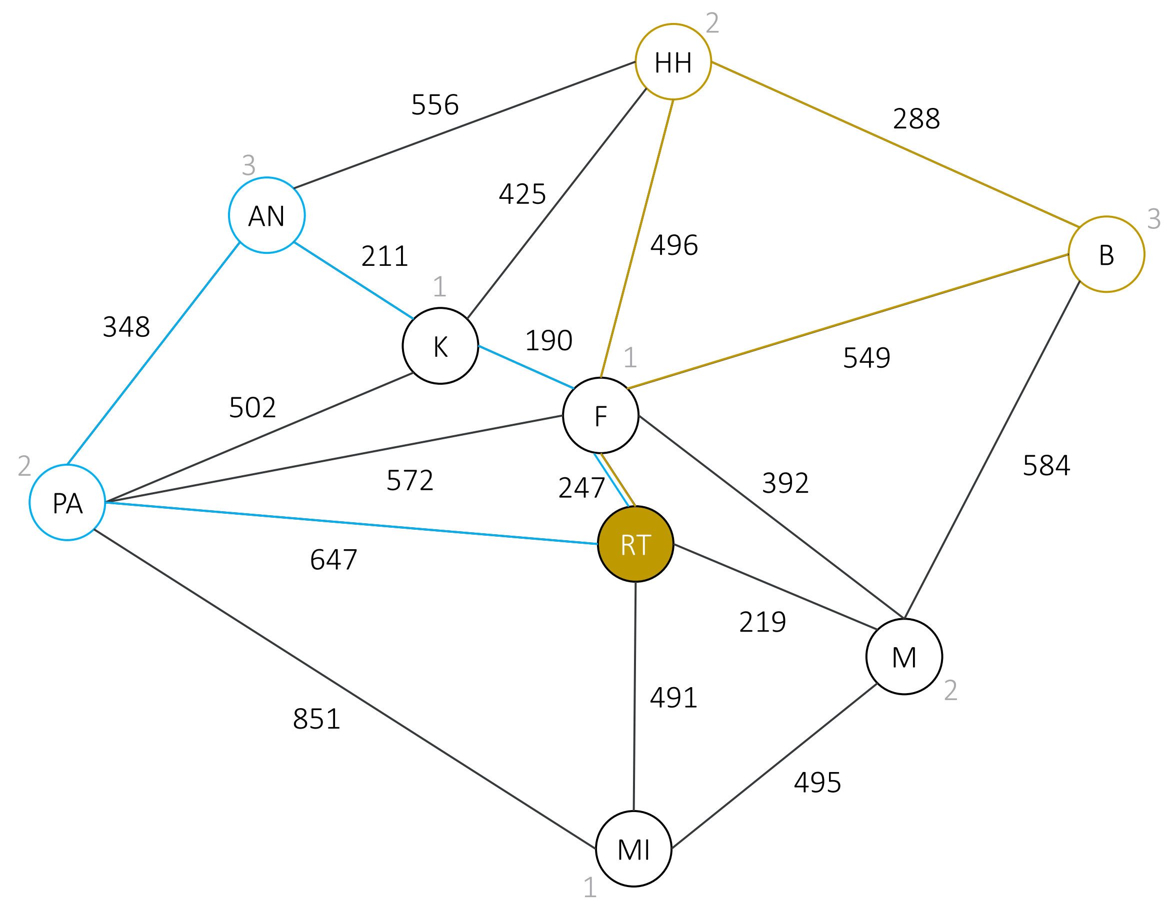
Tour	Route
1	[RT, PA, AN, RT]
2	[RT, K, RT]
3	[RT, F, RT]
4	[RT, HH, B, RT]
5	[RT, M, RT]
6	[RT, MI, RT]

Verbinde beide Touren, wenn

- beide Knoten Start- oder Endknoten ihrer jeweiligen Routen sind
- die Kapazität des Fahrzeugs nicht überschritten wird

Bedingungen 1 und 2 sind erfüllt: Verbinde Touren 2 und 3 zu

Tour 2 = [RT, K, F, RT]



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

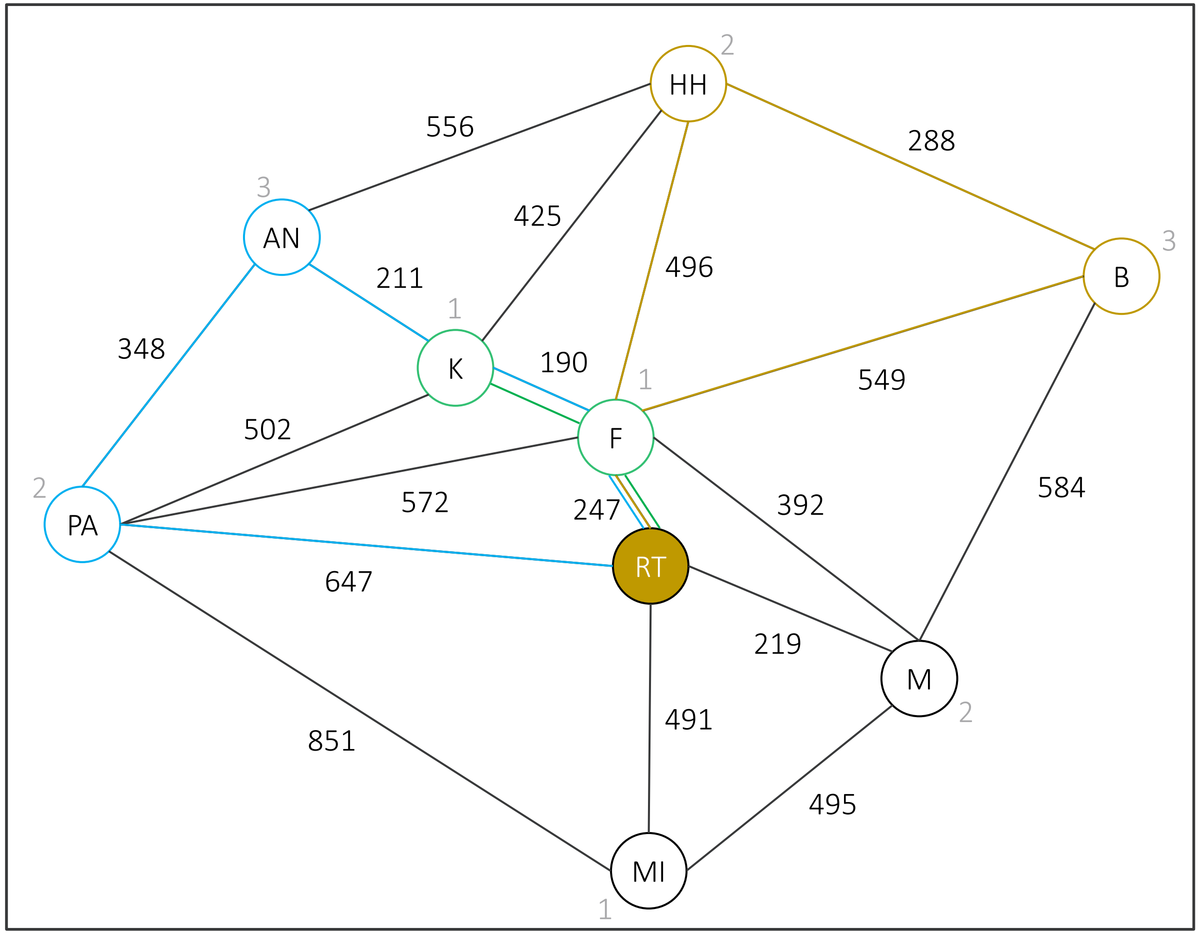
Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
~~(PA, AN)~~	~~947~~	~~(K, HH)~~	~~755~~
~~(PA, K)~~	~~582~~	(F, HH)	494
(PA, F)	322	(F, B)	494
~~(AN, K)~~	~~874~~	(F, M)	74
~~(AN, F)~~	~~494~~	~~(HH, B)~~	~~1251~~
~~(AN, HH)~~	~~835~~	(B, M)	431
~~(K, F)~~	~~494~~	(M, MI)	215

Tour	Route
1	[RT, PA, AN, RT]
2	[RT, K, F, RT]
3	[RT, HH, B, RT]
4	[RT, M, RT]
5	[RT, MI, RT]

Verbinde beide Touren, wenn

- beide Knoten Start- oder Endknoten ihrer jeweiligen Routen sind
- die Kapazität des Fahrzeugs nicht überschritten wird

Bedingung 2 ist nicht erfüllt!



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

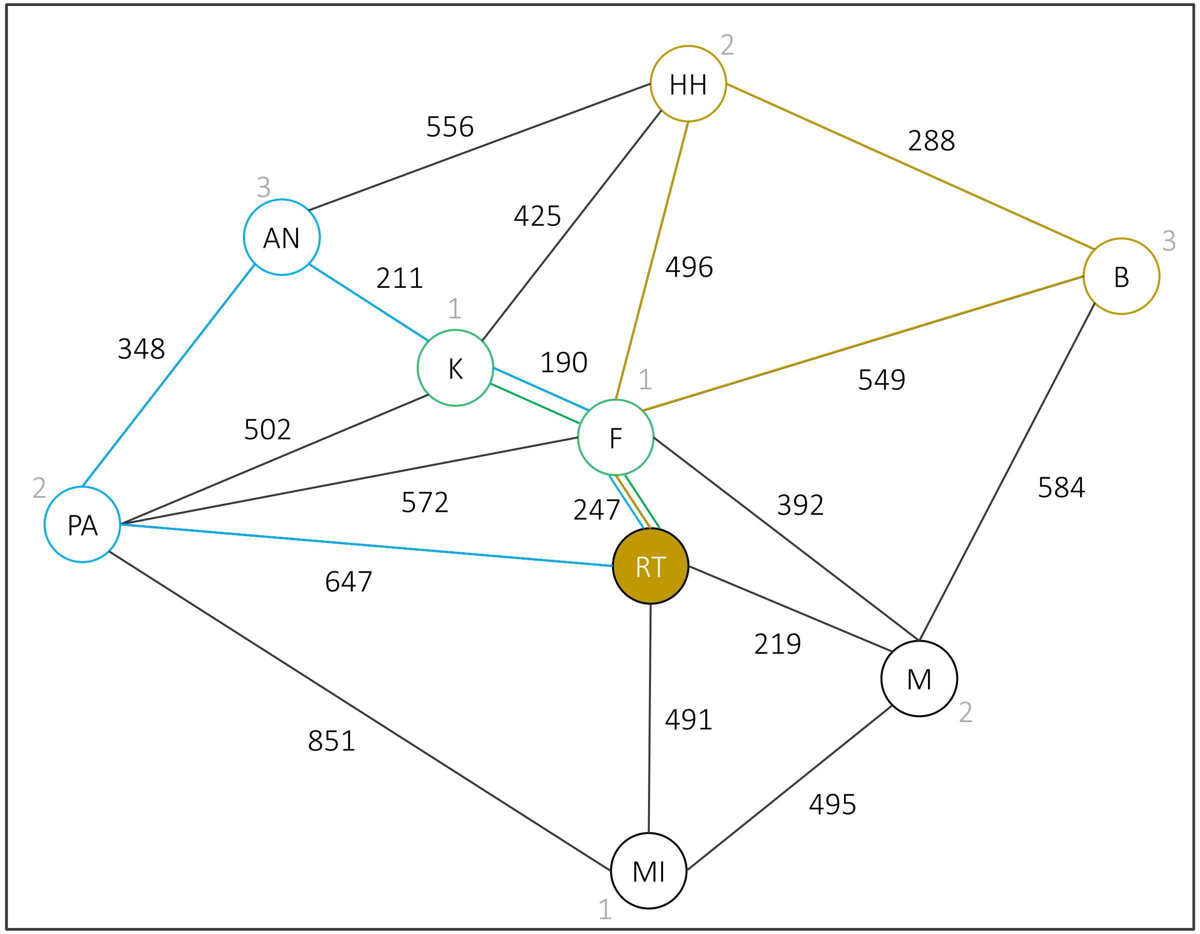
Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
~~(PA, AN)~~	~~947~~	~~(K, HH)~~	~~755~~
~~(PA, K)~~	~~582~~	~~(F, HH)~~	~~494~~
(PA, F)	322	(F, B)	494
~~(AN, K)~~	~~874~~	(F, M)	74
~~(AN, F)~~	~~494~~	~~(HH, B)~~	~~1251~~
~~(AN, HH)~~	~~835~~	(B, M)	431
~~(K, F)~~	~~494~~	(M, MI)	215

Tour	Route
1	[RT, PA, AN, RT]
2	[RT, K, F, RT]
3	[RT, HH, B, RT]
4	[RT, M, RT]
5	[RT, MI, RT]

Verbinde beide Touren, wenn

- beide Knoten Start- oder Endknoten ihrer jeweiligen Routen sind
- die Kapazität des Fahrzeugs nicht überschritten wird

Bedingung 2 ist nicht erfüllt!



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

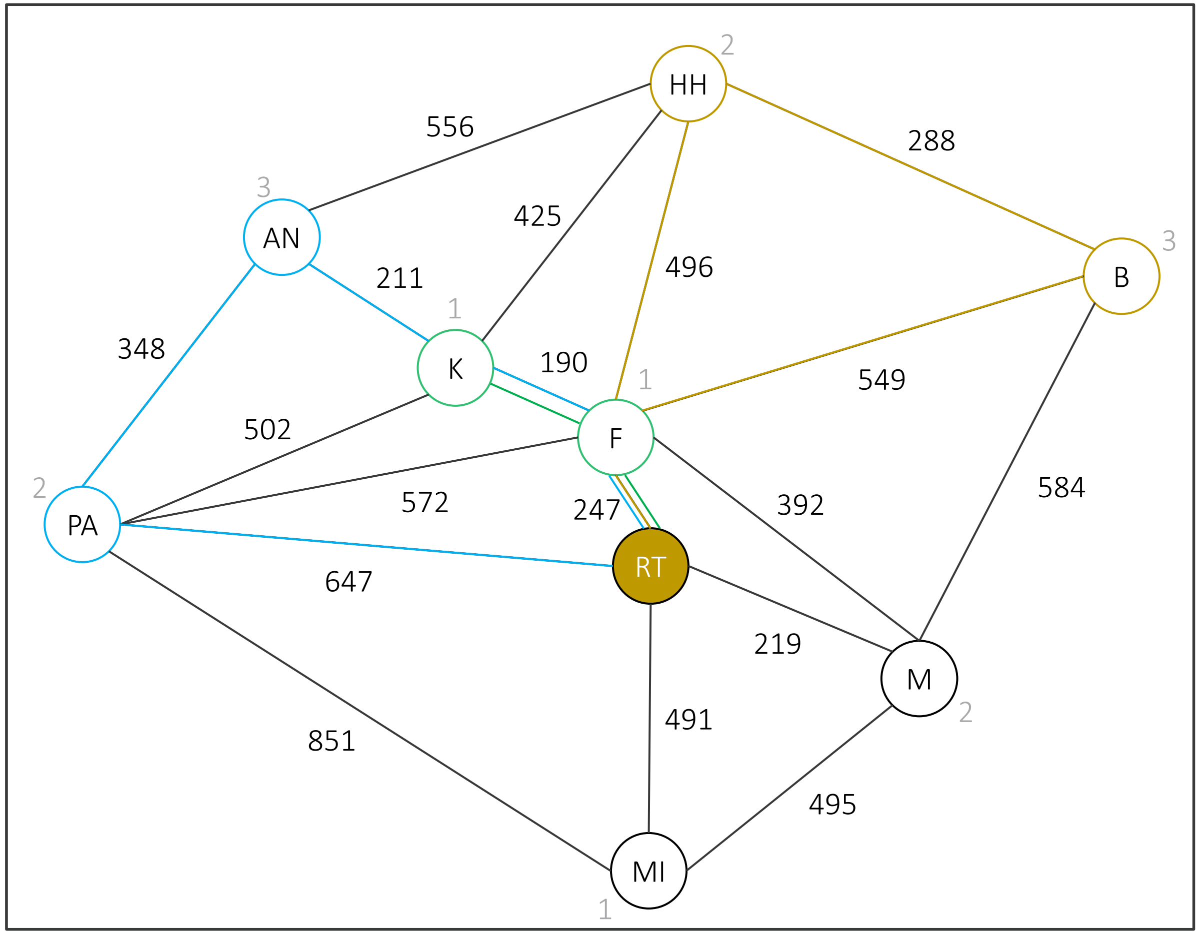
Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
~~(PA, AN)~~	~~947~~	~~(K, HH)~~	~~755~~
~~(PA, K)~~	~~582~~	~~(F, HH)~~	~~494~~
(PA, F)	322	~~(F, B)~~	~~494~~
~~(AN, K)~~	~~874~~	(F, M)	74
~~(AN, F)~~	~~494~~	~~(HH, B)~~	~~1251~~
~~(AN, HH)~~	~~835~~	(B, M)	431
~~(K, F)~~	~~494~~	(M, MI)	215

Tour	Route
1	[RT, PA, AN, RT]
2	[RT, K, F, RT]
3	[RT, HH, B, RT]
4	[RT, M, RT]
5	[RT, MI, RT]

Verbinde beide Touren, wenn

- beide Knoten Start- oder Endknoten ihrer jeweiligen Routen sind
- die Kapazität des Fahrzeugs nicht überschritten wird

Bedingung 2 ist nicht erfüllt!



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

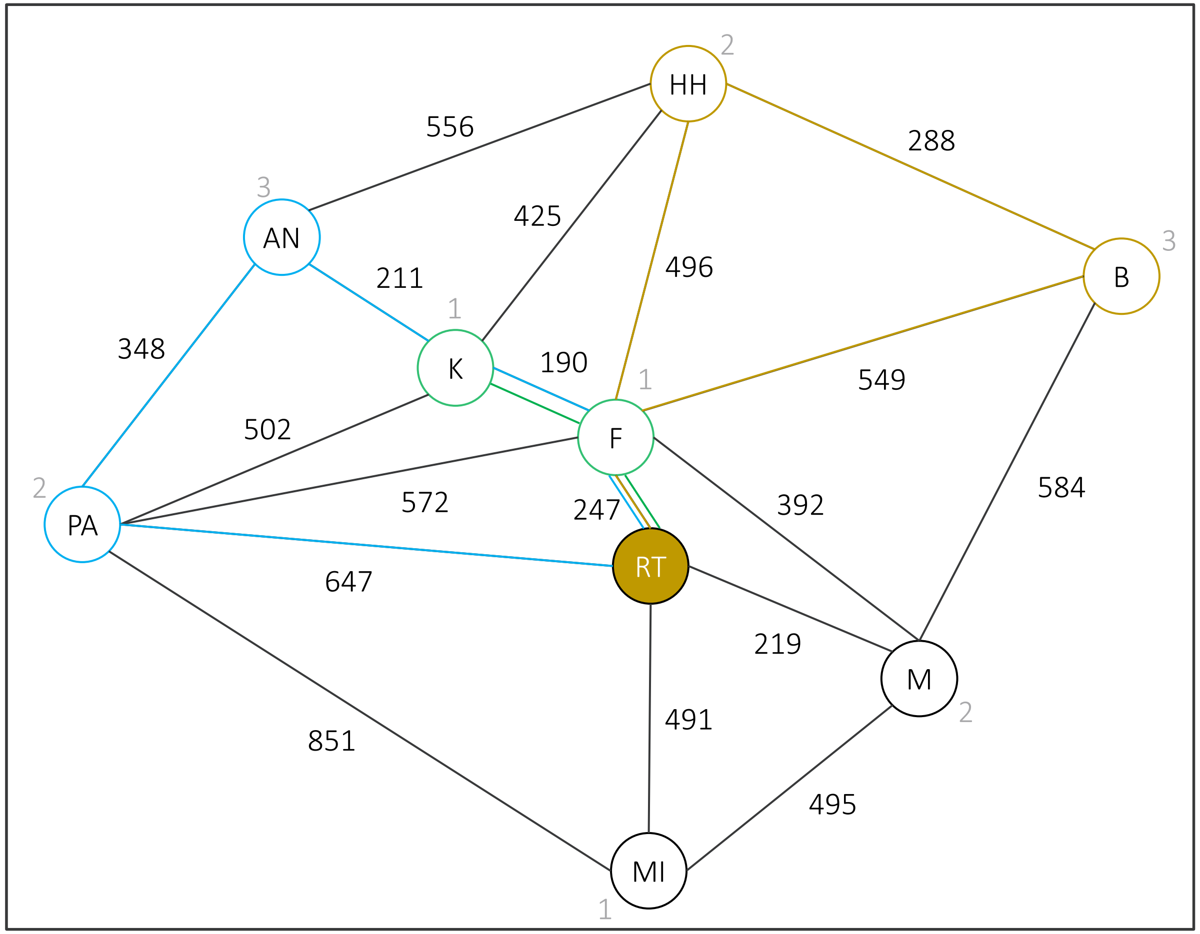
Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
~~(PA, AN)~~	~~947~~	~~(K, HH)~~	~~755~~
~~(PA, K)~~	~~582~~	~~(F, HH)~~	~~494~~
(PA, F)	322	~~(F, B)~~	~~494~~
~~(AN, K)~~	~~874~~	(F, M)	74
~~(AN, F)~~	~~494~~	~~(HH, B)~~	~~1251~~
~~(AN, HH)~~	~~835~~	~~(B, M)~~	~~431~~
~~(K, F)~~	~~494~~	(M, MI)	215

Tour	Route
1	[RT, PA, AN, RT]
2	[RT, K, F, RT]
3	[RT, HH, B, RT]
4	[RT, M, RT]
5	[RT, MI, RT]

Verbinde beide Touren, wenn

- beide Knoten Start- oder Endknoten ihrer jeweiligen Routen sind
- die Kapazität des Fahrzeugs nicht überschritten wird

Bedingung 2 ist nicht erfüllt!



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

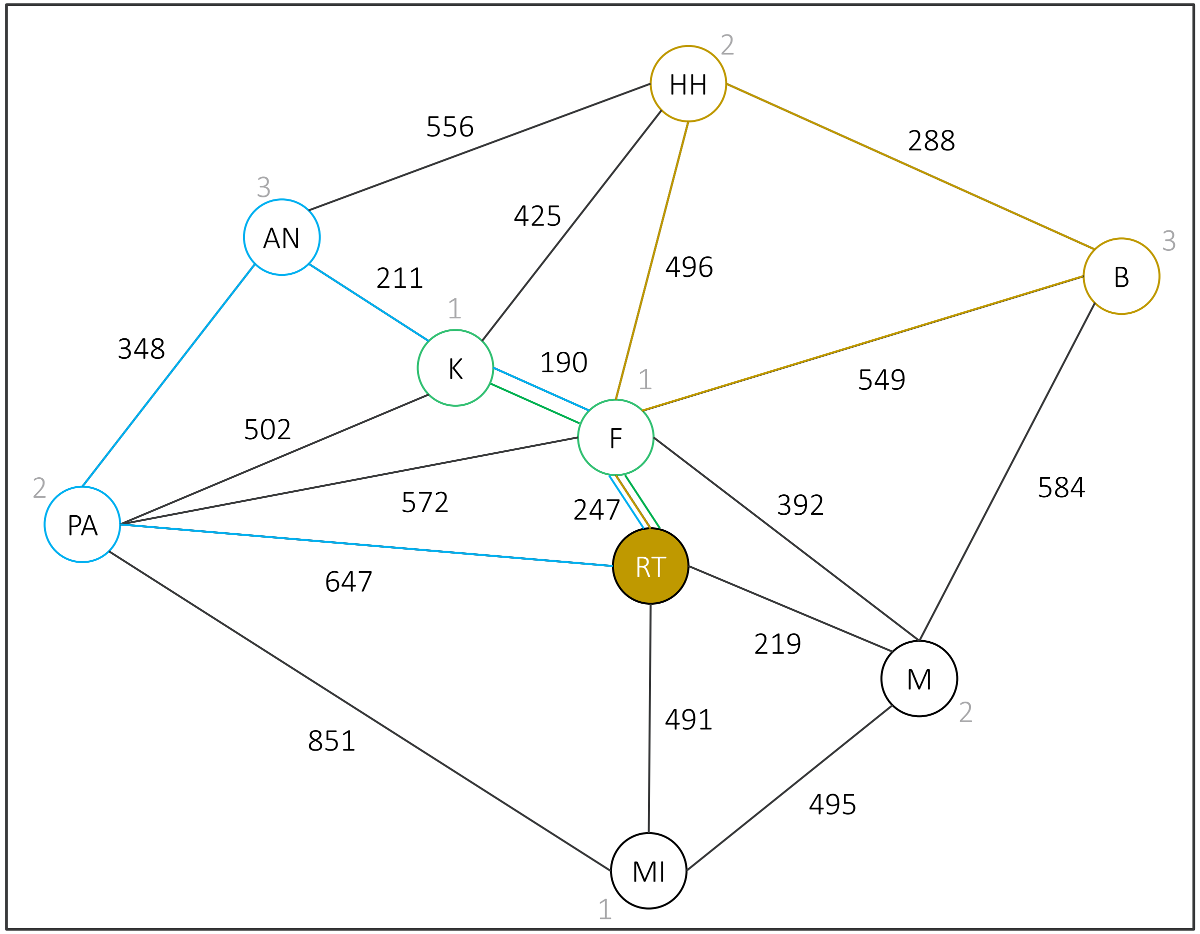
Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
~~(PA, AN)~~	~~947~~	~~(K, HH)~~	~~755~~
~~(PA, K)~~	~~582~~	~~(F, HH)~~	~~494~~
~~(PA, F)~~	~~322~~	~~(F, B)~~	~~494~~
~~(AN, K)~~	~~874~~	(F, M)	74
~~(AN, F)~~	~~494~~	~~(HH, B)~~	~~1251~~
~~(AN, HH)~~	~~835~~	~~(B, M)~~	~~431~~
~~(K, F)~~	~~494~~	(M, MI)	215

Tour	Route
1	[RT, PA, AN, RT]
2	[RT, K, F, RT]
3	[RT, HH, B, RT]
4	[RT, M, RT]
5	[RT, MI, RT]

Verbinde beide Touren, wenn

- beide Knoten Start- oder Endknoten ihrer jeweiligen Routen sind
- die Kapazität des Fahrzeugs nicht überschritten wird

Bedingungen 1 und 2 sind erfüllt: Verbinde Touren 4 und 5 zu
Tour 4 = [RT, M, MI, RT]



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

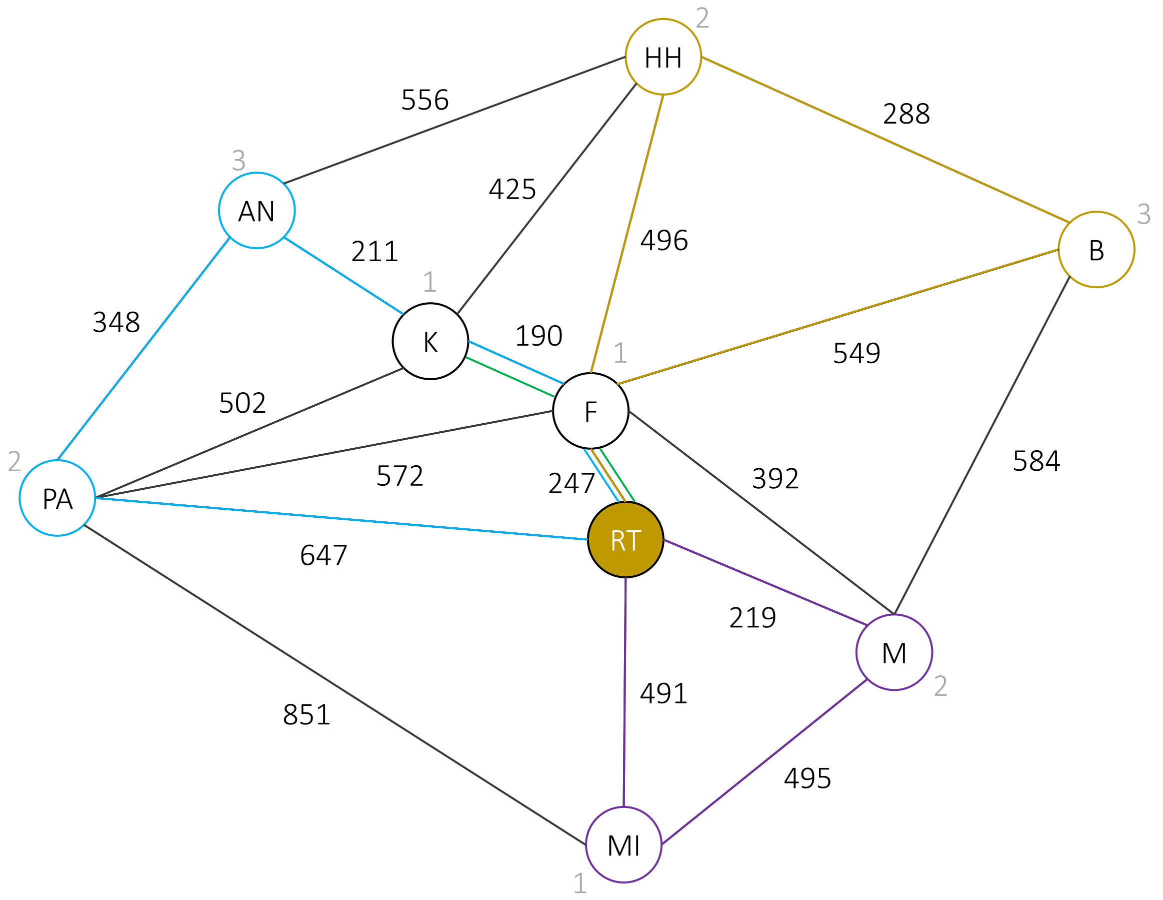
Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
~~(PA, AN)~~	~~947~~	~~(K, HH)~~	~~755~~
~~(PA, K)~~	~~582~~	~~(F, HH)~~	~~494~~
~~(PA, F)~~	~~322~~	~~(F, B)~~	~~494~~
~~(AN, K)~~	~~874~~	(F, M)	74
~~(AN, F)~~	~~494~~	~~(HH, B)~~	~~1251~~
~~(AN, HH)~~	~~835~~	~~(B, M)~~	~~431~~
~~(K, F)~~	~~494~~	~~(M, MI)~~	~~215~~

Tour	Route
1	[RT, PA, AN, RT]
2	[RT, K, F, RT]
3	[RT, HH, B, RT]
4	[RT, M, MI, RT]

Verbinde beide Touren, wenn

- beide Knoten Start- oder Endknoten ihrer jeweiligen Routen sind
- die Kapazität des Fahrzeugs nicht überschritten wird

Bedingungen 1 und 2 sind erfüllt: Verbinde Touren 4 und 5 zu
Tour 2 = [RT, K, F, M, MI, RT]



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

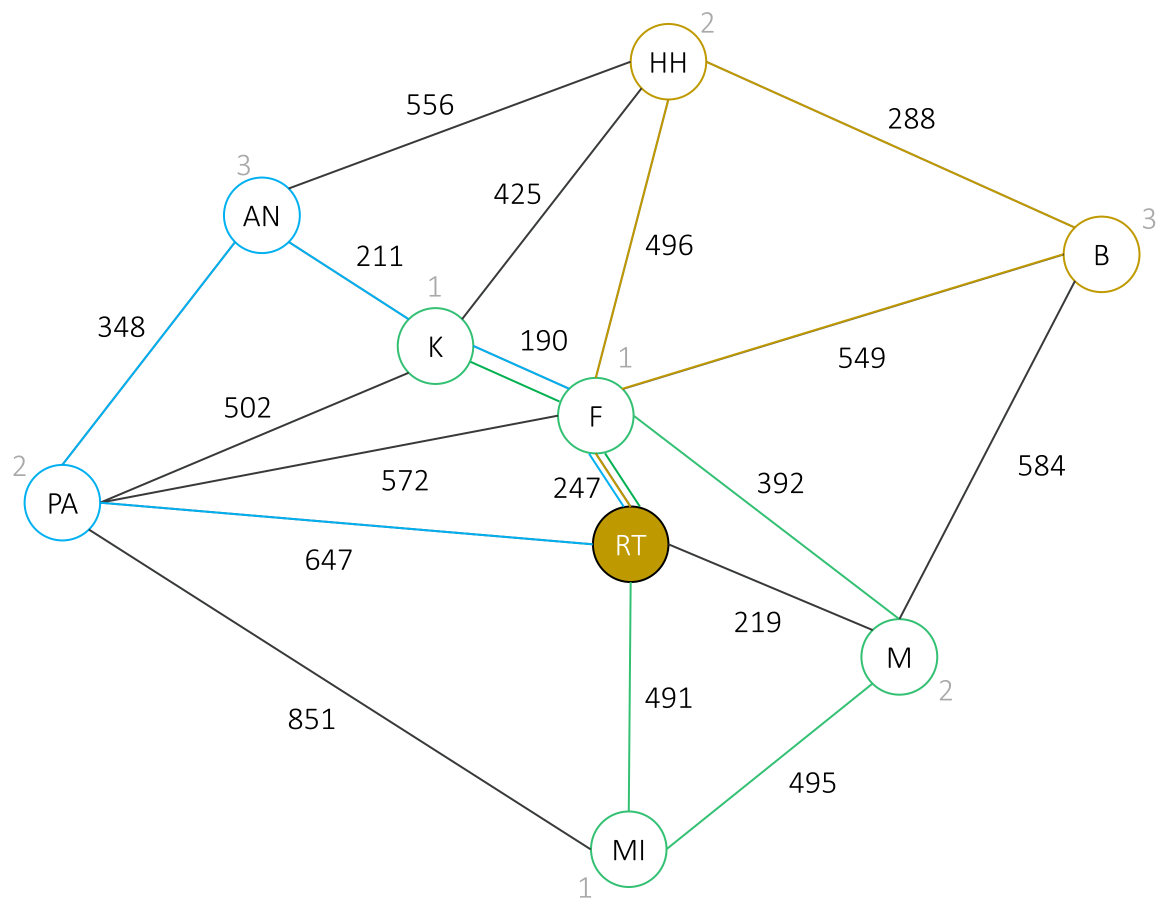
INF Informatik
Hochschule Reutlingen

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

3 Verbinde Touren bis jedes Paar mit Saving > 0 einmal betrachtet wurde

Knotenpaar	Saving	Knotenpaar	Saving
~~(PA, AN)~~	~~947~~	~~(K, HH)~~	~~755~~
~~(PA, K)~~	~~582~~	~~(F, HH)~~	~~494~~
~~(PA, F)~~	~~322~~	~~(F, B)~~	~~494~~
~~(AN, K)~~	~~874~~	~~(F, M)~~	~~74~~
~~(AN, F)~~	~~494~~	~~(HH, B)~~	~~1251~~
~~(AN, HH)~~	~~835~~	~~(B, M)~~	~~431~~
~~(K, F)~~	~~494~~	~~(M, MI)~~	~~215~~

Tour	Route
1	[RT, PA, AN, RT]
2	[RT, K, F, M, MI, RT]
3	[RT, HH, B, RT]



Beim Capacitated Vehicle Routing Problem werden mehrere Rundreisen mit minimalen Gesamtkosten gesucht, wobei jeder Kunde genau einmal angefahren wird

Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP): Savings-Heuristik

Tourenplan

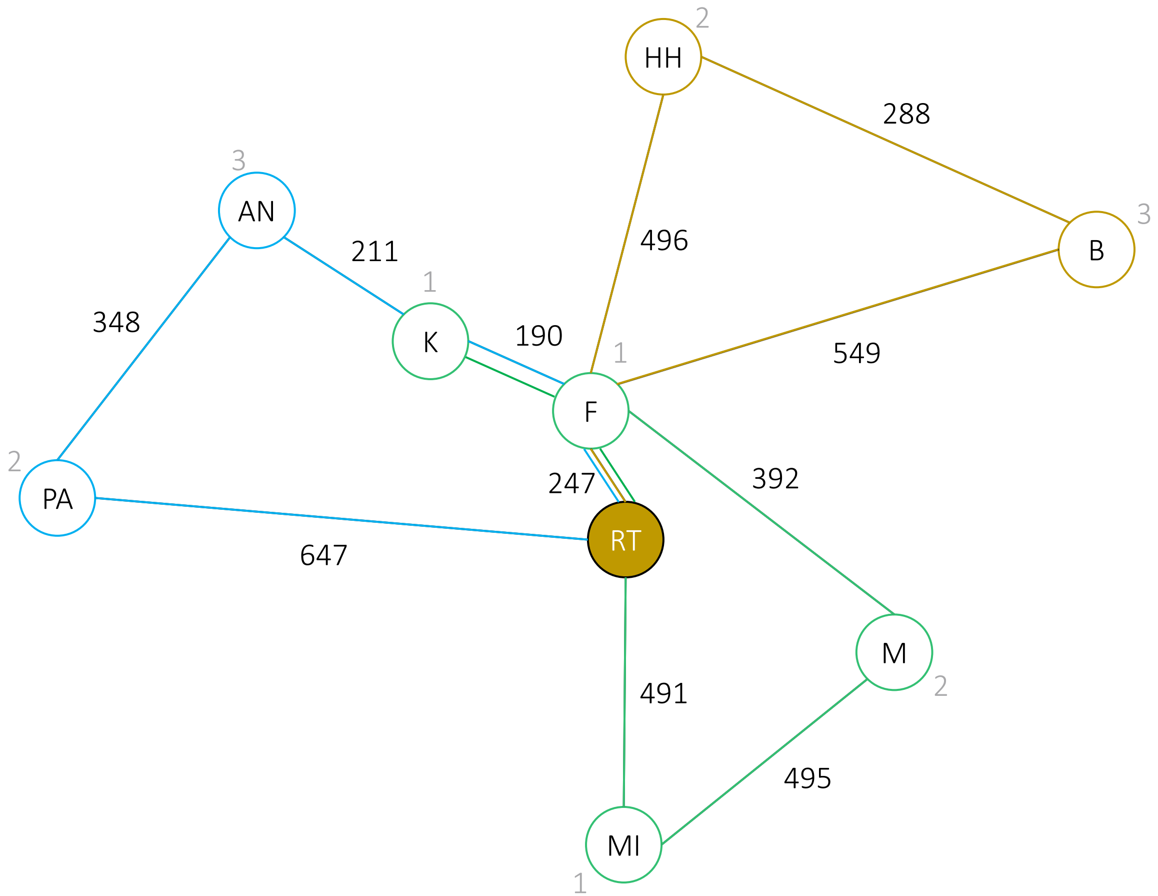
Tour 1 = [RT, PA, AN, RT] mit Länge 1.643 km

Tour 2 = [RT, K, F, M, MI, RT] mit Länge 2.005 km

Tour 3 = [RT, HH, B, RT] mit Länge 1.827 km

Gesamtlänge : 5.475 km

Gesamtlänge der Pendelrouten: 8.456 km



Traveling Salesman Problem

Aufgabe 9

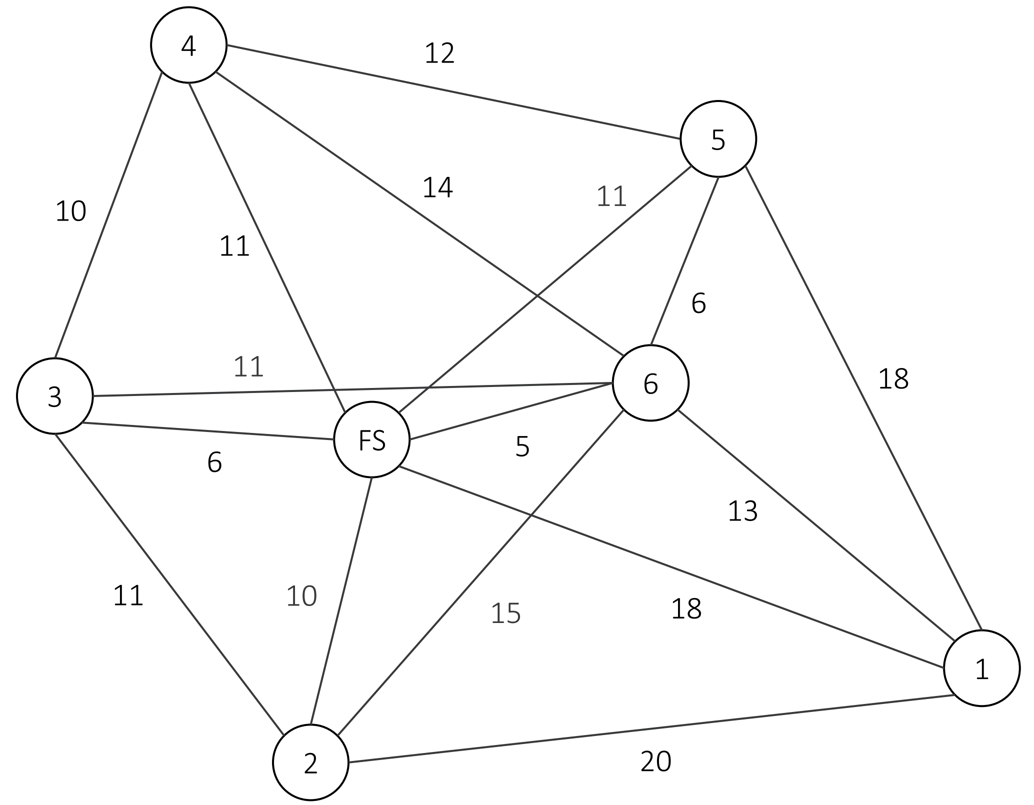
Ein Vertreter der Zahnpasta AG besucht jährlich mehrere Zahnärzte in Reutlingen, um diesen neue Produkte der Zahnpasta AG zu präsentieren. Die Zahnarztpraxen, die der Vertreter am selben Tag im kommenden Monat besuchen will, sowie das Straßennetz sind als Graph in der nebenstehenden Abbildung ersichtlich (Entfernungen sind in km angegeben).

a) Zunächst plant der Vertreter, vom Firmensitz (FS) zu jeder Zahnarztpraxis einzeln zu fahren, sprich nach jedem Termin zum Firmensitz zurückzukehren. Wie lang ist in diesem Fall die gesamte Fahrstrecke?

b) Die Zeit, die der Vertreter für die in a) ermittelte Fahrstrecke benötigt ist so hoch, dass er nicht alle Zahnärzte am selben Tag besuchen kann. Er möchte daher alle Praxen in einer Rundreise mit minimaler Fahrstrecke abfahren. Formulieren Sie dieses Planungsproblem mathematisch.

c) Bestimmen Sie eine Lösung für dieses Problem mittels Christofides-Heuristik.

d) Lösen Sie das Planungsproblem mit ILOG CPLEX.



INF Informatik

Hochschule Reutlingen

Aufgabe 10

Der Vertreter der Zahnpasta AG hat alle Zahnärzte von den vorgestellten Produkten überzeugt, so dass jeder Zahnarzt eine Bestellung von Probeartikeln aufgegeben hat. Die Bestellmengen (gemessen in Kartons) sind in der nachfolgender Tabelle aufgeführt:

Praxis	Bestellmenge	Praxis	Bestellmenge
1	3	4	2
2	5	5	1
3	4	6	2

Der Vertreter kann seinen PKW mit maximal 6 Kartons beladen.

a) Es soll ein Tourenplan mit minimaler Gesamtfahrstrecke bestimmt werden. Modellieren Sie dieses Planungsproblem mathematisch.

b) Ermitteln Sie eine Lösung für das Problem mittels Savings-Heuristik. Stellen Sie den Tourenplan auch grafisch dar. Hinweis: Savings sollen nur für Knotenpaare mit kürzester Distanz von maximal 20 km berechnet werden.

c) Wie müssen Sie Ihr Modell aus a) modifizieren, wenn

- Praxis 4 unmittelbar nach Praxis 3 in derselben Tour besucht werden soll?
- Praxis 1 nicht an erster Position einer Route liegen darf?

Prof. Dr. Philipp Zeise
Professur für Wirtschaftsinformatik, insbesondere Unternehmensmodellierung
Hochschule Reutlingen, Alteburgstraße 150, 72762 Reutlingen
www.reutlingen-university.de
T. +49 (0)7121 271-4023
philipp.zeise@reutlingen-university.de