UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Finančna matematika – 1. stopnja

Neža Kržan

Statistika v kazenskem pravu

Delo diplomskega seminarja

Mentor: izred. prof. dr. Jaka Smrekar

Ljubljana, 2023

Kazalo

Statistika v kazenskem pravu

POVZETEK

V diplomski nalogi se bom osredotočila na statistiko v kazenskem pravu in na zmote, ki se pojavljajo pri uporabi le te, zaradi pomanjkanja znanja statistike pri odvetnikih, sodnikih in poroti. Osredotočila se bom na uporabo Bayesove statistike v kazenskih postopkih oziroma na izračune, ki izhajajo iz Bayesove statistike in jo primerjala z drugimi metodami. V nadaljevanju bom opisala in razložila dve najpogostejši zmoti, prva je Tožilčeva zmota, ki je dobro znan statistični problem, druga večja, ki pa izhaja iz prve, pa je Zmota obrambnega odvetnika. Ker je uporaba statistike in verjetnostnega računa čedalje pogostejša v sodnih postopkih, bom na koncu pregledala resničen primer sodbe medicinski sestri Lucii de Berk.

Angleski naslov dela

ABSTRACT

Math. Subj. Class. (2010): navedite vsaj eno klasifikacijsko oznako – dostopne so na `www.ams.org/mathscinet/msc/msc2010.html`

Ključne besede: navedite nekaj ključnih pojmov, ki nastopajo v delu

Keywords: angleški prevod ključnih besed

1. Uvod

2. Statistika v kazenskem pravu

Statistične metode so temelj kazenskega pravosodja in kriminologije. Omogočajo oblikovanje in širjenje znanja o kriminaliteti in kazenskopravnem sistemu. Raziskave, ki preverjajo teorije ali preučujejo pojave v kazenskem pravosodju in so objavljene v znanstvenih revijah in knjigah, so podlaga za večino tega, kar vemo o kaznivih dejanjih in sistemu, ki je bil oblikovan za njihovo obravnavanje. Večina teh raziskav ne bi bila mogoča brez statističnih podatkov.

Raziskave na področju kazenskega pravosodja in kriminologije so različne po naravi in namenu. Velik del raziskav vključuje preverjanje teorije in hipotez.

Definicija 2.1. *Teorija* je niz predlaganih in preverljivih razlag realnosti, ki jih povezujejo logika in dokazi.

Definicija 2.2. *Hipoteza* je posamezna trditev, izpeljana iz teorije, ki mora biti resnična, da bi teorija veljala za veljavno.

Teorije so predlagane razlage določenih dogodkov. Hipoteze so majhni deli teorij, ki morajo biti resnični, da bi celotna teorija držala. Teorijo si lahko predstavljamo kot verigo, hipoteze pa kot člene, ki sestavljajo to verigo.

Raziskovalci na področju kazenskega pravosodja in kriminologije si običajno prizadevajo preučiti razmerja med dvema ali več spremenljivkami. Opazovani ali empirični pojavi sprožajo vprašanja. Vzemimo za primer umor. Empirični pojavi so umori in stopnje umorov na ravni mesta. Vendar pa raziskovalci običajno želijo več kot le zapisati empirične ugotovitve - želijo vedeti, zakaj so stvari takšne, kot so. Poskušajo ugotoviti dejavnike, ki so prisotni, zato morajo določiti odvisne in neodvisne spremenljivke.

Definicija 2.3. *Odvisna spremenljivka* je pojav, ki ga želi raziskovalec preučiti, razložiti ali napovedati.

Definicija 2.4. *Neodvisna spremenljivka* je dejavnik ali značilnost, s katero se poskuša pojasniti ali napovedati odvisno spremenljivko.

Odvisne spremenljivke so empirični dogodki, ki jih želi raziskovalec pojasniti. Primeri odvisne spremenljivke so stopnje umorov, stopnje premoženjskih kaznivih dejanj, povratništvo med nedavno izpuščenimi zaporniki in sodne odločitve o izreku kazni. Raziskovalci skušajo opredeliti spremenljivke, ki pomagajo napovedati ali pojasniti te dogodke. Neodvisne spremenljivke so dejavniki, za katere raziskovalec meni, da bi lahko vplivali na odvisne spremenljivke. Glede na naravo raziskovalne študije določimo neodvisne in odvisne spremenljivke.
Pomembno je razumeti, da neodvisno in odvisno nista sinonima za vzrok in posledico. Določene neodvisne spremenljivke so lahko povezane z določenimi odvisnimi spremenljivkami, vendar to še zdaleč ni dokončen dokaz, da so prve vzrok drugih. Za dokazovanje vzročnosti morajo raziskovalci dokazati, da njihove študije izpolnjujejo tri merila. Prvo je časovno zaporedje, kar pomeni, da se mora neodvisna spremenljivka pojaviti pred odvisno spremenljivko. Druga zahteva glede vzročnosti je, da obstaja empirična povezava med neodvisno spremenljivko in odvisno spremenljivko. Zadnja zahteva je, da je razmerje med neodvisno spremenljivko in odvisno

spremenljivko nepristransko. To tretje merilo je v kriminologiji in kazenskopravnih raziskavah pogosto najtežje premagati, saj je človeško vedenje zapleteno in ima vsako dejanje, ki ga oseba stori, več vzrokov. Razmejitev teh vzročnih dejavnikov je lahko težavna ali nemogoča. Razlog, zakaj je nepristranskost problem, je, da lahko obstaja tretja spremenljivka, ki pojasnjuje odvisno spremenljivko enako dobro ali celo bolje kot neodvisne spremenljivke. Ta tretja spremenljivka lahko delno ali v celoti pojasni razmerje med neodvisno spremenljivko in odvisno. Nenamerna izključitev ene ali več pomembnih spremenljivk lahko privede do napačnih zaključkov, saj lahko raziskovalec zmotno verjame, da neodvisna spremenljivka močno napoveduje odvisno spremenljivko, medtem ko je v resnici razmerje dejansko delno ali v celoti posledica posrednih dejavnikov. Drug izraz za to težavo je pristranskost izpuščenih spremenljivk. Kadar je pristranskost izpuščenih spremenljivk prisotna v razmerju neodvisne spremenljivke - odvisne spremenljivke, vendar se ne prepozna, lahko pridemo do napačnega sklepa o zločinu. Torej vse vrste spremenljivk so med seboj povezane, vendar je pomembno, da na podlagi statističnih povezav ne sklepamo prehitro o vzročnih posledicah, kar pa bi lahko bila težava.

Statistični znanstveniki se že na začetku sodnega procesa soočajo s prvimi težavami - določitvijo odvisnih in neodvisnih spremenljivk za modeliranje. V proces določanja spremenljivk pa pogosto posežejo odvetniki, ki se sklicujejo na pravne zakone in načela. To lahko postane sporno, saj lahko takšni posegi ovirajo statistične znanstvenike pri izračunu verjetnostnega vpliva spremenljivk. Odvetniki imajo pomembno vlogo pri zagovarjanju strank v sodnih postopkih, vendar je njihovo znanje o statistiki in verjetnostnih izračunih omejeno. Po mojem mnenju zato odvetniki lahko napačno opredelijo odvisne in neodvisne spremenljivke ter s tem vplivajo na kakovost modeliranja. To pa lahko privede do napačnih zaključkov in napravilnih odločitev v sodnih postopkih. Zato menim, da je sodelovanje med statistični znanstveniki in odvetniki pomembno. S tem se lahko zagotovi pravilno opredelitev spremenljivk in pravilne verjetnostne izračune, ki bodo prispevali k pravičnim odločitvam v sodnih postopkih.

3. Uporaba statistike pri pravnem postopku

Sodišča ne potrebujejo statističnega strokovnega znanja le za rezultat statističnega postopka, temveč tudi za zagotovitev, da je metodologija primerna za podatke in da analiza razreši pravni problem. Pri skoraj vseh uporabah podatkov se sodni postopek zanaša na razlago strokovnjakov, ki ocenijo zanesljivost podatkovne baze in pravilno razlagajo rezultate statistične analize. Pred pričanjem na sodišču moramo vedeti, na kaj točno se podatki nanašajo, kako so bili zbrani in kakšen del manjka ali je neuporaben, da se lahko odločimo za ustrezen postopek analize podatkov. Potrebujemo osnovne informacije odvetnika in drugih strokovnjakov, da lahko oblikujemo ustrezne primerjalne skupine. Ta postopek vključuje določitev ustrezne populacije (populacij), ki jo (jih) je treba preučiti, parametrov, ki nas zanimajo, in statističnega postopka, ki ga je treba uporabiti. Statistiki ne morejo določiti, katere vrednosti parametra so pravno pomembne, ker je parameter pravno določen.

Statistične informacije, ki jih dobi sodnik, so filtrirane prek odvetnikov. Odvenik avtorju statistične analize postavlja vprašanja z namenom razlage statistične analize poroti, sodniku in drugim v sodni dvorani. Vprašanja so s strani odvetnikov

seveda premišljeno postavljena, zato se lahko zgodi, da do temeljite razlage analize ne pride, ker analitik ne dobi primernih vprašanj. Kasneje bom obrazložila zmote, ki nastanejo zaradi pomankanja znanja verjetnosti pri sodnikih, poroti in odvetnikih, mogoče pa nekatere izmed njih nastanejo tudi zaradi nepopolne razlage statistične analize. Do neke točke analitik sicer sam predstavi analizo, potem pa mora biti tudi on previden z razlago, zaradi porote, kajti poroti se predvidoma ne govori kako naj si razlaga dokaze, kar pa ponavadi preučujemo s statistično analizo. Mogoče bi moralo biti določeno kaj vse mora analitik predstaviti in razložiti, da bi se lahko izognili zmotam.
Uporaba statističnih analiz na sodiščih prinaša tudi nove težave za statistiko. Temelj dobre statistične analize je dober pregled predpostavk, na katerih morajo temeljiti naše metode in upoštevanje pravil prava. Pomembne so tudi baze podatkov in velikosti vzorcev, kar lahko predstavlja težavo. Potrebno je kombiniranje različnih postopkov za pridobivanje informacij iz podatkov in razlago rezultatov, kar sem zasledila, da strokovnjaki velikokrat izkoriščajo, se ne poglobijo dovolj in predstavljena analiza postane nepopolna.

4. Raziskovalni proces

Raziskovalni proces v kazenskem pravosodju je običajno namenjen preučevanju problemov kriminala. Proces se izvaja po naslednjih točkah.

1. Identifikacija problema.
Na tej stopnji je treba navesti, zakaj je raziskava potrebna oziroma kakšen problem je potrebno razrešiti. Problem je treba jasno opredeliti in opisati. Navesti je potrebno hipotezo(e), dokaz(e) in spremenljivko(e), ki jih preučujejo.
Koncepti so posebne vrste spremenljivk (npr. socialno-ekonomski status), ki jih ni mogoče neposredno opazovati, vendar jih želijo izmeriti. Meritve morajo biti veljavne in zanesljive. Veljavnost je stopnja, do katere merilo natančno meri spremenljivko in njen osnovni koncept. Po mojem mnenju bi se na tem mestu že lahko vprašali oziroma soočili s problemom ali je izbrana mera jasen kazalnik zadevnega koncepta. Zanesljivost je stopnja, do katere je spremenljivka dosleden in zanesljiv kazalnik koncepta. Spremenljivka je namenjena merjenju teh opazovanj ali konceptov. Običajno ima več kot eno možno vrednost. Merjenje spremenljivke mora biti jasno opredeljeno oziroma mora imeti operativno opredelitev. Hipoteza je izražena v obliki odnosa med spremenljivkami. V smislu reševanja problemov hipoteza opisuje način, na katerega je mogoče rešiti problem. V raziskavi neodvisna spremenljivka (X) povzroča učinek ali vpliv na odvisno spremenljivko (Y). Odvisna spremenljivka (Y) se lahko spremeni zaradi prisotnosti neodvisne spremenljivke. Hipoteza je torej napoved. Pričakujemo, da bo neodvisna spremenljivka povzročila učinek na odvisno spremenljivko.

2. Zasnova raziskave.
Več elementov raziskovalnega procesa se nanaša zlasti na postopek statistične analize. Vsi imajo ključno vlogo v logiki statistike. Zasnova raziskave nam pomaga ugotoviti, ali je metoda učinkovita, če bi jo poskušali izvajati na drugih mestih in v drugih časih. To opazimo z t.i. klasičnim eksperimentom. Cilj raziskave je dokazati, ali je imela spremenljivka želeni učinek ali ne. Da bi to ugotovili, poskušamo z raziskovalno zasnovo izolirati učinek ukrepa na problem. Klasični eksperiment

vključuje razvrstitev udeležencev v eksperimentalno in kontrolno skupino. Ključni element postopka je naključna izbira, ki zagotavlja, da sta skupini primerljivi v vseh pomembnih vidikih. V statističnem smislu naključna dodelitev pomeni, da ima vsak član ciljne populacije enake možnosti, da bo izbran v eksperimentalno skupino. Drugi element je verjetnostno vzorčenje. Raziskovalec običajno ne more preučiti vseh elementov populacije. Večina raziskav se izvaja z izbiro vzorca iz populacije. Zbiranje podatkov vključuje opredelitev in izbiro virov podatkov. Vir podatkov je lahko raziskava, uradne evidence ali uradni statistični podatki.

3. Analiza podatkov.
Po zbiranju podatkov se začne analiza, ki vključuje pravilno izbiro in uporabo statističnih metod. Toda interpretacija in predstavitev rezultatov raziskave sta prav tako ključna vidika celotnega procesa. Pri tem je pomembno, da raziskovalci upoštevajo ciljno občinstvo, ki jim bodo raziskovalni rezultati namenjeni. Pri neustrezni predstavitvi lahko pride do napačnega razumevanja rezultatov in posledično do napačnih sklepov. Vendar pa se pri predstavitvi rezultatov pojavijo največje težave, ko gre za področje kazenskega pravosodja. Raziskovalci morajo biti pozorni na politične posledice svojih rezultatov, zato svoje ugotovitve predstavijo na način, ki izraža resnico, hkrati pa je razumljiv in nepristranski. Poleg tega je treba upoštevati, da so posledice raziskav lahko dolgoročne in se lahko pojavijo šele v prihodnosti.

5. Vrednotenje dokazov

Ena od najbolj obravnavanih in kontroverznih tem med pravniki je vloga verjetnosti pri ocenjevanju pravnih dokazov, pridobljenih v postopku ugotavljanja dejstev in preiskave, ki je značilen za sodišča. Na mednarodnih kazenskih sodiščih je vodilno načelo prosta ocena dokazov, kar pomeni, da sodniki niso dolžni spoštovati pravil, kako ocenjevati dokaze, in zato lahko izberejo pristop, ki naj bi bil najprimernejši za oceno.
Postopek ugotavljanja dejstev zahteva oceno vseh dokazov, ki jih predložijo sodišču, da se določi, ali je obdolženec kriv ali ne. Uvede se pojem dokazni standard, ki je pravno vprašanje, tj. gre za abstraktno normo, ki je (podobno kot obstoj določenih predpostavk za določeno kaznivo dejanje) opredeljena s pravnim pravilom. Vrednotenje dokazov pa je t.i. dejansko vprašanje, gre za odločitev, kako se dokazi, v določenem primeru, nanašajo na normo.

Matematični pristopi za ocenjevanje dokazov določajo različne odstotke za dokazni standard, ki je manjši od popolne gotovosti, zato se predložene informacije (ali njihovo pomanjkanje) pretvorijo v številčno vrednost (običajno približno 90-95-odstotna stopnja verjetnosti), ki se nato primerja z zahtevanim dokaznim standardom. Matematična tradicionalna verjetnost je opredeljena kot povezava med verjetnostjo nastanka dogodka s trenutno številčno vrednostjo. Po tem so možnosti nastanka dogodka ugodne, če spada med večino opazovanih dogodkov. Nasprotno pa možnosti dogodka niso ugodne, če spada v manjšino opazovanih dogodkov. Verjetnost dogodka je torej enaka številu primerov, v katerih se je dogodek zgodil, deljenemu s številom vseh relevantnih primerov.

Najpogostejši uporabljeni metodi za ocenjevanje dokazov sta metoda dokazne vrednosti in model verjetnosti hipoteze. Metoda dokazne vrednosti temelji na vrednosti, ki jo ima dokaz za dokazno temo, njen namen pa je ugotoviti, ali med dokazom in zadevno dokazno temo obstaja naključna povezava. S to metodo dokazujemo določen omejen nabor dokazov, njen cilj pa je oceniti verjetnost, da dokazi dokazujejo hipotezo. Cilj modela verjetnosti hipoteze pa je oceniti verjetnost hipoteze glede na dokaze. Cilj je ugotoviti, kako verjetno je, da je hipoteza, za katero dokazi lahko zagotavljajo določeno stopnjo podpore ali ne, resnična. Glavna razlika z metodo dokazne vrednosti je, da predpostavlja, da obstaja začetna verjetnost za hipotezo pred obravnavo dokazov, t.i. predhodna verjetnost.

V kazenskem pravu pa lahko zelo hitro pride do posebnih, edinstvenih predpostavk oziroma hipotez, ki pa predstavljajo težave pri vrednotenju oziroma merjenju v statističnih modelih. Zato so dokazi razdeljeni na tri različne, vendar delno se prekrivajoče kategorije:

(1) dokaz je usmerjen na pojav ali neobstoj dogodka, dejanja ali vrste ravnanja, na katerem temelji sodni spor;
(2) dokaz je usmerjen na identiteto posameznika, odgovornega za določeno dejanje ali niz dejanj;
(3) dokaz je usmerjen v namero ali kakšen drug duševni element odgovornosti, kot je znanje ali provokacija.

Pomen, ustreznost in nevarnosti dokaza so močno odvisni od tega, ali naj bi takšen dokaz vplival na dogodek, identiteto ali miselnost.

6. Koncept verjetnosti

Definicija 6.1. Naj bo H nek dogodek in $\bar{H}$ negacija oziroma komplement dogodka H. Dogodka H in $\bar{H}$ sta znana kot komplementarna dogodka.

Pogosto se opravlja primerjava verjetnosti dokazov na podlagi dveh konkurenčnih predlogov, in sicer predloga tožilca in predloga obrambe.

$H_p \ldots$ trditev, ki jo predlaga tožilstvo;
$H_d \ldots$ trditev, ki jo predlaga obramba;

Hipoteze se lahko dopolnjujejo na enak način kot dogodki - ena in samo ena je lahko resnična, med seboj se izključujejo. Ni nujno, da so izbrane tako, da zajemajo vse možne razlage dokazov. Dve hipotezi lahko označujeta komplementarne dogodke(npr. resnično kriv in resnično nedolžen), vendar pa se lahko zgodi, da se označena dogodka ne dopolnjujeta.

Koncept verjetnosti je ključen pri ocenjevanju dokazov, saj omogoča objektivno oceno njihovega vpliva na verjetnost določene domneve o interesni osebi (v nadaljevanju PoI) ali obdolžencu. Pri presoji dokazov se uporablja različne metode in tehnike, ki temeljijo na statistični verjetnosti. Te metode omogočajo oceno, kako verjetno je, da so dokazi resnični in zanesljivi. Pri presoji dokazov se najprej analizira njihova verjetnost. Pomembno je, da se pri presoji dokazov upošteva tudi kontekst. Dokazi se namreč ne presojajo izolirano, ampak v kontekstu celotnega primera. To pomeni, da se pri presoji dokazov upošteva tudi druge dokaze in okoliščine primera. Na ta način se lahko izvede bolj objektivna presoja dokazov in ugotovi, kako vplivajo na določeno domnevo o interesni osebi ali obdolžencu. V skladu s konceptom verjetnosti se pri presoji dokazov upošteva tudi verjetnost napake. Verjetnost napake se nanaša na verjetnost, da so dokazi napačni ali zavajajoči. Pri presoji dokazov je zato pomembno upoštevati tako verjetnost, da so dokazi resnični in zanesljivi, kot tudi verjetnost napake. V splošnem nas zanima vpliv dokazov na verjetnost krivde(H_p) in nedolžnosti(H_d) osumljenca. Gre za dopolnjujoča se dogodka in razmerje verjetnosti teh dveh dogodkov,

$$\frac{P(H_p)}{P(H_d)}, \tag{1}$$

je verjetnost proti nedolžnosti ali verjetnost za krivdo. Ob upoštevanju dodatnih informacij E oziroma dokazov, je razmerje

$$\frac{P(H_p|E)}{P(H_d|E)}, \tag{2}$$

verjetnost v prid krivdi ob upoštevanju informacij E.

Ali je obtoženec kriv glede na znan doka E, je glavna stvar, ki nas pri sojenju zanima. Če imamo torej na voljo dokaz E, nas zanima pogojna verjetnost

$$P(kriv|E),$$

pri čemer nam je lahko v pomoč Bayesovo pravilo. To v teoriji drži, čeprav je v praksi izračun verjetnostne krivde lahko preveč zapleten. Ampak z Bayesovim pravilom lahko ocenimo verjetnosti vmesnih trditev oziroma dokazov, ki so ključnega pomena za ugotavljanje obtoženčeve krivde.

7. Predstavitev primera sodbe medicinski sestri Lucii De Berk

Marca 2003 je bila medicinska sestra Lucia de Berk (v nadaljevanju osumljenka) v Haagu na Nizozemskem obsojena na dosmrtni zapor zaradi obtožb uboja in domnevnega uboja več bolnikov v dveh bolnišnicah, v katerih je delala v bližnji preteklosti (bolnišnici JZK in RKZ). V bolnišnici JKZ se je med Lucijinimi izmenami pojavilo nenavadno veliko incidentov, kar je sprožilo vprašanja glede njene morebitne vpletenosti v te dogodke. Razmišljalo se je, ali bi lahko bila Lucijina prisotnost pri toliko incidentih zgolj naključje.
Na zahtevo državnega tožilca, je statistično analizo podal statistik Henk Elffers. V grobem je bila njegova ugotovitev naslednja: ob predpostavkah, da

(1) je verjetnost, da osumljenka doživi incident med izmeno, enaka verjetnosti za katero koli drugo medicinsko sestro in
(2) da so pojavi incidentov neodvisni za različne delovne izmene,

potem je verjetnost, da je osumljenka doživela toliko incidentov, kot jih je dejansko doživela, manjša od 1 proti 342 milijonom. Henk Elffers je mnenja, da je verjetnost naključja tako majhna, da standardna statistična metodologija zavrne ničelno hipotezo o naključju. Vendar je poudaril, da to ne pomeni nujno, da je osumljenka kriva. Prvi problem, ki sem ga zasledila je, da Henk Elffers in sodišče nista upoštevala subjektivnega elementa pri izbiri verjetnostnega modela in s tem možnosti za obstoj več modelov z različnimi napovedmi ali celo različnimi odgovori na različna vprašanja. V tem primeru bi lahko uporabili večina zgoraj opisanih metod in teorij - Bayesov pristop, klasični frekvenčni pristop ali verjetnostni pristop, ki zagovarja uporabo razmerja verjetnosti. Vaka metoda ima lahko več rešitev za isti problem, pri čemer pa lahko nastane tudi vprašanje o obsegu modela.

7.1. **Podatki in uporabljena metoda.** Henk Elffers je temeljil na podatkih o izmenah osmuljenke in drugih medicinskih sester ter incidentih, ki so se zgodili v teh izmenah, da bi utemeljil svoj model v celoti.

TABELA 1. Podatki o izmenah in incidentih, ki jih je uporabil Henk Elffers (za določeno obdobje).

Ime bolnišnice (in številka izmene)	JKZ	RKZ-41	RKZ-42
Število vseh izmen	1029	336	339
Število izmen osumljenke	142	1	58
Število vseh incidentov	8	5	14
Število incidentov v času izmene osumljenke	8	1	5

Tekom sodbe je bilo ugotovljeno, da je osumljenka v RKZ-41 dejansko opravila tri izmene in ne le ene, zato bom v kasnejših izračunih uporabili to pravilno število.

Najprej bi se najprej lahko odločili za izdelavo modela na podlagi epidemioloških podatkov o verjetnosti incidentov med različnimi vrstami izmen; tako bi lahko izračunali verjetnost, da bi bila osumljenka naključno prisotna pri toliko incidentih, kolikor jim je bila dejansko priča. Težava tega pristopa pa je, da nimamo potrebnih podatkov. Zato je Henk Elffers poskušal sestaviti model, kjer uporabimo samo zgoraj navedene podatke. Predpostavil je, da

(1) obstaja verjetnost p za nastanek incidenta med določeno izmeno (torej p ni odvisen od tega, ali gre za dnevno ali nočno izmeno),
(2) incidenti se pojavljajo neodvisno drug od drugega.

Izračunajmo pogojno verjetnost dogodka, da se (recimo v JKZ) vsi incidenti zgodijo med izmenami osumljenke, ob upoštevanju skupnega števila incidentov in skupnega števila izmen v preučevanem obdobju. Naj bo
$n \ldots$ skupno število izmen,
$r \ldots$ število izmen osumljenke,
potem je pogojna verjetnost, da je bila osumljenka priča x incidentom, če se je zgodilo k incidentov, naslednja

$$\frac{\binom{r}{x}p^x(1-p)^{r-x}\binom{n-r}{k-x}p^{k-x}(1-p)^{n-r-k+x}}{\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}} = \frac{\binom{r}{x}\binom{n-r}{k-x}}{\binom{n}{k}}. \tag{3}$$

Ta porazdelitev je znana kot hipergeometrijska porazdelitev. S to formulo lahko enostavno izračunamo (pogojno) verjetnost, da je bila osumljenka priča vsaj takšnemu številu incidentov, kot jih je dejansko doživela.
Po Elffersovem mnenju naj izračun ne bi bil povsem pošten do osumljenke. Bolj smislno naj bi bilo, da se ne bi izračunavala verjetnost, da je bila osumljenka priča toliko incidentom, temveč verjetnost, da je bila neka medicinska sestra priča toliko incidentom. V JKZ je za izmene skrbelo 27 medicinskih sester, zato je Henk Elffers domnevno, da bi dobil zgornjo mejo te verjetnosti, svoj rezultat pomnoži s 27, kar je imenovano naknadni popravek. Popraveknaj bi bil poteben le za bolnišnico JKZ; v RKZ to ni potrebno, saj je bila osumljenka že opredeljen kot osumljenka na podlagi podatkov za bolnišnico JKZ. Prej omenjeni končni podatek, 1 proti 342 milijonom, je izračunal tako, da je pomnožil rezultate za vse tri bolnišnice.

Najbolj izpostavljena težava pri metodi, ki jo je uporabil Elfferson, je dvojna uporaba podatkov o JZK - uporabi jih za identifikacijo osumljenca in sum, da je prišlo do kaznivega dejanja, nato pa še pri izračuni verjetnosti. Gre za problem, ko se na podlagi določenih podatkov določi hipotezo, nato pa ta isti podatek uporabimo za preverjanje te hipoteze. Menim, da se je Henk Elfferson zavedal problema, saj je uvedel naknadni popravek glede tega.

8. Bayesova statistika

8.1. **Opredelitev.** Bayesova statistika je statistična veja, ki nam s pomočjo matematičnih pristopov omogoča uporabo verjetnosti pri reševanju statističnih problemov. V svoje modele vključuje pogojno verjetnost, katero izračunamo z uporabo Bayesovega pravila.

Bayesova analiza je standardna metoda za posodabljanje verjetnosti po opazovanju več dokazov, zato je zelo primerna za sintezo dokazov. Vsakdo, ki mora presoditi o hipotezi, kot je »krivda« (vključno s preiskovalci pred sojenjem, sodniki, porotami), neformalno začne z nekim predhodnim prepričanjem o hipotezi in ga posodablja, ko se dokazi ponovno pojavijo. Včasih lahko obstajajo celo objektivni podatki, na katerih temelji predhodna verjetnost. Pri uporabi Bayesovega sklepanja morajo statistiki utemeljiti predhodne predpostavke, kadar je to mogoče, na primer z uporabo zunanjih podatkov; v nasprotnem primeru morajo uporabiti razpon vrednosti predpostavk in analizo občutljivosti, da preverijo zanesljivost rezultata glede na te vrednosti.

8.2. **Bayesovo pravilo.** Bayesovo sklepanje temelji na Bayesovem pravilu, ki izraža verjetnost nekega dogodka z verjetnostjo dveh dogodkov in obrnejnje pogojne verjetnosti. Pogojna verjetnost predstavlja verjetnost dogodka, glede na drug dogodek.

Definicija 8.1. Pogojna verjetnost dogodka H, glede na dogodek E, je

$$P(H|E) = \frac{P(H \cap E)}{P(E)}, \tag{4}$$

ob predpostavki, da je $P(E) > 0$.

Formula (4) pove, da je verjetnost dogodka H ob pogoju, da se je zgodil dogodek E, enaka razmerju verjetnosti, da se zgodita oba dogodka in verjetnosti, da se je zgodil dogodek E. Potem pogojno verjetnost uporabimo še v števcu formule (4) in dobimo Bayesovo pravilo

$$P(H|E) = \frac{P(E|H) \times P(H)}{P(E)}, \tag{5}$$

verjetnost dogodka E lahko še razpišemo

$$P(H|E) = \frac{P(E|H) \times P(H)}{P(E|H)P(H) + P(E|\neg H)P(\neg H)}. \tag{6}$$

Obstaja še ena formulacija Bayesovega pravila, ki olajša izračune in je pogosto uporabljena pri Bayesovi analizi DNK dokazov

$$\frac{P(H|E)}{P(\neg H|E)} = \frac{P(E|H)}{P(E|\neg H)} \times \frac{P(H)}{P(\neg H)}. \tag{7}$$

8.3. **Bayesovo posodabljanje.** Bayesovo pravilo se razlikuje od Bayesovega posodabljanja. Prvo je matematični izrek, drugo pa logična trditev, kako se sčasoma posodabljajo apriorne oziroma predhodne verjetnosti dokazov glede na novo zbrane dokaze oziroma prepričanja.

Trditev 8.2 (Bayesovo posodabljanje)**.** *Če se dogodek E zgodi ob času* $t_1 > t_0$*, potem je* $P_1(H) = P_0(H|E)$*.*

Ob času t_0 dogodku H dodelimo verjetnost $P_0(H)$; to se imenuje predhodna verjetnost oziroma apriorna verjetnost. Ko se zgodi dogodek E ob času t_1, ki vpliva na naša prepričanja o dogodku H, Bayesovo posodabljanje pravi, da je potrebno apriorno verjetnost dogodka H v času t_1 enačiti z pogojno verjetnostjo dogodka H glede na dogodek E v času t_0.
Recimo, da je dogodek H neka hipoteza oziroma prepričanje o zločinu in dogodek E dokazi, zbrani za ta zložin. Pri Bayesovem posodabljanju je videti, kot da je dokaz E nesporno resničen. Z drugimi besedami, predpostavka je, da moramo imeti po zbiranju dokazov E stopnjo zaupanja v E enako 1, torej če so dokazi zbarni v času t_1, je $P_1(E) = 1$.

8.4. **Primer - Taksi podjetja.** Za lažje razumevanje Bayesovega pravila sem pripravila spodnji primer.
Obstajata dve taksi podjetji, Zeleni Taksi in Modri taksi, katerih vozila so pobarvana zeleno oziroma modro. Podjetje Zeleni taksi pokriva 85 odstotkov trga, podjetje Modri taksi pa preostanek. Predpostavimo še, da v okolici ni drugih taksi podjetij. V meglenem dnevu taksi trči v mimoidočega pešca in ga poškoduje, vendar odpelje s kraja nesreče. Priča nesreče poroča, da je bilo vozilo modre barve. Priča ima prav le v 80 odstotkih primerov, kar pomeni, da je njegova zanesljivost enaka $0,8$. Kolikšna je verjetnost, da je bil taksi, ki je povzročil nesrečo, modre barve glede na poročilo priče?
Vpeljimo oznake:
Z . . . hipoteza, da je bil taksi zelen,
M . . . hipoteza, da je bil taksi moder,
W_m . . . dokaz, t.j. poročanje priče, da je bil taksi moder.

Problem je določiti pogojno verjetnost hipoteze M, ob pogoju, da je dokaz W_m resničen, torej $P(M|W_m)$.
Za uporabo Bayesovega pravila potrebujemo tri elemente: verjetnost dokazov glede na hipotezo, verjetnost dokazov in verjetnost hipoteze. Podjetje Zeleni taksi pokriva 85 odstotkov trga, zato je verjetnost $P(Z) = 0,85$. Po definiciji verjetnosti, je potem $P(M) = 1 - P(Z) = 0,15$. Vemo tudi, da ima priča v 80 odstotkih primerov prav, torej $P(W_m|M) = 0,8$ in $P(W_m|Z) = 0,2$. Izračunajmo še verjetnost dokaza $P(W_m)$:

$$P(W_m) = P(W_m|B)P(M) + P(W_m|Z)P(Z) = 0,8 \times 0,15 + 0,2 \times 0,85 = 0,29.$$

Sedaj lahko uporabimo Bayesovo pravilo:

$$P(M|W_m) = \frac{P(W_m|M)P(M)}{P(W_m|M)P(M) + P(W_m|Z)P(Z)} = \frac{0,8 \times 0,15}{0,29} = \frac{12}{29} \approx 0,41.$$

Verjetnost, da je bil taksi glede na pričanje dejansko modre barve, je precej majhna, tudi če ima priča v 80 odstotkih primerov prav. Razlog za to je, da je verjetnost M, ne glede na dokaze, majhna ($P(M) = 0,15$). Spodnja tabela kaže, da lahko s spreminjanjem verjetnosti M dobimo različne pogojne verjetnosti $P(M|W_m)$, pri čemer je zanesljivost priče nespremenjena:

Tabela 2. Rezultati pogojne verjetnosti $P(M|W_m)$ pri spreminjanje verjetnosti M .

$P(M)$	$P(Z)$	$P(W_m|M)$	$P(M|W_m)$
0,15	0,85	0,8	0,41
0,25	0,75	0,8	0,57
0,35	0,65	0,8	0,68
0,45	0,55	0,8	0,76
0,50	0,50	0,8	0,80
0,55	0,45	0,8	0,83
0,65	0,35	0,8	0,88
0,75	0,25	0,8	0,92
0,85	0,15	0,8	0,95

8.5. **Bayesova teorija v kazenskem pravu.** Bayesova teorija razlaga verjetnost kot merilo verjetnosti ali zaupanja, ki ga lahko ima posameznik glede nastanka določenega dogodka. O nekem dogodku lahko že imamo predhodno prepričanje oziroma apriorno prepričanje, ki pa se lahko spremeni, ko se pojavijo novi dokazi. Daje nam matematične modele za vključevanje naših apriornih prepričanj in dokazov za ustvarjanje novih prepričanj oziroma za pridobitev a posteriori prepričanja, ki se lahko uporabi za kasnejše odločitve.

Sodniki ali porotniki, ki ugotavljajo sklep sodbe, imajo na voljo vrsto dokazov. Njihova naloga je ocena, kako te informacije vplivajo na tožilčevo domnevo o obdolžencu oziroma storilcu kaznivega dejanja. Pri Bayesovi teoriji moramo upoštevati vsak dokaz posebej, kar je še posebej pomembno pri začetku sodbe. Gre za postopek posodabljanja verjetnosti tožilčeve hipoteze na podlagi predhodnih oziroma apriornih verjetnosti. Pretvorimo predhodno verjetnost, tj. verjetnost hipoteze pred upoštevanjem določenega dokaza (dokazov), v posteriorno verjetnost, tj. verjetnost hipoteze po upoštevanju določenega dokaza (dokazov). Pomembno je tudi, da razlikujemo med dokazi pri Bayesovi teoriji in dokazi na sodišču. V Bayesovi teoriji je vsaka informacija dokaz, če je pomembna za verjetnost hipoteze. V kazenskem postopku pa je dokaz informacija, ki je bila predložena sodišču za podporo določeni izjavi na sodišču in je sprejeta kot pravno dopustna, kar pomeni, da je ta informacija znana sodniku, ki presoja tožilčevo domnevo o obdolžencu in je pomembna za verjetnost hipoteze.

8.6. **Predhodna verjetnost in določitev posteriorne verjetnosti.** Predhodna verjetnost, ki je uporabljena v vsaki posodobitvi verjetnosti s pomočjo Bayesove teorije, je začetna verjetnost hipoteze oziroma tožilčeve domneve o obdolžencu oziroma storilcu kaznivega dejanja. Razjasniti je potrebno tudi to, da ko odvetniki govorijo o predhodni verjetnosti, pogosto mislijo na verjetnost začetne hipoteze oziroma tožilčeve domneve o obdolžencu, preden so bili predloženi dokazi, kar je v skladu z opredelitvijo predhodne verjetnosti v Bayesovi teoriji. Po končni posodobitvi dobimo verjetnost hipoteze glede na vse dokaze, predložene na sojenju.

Recimo, da je statistični znanstvenik naprošen, da opravi analizo profila DNK krvi, najdene na kraju kaznivega dejanja, in rezultat primerja s profilom DNK obdolženca. O krivdi ali nedolžnosti obtoženca bo odločala porota. Odločitev porotnikov bo delno odvisna od njihove ocene dveh interesnih hipotez
$H_1 \dots$ vir krvi je obtoženec,
$H_2 \dots$ vir krvi je druga oseba.
Porotniki bodo morda želeli, da jim dokončno povemo, katera hipoteza je resnična, ali da jim navedemo verjetnosti vira. Za oceno verjetnosti vira mora statistični znanstvenik upoštevati tudi druge dokaze v kazenskem primeru.

Recimo, da je izvedenec ugotovil, da imata obtoženec in kri s kraja zločina skupen niz t.i. genetskih označevalcev, ki jih najdemo pri eni osebi na 1 milijon prebivalcev v zadevni populaciji. Ne da bi upošteval druge dokaze, lahko izvedenec poda izjavo o pogojni verjetnosti ugotovitve teh rezultatov pri dveh hipotezah o medsebojni povezanosti. Izvedenec lahko na primer izjavi, da so skupni genetski označevalci skoraj zagotovo najdeni v primeru H_1 (vir je bil obtoženec), vendar imajo le 1 možnost na milijon, da bodo najdeni v primeru H_2 (vir je bil nekdo drug). Na podlagi te ocene lahko izvedenec poroti predloži razmerje verjetnosti - na primer, da so rezultati profila DNK 1 milijonkrat bolj verjetni, če je bil vir krvi obtoženec in ne neka druga oseba. Vendar razmerje verjetnosti ni isto kot verjetnost vira.
Edini skladen način, kako na podlagi forenzičnih dokazov sklepati o verjetnosti virov, je uporaba Bayesovega pravila, ki zahteva, da začnemo s pripisom predhodnih verjetnosti za hipoteze, ki nas zanimajo. Bayesov pristop bo deloval le, če bo izvedenec lahko začel s predhodno oziroma apriorno verjetnostjo.

Določitev predhodnih oziroma apriornih verjetnosti je resen problem pri Bayesovemu pristopu v kazenskih postopkih. Različne metode za določitev in izračun teh verjetnosti lahko dajejo rezultate, ki se med seboj precej razlikujejo, kar pa je problematično, ker celotna Bayesova teorija temelji ravno na teh začetnih izračunih. Bistveno vprašanje, ki se postavlja, je, ali naj analitiki sploh poskušajo določiti predhodne verjetnosti in če ja, kako naj jih določijo. Nekateri strokovnjaki predlagajo, da bi analitiki morali predpostaviti enake predhodne verjetnosti za vse hipoteze v primeru, kar se imenuje nevtralno stanje. To pomeni, da se analitik ne opredeli za nobeno od hipotez, preden zbere kakršne koli dokaze ali informacije, ampak predpostavlja enako verjetnost za vse hipoteze. Torej analitiki predpostavljajo, da sta predhodni verjetnosti H_1 in H_2 enaki, nato pa ju v skladu z Bayesovim pravilom pomnožijo z razmerjem verjetnosti, da določijo posteriorno verjetnost. To bi se lahko izkazalo za praktičen pristop, saj se lahko analitik s tem izogne vplivu lastnih in odvetnikovih predsodkov ter mnenj, ki bi lahko vplivali na predpostavke o verjetnostih. Na ta način se lahko zagotovi objektivnost analize, saj ne poskušamo prikazati ene hipoteze bolj verjetne od druge. Kljub temu pa mislim, da moramo biti do tega pristopa nekoliko kritični, saj je predpostavljanje enake verjetnosti za vse možnosti problematično - v realnosti se različne hipoteze razlikujejo po svoji verjetnosti. Mnenje in poročila statističnih znanstvenikov oziroma analitikov naj bi bila ključni vir informacij, ki lahko prispevajo k objektivnemu in strokovnemu vrednotenju dokazov in verjetnosti v sodnih postopkih. Zato sem mnenja, da je potrebno zagotoviti neodvisnost in strokovnost analitikov ter jih zaščititi pred morebitnim poseganjem odvetnikov ali drugih udeležencev sodnega postopka v njihov proces dela, tako kot morajo to zagotoviti oni. Po mojem mnenju je pri določanju apriorne verjetnosti hipotez in dokazov zelo pomembno, da smo natančni in korektni, kajti vsi naslednji verjetnostni računi in statistične analize temeljijo ravno na tem. Analitik naj uporabi svoje strokovno znanje za izračun apriorne verjetnosti na podlagi razpoložljivih podatkov in brez nepotrebnega vplivanja odvetnikov ali drugih udeležencev postopka. Poleg tega sem ugotovila, da za statistiko v kazenskem pravu obstajajo pravila in smernice kako upoštevati zakonodajo, pravila in postopke sodbe, ki jih po mojem mnenju analitiki dosledno upoštevajo. Torej analitiki bi zagotovili ustrezne predhodne verjetnosti, ki bi potem lahko bile posodobljene sproti, skladno z Bayesovo teorijo, glede na nove dokaze, predstavljene med sodnim postopkom. Tako bi dobili dovolj objektivno oceno verjetnosti krivde ali nedolžnosti obdolženca in zagotovili pravično sodno odločitev. Glavni očitek temu pristopu v okviru kazenskega postopka bi lahko bil, da lahko analitiki presežejo svoje znanstveno znanje in si prisvojijo vlogo tistega, ki ugotavlja dejstva, ampak vseeno predlagam, da odveniki nimajo nobene vloge pri ocenjevanju predhodnih verjetnosti.

Ko na nek način le določimo predhodne oziroma apriorne verjetnosti tožilčeve hipoteze in dokazov torej sledi posodabljanje le teh. Tekom sodbe se v realnosti vedno pojavljajo nove domneve o obtožencu in skoraj vedno najdejo nove dokaze s kraja zločina. Smiselno je, da vse to v postopku izračuniv tudi upoštevamo. Zasledila sem, da se tekom sodbe marsikateri dokaz najprej prizna in je znan sodniku, ki presoja tožilčevo domnevo o obdolžencu, torej ga analitik upošteva v svojih izračunih za posodobitve predhodnih verjetnosti hipotez. Potem pa dokaz iz sodbe umaknejo, ampak presnetilo me je, da dokaz največkrat ni umaknjen iz verjetnostnih računov. Mnenja sem, da bi morali anlitiki, ko se določen dokaz iz sodbe, zaradi tehtnega razloga, umakne, posodobiti vse račune za nazaj in nato nadaljevati posodabljanje verjetnosti. Tako bi dobili primeren izračun posteriornih verjetnosti, na katerih bi potem lahko temeljil zaključek sodbe.

9. Nadaljevanje primera sodbe medicinski sestri Lucii de Berg: Pristop z Bayesovo teorijo

Bayesov pristop bi rešil težave ponovne uporabe podatkov.

Naj bo:
H_d ... Lucia de Berk je nedolžna;
H_p ... Lucia de Berk je kriva;
E ... razpoložljivi dokazi.

Z uporabo Bayeosovega pravila dobimo

$$\frac{P(H_p|E)}{P(H_d|E)} = \frac{P(E|H_p)}{P(E|H_d)} \times \frac{P(H_p)}{P(H_d)}$$

oziroma

$$\textit{posteriorna verjetnost} = \textit{razmerje verjetnosti} \times \textit{predhodna verjetnost}$$

Verjetnost $P(H_d|E)$ je verjetnost hipoteze H_d po ovrednotenju dokazov E. Ob vsakih na novo pridobljenih dokazih lahko posodobimo verjetnosti na naslednji način. Naj bodo E' novi dokazi in

$$\textit{stare posteriorne verjetnosti} = \frac{P(E|H_p)}{P(E|H_d)} \times \frac{P(H_p)}{P(H_d)},$$

potem, po pridobitvi novih dokazov, izračunamo nove posteriorne verjetnosti

$$\begin{aligned}\frac{P(H_p|E,E')}{P(H_d|E,E')} &= \frac{P(E' \cap E|H_p)}{P(E' \cap E|H_d)} \times \frac{P(H_p)}{P(H_d)} \\ &= \frac{P(E'|H_p,E)}{P(E'|H_d,E)} \times \textit{stare posteriorne verjetnosti.}\end{aligned}$$

Menim, da imamo tudi tukaj podobne težave kot sem jih že opisala zgoraj - določitev verjetnosti hipotez $P(H_p)$ in $P(H_d)$, za katere dokaze je mogoče izračunati razmerje verjetnosti ter kako izračunamo verjetnost $\frac{P(E'|H_p,E)}{P(E'|H_d,E)}$, saj ne vemo kako so različni dokazi med seboj povezani. Z določitvijo predhodnih verjetnosti lahko pridemo do zelo različnih rezultatov, ampak nimamo pa več težav z ponovno uporabo podatkov in naknadnimi popravki.

10. Bayesova analiza

Najbolj pogosta uporaba Bayesovega pravila je pri ugotavljanju, ali je obtoženec vir sledi DNK-ja s kraja zločina. V ta namen sem opisala poenostavljeno in izpopolnjeno Bayeosvo analizo, v primeru, ko je dokaz DNK sled.

10.1. **Poenostavljena Bayesova analiza.** Naj bo:
S ... trditev, da je obtoženec vir sledi DNK s kraja zločina;
M ... trditev, da se obtožencev DNK ujema z DNK-jem s kraja zločina;
f ... funkcija pogostosti ujemanja DNK z DNK-jem s kraja zločina.
Želimo vedeti, kakšna je verjetnost S glede na M, tj. $P(S|M)$.

Bayesovo pravilo lahko uporabimo na naslednji način:

$$\frac{P(S|M)}{P(\neg S|M)} = \frac{P(M|S)}{P(M|\neg S)} \times \frac{P(S)}{P(\neg S)}.$$

Verjetnosti $P(S)$ in $P(\neg S)$ je težko oceniti, ker ne vemo kakšna je množica osumljencev. Smiselno bi bilo, da zanju upoštevamo interval predhodnih verjetnosti in ocenimo njihov vpliv na verjetnost trditve S in njene negacije. Nato moramo določiti vrednost $P(M|S)$, ki je običajno enaka ena - če bi obtoženec dejansko pustil sledove, bi laboratorijske analize pokazale ujemanje(to imenujemo lažno negativni rezultat); to je sicer poenostavitev, saj se lahko zgodi, da analize ne pokažejo ujemanja, čeprav je obtoženec pustil sledi. Potrebujemo še verjetnost $P(M|\neg S)$ (verjetnost, da se bo našlo ujemanje, če obtoženec ni vir sledi na kraju zločina). To je običajno enakovredno pogostosti ujemnja DNK-ja z DNK-jem s kraja zložina (tj. f); tudi to je poenostavitev, saj se lahko zgodi, da obtoženec nima enakega DNK profila, vendar so laboratorijske analize pokazale, da ga ima(to imenujemo lažno pozitivni rezultat). Sledi:

$$\frac{P(S|M)}{P(\neg S|M)} = \frac{1}{f} \times \frac{P(S)}{P(\neg S)}.$$

Ker poenostavljena Bayesova analiza ne upošteva možnosti lažno pozitivne in negativne laboratorijske analize si poglejmo še izpopolnjeno Bayesovo analizo.

10.2. **Izpopolnjena Bayesova analiza.** Za upoštevanje možnosti laboratorijskih napak, bomo namesto M uvedli spremenljivko M_p.
M_p ... poročano ujemanje laboratorijske analize;
M_t ... trditev, da obstaja dejansko ujemanje v DNK-ju;
$\neg M_t$ ... trditev, da obstaja neujemanje v DNK-ju.

Sledi:

$$P(M_p|\neg S) = P(M_p|M_t)P(M_t|\neg S) + P(M_p|\neg M_t)P(\neg M_t|\neg S).$$

Sedaj je $P(M_t|\neg S)$ enako f in zato $P(\neg M_t|\neg S)$ enako $1-f$. $P(M_p|\neg M_t)$ opisuje verjetnost lažno pozitivnih rezultatov laboratorija(oznaka FP) in $P(M_p|M_t)$ verjetnost resničnih pozitivnih rezultatov laboratorija(oznaka FN). Sledi:

$$P(M|\neg S) = [(1 - FN) \times f] + [FP \times (1 - f)].$$

Formula pokaže, da za pravilno oceno verjetnosti $P(M_p|\neg S)$ potrebujemo statistično oceno pogostosti profila DNK in stopnje napak laboratorijskih analiz, ki pa so redko na voljo.

Druga poenostavitev je, da predpostavimo, da je $P(M_p|S) = 1$, pri čemer ni upoštevana možnost lažnega negativnega rezultata. Kot zgoraj, imamo:

$$P(M_p|S) = P(M_p|M_t)P(M_t|S) + P(M_p|\neg M_t)P(\neg M_t|S).$$

Če je $P(M_p|S) = 1$, je $P(\neg M_p|S) = 0$ in $P(M_p|S) = 1 - FN$. Potem sledi, da je:

$$\frac{P(M_p|S)}{P(M_p|\neg S)} = \frac{1 - FN}{[(1 - FN) \times f] + [FN \times (1 - f)]}.$$

Za predstavo, kako stopnje napak vplivajo na razmerje verjetnosti, predpostavim, da je pogostost profila DNK 1 proti milijardi. Predpostavim tudi, da sta stopnji lažno poztivnih in negativnih laboratorijskih rezultatov(tj. FP in FN) enako $0,01$. Če je razmerje verjetnosti enako $\frac{1}{f}$, je milijarda. S formulo pa dobimo:

$$\frac{P(M_p|S)}{P(M_p|\neg S)} = \frac{1 - 0,01}{[(1 - 0,01) \times 0,000000001] + [0,01 \times (1 - 0,000000001)]} \approx 99.$$

Relativno majhne stopnje napak lahko bistveno zmanjšajo dokazno vrednost DNK dokazov, saj močno zmanjšajo razmerje verjetnosti; v našem primeru smo iz milijarde prišli na pribljižno 100. Vpliv stopnje laboratorijskih napak kaže, da ne glede na to, kako nizka se izkaže pogostost profila, bo ta relativno nepomembna, če pogostosti ne spremlja ocena stopnje laboratorijskih napak. Bayesovo pravilo nam omogoča, da ta vidik upoštevamo.

Ker profili DNK predstavlja del naše genetske zasnove in imajo ljudje, ki so v sorodu, večjo verjetnost, da bodo imeli enak profil DNK, kot ljudje, ki niso v sorodu morajo forenzični strokovnjaki svoje izjave vedno opredeliti z navedbo, da njihove ocene pogostosti veljajo za populacijo nepovezanih posameznikov. To spremenljivost pogostosti profila lahko v Bayesovem okviru upoštevamo na dva načina: s spremembo predhodne verjetnosti in s spremembo pogostosti profila. Izvedli bi lahko tudi različne izračune: enega za populacijo nepovezanih posameznikov in drugega za populacijo sorodnih posameznikov.

11. Drugi pristopi

Da lahko ocenilm moč Bayesove analize dokazov DNK, jo v nadaljevanju primerjam z nekaterimi drugimi pristopi.

11.1. **Frekvence.** Predlagano je bilo s strani mnogih avtorjev, da je bolj naraven način za obravnavo verjetnosti uporaba naravnih frekvenc.

Definicija 11.1. Frekvenca f je posamezno število diskretnih statističnih enot iste vrednosti. Če je diskretnih podatkov zelo veliko ali če so podatki zvezni, jih združujemo v frekvenčne razrede.

Definicija 11.2. Absolutna frekvenca (oznaka f_k za k-ti razred) je število vrednosti statistične spremenljivke v k-tem razredu.

Definicija 11.3. Relativna frekvenca (oznaka f_k') pa je delež absolutne frekvence f_k glede na celoto. Če je N število enot v populaciji ali morda vzorcu, je

$$f_k' = \frac{f_k}{N}.$$

V forenzičnem kontekstu se navedene frekvence običajno nanašajo na pojavljanje dokazov za posamezen primer, medtem ko se frekvence za pojavljanje vprašanj običajno opisujejo kot osnovne stopnje. Sklepanje o krivdi je lahko podprto s statistično analizo ustreznih podatkov in verjetnostnim sklepanjem z uporabo absolutnih ali relativnih frekvenc, pri čemer je verjetnost, da bi določene podatke (dokaze) pridobili zgolj po naključju, izjemno majhna. Relativne frekvence vedno navajajo ali predpostavljajo, da obstaja nek referenčni vzorec, na podlagi katerega se lahko oceni pogostost zadevnega dogodka. Nadaljnja predpostavka je, da je ta primerjava poučna in pomembna za obravnavano nalogo. V okviru kazenskega postopka bi na primer pričakovali, da bo relativna frekvenca lahko podprla vmesno sklepanje o moči dokazov, ki se nanašajo na sporna dejstva, kar vodi do končnega sklepa, da je obtoženec nedolžen ali kriv. Relativne frekvence so rutinsko vključene v znanstvene dokaze, ki se predložijo v kazenskih postopkih.

Recimo, da je pogostost profila DNK f 1 proti 10 milijonov, predpostavimo tudi, da ima obtoženec enak DNK in da je začetna populacija osumljencev 100 milijonov ljudi. Zanima nas kakšna je verjetnost, da je obtoženec vir DNK-ja s kraja zločina.

Naj bo:
f ... pogostost profila DNK;
m ... velikost populacije osumljencev;
n ... število ljudi, ki imajo ustrezen DNK profil.
Po metodah, ki temeljijo na naravnih frekvencah, je potrebno izračunati, koliko ljudi z zadevnim profilom DNK je v populaciji osumljencem, tako da se f pomnoži z m. Če je posameznikov s takim profilom $n \geq 1$, je verjetnost, da je obtoženi vir, $\frac{1}{n}$. V primeru, ko je $n < 1$ in so frekvence še posebaj majhne, je bolje raziskovati ali je profil DNK edinstven ali ne - ali poleg obtoženca obstajajo še drugi posamezniki z enakim profilom DNK. Temu pravimo metoda edinstvenosti.
S formulo binomske porazdelitve lahko izračunamo verjetnost, da se bo dogodek X, na primer profil DNK, pojavil k - krat v s - kratnem številu ponovitev, pri čemer ima dogodek X frekvenco $4f$. Želimo vedeti, kolikšna je verjetnost, da ima točno en posameznik ustrezen DNK profil, ob pogoju da ga ima vsaj en posameznik, torej:

$$P(n = 1|n \geq 1) = \frac{P(n = 1 \cap n \geq 1)}{P(n \geq 1)} = \frac{m \times f \times (1 - f)^{m-1}}{1 - (1 - f)^m}.$$

TABELA 3. Primerjava rezultatov, dobljenih z frekvenčno metodo in Bayesovim pravilom.

m	f	$P(n = 1\|n \geq 1)$	$P(S\|M)$[Bayes]
10 milijonov	1 v 100 milojonov	0,9	0,9
100 milijonov	1 v 100 milojonov	0,62	0,5
1 milijarda	1 v 100 milojonov	0	0,09
10 milijonov	1 v 1 milijardi	1	0,99
100 milijonov	1 v 1 milijardi	0,9	0,9
1 milijarda	1 v 1 milijardi	0,62	0,5
10 milijonov	1 v 10 milijardah	1	0,999
100 milijonov	1 v 10 milijardah	1	0,99
1 milijarda	1 v 10 milijardah	0,9	0,9

Tabela vsebuje primerjavo rezultatov z rezultati, ki jih daje Bayesovo pravilo. Vidimo lahko, da so razlike zelo majhne, nekje pa jih celo ni. Obe metodi, se lahko uporabljajo za reševanje določenih problemov, vendar se razlikujeta v načinu delovanja. Tako pri metodi edinstvenosti ni mogoče enostavno upoštevati številnih zapletov, kot je vpliv stopnje laboratorijskih napak. Bayesovo pravilo pa namreč omogoča upoštevanje različnih dejavnikov in zapletov, ki vplivajo na verjetnost določenega dogodka, s tem pa omogoča tudi bolj natančne izračune in posledično bolj zanesljive rezultate. Kljub temu pa ima tudi Bayesovo pravilo svoje omejitve, saj je odvisno od predpostavk in podatkov, ki jih uporabimo za izračun verjetnosti. V vsakem primeru je izbira metode odvisna od specifičnih zahtev problema in od tega, katera metoda bo najbolj primerna za njegovo reševanje.

Res je, da so frekvenčni modeli pomembni v primerih, kjer so na voljo DNK ali druge vrste dokazov, in jih je mogoče uporabiti za prikaz, kako verjetno je, da bi se naključno izbrana oseba ujemala z vzorcem ali ali v primerih z velikim številom žrtev za izbiro statistično ustreznih vzorcev celotne populacije žrtev. Kljub temu pa imajo ti modeli notranje pomanjkljivosti, ki jih ni mogoče zanemariti. Bistvena teoretična pomanjkljivost frekvenčnih modelov je, da zahtevajo statistične dokaze, ki sodišču niso na voljo. Sodišča ne morejo številčno ovrednotiti nekega dejanskega dokaza, saj se ne zavedajo možnih anomalij pri uporabi drugih sredstev in storitev. Na primer, če priča trdi, da je videla osumljenca na kraju zločina, sodišče ne more oceniti verjetnosti, da je opazovanje določene priče v skladu s tem, kar se je dejansko zgodilo. To je zato, ker sodišče nima na voljo informacij o tem, koliko drugih ljudi bi lahko bilo na kraju zločina ob istem času. Poleg tega frekvenčni modeli temeljijo na predpostavki, da visoka vrednost verjetnosti, ki opisuje razmerje med obstoječimi dokazi in primerom, pomeni, da je vrednost tega dokaza visoka. Vendar to ni nujno vedno res. Merjenje skladnosti med dejanskimi dokazi in tistim, kar se je resnično zgodilo, temelji na predpostavki, da obstajata reprezentativna populacija in skladen rezultat. V kazenskem primeru pa ti pogoji niso izpolnjeni, kar pomeni, da je uporaba frekvenčnih modelov lahko omejena. Poleg tega se najmočnejši argument nanaša na dejstvo, da z izračunom verjetnosti ni mogoče upoštevati posameznih primerov.

11.2. **Metoda verjetnosti naključnega ujemanja.** Metoda verjetnost naključnega ujemanja izraža možnost, da bi imel naključni posameznik, ki ni povezan z obdolžencem, ustrezni DNK profil. Ta verjetnost je enaka pogostosti profila DNK. Težava tega pristopa je, da verjetnost naključnega ujemanja lahko predstavljena oziroma razumevana narobe.
Pogosto se to verjetnost interpretira na slednji način:

(1) če je verjetnost naključnega ujemanja na primer 1 proti 100 milijonom, potem je verjetnost, da ima profil DNK drug posameznik in ne obdolženec 1 proti 100 milijonom;
(2) ker je to zelo majhna verjetnost, mora biti tudi verjetnost, da je sled DNK pustil nekdo drug na kraju zločina in ne obdolženec, zelo majhna;
(3) zato mora biti verjetnost, da je vir sledi DNK s kraja zločina obtoženec zelo velika, ampak znaša 1 proti 100 milijonov.

Takšno sklepanje je napačno in je znano kot tožilčeva zmota. Sestavlja jo enačba

$$1 - f = P(S|M). \tag{8}$$

Zmota se pojavi v koraku (2), ko je zamenjano $P(M|\neg S)$ s $P(\neg S|M)$ in predpostavljeno, da sta obe verjetnosti enaki f.
Namesto verjetnosti naključnega ujemanja forenzični strokovnjaki pogosto pričajo o razmerju verjetnosti dokazov DNK, in sicer kot:

$$P(M|S) = P(M|\neg S).$$

12. Razmerje verjetnosti

Občasno se zgodi, da predloga tožilstva in obrambe nista komplementarna in v takih primerih ni mogoče določiti $P(H_p)$ ali $P(H_d)$(poglavje 1), ampak samo vpliv statistike, znane kot razmerje verjetnosti.

12.1. **Opredelitev.** V Bayesovi formuli (5) nadomestimo H z $\bar{H}$ in enakovredna različica Bayesovega izreka je

$$P(\bar{H}|E) = \frac{P(E|\bar{H})P(\bar{H})}{P(E)}, \tag{9}$$

kjer $P(E) \neq 0$.

Če prvo enačbo delimo z drugo dobimo verjetnostno obliko Bayesovega izreka

$$\frac{P(H|E)}{P(\bar{H}|E)} = \frac{P(E|H)}{P(E|\bar{H})} \times \frac{P(H)}{P(\bar{H})}. \tag{10}$$

Leva stran je verjetnost dogodka H ob pogoju, da se je zgodil dogodek E. Pogojna verjetnost na desni strani dogodka, H in $\bar{H}$, sta v števcu in imenovalcu različna, medtem ko je dogodek E, katerega verjetnost nas zanima, enak. Na koncu pa imamo verjetnost v korist dogodka H brez kakršnihkoli informacij o E.

Definicija 12.1. Razmerje

$$\frac{P(E|H)}{P(E|\bar{H})} \tag{11}$$

se imenuje razmerje verjetnosti.

Oglejmo si dogodka E in H, ter njuni dopolnitvi. Razmerje verjetnosti je tu razmerje verjetnosti E, ko je H resničen in verjetnosti E, ko je H neresničen. Da bi upoštevali učinek E na verjetnost H, tj. da bi

$$\frac{P(H)}{P(\bar{H})}$$

spremenili v

$$\frac{P(H|E)}{P(\bar{H}|E)},$$

prvo pomnožimo z razmerjem verjetnosti. Verjetnost

$$\frac{P(H)}{P(\bar{H})}$$

je znana kot predhodna verjetnost v korist H, verjetnost

$$\frac{P(H|E)}{P(\bar{H}|E)}$$

pa je znana kot posteriorna verjetnost v korist H. Razlika med $P(E|H)$ in $P(H|E)$ je bistvena.Pri proučevanju vpliva E na H je treba upoštevati tako verjetnost E, ko je H resničen in ko je H neresničen. Pogosta napaka(zmota prenesene pogojne verjetnosti) je, da dogodek E, ki je malo verjeten, če je $\bar{H}$ resničen, pomeni dokaz v prid H. Da bi bilo tako, je treba dodatno zagotoviti, da E ni tako malo verjeten, če je H resničen. Razmerje verjetnosti je potem večje od 1 in pozitivna verjetnost je večja od predhodne verjetnosti. Torej iz Bayesovega izreka neposredno izhaja, da če je razmerje verjetnosti večje od 1, potem dokaz povečuje verjetnost krivde (pri čemer višje vrednosti pomenijo večjo verjetnost krivde), če pa je manjše od 1, zmanjšuje verjetnost krivde (in bolj ko se približuje ničli, manjša je verjetnost krivde).

12.2. **Razmerje verjetnosti v kazenskem pravu.** Obravnavajmo obliko Bayesovega izreka o verjetnosti v forenzičnem kontekstu ocenjevanja vrednosti nekaterih dokazov. Naj bo:
$H_p \ldots$ interesna oseba(PoI) oz. obtoženec je resnično kriv - nadomestimo H;
$H_d \ldots$ interesna oseba(PoI) je resnično nedolžen - nadomestimo $\bar{H}$;
$Ev \ldots$ obravnavani dokaz - nadomestimo dogodek E;

Oblika Bayesovega izreka nato omogoča, da se predhodne verjetnosti(tj, pred predstavitvijo Ev) v korist krivde posodobijo v posteriorne verjetnosti ob upoštevanju Ev, na naslednji način:

$$\frac{P(H_p|Ev)}{P(H_d|Ev)} = \frac{P(Ev|H_p)}{P(Ev|H_d)} \times \frac{P(H_p)}{P(H_d)}.$$

Ob upoštevanju informacij o ozadju I, dobimo zapis

$$\frac{P(H_p|Ev, I)}{P(H_d|Ev, I)} = \frac{P(Ev|H_p, I)}{P(Ev|H_d, I)} \times \frac{P(H_p|I)}{P(H_d|I)}.$$

Pri vrednotenju dokazov Ev sta potrebni dve verjetnosti - verjetnost dokazov, če je PoI kriv in glede na informacije o ozadju, ter verjetnost dokazov, če je PoI nedolžen in glede na informacije o ozadju. Informacije o ozadju so včasih znane kot okvir okoliščin ali pogojne informacije.

Da lahko ocenimo oziroma določimo vrednost dokaza potrebujemo razmerje verjetnosti.

Definicija 12.2. Naj bosta H_p in H_d dve konkurenčni hipotezi ter I informacije o ozadju. Vrednost V dokaza Ev je podana z

$$V = \frac{P(Ev|H_p, I)}{P(Ev|H_d, I)},$$

razmerje verjetnosti, ki pretvori predhodne verjetnosti

$$\frac{P(H_p|I)}{P(H_d|I)}$$

v posteriorne verjetnosti

$$\frac{P(H_p|Ev, I)}{P(H_d|Ev, I)}.$$

Tabela 4. Kvalitativna lestvica za poročanje o vrednosti V podpore dokazov za H_p proti H_d.

1	$< V \leq$	2	brez podpore
2	$< V \leq$	10	šibka podpora prvi hipotezi
10	$< V \leq$	100	zmerna podpora prvi hipotezi
100	$< V \leq$	1000	srednje močna podpora prvi hipotezi
1000	$< V \leq$	10000	močna podpora prvi hipotezi
10000	$< V \leq$	1000000	zelo močna podpora prvi hipotezi
1000000	$< V$		izjemno močna podpora prvi hipotezi

Pri uporabi takšnih tabel moramo biti previdni, če so hipoteze prelagane na podlagi podatkov; v tem primeru postanejo smiselne le če podamo predhodne verjetnosti za obravnavane hipoteze.

12.3. **Utemeljitev uporabe razmerja verjetnosti.** Verjetnostna oblika Bayesovega izreka predstavlja prepričljiv argument za uporabo razmerja verjetnosti kot merila vrednosti dokazov. Obstaja tudi matematična razlaga, ki opravičuje njegovo uporabo.

Denimo, da želimo izmeriti vrednost V dokazov E v prid krivdi H_p. Pri tem naj obstajala odvisnost od osnovnih informacij I, vendar ta ni izrecno navedena. Predpostavimo, da je vrednost V odvisna samo od verjetnosti dokazov E ob pogoju, da je PoI kriv(H_p), in od verjetnosti dokazov E ob pogoju, da je PoI nedolžen(H_d). Naj bo $x = P(E|H_p)$ in $y = P(E|H_d)$. Zgornja predpostavka pravi, da je $V = f(x, y)$ za neko funkcijo f. Vzemimo še en dokaz T, ki je neodvisen od dokazov E in H_p (in s tem H_d) in je tak, da je $P(T) = \theta$. Nato

$$P(E, T|H_p) = \tag{12}$$
$$= P(E|H_p)P(T|H_p) \tag{13}$$
$$= P(E|H_p)P(T) \tag{14}$$
$$= \theta x, \tag{15}$$

pri čemer iz (11) v (12) upoštevamo neodvisnost dokaza E in T ter iz (12) v (13) vrstico neodvisnost dokaza T in H_p. Podobno

$$P(E, T|H_d) = \theta y.$$

Vrednost kombiniranih dokazov (E, T) je enaka vrednosti E, saj je bil T predpostavljen kot nepomemben. Vrednost (E, T) je $f(\theta x, \theta y)$, vrednost $E = V = f(x, y)$. Tako je $f(\theta x, \theta y) = f(x, y)$ za vsako θ na intervalu $[0, 1]$ možnih vrednosti $P(T)$. Razmerje med x in y v funkciji f ima lahko eno od štirih oblik, odvisno od štirih matematičnih operatorjev $+$, $\times$, - in $/$. Če pogledamo $\frac{x}{y}$ sledi

$$f(x, y) = f(\frac{x}{y})f(\theta x, \theta y) = f(\frac{\theta x}{\theta y}) = f(\frac{x}{y}).$$

To je enako $f(x, y)$ za vsako θ na intervalu $[0, 1]$. Iz tega sledi, da je f funkcija $\frac{x}{y}$ in torej, da je V funkcija

$$\frac{P(E|H_p)}{P(E|H_d)},$$

kar je razmerje verjetnosti.

Verjetnost hipoteze H na podlagi nekega dokaza E je verjetnost, da najdemo E, če je H resnična. Za alternativno hipotezo je razmerje verjetnosti razmerje obeh verjetnosti. Razmerje verjetnosti nam pove, katera hipoteza je bolje podprta z dokazi. Kadar sta hipotezi medsebojno izključujoči in izčrpni, nam razmerje verjetnosti pove še več. V tem primeru, če je verjetnost H večja od verjetnosti alternative, lahko sklepamo tudi, da se verjetnost H zaradi najdbe E poveča, medtem ko se verjetnost alternative zmanjša. Če je le mogoče, je treba upoštevati verjetnosti za vse razumne alternativne hipoteze (tako da je nabor hipotez izčrpen). Če se obravnavajo samo nekatere hipoteze, je treba pojasniti, da so predstavljene samo razmerje verjetnosti za pare teh hipotez. V primerih, ko je treba združiti več hipotez in/ali več dokazov, se lahko razmerje verjetnosti bolje uporablja v povezavi z drugimi metodami. Kadar je treba količinsko ovrednotiti skupni učinek več dokazov, ki vključujejo različne povezane hipoteze (kot so hipoteze o ravni vira, ravni dejavnosti in ravni kaznivega dejanja), poenostavljene rešitve, ki neupravičeno predpostavljajo neodvisnost, niso ustrezne. Grafični prikazi dokazov so lahko v veliko pomoč pri modeliranju odvisnosti. Obstaja interaktivna programska oprema za izvajanje izračunov na grafičnih modelih(Bayesovih mrežah), ki uporabnikom omogoča, da raziščejo vplive različnih predpostavk. Čeprav je takšne metode težko uvesti neposredno na sodišču, so koristne za sintezo dokazov v katerikoli fazi preiskave pred sojenjem.

Ocena vrednosti razmerja verjetnosti je lahko podvržena številnim virom negotovosti, vključno s kakovostjo podatkov, pridobljenih z analizami, ki jih opravijo forenzični znanstveniki, izbiro kontrolnega vzorca in najdenih predmetov, ki jih lahko vzamejo različni preiskovalci ali analizirajo različni analitiki ali laboratoriji. Ocena znanstvenih dokazov na sodišču pogosto zahteva kombinacijo podatkov o pojavu ciljnih značilnosti skupaj z osebnim poznavanjem okoliščin iz določenega primera. Jasno je, da ima vsaka ocena verjetnosti, ki se nanaša na določen primer, tudi če jo obravnavamo v obliki frekvence, sestavino, ki temelji na osebnem znanju. Drugi viri negotovosti vključujejo pridobivanje predhodnih verjetnosti, pogojenih z razpoložljivim znanjem, ali celo izvajanje numeričnih postopkov za razreševanje računskih težav. Zato poročilo o vrednosti razmerja verjetnosti vključuje merilo njegove natančnosti, na primer z navedbo številčnega razpona vrednosti za verjetnost dokazov na podlagi konkurenčnih predlogov in s tem številčnega razpona vrednosti za razmerje verjetnosti. Vendar sta vrednost dokaza in moč posameznikovega prepričanja o vrednosti različna pojma in se ne smeta združevati v intervalu ali povzročiti spremembe vrednosti dokaza, kot se to na primer zgodi z navedbo spodnje meje neke poljubno izbrane ravni. V praksi je za kriminalistično preiskavo na voljo en niz podatkov o ozadju, ki so značilni za člane določene relevantne populacije, en niz kontrolnih podatkov in en niz izterjanih podatkov. Zato je za vrednotenje dokazov z določenim statističnim modelom na voljo ena sama vrednost V za povezano razmerje verjetnosti. Ponovno je treba upati, da so vsi različni kontrolni vzorci in pridobljeni podatki dovolj reprezentativni za populacije, iz katerih so bili izbrani, tako da se bodo razmerja verjetnosti po vrednosti le malo razlikovala.

12.4. **Bayesov faktor in razmerje verjetnosti.** V forenziki se ta dva pojma, kljub pogostejši uporabi Bayesovega faktorja(BF), pogosto obravnavata kot sinonima. Bayesov faktor je glavni element Bayesove metodologije za primerjavo konkurenčnih predlogov. Opredeljen je kot sprememba, ki jo povzročijo novi dokazi (podatki) v verjetnosti pri prehodu od predhodne k posteriorni porazdelitvi v korist enega predloga k drugemu. Da se pokazati, da je razmerje verjetnosti poseben primer Bayesovega faktorja, kadar so konkurenčne hipoteze parametrizirane z enim samim parametrom (tj. preprosta hipoteza). Vendar pa lahko pride do primerov, ko se primerjajo sestavljene hipoteze. V takem primeru je Bayesov faktor razmerje dveh mejnih verjetnosti pri konkurenčnih hipotezah in se zdi, da ni več odvisen samo od podatkov. Metoda razmerja verjetnosti je koristna v državah kot sta na primer Velika Britanija in Združene države Amerike, kjer se lahko Bayesovo pravilo šteje kot poseg v pravico porote do previdnosti: poroti naj ne bi bilo potrebno govoriti, kako naj razmišlja in presoja dokaze; Bayesovo pravilo pa je natanko metoda za tehtanje dokazov.

13. Nadaljevanje primera sodbe medicinski sestri Lucii de Berg: Pristop z razmerjem verjetnosti

Primeren pristop bi bil tudi, da je verjetnostna porazdelitev slučajne spremenljivke X, ki predstavlja število incidentov, ki jim je bila priča določena medicinska sestra, podana s Poissonovo porazdelitvijo

$$P(X = k) = \frac{(\mu r)^k}{k!} e^{-\mu r},$$

kjer je r število izmen medicinske sestre, $\mu > 0$ pa je parameter, ki predstavlja pogostost incidentov.
Ponovno bi lahko temu pristopu ugovarjali z vprašanjema ali je stopnja incidentov lahko konstantna in če so incidenti ob različnih časih med seboj neodvisni, ker je binomska porazdelitev z majhno verjetnostjo p zelo blizu Poissonovi. Hipoteze lahko formuliramo na malo drugačen način, in sicer vsaka medicinska sestra naj bi imela enak parameter pogostosti, da so priče incidentu, μ. Tudi tožilčevo hipotezo H_p lahko zapišemo na več načinov. Ena oblika je, da je število incidentov v Luciini izmeni porazdeljeno Poissonovo s parametrom μ_L in potem je tožilčeva hipoteza H_p: $\mu_L > \mu$.

Izračunamo lahko razmerje verjetnosti za H_p glede na H_d. Naj bo:
I ... število vseh medicinskih sester;
k_i ... število incidentov, katerim je bila priča i-ta medicinska sestra, $i = 1, \ldots, I$;
r_i ... število izmen medicinske sestre i;
E ... dogodek, da je bila medicinska sestra i priča k_i incidentom, $i = 1, \ldots, I$.

Potem je

$$P(E|H_d) = \prod_{i=1}^{I} \frac{(\mu r_i)^{k_i}}{k_i!} e^{-\mu r_i},$$

in če upoštevamo, da je osumljenec medicinska sestra l

$$P(E|H_p) = \frac{(\mu_L r_l)^{k_l}}{k_l!} e^{-\mu_L r_l} \prod_{i \neq l, i=1}^{I} \frac{(\mu r_i)^{k_i}}{k_i!} e^{-\mu r_i}.$$

Potem je razmerje verjetnosti

$$V = \frac{P(E|H_p)}{P(E|H_d)} = e^{\mu r_l - \mu_L r_l} \left(\frac{\mu_L r_l}{\mu r_l} \right)^{k_l}. \tag{16}$$

Za oceno izida katerega koli izračuna s tem razmerjem, lahko iz tabele 3 izpeljemo naslednjo lestvico za opis višine razmerja verjetnosti.

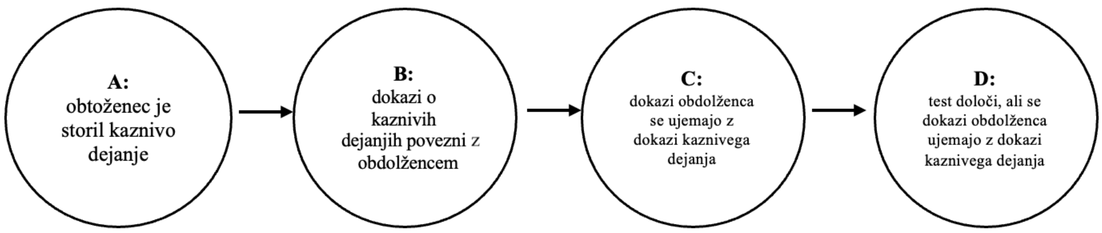
Tabela 5. Kvalitativna lestvica za poročanje o vrednosti V iz enačbe (16) podpore dokazov za H_p proti H_d.

V = 1	Dokazi enako podpirajo H_p kot H_d.
$1 < V \leq 100$	Dokazi nekoliko bolj podpirajo H_p kot H_d.
$100 \leq V < 1000$	Dokazi bolj podpirajo H_p kot H_d.
$1000 \leq V < 10000$	Dokazi veliko bolj podpirajo H_p kot H_d.
$V > 10000$	Dokazi v večini podpirajo H_p.

14. Zmote v kazenskem pravu

Ker večina ljudi pri razmišljanju o verjetnosti dela osnovne napake, obstaja mnogo zmot, ki izhajajo iz osnovnega razumevanja pravil teorije verjetnosti. Številne od teh zmot so zlasti posledica napačnega razumevanja pogojne verjetnosti. Bolj znana primera takih zmot sta Tožilčeva zmota in Zmota obrambnega odvetnika. Čeprav so posledice tožilčeve zmote lahko hujše kot posledice zmote obrambnega odvetnika, so porote morda bolj dovzetne za slednjo kot za prvo.

Če upoštevamo vzročno verigo dokazov, predstavljeno na sliki 1, lahko razvrstitev zmot posplošimo na večino vrst dokazov. Ta shema nam omogoča klasifikacijo napak v sklepanju.



Slika 1. Vzorčna veriga dokazov

Ta analiza je močno odvisna od pojma »pogostost ujemajočih se lastnosti«, označenega kot F(lastnosti). Ta se včasih imenuje tudi »verjetnost naključnega ujemanja«. V našem vzročno-posledičnem okviru je F(lastnosti) enakovreden bolj formalno opredeljeni verjetnosti $P(C|\neg B)$, t.j. verjetnost, da oseba, ki ni vpletena v kaznivo dejanje, po naključju zagotovi dokaze, ki se ujemajo.

S tem vzročno-posledičnim okvirom lahko opišemo vrsto različnih pogostih zmot, ki so posledica napačnega razumevanja pogojne verjetnosti:
Tožilčeva zmota: pri tem enačimo $P(C|\neg B)$ s $P(\neg A|C)$. Presega napako predhodne verjetnosti, saj si jo lahko predstavljamo kot dopolnitev te napake z dodatno napačno predpostavko $P(A) = P(B)$.

Napaka verjetnosti P(drugo ujemanje): gre za zmoto, ko verjetnost $P(C|\neg B)$ enačimo z verjetnostjo (imenujmo jo q), da ima vsaj en nedolžen član populacije ustreza dokazom. Posledica te napake je običajno močno pretiravanje z vrednostjo dokaza C.

Zanemarjanje predhodnih verjetnosti: to pomeni preprosto neupoštevanje predhodnih vrednosti, kot sta $P(A)$ in $P(B)$. Na splošno se za zmoto zanemarjanja osnovne stopnje šteje, kadar je verjetnost dogodka podcenjena, ker dogodek ni tako nenavaden, kot se zdi, ali precenjena, ker je dogodek bolj nenavaden, kot se zdi.

Napaka pri številčnem preračunavanju: pri tem gre za zamenjavo vrednosti $P(C|\neg B)$ s pričakovanim številom drugih oseb, ki bi jih bilo treba testirati, preden bi našli ujemanje. Ta zmota prav tako pretirava z vrednostjo dokaza C.

Pričakovane vrednosti, ki pomenijo edinstvenost: če je velikost populacije približno enaka $1/P(\neg B|C)$, potem mora biti obdolženec edini primerek. Binomski izrek pokaže, da obstaja več kot 25% verjetnost, da bosta v populaciji, katere velikost je $1/P(\neg B|C)$, vsaj dva ujemanja.

Zmota obrambnega odvetnika: to se zgodi, ko se dokaz C šteje za nepomembnega, ker visoka predhodna verjetnost $P(\neg A)$ (kar se zgodi, če je na primer potencialno število osumljencev zelo veliko) še vedno povzroči visoko verjetnost $P(\neg B|C)$.

Napaka baze podatkov obrambnega odvetnika: za to napako gre, kadar verjetnost $P(\neg B|C)$ temelji na drugačni populaciji, kot jo določa $P(B)$ ali $P(A)$.

Zasliševalčeva zmota: v tem primeru je dokaz neposredno priznanje krivde. Če to ni potrjeno, to pomeni, da uporabljamo $P(D|A)$ za informiranje $P(A|D)$. Napaka je, da ne upoštevamo $P(D|\neg A)$. Če je $P(D|A) \leq P(D|\neg A)$, potem dokaz nima vrednosti.

Poleg zmot, ki izhajajo iz osnovnega nerazumevanja pogojne verjetnosti, se druge zmote pojavijo zaradi neustreznega združevanja vpliva več dokazov:
Zmota odvisnih dokazov: ta zmota, ki se včasih imenuje tudi dvojno štetje, se kaže v tem, da se dva ali več dokazov, ki so odvisni, obravnava, kot da bi bili neodvisni, zaradi česar je izjava o njihovi skupni verjetnosti manjša, kot bi morala biti. Poseben primer te zmote je *logično odvisna dokazna zmota*, pri kateri en dokaz ni preprosto odvisen od drugega, ampak dejansko logično izhaja iz njega.

Napaka konjunkcije: ta zmota se pojavi, kadar preiskovalec ne upošteva dejstva, da je dokaz sestavljen iz več kot enega negotovega dogodka, in mu posledično pripiše večjo verjetnost, kot bi jo moral.

14.1. **Tožilčeva zmota.** Verjetnostno utemeljevanje pravnih dokazov se torej skrči na preprost vzročni scenarij: začnemo z neko hipotezo H in opazujemo nek dokaz E. Poznavanje pogojne verjetnosti $P(E|H)$ nam omogoča, da spremenimo svoje prepričanje o verjetnosti H, če poznamo E. Veliko najpogostejših napak v sklepanju izhaja iz osnovnega nerazumevanja pogojne verjetnosti. Še posebej pogost primer je zamenjava verjetnost dokaza E glede na hipotezo H z verjetnost hipoteze H glede na dokaze E oziroma $P(E|H)$ z $P(H|E)$, torej ko napačno verjamemo, da je verjetnost naključnega znanstvenega ujemanja enaka verjetnosti, da je obtoženec nedolžen. To se pogosto imenuje napaka prenesenega pogojnika oziroma tudi tožilčeva zmota.

Tožilčeva zmota se pogosto pojavlja v kazenskem pravu, vendar jo pogosto neprepoznajo, deloma zato, ker preiskovalci nimajo močne intuicije o tem, kaj zmota sploh pomeni. Tožilčeva zmota je dobro znana statistična zmota, ki izhaja iz napačnega razumevanja pogojnih verjetnosti in vprašanj večkratnega testiranja. Napaka temelji na predpostavki, da je $P(H|E) = P(E|H)$, pri čemer H predstavlja primer, da se najdejo dokazi o obtožencu, E pa primer, da je obtoženec nedolžen. Vendar ta enakost ne drži: čeprav je $P(H|E)$ običajno zelo majhen, je lahko $P(E|H)$ še vedno veliko večji.

Za lažjo predstavo si oglejmo primer. Naj se kri obtoženca ujema s krvjo storilca kaznivega dejanja. Ta krvna skupina je tako redka, da je verjetnost, da jo ima nekdo, le 1 proti 1000. Če si to statistiko razlagate tako, da obstaja le 1 proti 1000 možnosti, da je obtoženec nedolžen, ste žrtev tožilske zmote. Verjetnost naključnega ujemanja (pogostost krvnega profila) ste napačno združili z verjetnostjo vira (verjetnost, da je vir krvi nekdo drug kot obtoženec). V mestu z milijon prebivalci bi bilo približno 1000 ljudi z redkim krvnim profilom. Čeprav je torej res, da obstaja le verjetnost 1 proti 1000, da se kri naključne osebe ujema s krvjo zločinca, je verjetnost, da je oseba, ki ustreza redkemu profilu krvi, nedolžna, in sicer izključno na podlagi ujemanja dokazov, dejansko 999 proti 1000.

Do tožilčeve zmote lahko pride zaradi večkratnega testiranja, na primer pri primerjanju dokazov z veliko podatkovno bazo. Velikost podatkovne zbirke povečuje verjetnost, da bo ujemanje ugotovljeno zgolj po naključju.

Če je E dokaz in H trditev,da je obtoženi nedolžen, upoštevamo pogojne verjetnosti:
$P(E|H)$ ... verjetnost resničnosti dokaz E, kljub temu da je obtoženi nedolžen;
$P(H|E)$ ... verjetnodt, da je obtoženi nedolžen kljub dokazu E.
Pri forenzičnih dokazih je ponavadi verjetnost $P(E|H)$ majhna. Tožilec pa potem velikokrat sklepa, da je tudi verjetnost $P(H|E)$ majhna. Zgoraj napisani pogojni verjetnosti pa sta precej različni; uporabimo Bayesovo pravilo:

$$P(H|E) = P(E|H) \times \frac{P(H)}{P(E)},$$

kjer je $P(H)$ verjetnost nedolžnosti in $P(E)$ verjetnost dokaza. Enačba kaže, da majhna pogojna verjetnost $P(E|H)$ ne pomeni majhne pogojne verjetnosti $P(H|E)$ v primeru velike verjetnosti nedolžnosti in majhne verjetnosti dokaza.
Po Bayesovem pravilu je

$$P(E) = P(E|H)P(H) + P(E|\neg H) \times [1 - P(H)]$$

kjer je $P(E|\neg H)$ verjetnost, da bodo dokazi identificirali krivega osumljenca; bičajno je ta verjetnost blizu 1.

14.1.1. *Primer - Tožilčeva zmota.* Slika 2 prikazuje populacijo 100 moških, starih 50 let, ki se ne zdravijo zaradi hipertenzije in imajo skupni holesterol 235 mg/dl in krvni tlak 120 mmHg. Pričakuje se, da bo 9% teh moških (predstavljeno z devetimi črtastimi kvadrati) čez 10 let imelo miokardni infarkt(MI). Ena četrtina moških je kadilcev (predstavljeno s 25 sivimi kvadrati); približno 16% naj bi doživelo MI v 10 letih; zato bo $\frac{4}{25}$ kadilcev imelo MI (predstavljeno s črtastimi in sivimi kvadrati).

Število kadilcev, ki imajo MI, je očitno enako številu ljudi, ki imajo MI in so kadilci. Toda ali je delež kadilcev, ki imajo MI, enak deležu ljudi z MI, ki so kadilci? Iz slike 2 je odogovor očitno ne; verjetnost, da ste kadilec glede na to, da ste imeli MI, torej:

$$P(\text{MI}|\text{kadilec}) \neq P(\text{kadilec}|\text{MI}),$$

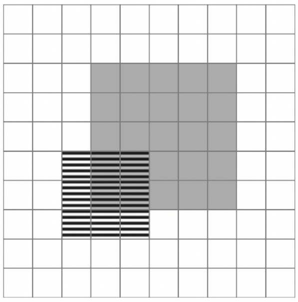
ker

$$P(\text{MI}|\text{kadilec}) = P(\text{črtasto}|\text{sivo}) = \frac{4}{25} = 0,16$$

in

$$P(\text{kadilec}|\text{MI}) = P(\text{sivo}|\text{črtasto}) = \frac{4}{9} = 0,44.$$

Vizualno opazimo, da delež sivih kvadratov, ki se prekrivajo s črtastimi kvadrati, ni enak deležu črtastih kvadratov, ki se prekrivajo s sivimi kvadrati.



SLIKA 2. Populacija, predstavljena s 100 kvadrati, z 9 črtastimi, 25 sivimi in 4 črtastimi in sivimi

Slika 3 prikazuje izjeme pri tožilčevi zmoti, predstavljeni na sliki 1. Sedaj imamo 16 črtastih kvadratov, 16 sivih in 4 pikčaste in sive kvadrate, ker je splošna razširjenost črtastih in sivih kvadratov enaka, je

$$P(\text{črtasto}|\text{sivo}) = P(\text{sivo}|\text{črtasto}).$$

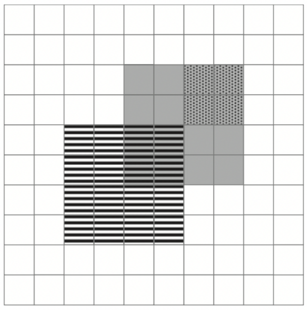
Tudi

$$P(\text{črtasto}|\text{pikčasto}) = P(\text{pikčasto}|\text{črtasto}),$$

saj sta obe verjetnosti enaki 0. Oboje(podobno velike populacija in populacije brez prekrivanja) je ozka izjema zmote.
Po drugi strani pa so črtkani kvadrati na sliki 2 v celoti zajeti v sivih kvadratih; tako je

$$P(\text{sivo}|\text{črtkano}) = 1, \quad \text{medtem ko je} \quad P(\text{črtkano}|\text{sivo}) = 0,25.$$

Tožilčeva zmota velja, kadar je ena skupina podmnožica druge.



Slika 3. Populacija, predstavljena s 100 kvadrati, z 16 črtastimi, 16 sivimi in 4 pikčastimi in sivimi

15. Načini za izogib zmotam

V zadnjih letih je statistika in verjetnost v kazenskem pravu napredovala. Sodniki, tožilstvo in porota se zavedajo nerazumevanja te znanosti, zato je statistika čedalje bolj vpletena že v učne programe pravnih fakultet, kar pripomore k boljšemu razumevanju statističnih analiz. Kljub temu so seveda zmote še vedno prisotne. V začetku dela sem omenila, da je razlaga statistične analize odvisna od vprašanj odvetnika, pri čemer veliko za izboljšanje ne moremo storiti. Poleg tega morajo biti statistični oziroma forenzični znanstveniki previdni z razlago, kajti ne smejo poseči v poroto. Torej kako se dejansko izognimo zmotam in s tem ne posežemo v pravna pravila na sodiščih.

15.1. **Izogib zmotam z uporabo razmerja verjetnosti.** Vsem zgoraj opisanim zmotam je skupno to, da je resnična koristnost dokaza predstavljena na zavajajoč način - bodisi je pretirana bodisi podcenjena. Prednost uporabe razmerja verjetnosti je, da odpravlja ugovor Bayesovemu izreku, in sicer upoštevanje predhodne verjetnosti za hipotezo, kot je »kriv«. V veliki meri pomiri pomisleke pravnikov, ki bi sicer zavrnili Bayesov argument z utemeljitvijo, da je nedopustno predpostavljati predhodne verjetnosti o krivdi ali nedolžnosti.

Čeprav je uporaba razmerja verjetnosti kot sredstva za izogibanje zmotam in merjenje uporabnosti dokazov močno podprta, sem vseeno mnenja, da imajo, po prebiranju različnih sodb, pravniki in laiki pogosto podobne težave pri razumevanju razmerja verjetnosti kot pri razumevanju Bayesove teorije.

15.2. **Učinkovitost Bayesove teorije pri zmanjšanju zmote obrambnega odvetnika.** Zmota odvetnika je manj znana različica pogostejše tožilske zmote. Pri zmoti odvetnika je porota spodbujena, da asociativnih dokazov ne upošteva kot nepomembnih, ne glede na to, kako redka je značilnost ujemanja.
Za ponazoritev si predstavljajte sojenje z enakim ujemanjem krvi kot pri tožilčevi zmoti, vendar z dodatnimi dokazi proti obtožencu, kot sta očividec in posedovanje orodja za kaznivo dejanje. Zagovornik lahko kljub temu poroti pove, da je verjetnost obtoženčeve krivde le 1 proti 1000. To bi bilo sicer pravilno, če bi obtožnica utemeljevala primer samo na podlagi ujemanja krvi, vendar obrambni odvetnik dejansko prosi poroto, naj ne upošteva drugih dokazov razen ujemanja krvi. To je zmota obrambnega odvetnika. Če obrambnemu odvetniku uspe prepričati poroto, da verjame tej napačni logiki, lahko dodatni dokazi o ujemanju krvi napačno zmanjšajo verjetnost krivde pri poroti.

Čeprav so učinki tožilčeve zmote lahko hujši kot učinki zmote odvetnika (kazenska obsodba v primerjavi s kazensko oprostitvijo), so porote morda bolj dovzetne za slednjo kot za prvo.

15.3. **Učinkovitost Bayesove teorije pri zmanjšanju zasliševalčeve zmote.** To zmoto opredeljujemo kot zmoto, ki se kaže v tem, da izpovedni dokazi nikoli ne morejo zmanjšati verjetnosti krivde - v določenih okoliščinah lahko priznanje zmanjšal verjetnost krivde. Vprašanje je, kdaj natančno je priznanje znak krivde in kdaj ne. Priznanje poveča verjetnost krivde le, kadar je verjetnost priznanja, če je oseba kriva, večja od verjetnosti priznanja, če je oseba nedolžna. Če se H nanaša na trditev, da je oseba kriva, E pa na trditev, da oseba prizna, velja

$$P(H|E) > P(H|\neg E)$$

velja le pod pogojem, da je

$$P(E|H) > P(E|\neg H).$$

Trditev 15.1. *Obstoj priznanja poveča verjetnost krivde, če in samo če je manj verjetno, da bo nedolžna oseba priznala kot kriva.*

Slednjo trditev je mogoče izpeljati s pomočjo Bayesove teorije:

$$\frac{P(H|E)}{P(\neg H|E)} = \frac{P(H)}{P(\neg H)} \times \frac{P(E|H)}{P(E|\neg H)} \tag{17}$$

Na levi strani je $\frac{P(H|E)}{P(\neg H|E)}$, razmerje posteriornih verjetnosti krivde in nedolžnosti (tj. verjetnosti po upoštevanju priznanja). Enak je zmnožku dveh drugih razmerij na desni strani. Razmerje $\frac{P(H)}{P(\neg H)}$ predstavlja razmerje predhodnih verjetnosti krivde in nedolžnosti (to je verjetnosti krivde in nedolžnosti pred upoštevanjem dejstva priznanja). Zadnje razmerje, $\frac{P(E|H)}{P(E|\neg H)}$, se imenuje razmerje verjetnosti in določa, kakšen vpliv bo imel nov dokaz (priznanje) na verjetnosti krivde in nedolžnosti. Zlasti bo posteriorna verjetnost krivde večja od predhodne verjetnosti krivde le, če bo razmerje verjetnosti večje od 1. Če pa je razmerje verjetnosti $\frac{P(E|H)}{P(E|\neg H)} < 1$, priznanje dejansko postane kazalnik nedolžnosti.

Ni nujno, da iz vsega tega sledi, da bi bil obstoj priznanja v tej situaciji dokaz proti krivdi. V nasprotju s tem, bi lahko priznanje še vedno povečalo verjetnost krivde, tudi če je bolj verjetno, da bo nedolžna oseba priznala kot kriva. Takšna zamisel se zdi logično nemogoča, če pogledamo (17). Vendar želim povedati, da enačba (17) morda ni prava formula za uporabo v tem primeru. Morda obstaja še eno empirično dejstvo, ki je pomembno za verjetnost krivde. V tem primeru bi morali uporabiti bolj zapleteno formulo, ki bi vključevala to dejstvo. Ker tu preučujemo dokazni učinek priznanja, ki je rezultat zaslišanja, verjetnost, ki jo iščemo, v resnici ni verjetnost, da je oseba X kriva, če je priznala, ampak verjetnost, da je oseba X kriva, če je priznala in če je bila zaslišana. Zato je treba razmerje posteriornih verjetnosti izraziti na naslednji bolj celovit način, pri čemer I predstavlja trditev »je bil zaslišan«:

$$\frac{P(H|E,I)}{P(\neg H|E,I)} = \frac{P(H|I)}{P(\neg H|I)} \times \frac{P(E|H,I)}{P(E|\neg H,I)} \tag{18}$$

in z nadaljnjo razširitvijo prvega razmerja verjetnosti na desni strani (18)

$$\frac{P(H|E,I)}{P(\neg H|E,I)} = \frac{P(H)}{P(\neg H)} \times \frac{P(I|H)}{P(I|\neg H)} \times \frac{P(E|H,I)}{P(E|\neg H,I)} \tag{19}$$

Da bi videli, zakaj je prvo razmerje na desni strani (18) enakovredno produktu prvih dveh razmerij na desni strani (19), najprej upoštevajmo naslednji dve osnovni verjetnostni resnici:

$$P(H|I) = \frac{P(H) \times P(I|H)}{P(I)} \tag{20}$$

$$P(\neg H|I) = \frac{P(\neg H) \times P(I|\neg H)}{P(I)} \tag{21}$$

Če zdaj (20) delim z (21) dobim

$$\frac{P(H|I)}{P(\neg H|I)} = \frac{P(H)}{P(\neg H)} \times \frac{P(I|H)}{P(I|\neg H)} \tag{22}$$

Enačba (22) dokazuje, da sta (18) in (19) enakovredni.

Primerjajmo enačbo (17) z enačbo (19), ki daje popolnejšo sliko stanja. Na levi strani je v vsakem primeru razmerje posteriornih verjetnosti krivde in nedolžnosti, s to razliko, da so v (17) te verjetnosti pogojene samo s priznanjem, medtem ko so v (19) pogojene tako s priznanjem kot z zaslišanjem. Prvo razmerje na desni strani je enako tako v (17) kot (19): razmerje predhodnih verjetnosti H in $\neg H$. Tudi zadnje razmerje na desni strani je v obeh primerih podobno: verjetnost priznanja glede na krivdo (in zaslišanje), deljena z verjetnostjo priznanja glede na nedolžnost (in zaslišanje). V enačbi (19) imamo na desni strani razmerje $\frac{P(I|H)}{P(I|\neg H)}$, kar je verjetnost, da vas bo policija zaslišala, če je oseba kriva, deljena z verjetnostjo, da vas bo policija zaslišala, če je oseba nedolžna. To razmerje je večje od 1. Razumno je namreč pričakovati, da bo policija z večjo verjetnostjo izbrala za zaslišanje nekoga, ki je kriv, kot nekoga, ki je nedolžen. Prav to razmerje v (19) razkriva, kaj je narobe z zgornjo trditvijo, da se lahko verjetnost krivde po priznanju poveča le, če je $P(E|H) > P(E|\neg H)$.

To lahko pokažemo s preprostim protiprimerom. Sprejmimo domnevo, da kriminalci pod policijskim nadzorom redkeje priznajo kot nedolžni ljudje. Recimo, da prizna le 40 odstotkov krivcev, medtem ko prizna 60 odstotkov nedolžnih. Ker je zaradi tega verjetnost priznanja glede na krivdo manjša od verjetnosti priznanja glede na nedolžnost, se zdi, da sledi, da zdaj obstoj priznanja ne more povečati verjetnosti krivde od tiste, ki je bila pred priznanjem. Toda predpostavimo še, da je verjetnost, da bo policija zaslišala krivega, devetkrat večja kot verjetnost, da bo zaslišala nedolžnega posameznika. Nazadnje predpostavimo, da je predhodna verjetnost, da je oseba X kriva, na podlagi vseh dokazov pred priznanjem, 0,75.

Verjetnosti, ki veljajo za opisano situacijo:

$P(E|H,I) = 0,4$

$P(E|\neg H,I) = 0,6$

$P(H) = 0,75$

$P(\neg H) = 0.25$

$\frac{P(I|H)}{P(I|\neg H)} = 9.$

Sledi po enačbi (19)

$$\frac{P(H|E,I)}{P(\neg H|E,I)} = \frac{P(H|I)}{P(\neg H|I)} \times \frac{P(E|H,I)}{P(E|\neg H,I)} = \frac{0,75}{0,25} \times 9 \times \frac{0,4}{0,6} = 18 \tag{23}$$

Enačba (23) nam pove, da je verjetnost, da je oseba X kriva, ob upoštevanju vseh okoliščin, 18-krat večja od verjetnosti, da je nedolžena. Ker mora biti bodisi kriva bodisi nedolžena, lahko to razmerje uporabimo za pridobitev posteriorne verjetnosti krivde osebe X. Verjetnost, da je kriva, glede na to, da je priznala (in da je bil zaslišana), je 18/19 ali 0,95. Pred priznanjem je bila verjetnost krivde 0,75. Po priznanju se verjetnost krivde poveča na 0,95 kljub temu, da je verjetnost, da bo priznala, če je kriva, manjša od verjetnosti, da bo priznala, če je nedolžena.
S tem je dokaz, da je priznanje lahko dokaz krivde le, če je verjetnost priznanja glede na krivdo večja od verjetnosti priznanja glede na nedolžnost, popoln.

16. Nadaljevanje primera sodbe medicinski sestri Lucii de Berg: Interpretacija verjetnosti na sodišču

Sodišče je bilo mnenja, da verjetnostni izračun, ki ga je podal Henk Elfferson, pomeni, da je osumljenka vse dogodke, navedene v obtožnici, doživela naključno. Ti izračuni naj bi poseldično prikazovali, da je velika verjetnost, da obstaja povezava med izmeno osumljenke in pojavom incidenta. Te sklepi sodišča bi morali statistikom vzbujati dvome, saj se sodba dvoumna in lahko bi rekla, da je sodišče storilo znano tožilčevo zmoto. Po sklepu sodišča bi lahko rekli, da govorijo o verjetnosti, da se je nekaj zgodilo ob predpostavki, da je vse popolnoma naključno ali pa si sodbo sodišča razlagamo kot verjetnost, da se je nekaj naključno zgodilo. Te dve trditvi pa sta različni, kar lahko pokažem z naslednjimi formulami. Naj bo
F ... opazovani dogodek;
H_0 ... trditev, da se dogodek zgodi naključno.
Henk Elffers je izračunal verjetnost $P(F|H_0) < 342 \times 10^{-6}$, medtem ko je sodišče mislilo, da je Elffersonova izračunana verjetnost v bistvu $P(H_0|F)$, kar pa je definicija tožilčeve zmote.

Torej poleg tega, da je bila uporabljena metoda za izračun verjetnosti nekoliko sporna, kljub kasnejšim popravkom, je na koncu prišlo še do napake na sodišču, zaradi nerazumevanja pogojnih verjetnosti. Če bi hoteli pravično sodbo, bi, po mojem mnenju, seveda morali najprej izbrati ustrezne metode za izračun vseh verjetnosti, predstavitev statistične analize na sodišču pa bi morala biti bolj temeljita in prilagojena razumevanju sodnikom, odvetnikom in poroti. Sodba se je kasneje ponovno odprla, zaradi ugovorov na uporabljene metode Henka Elffersona.

17. Izogibanje zmotam z uporabo Bayesovih omrežij

Ker je največkrat težava v tem, da se večina odvetnikov in sodnikov ob pogledu na verjetnostne izračune in statistično analizo dokazov, ustraši, se mi zdijo Bayeosova omrežja dober predlog za predstavitev verjetnostnih izračunov.

17.1. Opredelitev. Bayesova omrežja pomagajo določiti ustrezne verjetnostne formule, ne da bi prikazali njihovo polno algebrsko obliko, in omogočajo skoraj popolno avtomatizacijo potrebnih verjetnostnih izračunov.

Definicija 17.1. Bayesovo omrežje je verjetnostni grafični model, ki predstavlja množico spremenljivk in njihovih pogojnih odvisnosti prek usmerjenega acikličnega grafa.

Vozlišča teh usmerjenih acikličnih grafov predstavljajo spremenljivke (lahko so opazovane količine, latentne spremenljivke, neznani parametri ali hipoteze). Povezave predstavljajo pogojne odvisnosti; vozlišča, ki niso povezana, predstavljajo spremenljivke, ki so pogojno neodvisne druga od druge. Vsako vozlišče je povezano z verjetnostno funkcijo, ki kot vhodni podatek sprejme določen niz vrednosti za nadrejene spremenljivke vozlišča in kot izhodni podatek poda verjetnost (ali verjetnostno porazdelitev, če je primerno) spremenljivke, ki jo predstavlja vozlišče. Puščice predstavljajo razmerja pomembnosti, ki jih strokovnjak predvideva v okviru zadevnega problema sklepanja. Usmerjena povezava od vozlišča A do vozlišča B pomeni, da ima A neposreden vpliv na B. Povezave med vozlišči se včasih razlagajo kot vzročne povezave, vendar opredelitev Bayesovih omrežij ne zahteva, da povezave predstavljajo vzročni vpliv. Na splošno velja, da povezave v omrežju predstavljajo verjetnostna razmerja pomembnosti. Značilnost Bayesovih omrežij je vključitev verjetnosti v obliki tabel, povezanih z vsakim vozliščem. To omogoča razlago narave in moči odnosov med različnimi grafičnimi komponentami omrežja. Tabele verjetnosti vozlišč lahko torej obravnavamo kot sredstvo za povezovanje modela s podatki.

17.2. **Uporaba Bayesovih omrežij na sodišču.** Bayesova omrežja, ki temeljijo na Bayesovi teoriji in teoriji grafov, ponujajo forenzičnim znanstvenikom več prefinjenih možnosti. Tem metodam se daje poseben poudarek, kadar je treba med konkurenčnimi hipotezami izbrati najverjetnejšo, izbira pa mora biti podprta z znanstveno utemeljeno argumentacijo. Primerna so za analizo dogodka, ki se je zgodil, in napovedovanje verjetnosti, da je k temu prispeval katerikoli od več možnih znanih vzrokov. Prednosti Bayesovih mrež se najbolj izrazito pokažejo na zapletenih področjih z več spremenljivkami. Kriminalistične aplikacije Bayesovih omrežij segajo od prepoznavanja storilcev, posameznih in kompleksnih konfiguracij različnih vrst sledi ter problemov sklepanja, ki vključujejo rezultate analiz DNK.
Ti grafični modeli verjetnosti bistveno izboljšajo vrednotenje verjetnostnih razmerij, ki se uporabljajo za ocenjevanje znanstvenih dokazov. Omogočajo, da se lotimo kompleksnejših verjetnostnih analiz, kot bi bilo to mogoče s tradicionalnimi pristopi, kar še posebaj pride prav pri primerih z ogromno doazi.

Struktura Bayesovega omrežja v pravnem kontekstu je dovzetna za napačne predpostavke in napake v procesu ustvarjanja. Izbira vozlišč za dokaze je lahko pristranska glede na to, kakšna vrsta argumenta je predstavljena. Argumenti obrambe ali tožilstva lahko na primer poudarjajo nasprotne sklepe in zato vključujejo le podskupino dokazov. Če se za izdelavo ne uporablja dosleden okvir, lahko Bayesovo omrežje, ki jih oblikujejo različne stranke za en primer, kažejo različne rezultate. Pri oblikovanju Bayesovega omrežja za pravno sklepanje ključnega pomena, da se oblikuje omrežje, ki je razumljivo poroti in sodniku.

Prikaz Bayesovega omrežja se mora ujemati z intuitivnim pripisovanjem vzročnoposledičnih povezav med končno hipotezo, kot je »Obtoženec je kriv.«, podhipotezo »Obtoženec je bil na kraju zločina.« in dokazi primera. Poleg težav, ki se pojavijo med postopkom strukturiranja, je problematično tudi sklepanje iz omrežja, če se izvaja ob napačnih predpostavkah. Verjetnosti, tudi če temeljijo na strokovni presoji, so lahko pristranske zaradi dejavnikov motenj v postopku pridobivanja podatkov. Metode za sklepanje morajo zato zagotoviti, da se verjetnosti omrežij ne razlagajo napačno kot dejstva in da se izpostavi dejavnik negotovosti. Primerjati morajo verjetnosti za nasprotujoče si hipoteze in morajo zagotoviti okvir za pravnike, da iz mreže sklepajo na argumente.

18. Zaključek

napiš Še

Literatura

[1] C. Aitken, G. Jackson in P. Roberts, *1. Fundamentals of Probability and Statistical Evidence in Criminal Proceedings*, Guidance for Judges, Lawyers, Forensic Scientists and Expert Witnesses, Communicating and Interpreting Statistical Evidence in the Administration of Criminal Justice, 2010.

[2] C. Aitken in Y. McDermott, *Analysis of evidence in international criminal trials using Bayesian Belief Networks*, Law, Probability and Risk, **16** (2017) 111-129.

[3] C. Aitken, W. C. Thompson in F. Taroni, *How the Probability of a False Positive Affects the Value of DNA Evidence*, J. Forensic Sci., **48** (2003) 47-54.

[4] D. Balding, N. Fenton, R. Gill, D. Lagnado in L. Schneps *Twelve Guiding Principles and Recommendations for Dealing with Quantitative Evidence in Criminal Law*, Probability and Statistics in Forensic Science,Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences, 2017.

[5] D. Berger, N. Fenton in M. Neil, *Bayes and the Law*, Annu Rev Stat Appl. Author manuscript., **3** (2016) 51-77.

[6] M. Conklin, *The Effectiveness of Bayesian Jury Instructions in Mitigating the Defense Attorney's Fallacy*, Hous. L. Rev., **73** (2019) 21-30.

[7] M. Collins, R. Gill, M. Van Lambalgen in R. Meester, *On the (ab)use of statistics in the legal case against the nurse Lucia de B.*, Law, Probability and Risk, **5** (2007) 233-250.

[8] C. Dahlman in E. Kolflaath, *The Problem of the Prior in Criminal Trials*, Lund University in University of Bergen, 2021.

[9] N. Fenton in M. Neil, *Avoiding Probabilistic Reasoning Fallacies in Legal Practice using Bayesian Networks*, RADAR, School of Electronic Engineering and Computer Science, Queen Mary (University of London), 2008.

[10] N. Fenton in M. Neil, *The "Jury Observation Fallacy" and the use of Bayesian Networks to present Probabilistic Legal Arguments*, Oddelek za računalništvo in informatiko, Faculty of Informatics and Mathematical Sciences, Queen Mary and Westfield College, 2000.

[11] J. L. Gastwirth, *Statistical Reasoning in the Legal Setting*, The American Statistician, **46** (1992) 55–69.

[12] A. Giannini, *Theories of Evaluation of Evidence and the International Criminal Court Practice*, Maastricht University - Department of Criminal Law and Criminology, 2017.

[13] N. Iliinsky in D. Westreich, *Epidemiology Visualized: The Prosecutor's Fallacy*, American Journal of Epidemiology, **179** (2014) 1125-1127.

[14] C. de Macedo, *Guilt by statistical association: revisiting the prosecutor's fallacy and the interrogator's fallacy*, The Journal of Philosophy, **105** (2008) 320-332.

[15] R. A. Matthews, *The interrogator's fallacy*, Aston University, 1995.

[16] J. Orbán, *Bayesian Networks in Law Enforcement*, Budapest University of Technology and Economics, 2022.

[17] E. L. Schumann in W. C. Thompson, *Interpretation of Statistical Evidence in Criminal Trials*, Law and Human Behavior, **11** (1987) 167–187.

[18] E. L. Schumann in W. C. Thompson, *Interpretation of statistical evidence in criminal trials - The Prosecutor's Fallacy and the Defense Attorney's Fallacy*, Law and Human Behavior, **11** (1987) 167-187.

[19] N. Scurich, *Interpretative Arguments of Forensic Match Evidence: An Evidentiary Analysis*, University of Southern California, 2010.

[20] R. Tarling, *Statistical applications in criminology*, The Statisticia. **35** (1986) 369-388.

[21] C. Aitken, S. Bozza in F. Taroni, *Evidence for Forensic Scientists*, **3**, Wiley, West Sussex, 2021.

[22] M. B. Blankenship in G. F. Vito, *Statistical analysis in criminal justice and criminology: a user's guide*, **1**, Prentice Hall, Upper Saddle River, 2002.

[23] B. Byers in J. McKean, *Data analysis for criminal justice and criminology: practice and applications*, **1**, Allyn and Bacon, Boston, 2000.

[24] M. O. Finkelstein in B. Levin, *Statistics for Lawyers - Statistics for Social and Behavioral Sciences*, **3**, Springer, New York, 2015.

[25] P. D. Hoff, *A First Course in Bayesian Statistical Methods*, **1**, Springer, New York, 2009.

[26] S. Maddan in J. T. Walker, *Statistics in criminology and criminal justice: analysis and interpretation*, **3**, Jones and Bartlett Publishers, Sudbury, 2009.

[27] B. Marcot, P. Naim in O. Pourret, *Bayesian Networks, A Practical Guide to Applications*, **1**, John Wiley & Sons, West Sussex, 2008.
[28] M. Di Bello, *Statistics and probability in criminal trials*, doktorska dizertacija, Oddelek za filozofijo, Univerza Stanford, 2013.
[29] J. Balaba, *Statistical Analysis In Criminal Justice Research*, v: Journal of Civil and Legal Sciences, 5, [3. december 2022], dostopno na `https://www.omicsonline.org/open-access/statistical-analysis-in-criminal-justice-research-2169-0170-1000203.pdf`.
[30] A. Biedermann, F. Taroni, W. C. Thompson in J. Vuille, *The role of prior probability in forensic assessments*, v: Front Genet., 3, [15. oktober 2022], dostopno na `https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3809556/`.
[31] D. A. Glover in V. Ramakrishnan, *The use of statistics in legal proceedings: a primer for courts*, v: The Royal Society, 1, [25. november 2022], dostopno na `royalsociety.org/science-and-law`.
[32] W. P. Skorupski in H. Wainer, *The Bayesian flip: Correcting the prosecutor's fallacy*, v: Royal Statistical Society, 4, [22. oktober 2022], dostopno na `https://rss.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1111/j.1740-9713.2015.00839.x`.
Peter D. Hoff