

# Statistika v kazenskem pravu

## Kratka predstavitev diplomske naloge

Neža Kržan

Mentor: izr. prof. Jaka Smrekar  
Fakulteta za matematiko in fiziko

Ljubljana, 28.november 2022

# Kratek pregled

## 1 Bayesova statistika

# Kratek pregled

- 1 Bayesova statistika
- 2 Bayesova analiza

# Kratek pregled

- 1 Bayesova statistika
- 2 Bayesova analiza
- 3 Drugi pristopi

# Kratek pregled

- 1 Bayesova statistika
- 2 Bayesova analiza
- 3 Drugi pristopi
- 4 Zmote

# Kratek pregled

- 1 Bayesova statistika
- 2 Bayesova analiza
- 3 Drugi pristopi
- 4 Zmote
- 5 Primer - Lucia De Berk

# Bayesova statistika

Bayesovo sklepanje razlaga verjetnost kot merilo verjetnosti ali zaupanja, ki ga lahko ima posameznik glede nastanka določenega dogodka.

- O dogodku lahko že imamo predhodno prepričanje oziroma apriorno prepričanje.
- Ta se lahko spremeni, ko se pojavijo novi dokazi.

Bayesova statistika nam daje matematične modele za vključevanje naših apriornih prepričanj in dokazov za ustvarjanje novih prepričanj.

# Bayesovo pravilo

Bayesovo sklepanje temelji na Bayesovem pravilu, ki izraža verjetnost nekega dogodka z verjetnostjo dveh dogodkov in obrnejnje pogojne verjetnosti. Pogojna verjetnost predstavlja verjetnost dogodka, glede na drug dogodek. S pomočjo formule za pogojno verjetnost dobimo

Bayesovo pravilo:

$$P(H|E) = \frac{P(E|H) \times P(H)}{P(E)}, \quad (1)$$

verjetnost dogodka E lahko še razpišemo in dobimo:

$$P(H|E) = \frac{P(E|H) \times P(H)}{P(E|H)P(H) + P(E|\neg H)P(\neg H)}. \quad (2)$$



# Bayesova analiza

Na voljo imamo dokaz  $E$ , nas pa zanima pogojna verjetnost

$$P(kriv|E), \quad (3)$$

pri čemer nam je lahko v pomoč Bayesovo pravilo. To v teoriji drži, čeprav je v praksi izračun verjetnostne krivde lahko preveč zapleten.

Z Bayesovim pravilom lahko ocenimo verjetnosti vmesnih trditev oziroma dokazov, ki so ključnega pomena za ugotavljanje obtoženčeve krivde.

# Poenostavljena Bayesova analiza

Naj bo:

$S$  ... trditev, da je obtoženec vir sledi DNK s kraja zločina;

$M$  ... trditev, da se obtoženčev DNK ujema z DNK-jem s kraja zločina;

$f$  ... funkcija pogostosti ujemanja DNK z DNK-jem s kraja zločina.

Želimo vedeti, kakšna je verjetnost  $S$  glede na  $M$ , tj.  $P(S|M)$ .

Bayesovo pravilo lahko uporabimo na naslednji način:

$$\frac{P(S|M)}{P(\neg S|M)} = \frac{P(M|S)}{P(M|\neg S)} \times \frac{P(S)}{P(\neg S)}.$$

# Poenostavljena Bayesova analiza

$$\frac{P(S|M)}{P(\neg S|M)} = \frac{P(M|S)}{P(M|\neg S)} \times \frac{P(S)}{P(\neg S)}.$$

- Verjetnosti  $P(S)$  in  $P(\neg S)$  je težko oceniti, ker ne vemo kakšna je množica osumljencev;
- $P(M|S) = 1$  - **lažno negativni rezultat**;
- $P(M|\neg S) = f$  - **lažno pozitivni rezultat**;

Ob upoštevanju lažno negativnega in pozitivnega rezultata sledi:

$$\frac{P(S|M)}{P(\neg S|M)} = \frac{1}{f} \times \frac{P(S)}{P(\neg S)}.$$

# Izpopolnjena Bayesova analiza

Za upoštevanje možnosti laboratorijskih napak, bomo namesto  $M$  uvedli spremenljivko  $M_p$ .

$M_p$  ... poročano ujemanje laboratorijske analize;

$M_t$  ... trditev, da obstaja dejansko ujemanje v DNK-ju;

$\neg M_t$  ... trditev, da obstaja neujemanje v DNK-ju.

Sledi:

$$P(M_p|\neg S) = P(M_p|M_t)P(M_t|\neg S) + P(M_p|\neg M_t)P(\neg M_t|\neg S).$$

# Izpopolnjena Bayesova analiza

$$P(M_p|\neg S) = P(M_p|M_t)P(M_t|\neg S) + P(M_p|\neg M_t)P(\neg M_t|\neg S).$$

Sedaj je:

- $P(M_t|\neg S) = f$  in zato
- $P(\neg M_t|\neg S) = 1 - f$ ;

$P(M_p|\neg M_t) = FP$  ... verjetnost lažno pozitivnih rezultatov laboratorija

$P(M_p|M_t) = FN$  ... verjetnost lažno negativnih rezultatov laboratorija.

Sledi:

$$P(M|\neg S) = [(1 - FN) \times f] + [FP \times (1 - f)].$$

# Frekvence in edinstvenost

## Naravne frekvence (angl. natural frequencies):

- bolj naraven način za obravnavo verjetnosti;
- potrebno je izračunati, koliko ljudi z zadevnim profilom DNK je v populaciji osumljencem, tako da pogostost profila DNK pomnožimo z velikostjo populacije osumljencev.

## Edinstvenost (angl. uniqueness method)

V primeru ko je na primer pogostost profila DNK oz. frekvenca še posebej majhna, je bolje raziskovati ali je profil DNK edinstven ali ne.

# Naključno ujemanje in razmerja verjetnosti

## **Metoda verjetnost naključnega ujemanja (angl. random match probability):**

- izraža možnost, da bi imel naključni posameznik, ki ni povezan z obdolžencem, ustrezeni DNK profil;
- težava tega pristopa je, da verjetnost naključnega ujemanja lahko predstavljena oziroma razumevana narobe.

Bayesovo pravilo vključuje razmerje verjetnosti in predhodno oziroma apriorno verjetnost.

## **Metoda razmerja verjetnosti:**

- koristna v Veliki Britaniji in ZDA;
- Bayesovo pravilo se lahko šteje kot poseg v pravice porote;
- poroti naj ne bi bilo potrebno govoriti, kako naj presoja in razmišlja.

# Zmote v kazenskem pravu

Številne zmote so zlasti posledica napačnega razumevanja pogojne verjetnosti.

- **Tožilčeva zmota (angl. Prosecutor's fallacy),**
- **Zmota obrambnega odvetnika (angl. Defense attorney's fallacy) in**
- **Zasliševalčeva zmota (angl. Interrogator's fallacy).**



# Tožilčeva zmota

- Pogosto se pojavlja v kazenskem pravu;
- izhaja iz napačnega razumevanja pogojnih verjetnosti in vprašanj večkratnega testiranja;

temelji na predpostavki, da je

$$P(H|E) = P(E|H) \quad (4)$$

$H$  ... primer, da se najdejo dokazi o obtožencu,

$E$  ... primer, da je obtoženec nedolžen.

Ta enakost ne drži: čeprav je  $P(H|E)$  običajno zelo majhna, je lahko  $P(E|H)$  še vedno veliko večja.

# Zmota obrambnega odvetnika

- pojavi se, ko se poroča o tem, koliko ljudi z določeno značilnostjo, se pojavi v določeni populaciji;
- predpostavlja se, da je storilec del neke poljubno velike populacije in da ni na voljo drugih informacij, torej je za vse enako verjetno, da so storilci.

Na podlagi teh predpostavk lahko sklepamo, da obstaja majhna verjetnost, da je osumljenec storilec kaznivega dejanja.

# Lucia De Berk

- Mediciška sestra Lucia De Berk obsojena na dosmrtno kazen, zaradi domnevnega ubija več bolnikov v dveh bolnišnicah;
- postavilo se je vprašanje: **Ali je Luciina prisotnost pri toliko smrtih bolnikov naključna?**
- postavili so dve hipotezi;
- izračuni so bili pomankljivi na večih področjih;
- verjetnostni model je bil preveč poenostavljen;
- verjetnost, da je osumljenka doživela toliko smrti bolnikov, je bila napačno interpretirana.

Zgodila se je tako imenovana **Tožilčeva zmota**.