

UNIVERZA V LJUBLJANI
Fakulteta za matematiko in fiziko

Finančni praktikum

SKORAJ KONSTANTNE VSOTE TRIKOTNIH
FUNKCIJ NA ZAPRTEM INTERVALU

Opis problema in načrt dela

Avtorja:

Neža KRŽAN
Oskar VAVTAR

Mentorja:

prof. dr. Sergio CABELLO
doc. dr. Janoš VIDALI

Ljubljana, 12. november 2021

1 Navodilo

Imamo nabor n trikotnih funkcij. Izmed njih želimo izbrati podmnožico največ sedmih, da bo njihova vsota čim bolj konstantna na intervalu $[0, 1]$ - s tem mislimo, da je razlika med maksimalno in minimalno vrednostjo vsote najmanjša možna. Ali je metoda celoštevilskega linearnega programiranja primerna za ta problem? Lahko uporabimo kakšne druge metode? Kako bi sami generirali smiselne vhodne podatke za ta problem? Bi lahko na enak način obravnavali tudi druge funkcije, npr. preproste stopničaste funkcije?

2 Razmislek in potek dela

Očitno je, da je več aspektov tega problema mogoče posplošiti. Trikotne funkcije lahko nadomestimo s katerimi drugimi preprostimi funkcijami (npr. stopničasto), kar v začetni fazi eksperimentiranja nameravamo tudi storiti. Namesto 7 funkcij, jih lahko izberemo m , $m \leq n$. Namesto intervala $[0, 1]$ pa lahko izbereva poljuben zaprt interval $[a, b]$, $-\infty < a \leq b < \infty$.

Po pregledu ostalih enostavnih funkcij, se bova lotila eksperimentiranja z različnimi trikotnimi funkcijami, npr.:

- nabor trikotnih funkcij z isto višino ali širino
- simetrične trikotne funkcije
- asimetrične trikotne funkcije
- nabor trikotnih funkcij z isto (fiksirano) ploščino

V primeru, da metoda celoštevilskega linearnega programiranja ni primerna za reševanje tega optimizacijskega problema, bova iskala druge primerne metode. Tekom eksperimentiranja s trikotnimi funkcijami, se bova dotaknila tudi načinov, kako te za namene našega problema sploh smiselno generirati.

Kot opisano v navodilu je "čim bolj konstantno" mišljeno kot čim manjša razlika med maksimalno in minimalno vrednostjo vsote funkcij na intervalu. Iz nabora funkcij $\{f_1, \dots, f_n\}$ želimo torej izbrati tako podmnožico $\{f_{(1)}, \dots, f_{(m)}\}$, $m \leq n$, da bo dosežen

$$\min_{\{f_{(1)}, \dots, f_{(m)}\} \subseteq \{f_1, \dots, f_n\}} \left(\max_{x \in [a, b]} \sum_{i=1}^m f_{(i)}(x) - \min_{x \in [a, b]} \sum_{i=1}^m f_{(i)}(x) \right)$$

na zelenem zaprtem intervalu $[a, b]$ (v navodilih $[0, 1]$). Pomisleke imava glede primernosti linearnega programiranja, saj funkciji max in min nista linearni. Premislila bova tudi o potencialni boljši matematični formulaciji problema. Pomagala si bova tudi z dejstvom, da so funkcije s katerimi imava opravka zvezne ter odsekoma linearne – prav tako njihove vsote – ter da se ekstremi takih funkcij lahko pojavljajo le na mestih, kjer se te lomijo, v kontekstu našega problema pa tudi na robovih ustreznega intervala.

3 Programsko okolje in implementacija

Za implementacijo problema sva se odločila za uporabo programskega jezika **Sage**, ker ima že vgrajeno podporo za celoštevilsko linearno programiranje. V osnovi sloni na programskem jeziku **Python**, z dodatno podporo za matematiko, nastal pa je kot alternativa programskemu jeziku **Mathematica**. V primeru, da bi nama **Sage** delal težave, se bi obrnila še na programska jezika **R** in **Python**. V **R** bi uporabila knjižnici za linearno programiranje **lpSolve** in **lpSolveAPI**. V **Pythonu**-u bi se lahko obrnila na paketa **SciPy** in **PuLP**.