PRINCIPI RAČUNANJA ZAVAROVALNIH PREMIJ

Zakaj mora čista premija presegati pričakovano škodo

Neža Kržan

Fakulteta za matematiko in fiziko

ZAVAROVALNA PREMIJA

Zavarovalna premija je plačilo za zavarovanje oziroma cena zavarovanja.

- Zavarovanec plača bruto premijo.

ZAVAROVALNA PREMIJA

Zavarovalna premija je plačilo za zavarovanje oziroma cena zavarovanja.

- Zavarovanec plača bruto premijo.
- Bruto premija se deli na **čisto premijo** in **režijski dodatek**.

ČISTA PREMIJA

Trditev:

Denimo, da je škoda vsako leto porazdeljena normalno, torej $N(\mu, \sigma^2)$. Višine škodnih zahtevkov vsako leto so med seboj neodvisne in

- K_n naj bo kapital n-tega leta,
- z naj bo začetni kapital ob letu 0,
- μ_i je pričakovana vrednost šode i-tega leta ter
- X_i naj bo višina škodnega zahtevka v i-tem letu.

Potem za kapital zavarovalnice v n-tem letu velja:

$$K_n = z + \sum_{i=1}^{n} (\mu_i - X_i).$$

VERJETNOST PROPADA

V zavarovalništvu se uporablja teorija propada ali teorija tveganja, ki uporablja matematične modele za opis ranljivosti zavarovalnice za plačilno nesposobnost oziroma propad.

- Vedno upoštevamo časovni razvoj kapitala $U(t)$ zavarovalnice.

VERJETNOST PROPADA

V zavarovalništvu se uporablja teorija propada ali teorija tveganja, ki uporablja matematične modele za opis ranljivosti zavarovalnice za plačilno nesposobnost oziroma propad.

- Vedno upoštevamo časovni razvoj kapitala $U(t)$ zavarovalnice.
- $\psi(u)$ označuje verjetnost, da se propad zavarovalnice zgodi.

- Verjetnost propada omogoča primerjavo portfeljev.
- Ne moremo pa ji pripisati absolutni pomen verjetnosti uničenja.

Dejansko ne predstavlja verjetnosti, da bo zavarovalnica propadla.

- Traja lahko več stoletij, da se propad zgodi.
- Očitni posegi v proces so izključeni pri opredelitvi verjetnosti uničenja.

APROKSIMACIJA VERJETNOSTI PROPADA

Za verjetnostne porazdelitve je težko najti točno vrednost verjetnosti propada $\psi(u)$, zato potrebujemo dobre in preproste približke za verjetnost propada.

Predstavila vam bom šest možnih aproksimacij.

Aproksimacija verjetnosti propada

Za aproksimacijsko funkcijo vzamemo

$$\psi(u) \approx \frac{1}{1+\theta} e^{-Ru}.$$

kjer je R koeficient prilagoditve porazdelitve velikosti terjatev.

Aproksimacija verjetnosti propada

Pri prejšni aproksimaciji lahko vzamemo tudi natančno verjetnost propada porazdeljeno eksponentno s koeficientom prilagoditve R, kar je

$$\psi(u) \approx (1 - R\mu_1)e^{-Ru}.$$

Aproksimacija verjetnosti propada

Če zamenjamo porazdelitev terjatev z eksponentno porazdelitvijo z enako pričakovano vrednostjo, dobimo

$$\psi(u) \approx \frac{1}{1+\theta} exp(-\frac{\theta}{1+\theta}\frac{u}{\mu_1}).$$

Aproksimacija verjetnosti propada

Če $\psi(u)$ aproksimiramo z $\psi(0)e^{-ku}$, kjer je k tak, da velja

$$\int_0^\infty \psi(u)du = \frac{\mu_2}{2\theta\mu_1}$$

za aproksimacijo

$$\psi(u) \approx \frac{1}{1+\theta} exp(\frac{-2\theta\mu_1 u}{(1+\theta)\mu_2}).$$

Aproksimacija verjetnosti propada

Še ena možnost je aproksimacija z diskretno porazdelitvijo.

Če pa verjetnost propada aproksimiramo z geometrijsko porazdelitvijo, nam ta omogoča uporabo Panjerjeve rekurzije, če so posamezni členi celoštevilski.

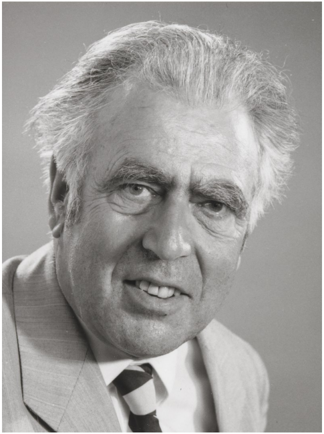
PRINCIPI RAČUNANJA ZAVAROVALNIH PREMIJ

Princip premije je dobro definirano pravilo za izračun premije za dano tveganje, ki pa je slučajna spremenljivka.

Premija vključuje tako proces tveganja kot parameter tveganja, provizije in stroški pa so izločeni iz principa premije.

IZRAČUN PREMIJE OD ZGORAJ NAVZDOL

- Hans Bühlmann je opisal pristop od zgodraj navzdol za izračun premij.
- Rezultat je eksponentna premija, pri čemer parameter nenaklonjenosti tveganju α izhaja iz največje dovoljene verjetnosti propada in razpoložljivega začetnega kapitala.



Hans Bühlmann

SIMULACIJA

- Imamo več zavarovalnic z isto količino začetnega kapitala.
- Vsaka od njih z verjetnostjo 50% pridobi ali z verjetnostjo 50% izgubi eno enoto kapitala.
- Določimo začetno količino kapitala, število zavarovalnic in število let.

ZAČETNI MODEL

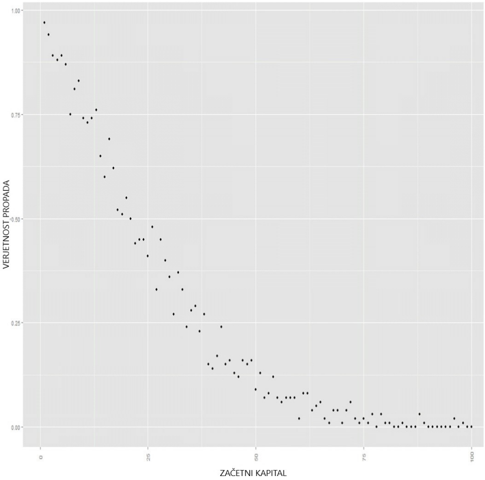
- Opazujemo 100 zavarovalnic.
- Spreminjamo njihov začetni kapital ter leta opazovanja.
- Kapital narašča od 3 do 100 enot, leta pa od 10 pa do 50000.

Tabela: Deleži propadlih zavarovalnic v odvisnosti od začetnega kapitala

z \leta	**10**	**50**	**100**	**500**	**1000**	**5000**	**10000**	**500000**
3	0.31	0.64	0.72	0.90	0.96	0.98	0.99	1
10	0	0.16	0.32	0.66	0.75	0.85	0.92	1
25	0	0	0.03	0.29	0.45	0.66	0.81	0.91
50	0	0	0	0.05	0.09	0.47	0.64	0.93
100	0	0	0	0	0.01	0.19	0.31	0.88

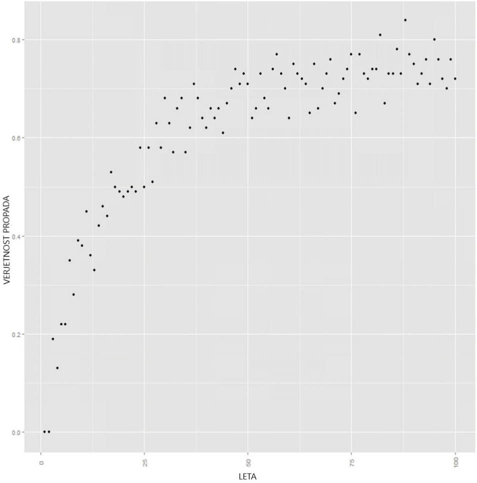
ZAČETNI KAPITAL

Verjetnost propada lahko zelo zmanjšamo že z majhnim povečanjem začetnega kapitala.



NA DOLGI ROK JE VERJETNOST PROPADA 1

Kljub poljubnemu povečanju začetnega kapitala se na dolgi rok ne moremo zavarovati pred propadom.



SPREMENJENE VERJETNOSTI

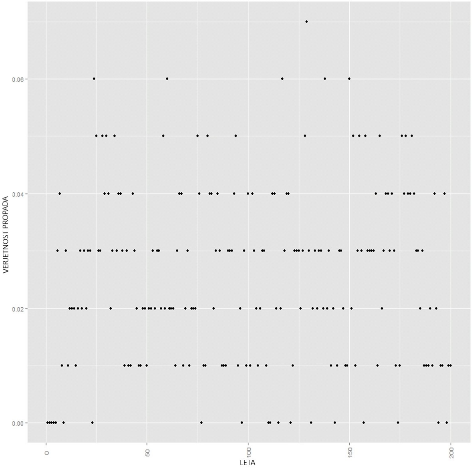
Zavarovalnici sem povečala čisto premijo.

Verjetnost slabega stanja je še vedno 50%, vendar se takrat kapital zavarovalnice zmanjša za 0.5, v dobrem stanju pa se poveča za 1.5 enote. Sedaj se verjetnost propda zavarovalnice zmanjša skoraj na nič.

Zavarovalnica bo propadla samo v primeru, ko je njen začetni kapital manjši od 5 enot.

SPREMENJENE VERJETNOSTI

Na naslednjem grafu je kapital fiksiran na 3 enote, obdobje opazovanja teče od 1 do 200 let.



ZAKLJUČEK

Vidimo torej, da mora čista remija presegati matematično upanje pričkovane škode, sicer bo zavarovalnica slej ko prej propadla.