

# Seminarska naloga pri predmetu Modeliranje časovnih in prostorskih procesov

Neža Kržan, Tom Rupnik Medjedovič

## Kazalo

<b>1</b>	<b>Analiza prostorskega procesa</b>	<b>3</b>
1.1	Predstavitev podatkov . . . . .	3
	Vegetacijski indeks NDRE . . . . .	3
1.1.1	Grafični prikaz parametrov . . . . .	3
1.2	Grafični prikaz . . . . .	5
1.3	Analiza prostorske korelacije . . . . .	6
1.3.1	Razsevni grafikon . . . . .	6
1.3.2	Oblak semivariograma in vzorčni semivariogram . . . . .	7
1.3.3	Ovojnice za vzorčni semivariogram . . . . .	9
1.4	Model semivariograma za dane podatke . . . . .	10
1.4.1	Sferični model variograma brez zlatega zrna . . . . .	10
1.4.2	Gaussov model variograma brez zlatega zrna . . . . .	14

## Slike

1	Šempas merilna shema. . . . .	3
2	Porazdelitev parametrov glede na vrsto. . . . .	4
3	Porazdelitev parametrov glede na lokacijo. . . . .	4
4	Porazdelitev spremenljivke NDRE za mesec julij glede na lokacijo in vrsto. . . . .	5
5	Grafični prikaz lokacij in relativne vrednosti spremenljivke 'NDRE'. . . . .	5
6	Predstavitev realizacije prostorskega procesa 'NDRE'. . . . .	6
7	Prostorska korelacija za 'NDRE(jul)'. . . . .	7
8	Oblak semivariograma za 'NDRE(jul)'(levo), okvirji z ročaji za vrednosti klasičnega variograma po razdaljah med lokacijami(sredina) in za vrednosti robustnega vzorčnega variograma(desno). . . . .	7
9	Vzorčni semivariogram za 'NDRE(jul)'. . . . .	8
10	Vzorčni variogrami za 'NDRE(jul)' za štiri glavne smeri. . . . .	9
11	Monte Carlo ovojnica semivariograma. . . . .	9
12	Profile-log-likelihood za parametra sferičnega modela semivariograma brez zlatega zrna. . . . .	10
13	Modela vzorčnega semivariograma za prostorski trend, na podlagi vzorčnega variograma in na podlagi oblaka variograma z ML. . . . .	10
14	Profile-log-likelihood za parametre sferičnega modela semivariograma z zlatim zrnem. . . . .	11
15	Modela vzorčnega semivariograma za prostorski trend, na podlagi vzorčnega variograma in na podlagi oblaka variograma z ML. . . . .	11
16	Napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma fit1.ml(levo). . . . .	12
17	Standardna napaka napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma fit1.ml. . . . .	13
18	Napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma fit2.ml. . . . .	13
19	Standardna napaka napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma fit2.ml. . . . .	14

20	Profile-log-likelihood za parametra Gaussovega modela semivariograma brez zlatega zrna. . .	15
21	Modela vzorčnega semivariograma za prostorski trend, na podlagi vzorčnega variograma in na podlagi oblaka variograma z ML. . . . .	15
22	Profile-log-likelihood za parametre Gaussovega modela semivariograma z zlatim zrnem. . . .	16
23	Modela vzorčnega semivariograma za prostorski trend, na podlagi vzorčnega variograma in na podlagi oblaka variograma z ML. . . . .	16
24	Napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma fit1g.ml. . . . .	17
25	Standardna napaka napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma fit1g.ml. . . . .	17
26	Napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma fit2g.ml. . . . .	18
27	Standardna napaka napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma fit2g.ml. . . . .	18

## Tabele

# 1 Analiza prostorskega procesa

## 1.1 Predstavitev podatkov

Podatki so bili pridobljeni kot meritev več različnih spremenljivk na izbrani njivi v Šempasu. Podatki tal so pridobljeni 18. 7. 2023 iz globine tal 20 cm, izmerjeni parametri pa so bili:

- *swc* je gravimetrična vsebnost vode v tleh (vol. %)
- *gostota* je gostota tal ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )
- *pF2* je vsebnost vode pri matričnem potencialu vode pF 2.0
- *pF4.2* je vsebnost vode pri matričnem potencialu vode pF 4.2
- *aw* je rastlinam razpoložljiva voda v tleh (available water) (pF 2.0 - pF 4.2)

Podrobneje bova obravnala vegetacijski indeks *NDRE* v mesecu juliju in zgoraj napisani izmerjeni parametri lahko, poleg lokacije, tudi vplivajo na vegetacijski indeks.

Na spodnji sliki si lahko ogledamo še načrt meritev.



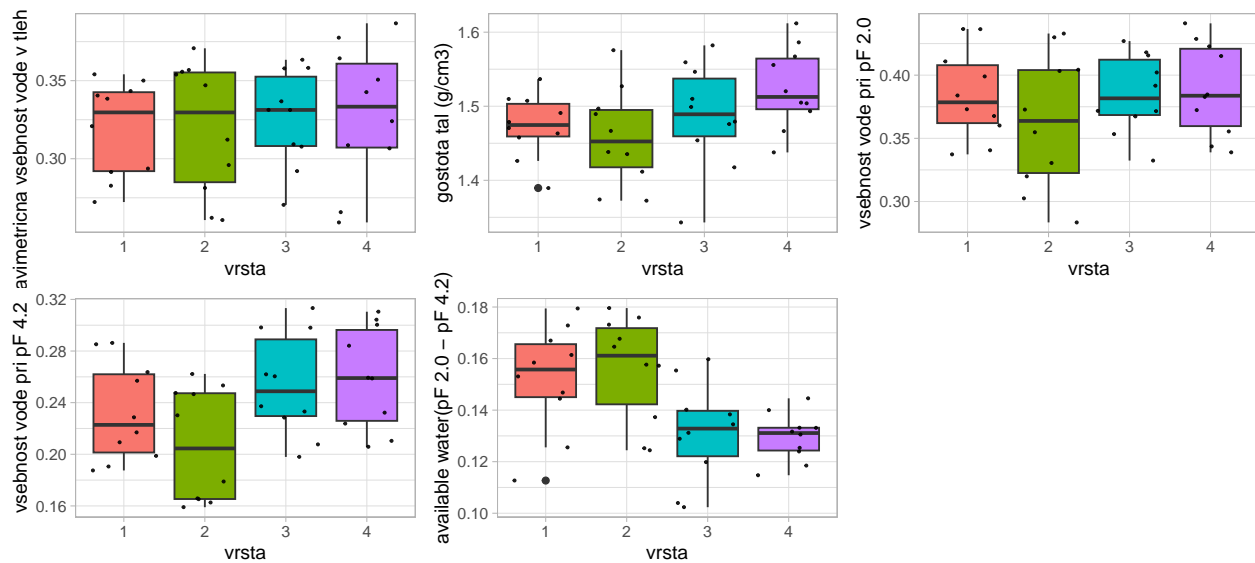
Slika 1: Šempas merilna shema.

### Vegetacijski indeks NDRE

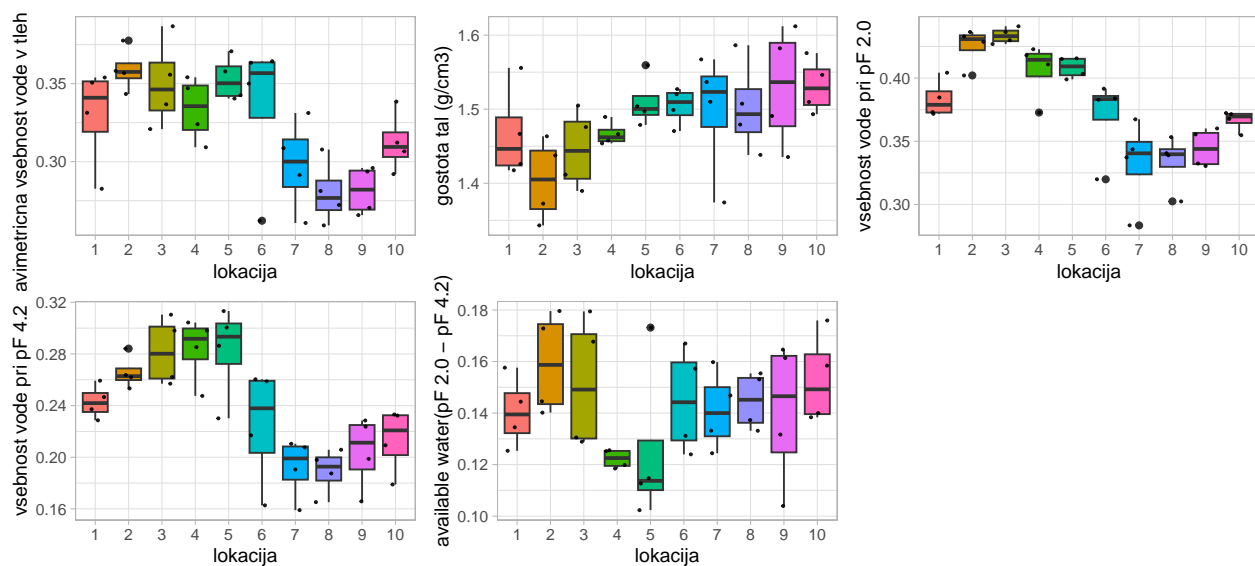
Vegetacijski indeks NDRE (Normalized Difference Red Edge) je spektralni indeks, ki se uporablja v daljinskem zaznavanju za merjenje vsebnosti klorofila v rastlinah. Pogosto se uporablja v preciznem kmetijstvu za optimizacijo pridelkov, spremljanje zdravja rastlin, določanje potreb po gnojilih in drugih kmetijskih praks. Uporaba tega indeksa omogoča bolj ciljno usmerjene in učinkovite kmetijske posege, kar lahko vodi k večji produktivnosti in trajnosti.

#### 1.1.1 Grafični prikaz parametrov

Najprej si pogledjmo s kakšnimi podatki imamo opravka v našem podatkovnem okvirju.

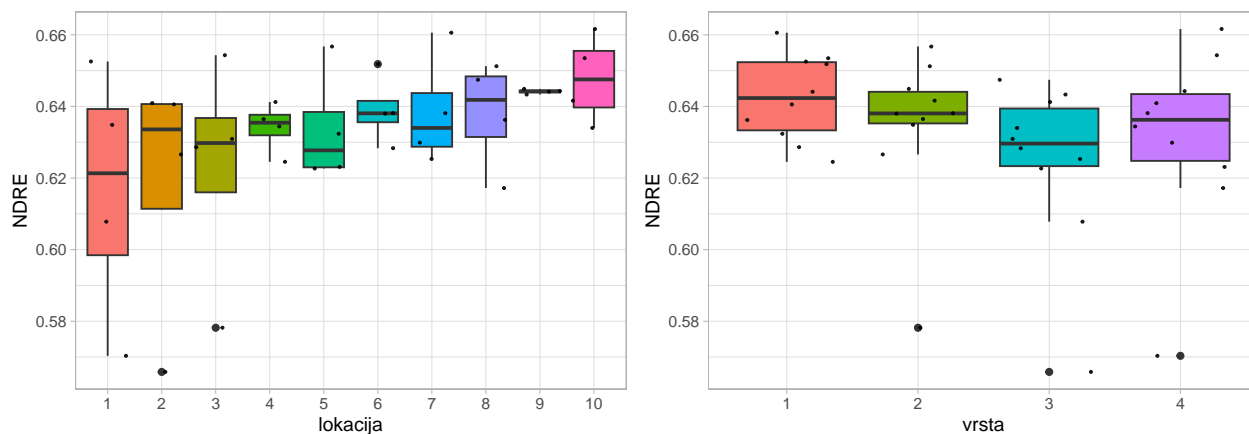


Slika 2: Porazdelitev parametrov glede na vrsto.



Slika 3: Porazdelitev parametrov glede na lokacijo.

Glede na vrsto in lokacijo vidimo, da imajo parametri različne variabilnosti, prav tako je razpon vrednosti, še posebej glede na lokacijo, zelo različen.

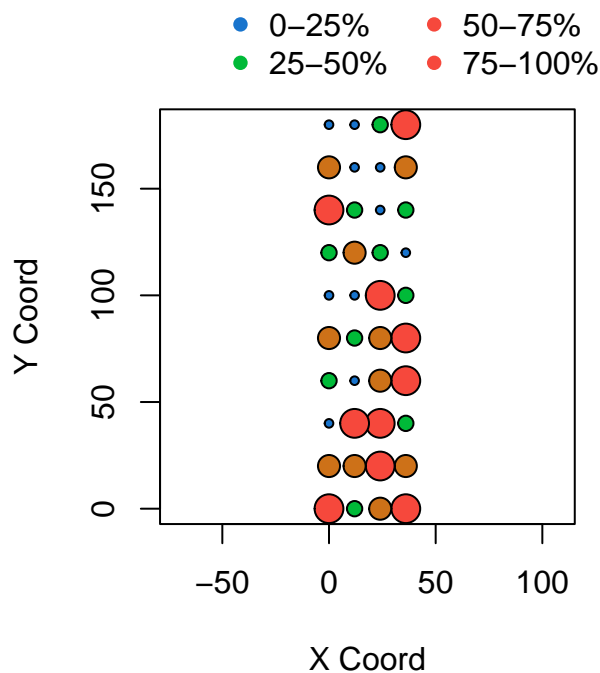


Slika 4: Porazdelitev spremenljivke NDRE za mesec julij glede na lokacijo in vrsto.

Tudi porazdelitve indeksa NDRE se glede na vrsto in lokacijo razlikujejo, njihova variabilnost je različna ter pri določenih vrstah in lokacijah opazimo osamelce ter asimetričnost.

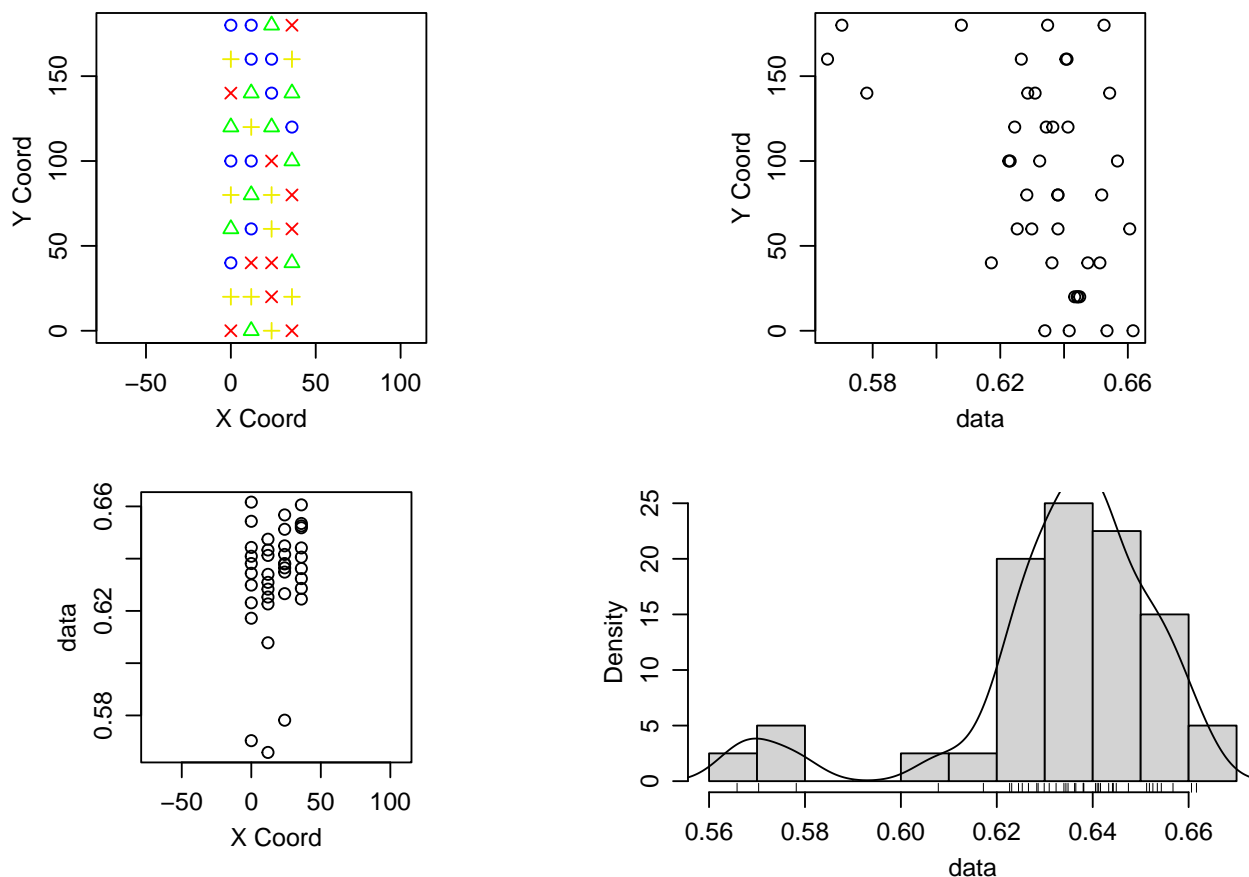
## 1.2 Grafični prikaz

Na spodnjem grafu lahko vidimo lokacije meritev, na katerem sta ploščina in barva krogcev sorazmerna z vrednostjo spremenljivke *NDRE\_jul*, podatki so razdeljeni v štiri razrede, ki so določeni s kvantili.



Slika 5: Grafični prikaz lokacij in relativne vrednosti spremenljivke 'NDRE'.

Poglejmo si še nekoliko podrobnejši prikaz, kjer nas bosta zanimala predvsem razsevana grafikona *vrsta* in *NDRE\_jul*, ter *lokacija* in *NDRE\_jul*.



Slika 6: Predstavitev realizacije prostorskega procesa 'NDRE'.

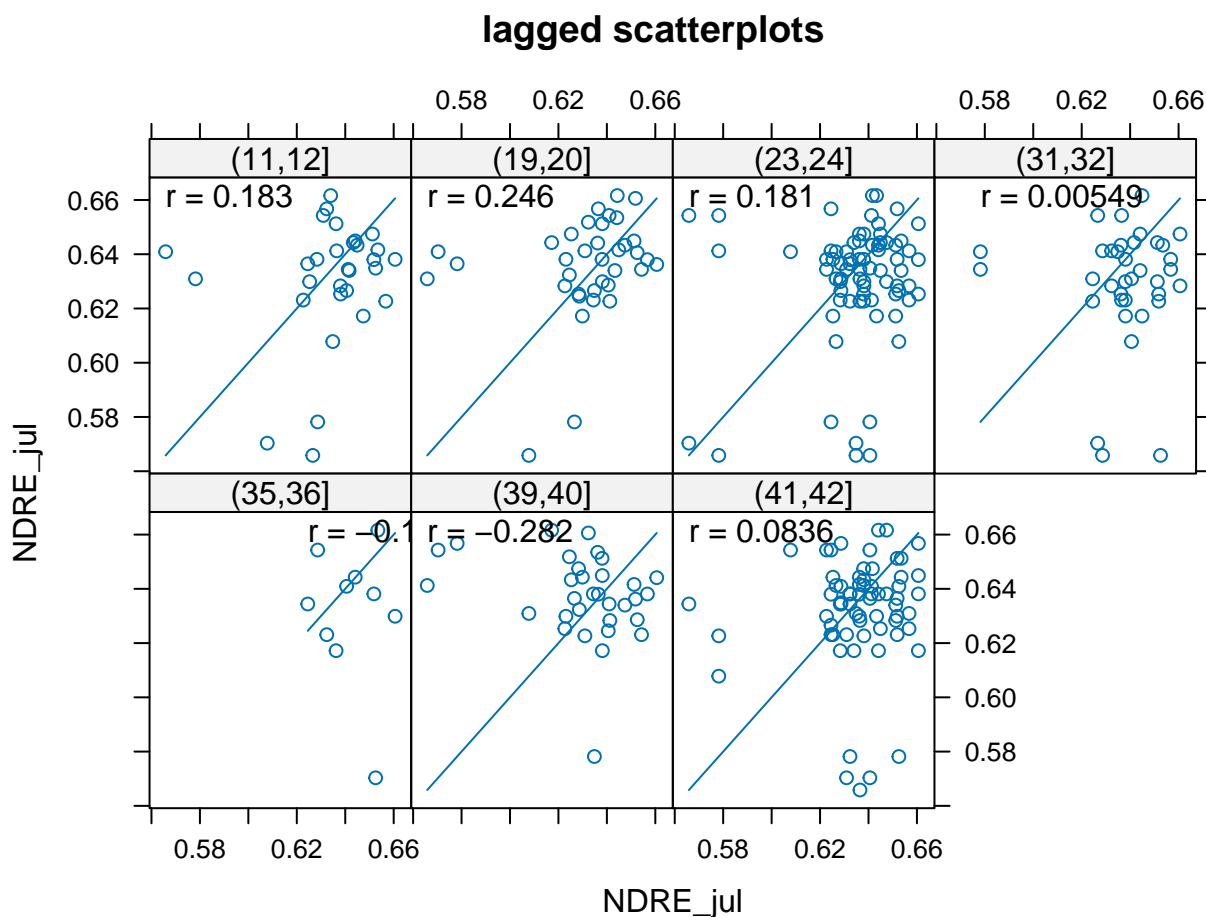
Iz razsevnih grafikonov ni videti odvisnosti spremenljivke  $NDRE\_jul$  od koordinat lokacije. Iz prvega grafa in pa zgornjega levega grafa lahko opazimo nek vzorec, kar nam nakazuje na prisotnost prostorske korelacije.

Torej iz zgornjega desnega grafa (vrednosti v odvisnosti od *lokacija*) in spodnjega levega grafa (vrednosti v odvisnosti od *vrsta*) ni možno razbrati prisotnosti trenda in nekonstantne variance, zato ne bova naredila podrobnejše analize morebitne nestacionarnosti.

### 1.3 Analiza prostorske korelacije

#### 1.3.1 Razsevni grafikon

Ker naju natančneje zanima izražanje prostorske korelacije, si nariševa razsevne grafikone, na katerih so prikazani pari podatkov na različnih prostorskih odlogih. Črta nam prikazuje idealno povezanost z vrednostjo korelacijskega koeficienta 1.

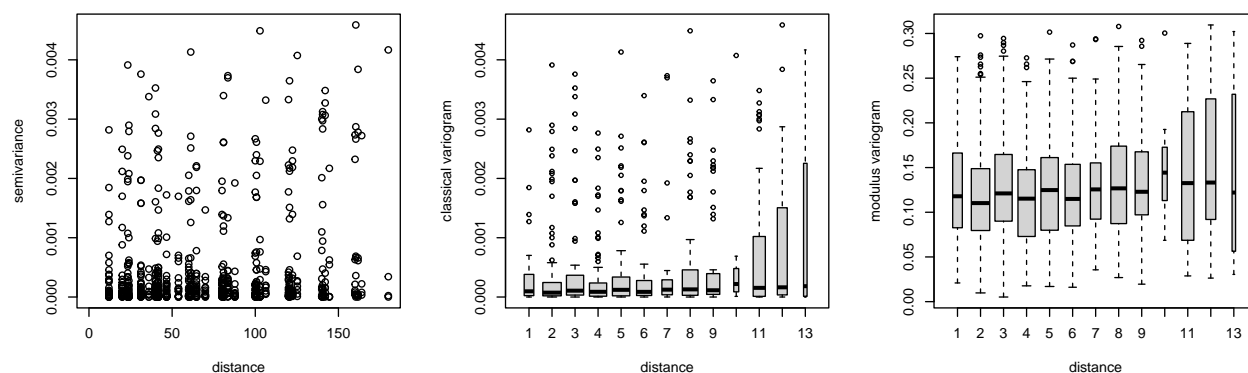


Slika 7: Prostorska korelacija za 'NDRE(jul)'.

Za pare podatkov o **NDRE\_jul** glede na razrede oddaljenosti lahko vidimo, da se z oddaljenostjo prostorska korelacija zmanjšuje (Pearsonov koeficient korelacije). Lahko bi torej reki, da na zelo kratkih razdaljah imamo majhno povezanost, ki na daljših razdaljah še pada.

### 1.3.2 Oblak semivariograma in vzorčni semivariogram

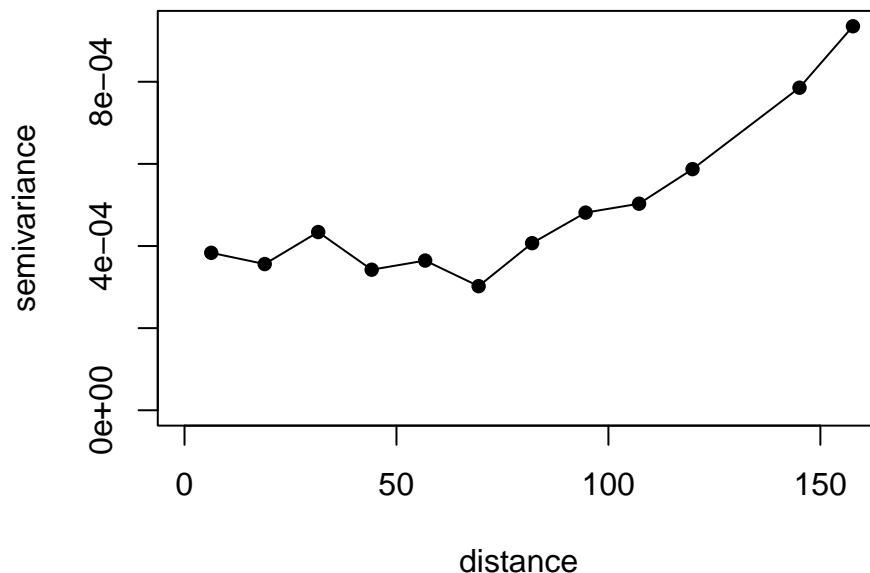
Poglejmo analizo prostorske korelacije še s pomočjo oblaka semivariograma in vzorčnega semivariograma.



Slika 8: Oblak semivariograma za 'NDRE(jul)'(levo), okvirji z ročaji za vrednosti klasičnega variograma po razdaljah med lokacijami(sredina) in za vrednosti robustnega vzorčnega variograma(desno).

Na skrajno levem zgornjem grafu vidimo, da vrednosti *NDRE\_jul* predstavljajo meritve v pravilni mreži točk, saj oblak variograma prikazuje diskretne vrednosti razdalj med lokcijami in so točke narisane v črtah. Porazdelitve vrednosti vzorčnega variograma pa so asimetrične v vsakem razredu (razredi predstavljajo razdalje), prav tako pa imamo nekaj osamelcev. Na zadnjem, robustnem vzorčnem variogramu, kjer na nek način “posekamo” vpliv vrednosti, ki zelo odstopajo, vidimo, da so porazdelitve glede na razrede sedaj bistveno drugačne in nekateri osamelci izginejo.

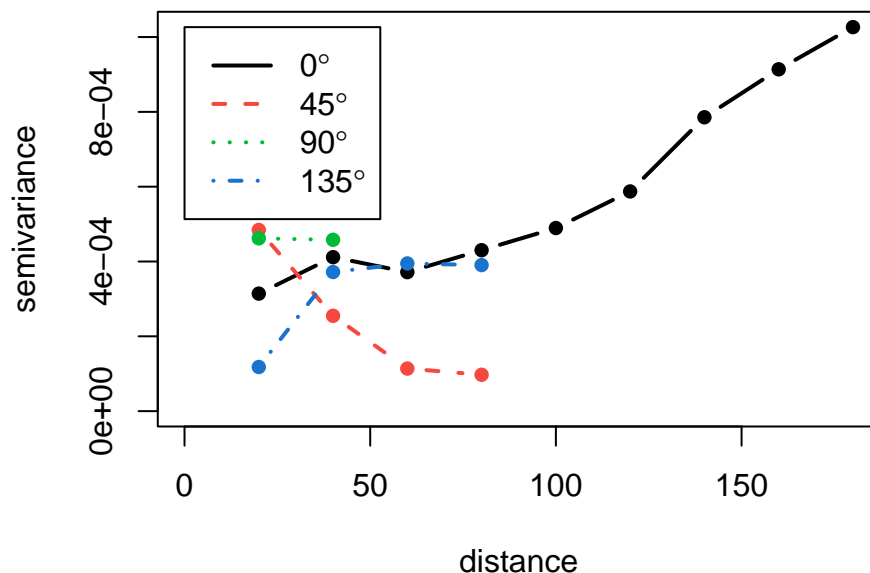
Na spodnjem vzorčnem semivariogram s povprečji za posamezne razrede razdalje lahko iz razporeditve točk razberemo, da so pri manjših razdaljah vzorčne variogramske vrednosti manjše, z naraščajočo razdaljo se povečujejo in se z nadaljnjim večanjem razdalje ne ustalijo ravno oz. ne izgleda, kot da bi se približevale določenemu pragu, torej kaže na prisotnost prostorskega trenda v podatkih.



Slika 9: Vzorčni semivariogram za 'NDRE(jul)'.

Do sedaj sva proučevala prostorsko korelacijo ne glede na smer v prostoru, torej sva predpostavila izotropni prostorski proces. Zato narišimo še usmerjene semivariograme za določene smeri v prostoru in s tem preverimo ali je predpostavka izotropnosti upravičena.



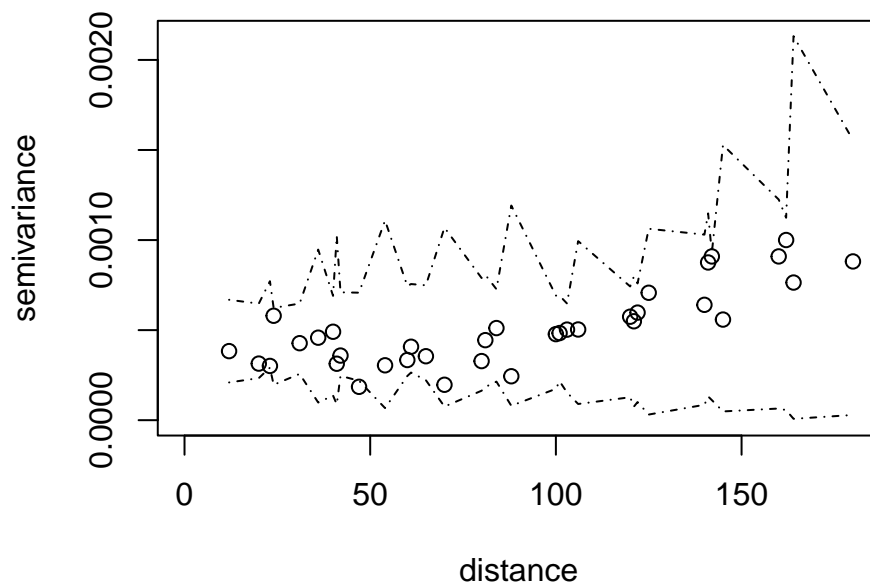


Slika 10: Vzorčni variogrami za 'NDRE(jul)' za štiri glavne smeri.

Vzorčni variogrami za *NDRE\_jul* za štiri glavne smeri izraža izotropijo, saj že na krajših razdaljah vidimo razlike v vzorčnih variogramih za različne smeri, ki se potem sicer zelo hitro zmanjša( *pri razdalji 50*). Tudi začetne razlike so dokaj majhne. Torej bi glede na graf morda bilo potrebno modeliranje prostorske korelacije na kratke razdalje.

### 1.3.3 Ovojnice za vzorčni semivariogram

Da bi dobila širšo sliko o prostorski povezanosti procesa, pri raziskovanju prostorske povezanosti uporabiva Monte Carlo simulacije na podlagi te realizacij prostorskega procesa. Če padejo vse vrednosti osnovnega vzorčnega variograma znotraj ovojnice, ki je določena z robnima variogramoma permutiranih vrednosti, potem podatki ne nakazujejo prostorske povezanosti. Predvsem naju zanima nekaj prvih točk, ki odražajo korelacijo na manjših razdaljah.



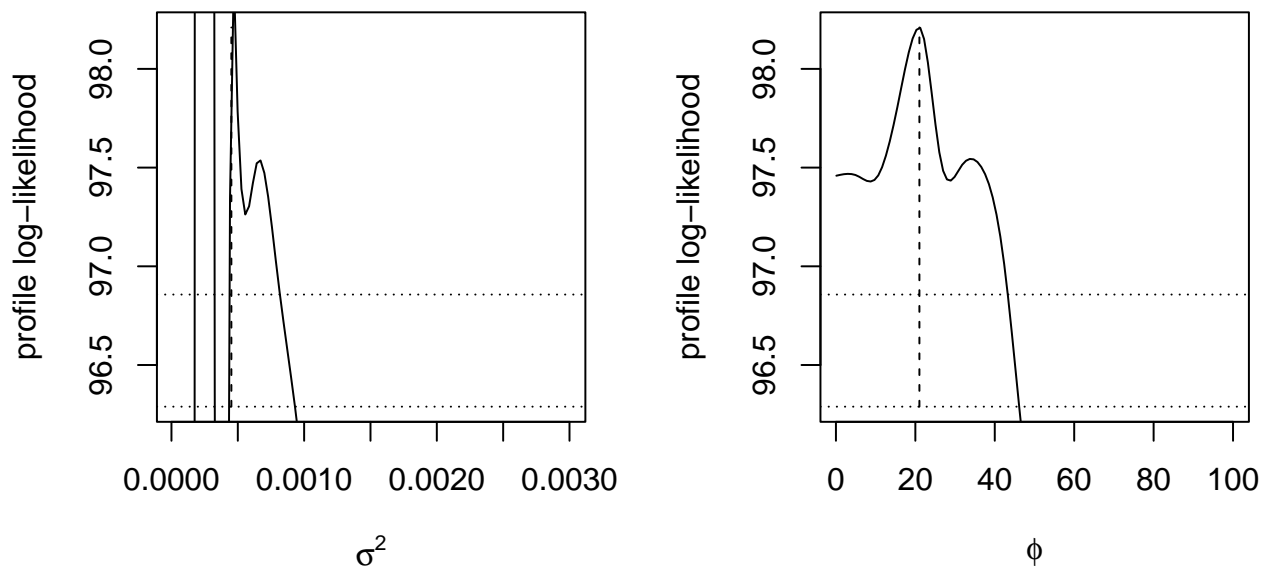
Slika 11: Monte Carlo ovojnice semivariograma.

Vidimo, da ni izrazite koreliranosti oz. podatki niso prostorsko korelirani.

## 1.4 Model semivariograma za dane podatke

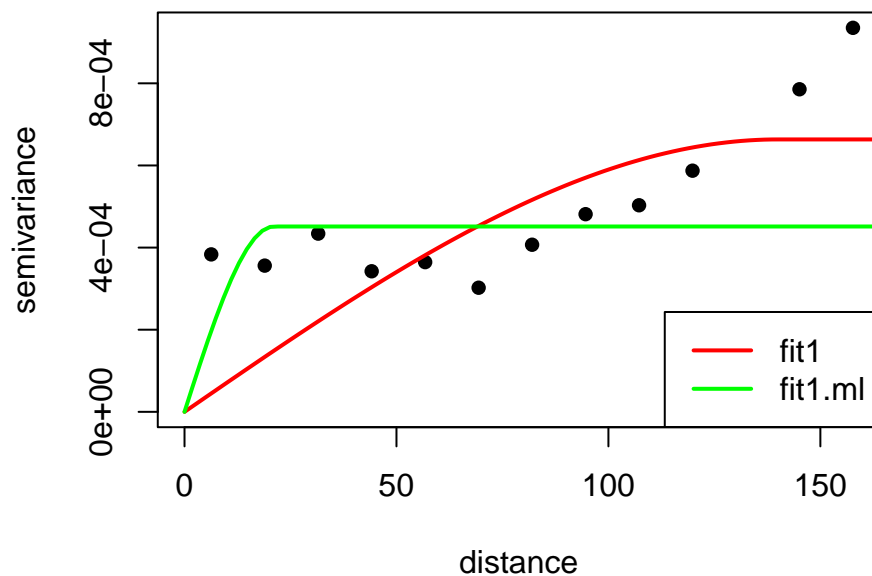
### 1.4.1 Sferični model variograma brez zlatega zrna

Najprej sva parametre semivariograma ocenila z metodo Maximum Likelihood (ML), ki za začetne vrednosti vzame ocene dobljene s funkcijo `variofit`.



Slika 12: Profile-log-likelihood za parametra sferičnega modela semivariograma brez zlatega zrna.

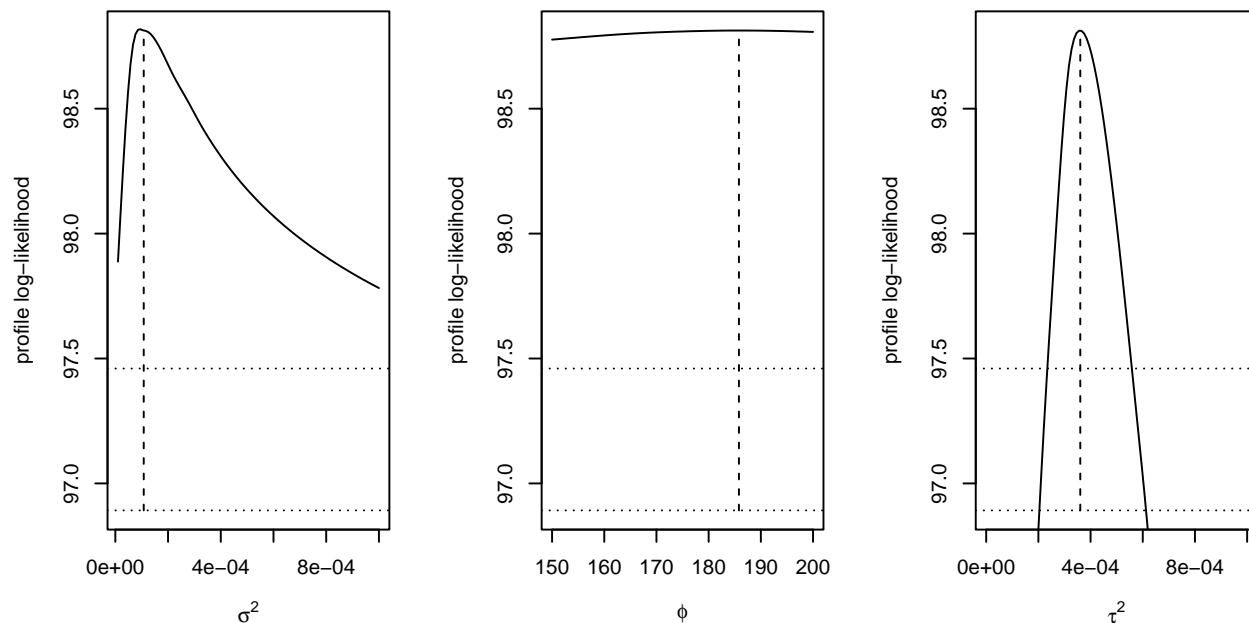
Izgleda kot da po metodi največjega verjetja z začetnimi vrednostmi praga in razmika variograma **fit1** dobimo optimalne rešitve za parametre semivariograma.



Slika 13: Modela vzorčnega semivariograma za prostorski trend, na podlagi vzorčnega variograma in na podlagi oblaka variograma z ML.

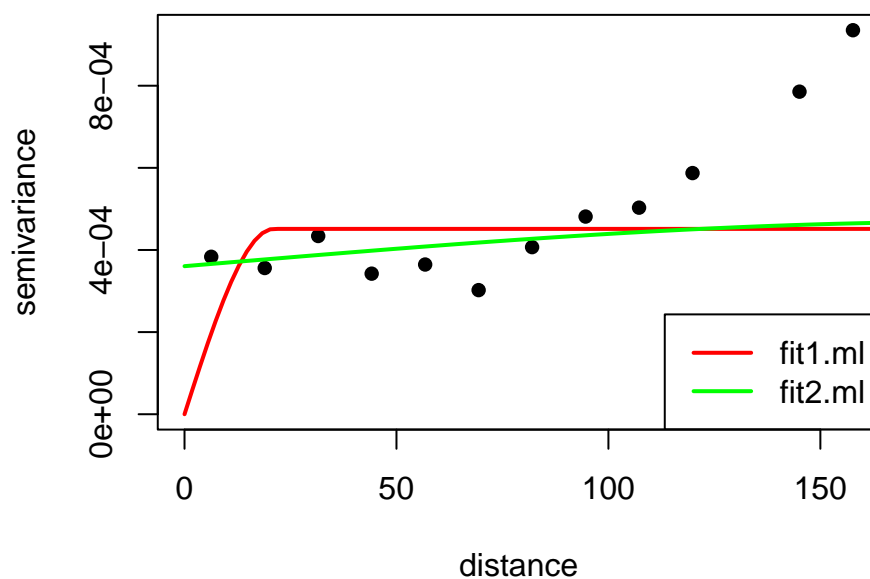
Vidimo, da z modelom *fit1.ml*, kjer smo kot metodo uporabili Maximum likelihood, nekoliko bolje opišemo vrednosti semivarianc za manjše razdalje. V celoti pa bi lahko rekli da z modelom *fit1* bolje opišemo vrednosti semivarianc za razdalje od 1 do 10.

V naslednjem koraku pri uporabi funkcije likfit dopustiva, da dobimo tudi oceno za zlato zrno.



Slika 14: Profile-log-likelihood za parametre sferičnega modela semivariograma z zlatim zrnem.

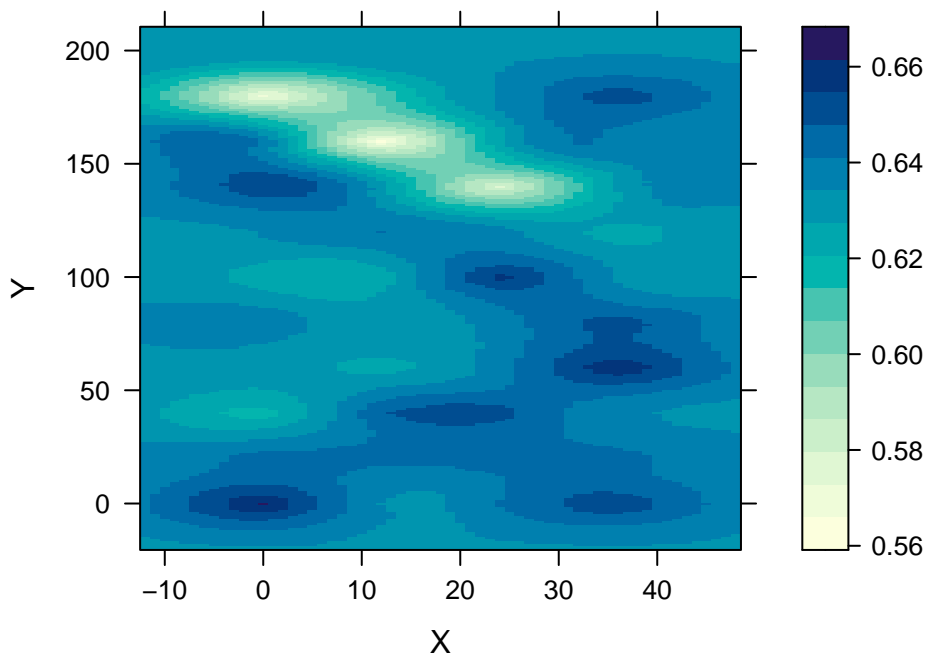
Iz grafov lahko vidimo da po metodi največjega verjetja z začetnimi vrednostmi praga in razmika variograma **fit1** ne dobimo optimalne rešitve za  $\phi$  (razmik). Optimalno rešitev dobimo le za  $\sigma^2$  (prag semivariograma) in  $\tau$  (varianca zlatega zrna).



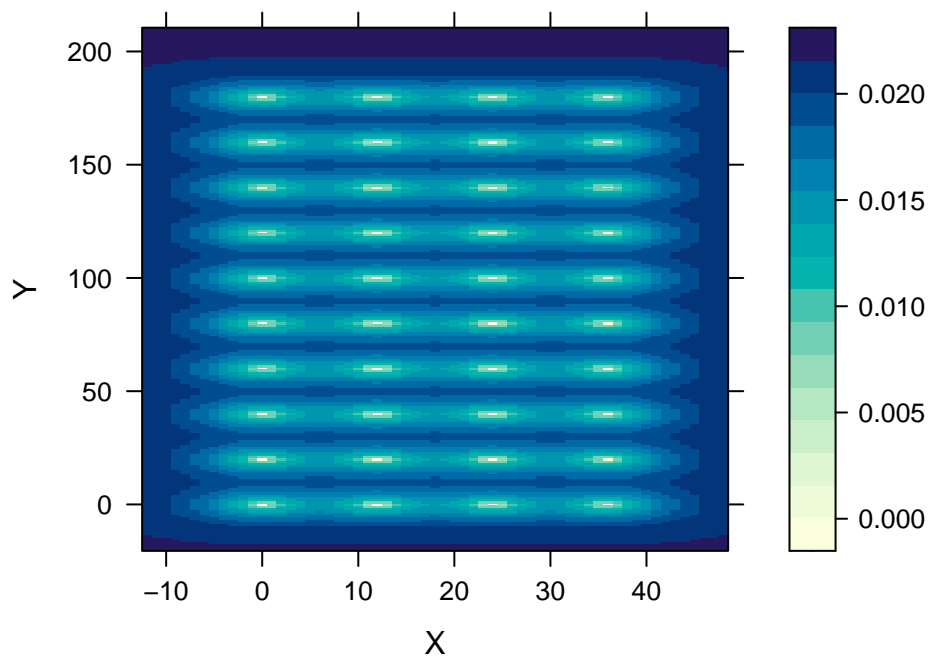
Slika 15: Modela vzorčnega semivariograma za prostorski trend, na podlagi vzorčnega variograma in na podlagi oblaka variograma z ML.

Če med seboj primerjamo modela, pri katerem je vrednost zlatega zrna fiksna (rdeča) in model pri katerem ocenjujemo vrednost zlatega zrna (zelena). Izkaže se, da v primeru, ko ocenjujemo vrednost zlatega zrna bolje opišemo prvo in drugo vrednost semivariance, tretjo pa bolje opiše model s fiksnim zlatim zrnem, torej na zelo kratke razdalje je boljši model pri katerem ocenjujemo vrednost zlatega zrna (zelena, *fit2.ml*).

**Napoved** Za napovedovanje vrednosti sva si izbrala *osnovni kriging*. Napoved bova naredila za primer kjer je bila vrednost zlatega zrna fiksna in primer, ko smo jo ocenjevali.

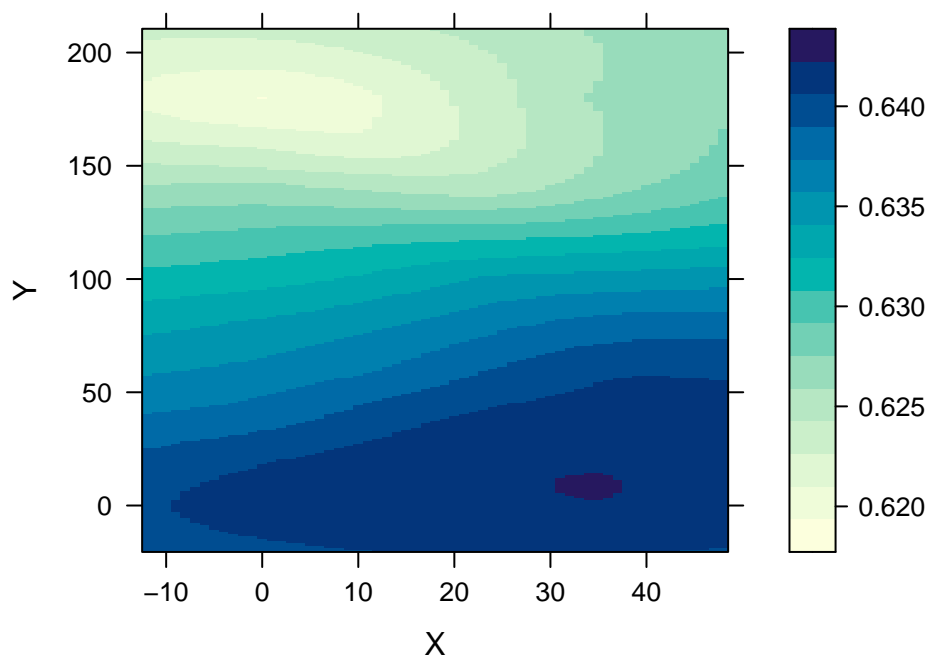


Slika 16: Napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma *fit1.ml*(levo).

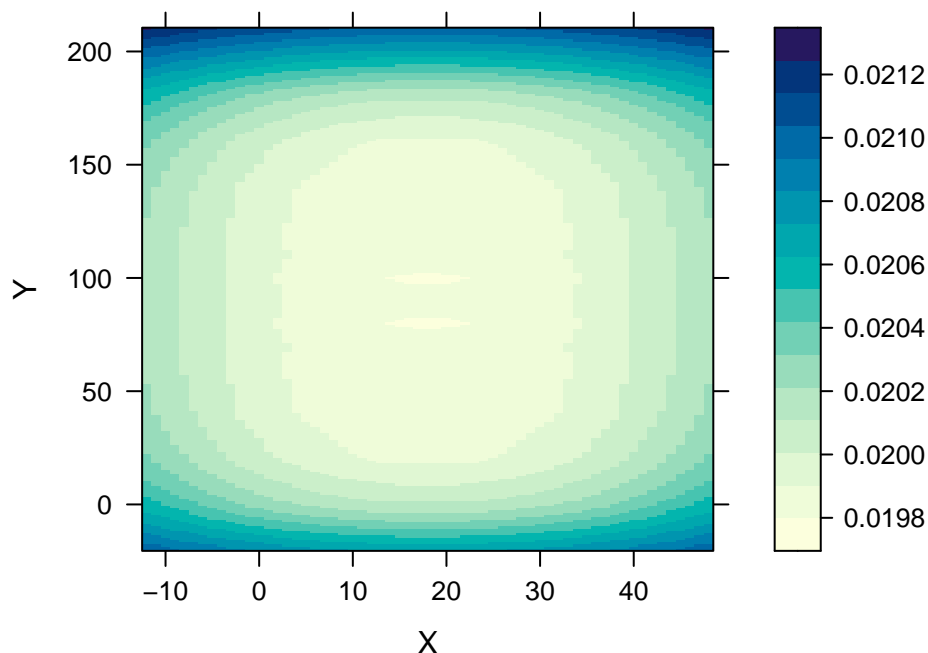


Slika 17: Standardna napaka napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma fit1.ml.

#### Fiksno zlato zrno



Slika 18: Napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma fit2.ml.



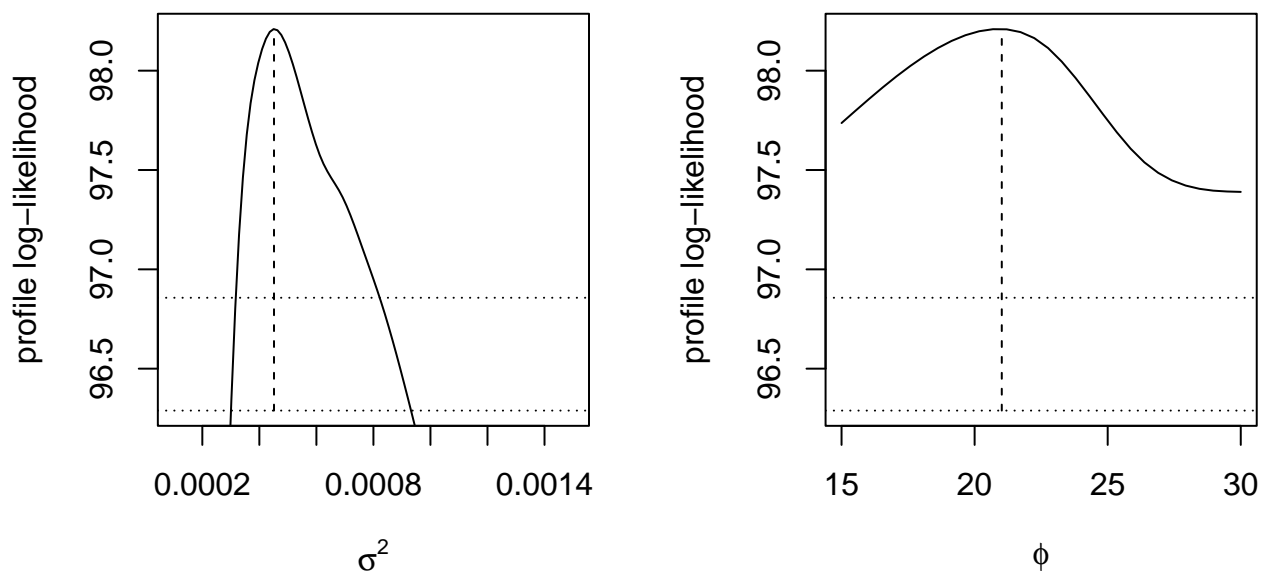
Slika 19: Standardna napaka napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma fit2.ml.

**Ocenjujemo zlato zrno** Napovedi in standardne napake napovedi za modela so precej pričakovane. Z modelom *fit1.lm* (zlato zrno je fiksno) dokaj dobro opišemo vrednosti semivarianc, zato so tudi napovedi dobre. Prav tako so standardne napake napovedi majhne v točki meritve in se večajo z večanjem razdalj.

V primeru, ko vrednost zlatega zrna ni fiksna, je napoved precej slabša. Sicer je možno razločiti območje z nizkimi vrednostmi (zgornji levi kot) in območje z visokimi vrednostmi (spodnji desni kot). Prav tako so vrednosti standardne napake napovedi nekoliko višje le na skrajnih robovih, kjer nimamo meritev.

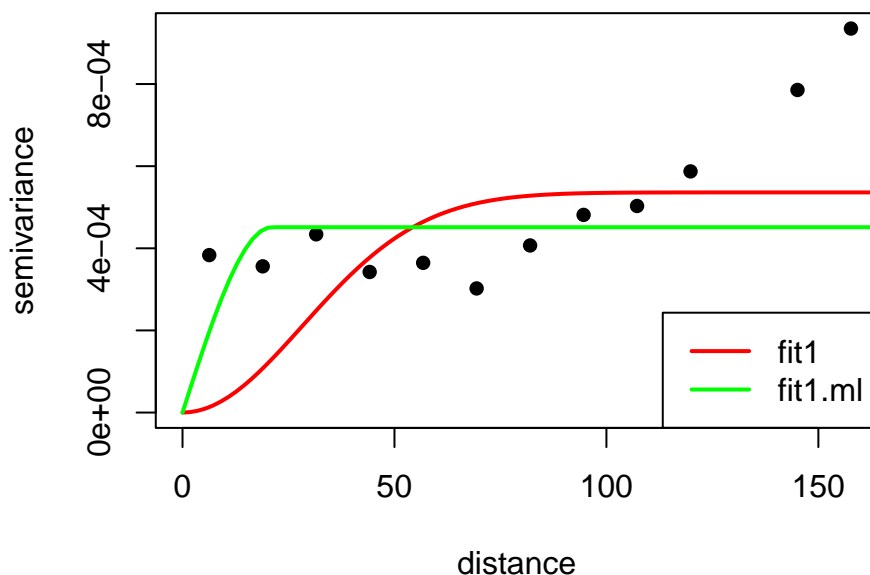
#### 1.4.2 Gaussov model variograma brez zlatega zrna

Poskusila bova modelirati še z uporabo Gaussove kovariančne funkcije. Preverila bova ali z uporabo metode ML dobimo boljše prileganje vrednostim variograma.



Slika 20: Profile-log-likelihood za parametra Gaussovega modela semivariograma brez zlatega zrna.

Izgleda kot, da po metodi največjega verjetja z začetnimi vrednostmi praga in razmika variograma **fit1\_g** dobimo optimalne rešitve za parametre semivariograma.

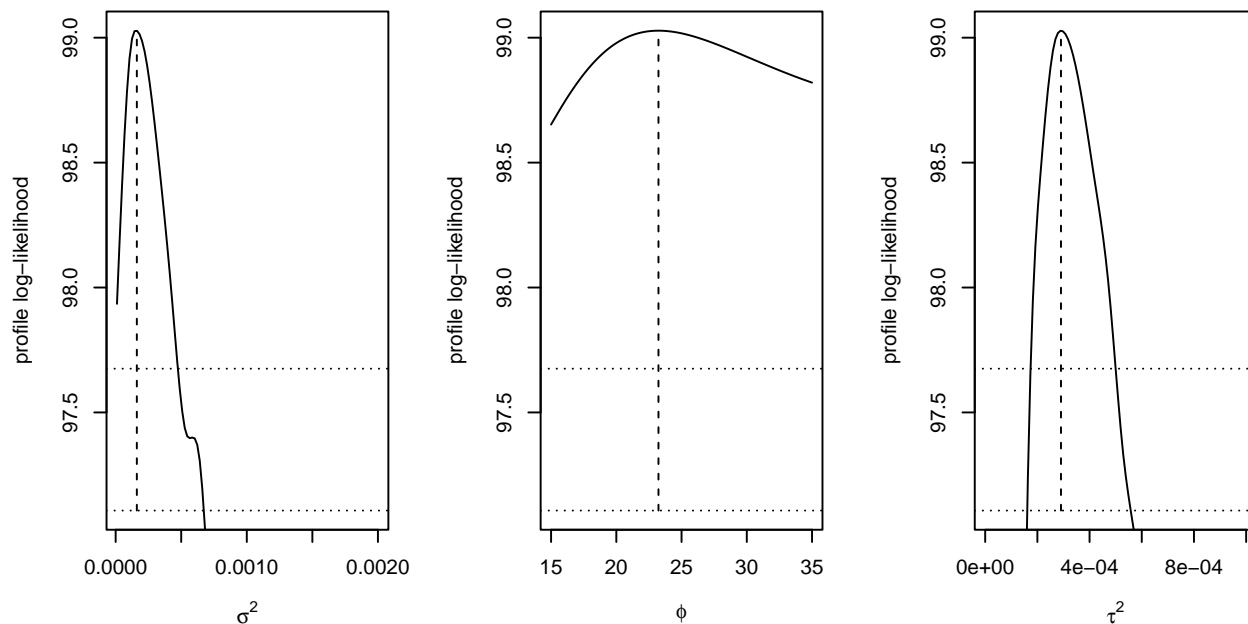


Slika 21: Modela vzorčnega semivariograma za prostorski trend, na podlagi vzorčnega variograma in na podlagi oblaka variograma z ML.

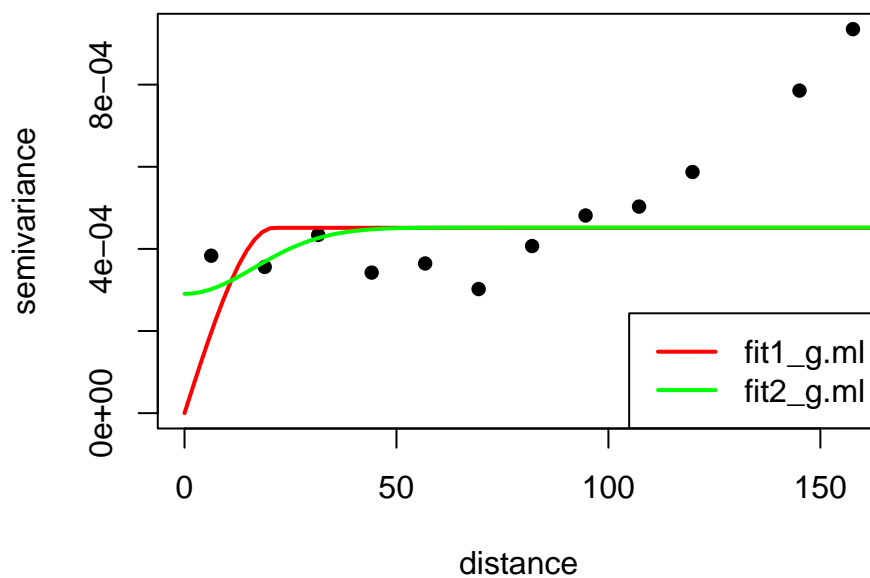
Ponovno vidimo, da z uporabo metode Maximum likelihood, torej modelom *fit1.ml*, bolje opišemo le prvi tri vrednosti vzorčnega semivariograma. Z modelom *fit1* pa bolje opišemo vrednosti tudi pri večjih razdaljah, ampak pri velikih razdaljah (npr. 130 naprej) pa noben od modelov prav dober.

V naslednjem koraku pri uporabi funkcije *likfit* dopustiva, da dobimo tudi oceno za zlato zrno.

Iz spodnjih grafov lahko vidimo, da po metodi največjega verjetja z začetnimi vrednostmi praga in razmika variograma **fit1\_g** dobimo optimalno rešitev za  $\sigma^2$  (prag semivariograma-sill),  $\phi$  (razmik-range) in  $\tau$  (varianca zlatega zrna).



Slika 22: Profile-log-likelihood za parametre Gaussovega modela semivariograma z zlatim zrnem.

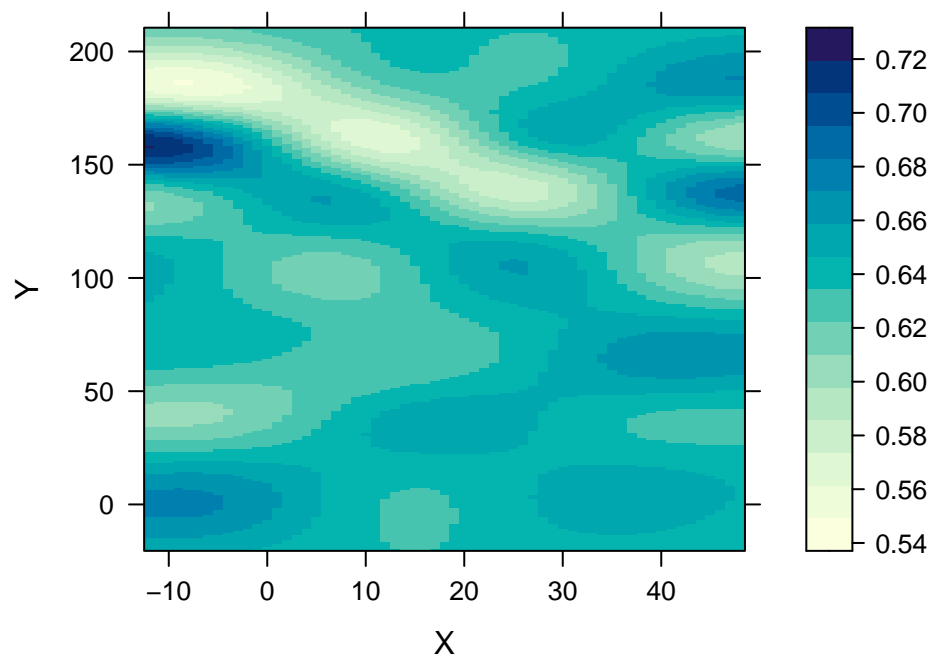


Slika 23: Modela vzorčnega semivariograma za prostorski trend, na podlagi vzorčnega variograma in na podlagi oblaka variograma z ML.

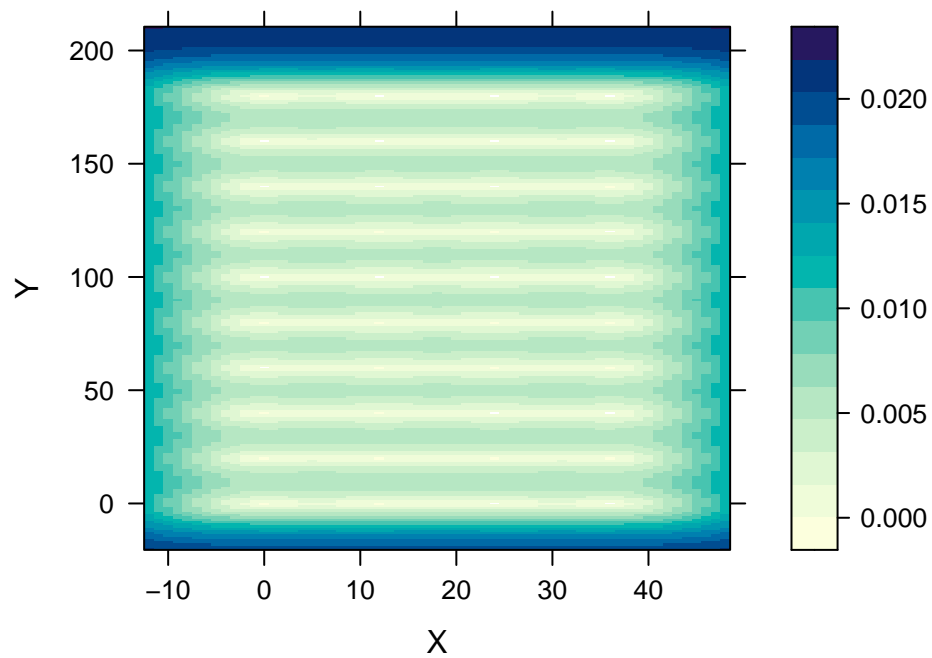
Če med seboj primerjamo modela, pri katerem je vrednost zlatega zrna fiksna (rdeča, *fit1\_g.ml*) in model pri katerem ocenjujemo vrednost zlatega zrna (zelena, *fit2\_g.ml*). Izkaže se, da v primeru modela, kjer ocenjujemo vrednost zlatega zrna bolje opišemo vrednosti semivarianc za manjše razdalje, kasneje pa sta si modela skoraj enaka za ocenjevanje.

**Napoved** Za napovedovanje vrednosti sva si izbrala *osnovni kriging*. Napoved bova naredila za primer kjer je bila vrednost zlatega zrna fiksna in primer ko smo jo ocenjevali.



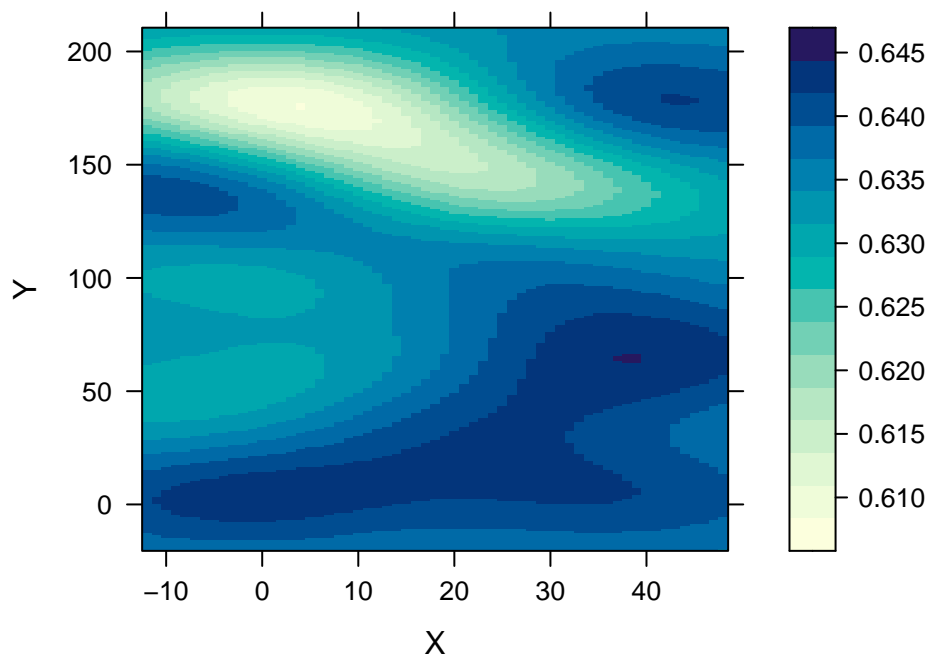


Slika 24: Napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma fit1g.ml.

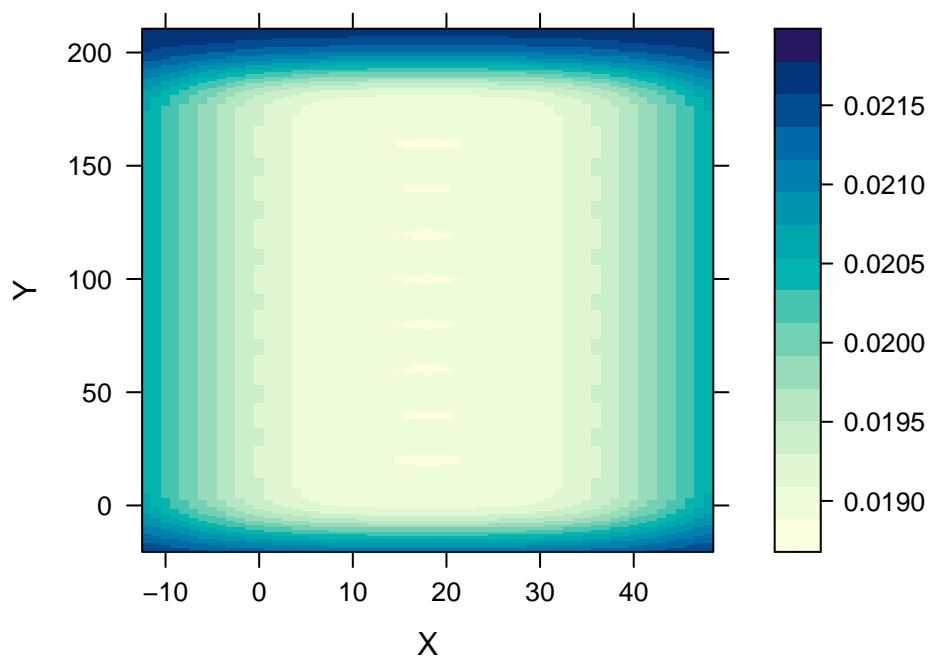


Slika 25: Standardna napaka napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma fit1g.ml.

**Fiksno zlato zrno**



Slika 26: Napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma *fit2g.ml*.



Slika 27: Standardna napaka napovedi NDRE za mesec julij za dano območje - model semivariograma *fit2g.ml*.

**Ocenjujemo zlato zrno** Kot sva zapisal že zgoraj, z modelom *fit2g.ml* (vrednost zlatega zrna ni fiksna) bolje opišemo vrednosti semivarianc, zato lahko pričakujemo tudi nekoliko boljše napovedi. Če primerjamo zgornje grafe lahko vidimo, da v primeru, ko je vrednost zlatega zrna fiksna, dosti slabše napovemo vrednosti (tudi območje z višjimi vrednostmi (spodnji desni kot) ni izrazil).