

Domača naloga 1

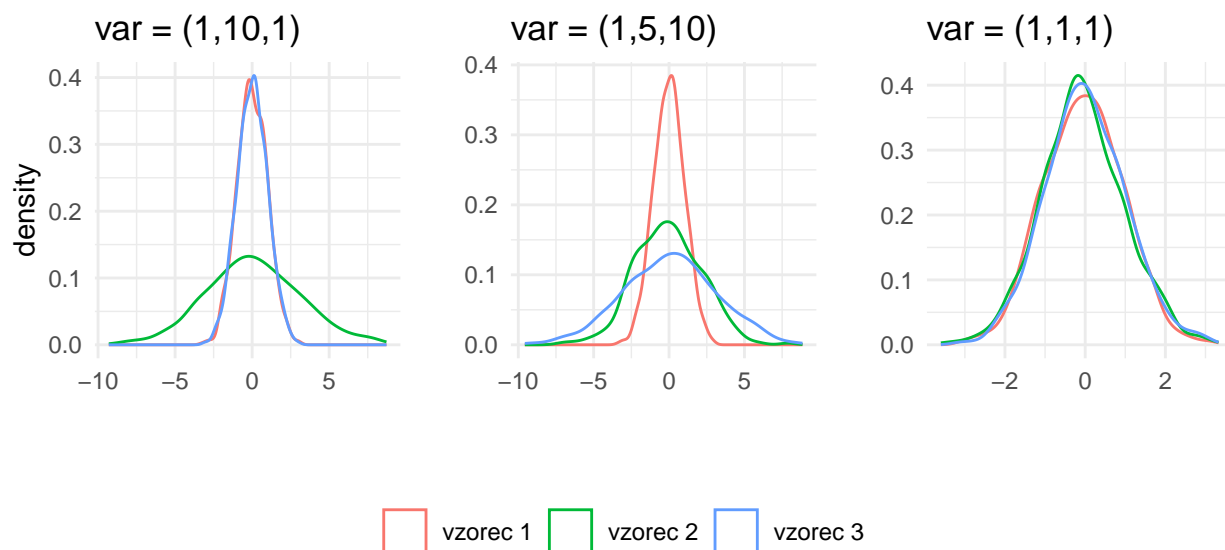
Neža Kržan, Tom Rupnik Medjedovič

1 Generiranje podatkov

Podatke sva generirala tako, da je porazdelitev znotraj posamezne skupine normalna s povprečjem 0 ($\mu_i = 0$). Variabilnost posamezne skupine sva nekoliko spreminjala, tako da sva lahko preverila veljavnost testa za razliko aritmetičnih sredin v primeru, da je predpostavka enakih varianc izpolnjena oz. kršena. V ta namen sva si izbrala primere treh skupin z naslednjo varianco:

- (1, 10, 1),
- (1, 5, 10),
- (1, 1, 1).

Poleg tega sva spreminjala tudi velikost skupin, izbrala sva si velikosti $n \in \{15, 40, 100, 200, 1000\}$, pri čemer imajo vse skupine vedno enako velikost, torej npr. [15, 15, 15].



Slika 1: Primer gostote porazdelitev skupin (velikost skupin 1000) za različne kombinacije varianc.

Pričakujeva, da bo klasični ANOVA test dobro deloval le v primeru, ko je predpostavka enakih varianc izpolnjena in pričakujeva, da velikost skupin ne bo veliko vplivala na rezultate tega testa. Za druga dva testa (Welch's ANOVA in p-vrednost na podlagi Levene's testa) pa pričakujeva, da dobro delujeta tako v primeru izpolnjene kot tudi kršene predpostavke. Moč testov bo pri enakih variancah verjetno približno enaka za vse 3, s tem ko pri različnih pa bo večja pri drugih dveh testih (Welch's ANOVA in p-vrednost na podlagi Levene's testa). Pričakujeva, da se bo moč večala z večanjem vzorca.

2 Simulacije

Izvedla sva simulacije z 5000 ponovitvami (da so bile dokaj hitro končane), kjer sva preverjala porazdelitev p -vrednosti in rezultate le te simulacije uporabila za določitev velikosti testa, ter simulacijo za moč testa pri enakih in različnih variancah.

V simulaciji sva uporabila tri metode, klasični ANOVA test, Welchov ANOVA test in možnost, kjer predpostavimo enake variance, če ne moremo zavrnila predpostavke o enakosti varianc (pri 5 % tveganju) z Levenejevim testom za enakost varianc, in neenake variance, če to lahko.

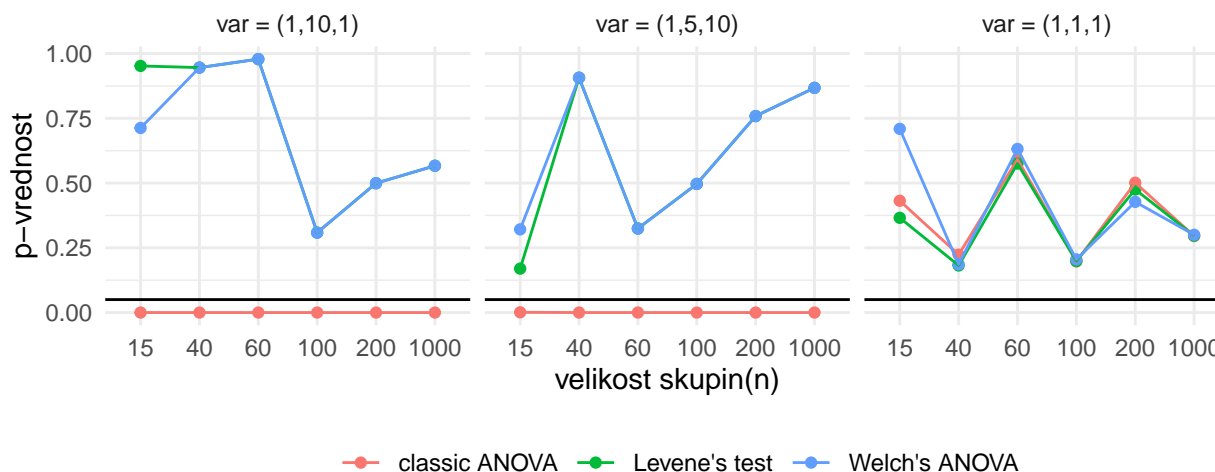
2.1 p - vrednost

V simulacijah, kjer preverjava enakomerno porazdelitev p -vrednosti, sva spreminjala varianco v posamezni skupini in velikost posamezne skupine.

Na grafih je prikazana p -vrednost Anderson-Darling testa z ničelno hipotezo

$$H_0 : \text{ vzorec sledi zvezni enakomerni porazdelitvi.}$$

Želeli bi, da je porazdelitev p -vrednosti podobna zvezni enakomerni porazdelitvi, torej da enakomerno zavzame vse vrednosti na intervalu $[0,1]$.

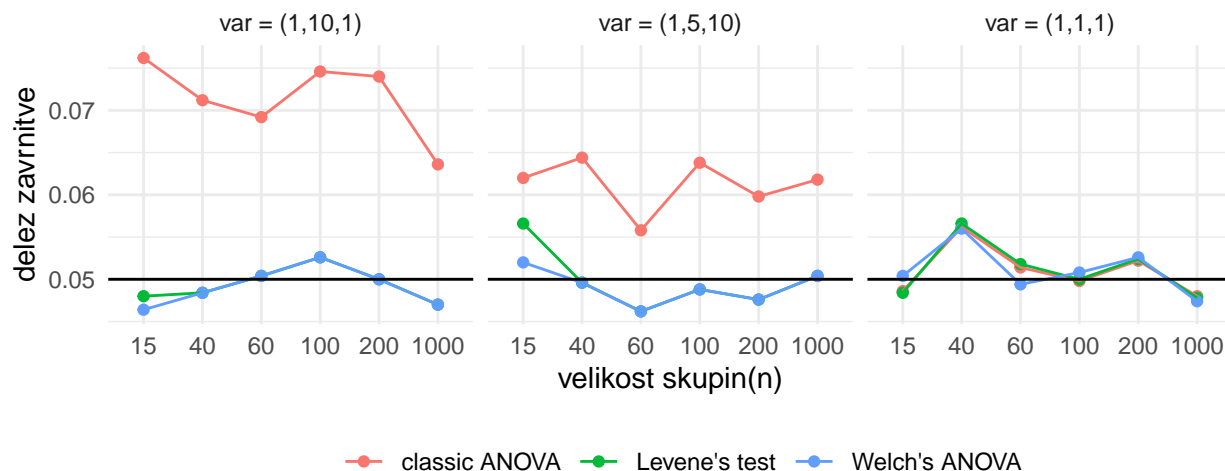


Slika 2: Prikaz p -vrednosti Anderson-Darling testa.

Kot sva že na začetku predvidela, klasična ANOVA (classic ANOVA) v primeru različnih varianc ni veljavna, saj ima p -vrednost enako oz. blizu 0 za vse velikosti vzorca. To pomeni, da zavrnemo ničelno hipotezo. V primeru, ko je varianca v vseh treh skupinah enaka, so vse p -vrednosti nad mejo 0.05, torej ne moremo zavrniti ničelne hipoteze.

2.2 Velikost testa

Na podlagi zgornjega grafa pričakujemo, da velikost testa v primeru klasičnega ANOVA testa in različnih varianc ne bo enaka oz. blizu vrednosti 0.05. Zaradi kršenja predpostavk bomo prevečkrat oz. premalokrat zavračali ničelno hipotezo, ko ta drži.



Slika 3: Prikaz velikosti testa pri različnih parametrih.

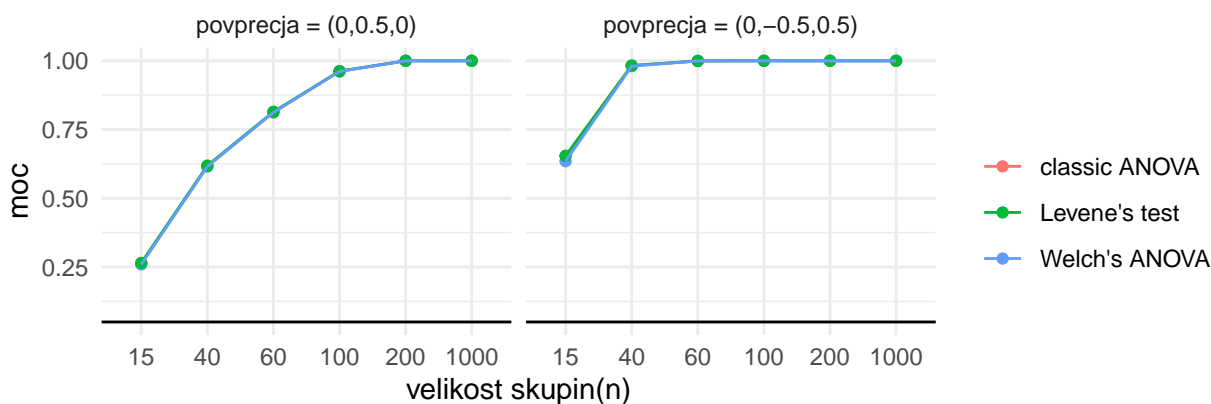
Res smo potrdili zgornje predvidevanje. V primeru različnih varianc klasični ANOVA test prevečkrat zavrne ničelno hipotezo. Ko pa je varianca v vseh treh skupinah enaka 1, so vrednosti dokaj podobne pri vseh treh testih. Z večanjem vzorca pa se delež zavrnitev ničelne hipoteze manjša, kar sva pričakovala.

2.3 Moč testa

Glede na moč testa lahko primerjamo vse tri teste le v primeru enakih varianc. V preostalih primerih klasični ANOVA test ni veljaven, zato bomo primerjali le preostala dva. Najprej sva primerjala med seboj teste v primeru enakih varianc, nato pa še v primeru različnih, kjer sva si pod alternativno domnevo (*povprečja med skupinami so različna*) izbrala povprečja

$(0, 0.5, 0)$ in $(0, -0.5, 0.5)$

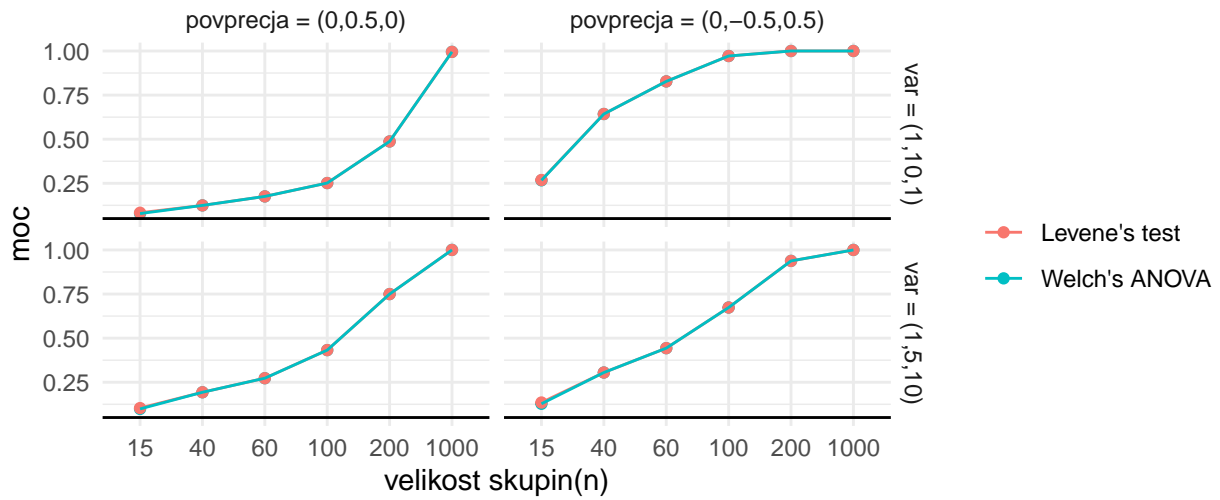
Enake variance



Slika 4: Prikaz moči testa v primeru enakih varianc.

Na podlagi zgornjega grafa ne moremo govoriti o velikih razlikah med testi. Vsi testi imajo zelo podobno moč testa. Pričakovano z naraščanjem velikosti skupin narašča tudi moč testa. Opazimo lahko tudi, da je v primeru različnega povprečja le v eni skupini manjša moč kot v primeru različnega povprečja v vseh skupinah.

Različne variance



Slika 5: Prikaz moči testa v primeru različnih varianc (vrstice predstavljajo varianco skupin, stolpci pa povprečje posamezne skupine).

Ponovno imata metodi zelo podobno moč testa. Opazimo, da se moč testa spreminja z velikostjo skupine in kombinacijo variabilnosti skupine in razlike povprečja. V primeru, da je varianca skupine velika in povprečje malo odstopa od preostalih dveh, je moč testa dokaj majhna tudi pri večjih skupinah (npr. $\text{povprecja} = (0, 0.5, 0)$, $\text{var} = (1, 10, 1)$ in $n = 200$). Torej manj, kot se porazdelitve skupin med seboj prekrivajo in večje kot so, večja je moč testa.