

Domača naloga 1

Neža Kržan, Tom Rupnik Medjedovič

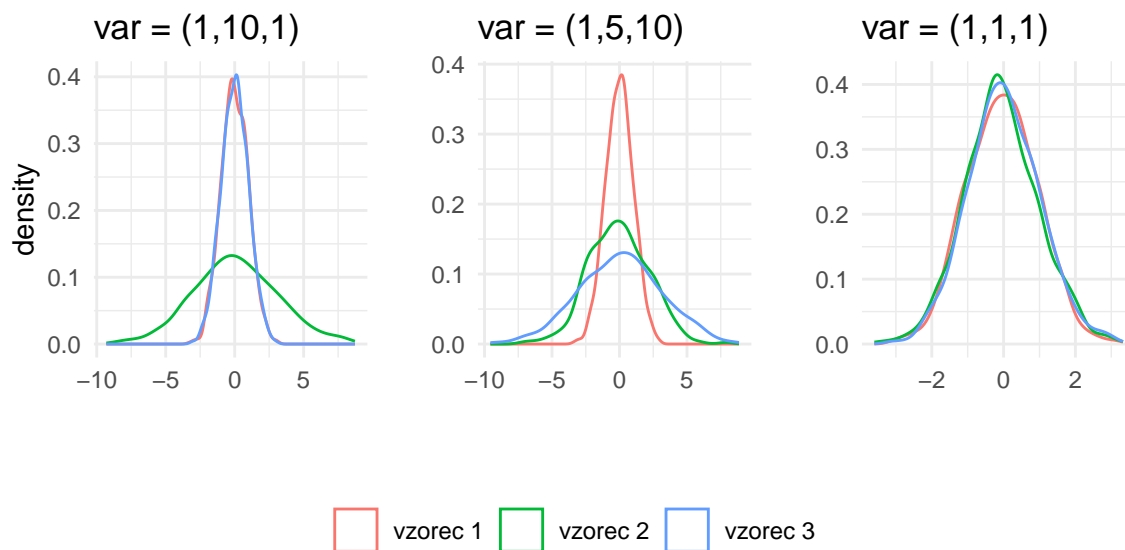
Navodilo

Estimate the validity of a test for the difference of arithmetic means from three independent samples. Compare method where you assume:

- equal variance (classic ANOVA)
- unequal variances (Welch's ANOVA)
- an option where you assume equal variances if you cannot reject the assumption of equality of variances (at 5% risk) with some test for equality of variances (e.g. Levene's), and unequal variances if you can.

Generate the data so that the variances are equal in some places and different in others.

1 Generiranje podatkov



Slika 1: Primer gostote porazdelitev vzorcev za različne kombinacije varianc.

Podatke sva generirala tako, da je porazdelitev znotraj posamezne skupine normalna s povprečjem 0 ($\mu_i = 0$). Variabilnost posamezne skupine sva nekoliko spreminjala, tako da sva lahko preverila veljavnost testa za razliko aritmetičnih sredin v primeru, da je predpostavka enakih varianc izpolnjena oz. kršena. V ta namen sva si izbrala primere treh skupin z naslednjo varianco:

- (1, 10, 1)
- (1, 5, 10)
- (1,1,1)

Pričakujeva, da bo klasični ANOVA test dobro deloval le v primeru, ko je predpostavka enakih varianc izpolnjena. Preostala dva testa pa pričakujeva, da dobro delujeta tako v primeru izpolnjene kot tudi kršene predpostavke.

2 Simulacije (p-vrednost)

V simulacijah, kjer preverjava enakomerno porazdelitev p -vrednosti, sva spreminjala varianco v posamezni skupini in velikost posamezne skupine. Varianca, ki sva si jo izbrala, zavzame vrednosti:

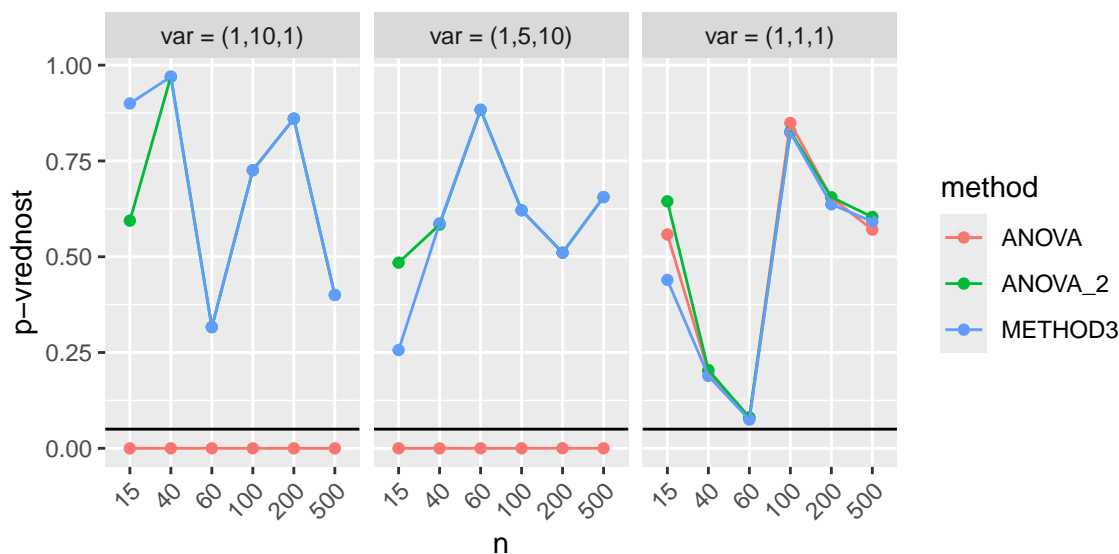
- (1, 10, 1)
- (1, 5, 10)
- (1,1,1)

Za velikost posamezne skupine (vse tri skupine imajo enako vrednost) pa sva si izbrala $n \in \{15, 40, 100, 200, 500\}$.

Na grafih je prikazana p -vrednost Anderson-Darling testa z ničelno hipotezo

$$H_0 : \text{vzorec sledi zvezni enakomerni porazdelitvi}$$

Želeli bi, da je porazdelitev p -vrednosti podobna zvezni enakomerni porazdelitvi, torej da enakomerno zavzame vse vrednosti na intervalu $[0,1]$.



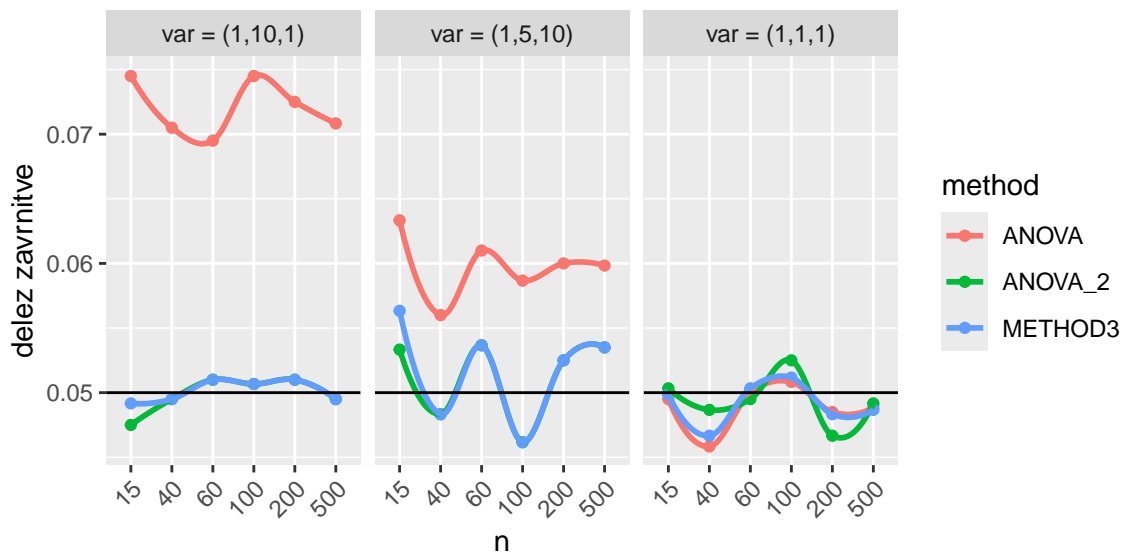
Slika 2: Prikaz p -vrednosti Anderson-Darling testa.

Kot sva že na začetku predvidela, klasična ANOVA v primeru različnih varianc ni veljavna, saj ima p -vrednost enako oz. blizu 0. To pomeni, da zavrnemo ničelno hipotezo.

V primeru, ko je varianca v vseh treh skupinah enaka, so vse p -vrednosti nad mejo 0.05, torej ne moremo zavrniti ničelne hipoteze.

3 Velikost testa

Na podlagi zgornjega grafa pričakujemo, da velikost testa v primeru klasičnega ANOVA testa in različnih varianc ne bo enaka oz. blizu vrednosti 0.05. Zaradi kršenja predpostavk bomo prevečkrat oz. premalokrat zavračali ničelno hipotezo, ko ta drži.



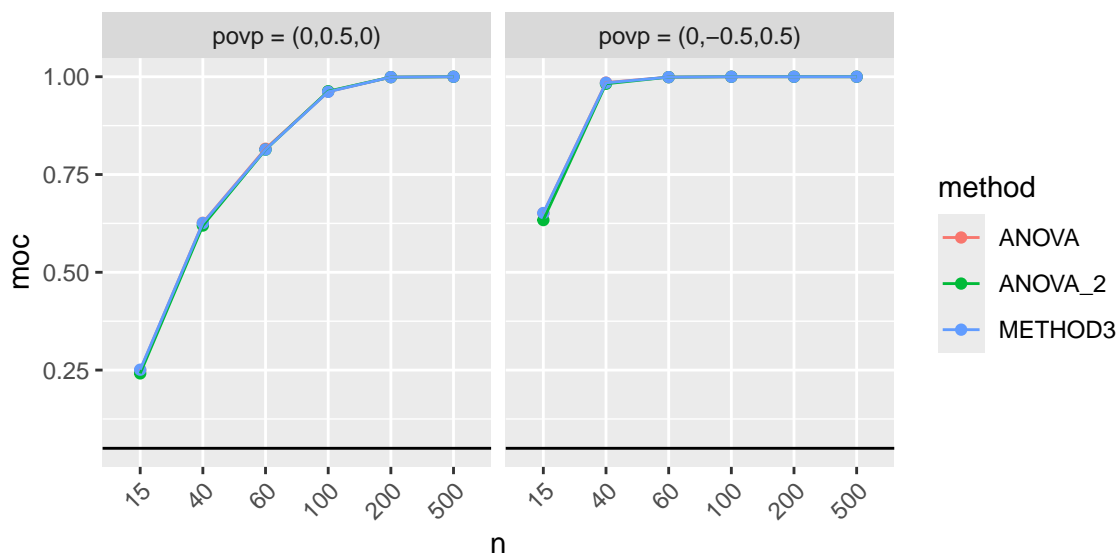
Slika 3: Prikaz velikosti testa pri različnih parametrih.

Res smo potrdili zgornje predvidevanje. V primeru različnih varianc klasični ANOVA test prevečkrat zavrne ničelno hipotezo. Ko pa je varianca v vseh treh skupinah enaka 1, so vrednosti dokaj podobne.

4 Moč testa

Glede na moč testa lahko primerjamo vse tri teste le v primeru enakih varianc. V preostalih primerih klasični ANOVA test ni veljaven, zato bomo primerjali le preostala dva.

Najprej primerjajmo med seboj teste v primeru enakih varianc.

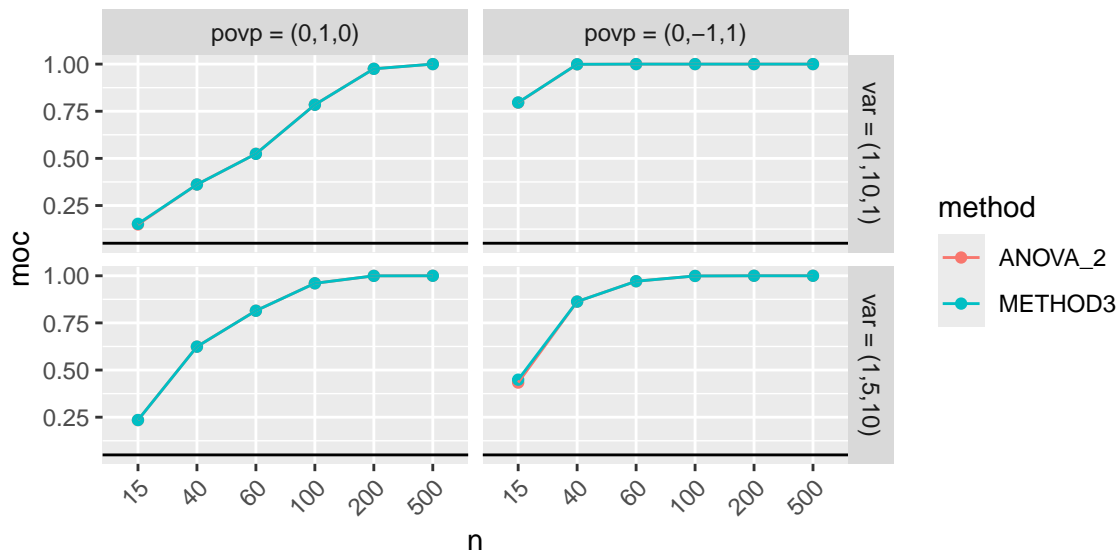


Slika 4: Prikaz moči testa v primeru enakih varianc.

Na podlagi zgornjega grafa ne moremo govoriti o velikih razlikah med testi. Vsi testi imajo zelo podobno moč testa. Pričakovano z naraščanjem velikosti skupin narašča tudi moč testa. Opazimo lahko tudi, da je v primeru različnega povprečja le v eni skupini manjša moč kot v primeru različnega povprečja v vseh skupinah.

Nato pa še primer, ko so variance različne.

(vrstice predstavljajo varinaco skupin, stolpci pa povprečje posamezne skupine)



Slika 5: Prikaz moči testa v primeru različnih varianc.

Ponovno imata metodi zelo podobno moč testa. Opazimo, da se moč testa spreminja z velikostjo skupine in kombinacijo variabilnosti skupine in razlike povprečja. V primeru, da je varianca skupine velika in povprečje malo odstopa od preostalih dveh, je moč testa dokaj majhna. Torej manj, kot se porazdelitve skupin med seboj prekrivajo, večja je moč testa.