

Algoritmos y Estructura de Datos II

Primer Cuatrimestre de 2015

Departamento de Computación
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Reentrega Trabajo Práctico II

Grupo14

Integrante	LU	Correo electrónico
Ituarte Joaquín	457/13	joaquinituarte@hotmail.com
Ledezma Rocha Alexander	337/12	lralexandr@gmail.com
Zarate Eduardo Agustin	587/02	eazarate@yahoo.com.ar
Ignacio Gaston Viana Courtial	765/12	ivianacourtial@gmail.com

Reservado para la cátedra

Instancia	Docente	Nota
Primera entrega		
Segunda entrega		

Índice

1. Modulo Red(α)

Usa: VECTOR(α), CONJUNTO LINEAL(α), BOOL, NAT, STRING, TUPLA, COMPU .

Se explica con: RED

géneros: red.

Operaciones básicas de red.

Interfaz

INICIARRED() $\rightarrow res : red$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} iniciarRed()\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Crea una nueva red vacía.

AGREGARCOMPUTADORA(**in/out** $r : red$, **in** $c : compu$)

Pre $\equiv \{r =_{obs} r_0 \wedge \neg c \in (computadoras(r))\}$

Post $\equiv \{r =_{obs} agregarComputadora(r_0, c)\}$

Complejidad: $O(\#Computadoras(r) + long(c.IP))$

Descripción: Agrega una computadora a la red.

Aliasing: Agrega la computadora c por copia.

CONECTAR(**in/out** $r : red$, **in** $c_1 : compu$, **in** $i_1 : interfaz$, **in** $c_2 : compu$, **in** $i_2 : interfaz$)

Pre $\equiv \{r =_{obs} r_0 \wedge c_1 \in (computadoras(r)) \wedge c_2 \in (computadoras(r)) \wedge ip(c_1) \neq ip(c_2) \wedge \neg conectadas?(r, c_1, c_2) \wedge \neg usaInterfaz(r, c_1, i_1) \wedge \neg usaInterfaz(r, c_2, i_2)\}$

Post $\equiv \{r =_{obs} conectar(r_0, c_1, i_1, c_2, i_2)\}$

Complejidad: $O(\#Computadoras(r) * \max(long(c_1.IP), long(c_2.IP)))$

Descripción: Conecta las computadoras con las interfaces dadas.

COMPUTADORAS(**in** $r : red$) $\rightarrow res : conj(compu)$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} computadoras(r)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve el conjunto de computadoras de la red.

Aliasing: Devuelve una referencia al conjunto

CONECTADAS?(**in** $r : red$, **in** $c_1 : compu$, **in** $c_2 : compu$) $\rightarrow res : bool$

Pre $\equiv \{c_1 \in Computadoras(r) \wedge c_2 \in Computadoras(r)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} Conectadas?(r, c_1, c_2)\}$

Complejidad: $O(\#Computadoras(r) * \max(long(c_1.IP), long(c_2.IP)))$

Descripción: Devuelve true si las computadoras estan conectadas entre si, en caso contrario false.

INTERFAZUSADA(**in** $r : red$, **in** $c_1 : compu$, **in** $c_2 : compu$) $\rightarrow res : interfaz$

Pre $\equiv \{c_1 \in Computadoras(r) \wedge c_2 \in Computadoras(r) \wedge Conectadas?(r, c_1, c_2)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} interfazUsada(r, c_1, c_2)\}$

Complejidad: $O(\#Computadoras(r) * \max(long(c_1.IP), long(c_2.IP)))$

Descripción: Devuelve la interfaz usada para conectar c_1 con c_2 .

Aliasing: Devuelve una copia de la interfaz

VECINOS(**in** $r : red$, **in** $c : compu$) $\rightarrow res : conj(compu)$

Pre $\equiv \{c \in computadoras(r)\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} vecinos(r, c)\}$

Complejidad: $O(\#Computadoras(r)^2 * (\max(long(c_1.IP), long(c_2.IP)) + "max.cantidaddeinterfasesdeunaCompu"))$

Descripción: Devuelve el conjunto de las computadoras que son vecinas de c .

Aliasing: Devuelve una copia del conjunto de computadoras.

USAINTERFAZ?(**in** $r : \text{red}$, **in** $c : \text{compu}$, **in** $i : \text{interfaz}$) $\rightarrow res : \text{bool}$
Pre $\equiv \{c \in \text{computadoras}(r)\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{usaInterfaz?}(r, c, i)\}$
Complejidad: $O(\#Computadoras(r) * \max(\text{long}(c_1.IP), \text{long}(c_2.IP)))$
Descripción: Devuelve true si la interfaz esta siendo usada, en caso contrario false.

CAMINOS(**in** $r : \text{red}$, **in** $c_1 : \text{compu}$, **in** $c_2 : \text{compu}$) $\rightarrow res : \text{conj}(\text{lista}(\text{compu}))$
Pre $\equiv \{c_1 \in \text{computadoras}(r) \wedge c_2 \in \text{computadoras}(r)\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{caminos}(r, c_1, c_2)\}$
Complejidad: $O((L + \text{Maximo}\#Inter) * \#(Computadoras(r))! * \#(Computadoras(r))^2)$
Descripción: Devuelve el conjunto de caminos entre dos computadoras.
Aliasing: Se devuelven copias de los caminos.

HAYCAMINO?(**in** $r : \text{red}$, **in** $c_1 : \text{compu}$, **in** $c_2 : \text{compu}$) $\rightarrow res : \text{bool}$
Pre $\equiv \{c_1 \in \text{Computadoras}(r) \wedge c_2 \in \text{computadoras}(r)\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{hayCamino?}(r, c_1, c_2)\}$
Complejidad: $O((L + \text{Maximo}\#Inter) * \#(Computadoras(r))! * \#(Computadoras(r))^2)$
Descripción: Devuelve true si hay camino entre las computadoras, false en caso contrario.

CAMINOSMINIMOS(**in** $r : \text{red}$, **in** $c_1 : \text{compu}$, **in** $c_2 : \text{compu}$) $\rightarrow res : \text{conj}(\text{lista}(\text{compu}))$
Pre $\equiv \{c_1 \in \text{computadoras}(r) \wedge c_2 \in \text{computadoras}(r)\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{caminosMinimos}(r, c_1, c_2)\}$
Complejidad: $O((L + \text{Maximo}\#Inter) * \#(Computadoras(r))! * \#(Computadoras(r))^2)$
Descripción: Devuelve el conjunto de los caminos minimos entre dos computadoras.
Aliasing: Se devuelven copias de los caminos.

Representación

Representación de Red

red se representa con estr

donde estr es $\text{tupla}(\text{mapa} : \text{vector}(\text{vector}(\text{tupla}(\text{conecta?} : \text{bool}, \text{interfaz} : \text{nat}))) , \text{indexToString} : \text{vector}(\text{string}), \text{computadoras} : \text{conj}(\text{compu}))$

Invariante de representacion en castellano:

1. La longitud de todos los vectores y subvectores es igual al cardinal del conjunto e.Computadoras.
2. Todas las strings de e.IndexToString son algún IP de alguna compu de e.Computadoras y no se repiten. Como longitud = cardinal, se que son los mismos entre vector y conjunto.
3. En la matriz (e.mapa), si un elemento e.mapa[i][j] posee el valor conecta? en true, entonces e.mapa[j][i].conecta? == true y las interfaces usadas son válidas y usadas una sola vez para tuplas con el valor.conecta? == true.

$\text{Rep} : \text{red} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(e) \equiv \text{true} \iff$

1. $\text{long}(e.\text{mapa}) = \text{long}(e.\text{indexToString}) \wedge$
 $\text{long}(e.\text{mapa}) = \#e.\text{computadoras} \wedge$
 $(\forall i : \text{nat}) (i < \text{long}(e.\text{mapa})) \Rightarrow_L \text{long}(e.\text{mapa}) = \text{long}(e.\text{mapa}[i])$
2. $\text{nombresValidos}(e.\text{indexToString}, e.\text{computadoras}) \wedge$
 $\text{long}(\text{sinRepetidos}(e.\text{indexToString})) = \text{long}(e.\text{indexToString})$
3. $(\forall i : \text{nat}) (i < \text{long}(e.\text{mapa})) \Rightarrow_L \text{interfacesValidas}(e.\text{mapa}[i], \text{obtenerInterfaces}(e.\text{indexToString}[i], e.\text{computadoras})) \wedge$
 $(\forall i : \text{nat}, j : \text{nat}) (i < \text{long}(e.\text{mapa}) \wedge (j < \text{long}(e.\text{mapa})) \Rightarrow_L$
 $e.\text{mapa}[i][j].\text{conecta?} = e.\text{mapa}[j][i].\text{conecta?})$

Abs : $\text{estr } e \rightarrow \text{Red}$ $\{\text{Rep}(e)\}$
 Abs(e) \equiv r: red | computadoras(r) = e.computadoras \wedge
 $(\forall c1, c2: \text{Compu}) (c1 \neq c2 \wedge c1 \in (\text{computadoras}(r)) \wedge c2 \in (\text{computadoras}(r)) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{conectadas?}(r, c1, c2) \leftrightarrow e.\text{mapa}[\text{ubicar}(c1, e.\text{indexToString})][\text{ubicar}(c2, e.\text{indexToString})].\text{conecta?} \wedge (\forall c1, c2: \text{Compu}) (c1 \in (\text{computadoras}(r)) \wedge c2 \in (\text{computadoras}(r)) \wedge \text{conectadas?}(r, c1, c2)) \Rightarrow_{\text{L}} \text{interfazUsada}(r, c1, c2) = e.\text{mapa}[\text{ubicar}(c1, e.\text{indexToString})][\text{ubicar}(c2, e.\text{indexToString})].\text{interfaz}$

Operaciones auxiliares de los TADS:

ubicar : $\text{string } s \times \text{secu}(\text{string}) \text{ sc} \rightarrow \text{nat}$ $\{\text{esta}(\text{sc}, s)\}$
 ubicar(s, sc) \equiv **if** $s = \text{prim}(\text{sc})$ **then** 1 **else** $1 + \text{ubicar}(s, \text{fin}(\text{sc}))$ **fi**
 nombresValidos : $\text{secu}(\text{string}) \times \text{conj}(\text{tupla}(\text{string} \times \text{conj}(\text{nat}))) \rightarrow \text{bool}$
 nombresValidos(s, c) \equiv nombresValidos2($s, \text{soloString}(s)$)
 nombresValidos2 : $\text{secu}(\text{string}) \times \text{conj}(\text{string}) \rightarrow \text{bool}$
 nombresValidos2(s, c) \equiv **if** vacia(s) **then** true **else** $\text{prim}(s) \in c \wedge \text{nombresValidos}(\text{fin}(s), c - \{\text{prim}(s)\})$ **fi**
 soloString : $\text{conj}(\text{tupla}(\text{string} \times \text{conj}(\text{nat}))) \rightarrow \text{conj}(\text{string})$
 soloString(c) \equiv **if** $\emptyset?(c)$ **then** \emptyset **else** $\text{Ag}(\Pi_1(\text{dameUno}(c)), \text{sinUno}(c))$ **fi**
 interfacesValidas : $\text{secu}(\text{tupla}(\text{bool} \times \text{nat})) \times \text{conj}(\text{nat}) \rightarrow \text{bool}$
 interfacesValidas(s, c) \equiv **if** vacia?(s) **then** true **else** **if** $\Pi_1(\text{prim}(s))$ **then** $\Pi_2(\text{prim}(s)) \in c \wedge \text{interfacesValidas}(\text{fin}(s), c - (\Pi_1(\text{prim}(s))))$ **else** $\text{interfacesValidas}(\text{fin}(s), c)$ **fi** **fi**
 obtenerInterfaces : $\text{string} \times \text{conj}(\text{tupla}(\text{string} \times \text{conj}(\text{nat}))) \rightarrow \text{conj}(\text{nat})$
 obtenerInterfaces(s, c) \equiv **if** $\emptyset?(c)$ **then** \emptyset **else** **if** $s = \Pi_1(\text{dameUno}(c))$ **then** $\Pi_2(\text{dameUno}(c))$ **else** $\text{obtenerInterfaces}(s, \text{sinUno}(c))$ **fi** **fi**

Algoritmos

Algoritmos de Red

iniciarRed() \rightarrow res: estr

begin

 res.computadoras \leftarrow vacio()
 res.mapa \leftarrow vacia()
 res.indexToString \leftarrow vacia()

end

Data: Complejidad es $O(1)$

//O(1)
 //O(1)
 //O(1)

Algorithm 1: iniciarRed

agregarComputadora(inout e: estr, in c: compu)

```

begin
  AgregarRapido(e.computadoras, c)           //O(Longitud(IP(c)) + Cardinal(Interfaces(c)) )
  nat i ← 0                                   //O(1)
  while i < Longitud(e.mapa) do
    e.mapa[i] ← AgregarAtras(e.mapa[i], <false, 0>) //O(1)
    i++                                       //O(1)
  end
  //While: O(longitud(e.mapa))
  e.mapa ← AgregarAtras(e.mapa, vacia())      //O(1)
  i ← 0                                       //O(1)
  while (i < Longitud(e.mapa)) do
    AgregarAtras(ultimo(e.mapa), <false, 0>) //O(1)
    i++
  end
  //While: O(Longitud(e.mapa))
  e.indexToString ← AgregarAtras(e.indexToString, IP(c)) //Pasaje por referencia: O(1)
end

```

Data: Complejidad es $O(\text{Longitud}(\text{e.mapa}) + \text{Longitud}(\text{IP}(\text{c})))$

Algorithm 2: agregarComputadora

conectar(inout e:estr, in c1:compu, in i1:interfaz, in c2:compu, in i2:interfaz)

```

begin
  nat pcindex1, pcindex2                     //O(1)
  nat i ← 0                                  //O(1)
  while i < Longitud(e.mapa) do
    if e.indexToString[i] == IP(c1)           //O(Longitud(IP(c1))) then
      pcindex1 ← i                           //O(1)
    end
    if e.indexToString[i] == IP(c2)           //O(Longitud(IP(c2))) then
      pcindex2 ← i                           //O(1)
    end
    i++                                       //O(1)
  end
  //While: O(Longitud(e.mapa) * L)
  e.mapa[pcindex1][pcindex2] ← <true, interfaz1> //O(1)
  e.mapa[pcindex2][pcindex1] ← <true, interfaz2> //O(1)
end

```

Data: Complejidad es $O(\text{Longitud}(\text{e.mapa}) * L)$

Algorithm 3: conectar

Computadoras(in e:estr) → res: conj(compu)

```

begin
  res ← e.computadoras                       //O(1)
end

```

Data: Complejidad es $O(1)$. Devuelve la referencia al conjunto

Algorithm 4: computadoras

conectadas?(in e:estr, in c1:compu, in c2:compu) \leftarrow res: bool

```

begin
  nat i,j                                     //O(1)
  nat k  $\leftarrow$  0                             //O(1)
  while k < Longitud(e.mapa) do
    if IP(c1) == e.indexToString[k]           //O(L) then
      | i  $\leftarrow$  k                             //O(1)
    end
    if IP(c2) == e.indexToString[k]           //O(L) then
      | j  $\leftarrow$  k                             //O(1)
    end
    k++                                       //O(1)
  end
  res  $\leftarrow$  e.mapa[i][j].conecta?           //While: O(Longitud(e.mapa) * L)
                                              //O(1)
end

```

Data: Complejidad es $O(\text{Longitud}(\text{e.mapa}) * L)$

Algorithm 5: conectadas?

interfazUsada(in e:estr, in c1: compu, in c2: compu) \leftarrow res: nat

```

begin
  nat i,j                                     //O(1)
  nat k  $\leftarrow$  0                             //O(1)
  while k < Longitud(e.mapa) do
    if IP(c1) == e.indexToString[k]           //O(L) then
      | i  $\leftarrow$  k                             //O(1)
    end
    if IP(c2) == e.indexToString[k]           //O(L) then
      | j  $\leftarrow$  k                             //O(1)
    end
    k++                                       //O(1)
  end
  res  $\leftarrow$  e.mapa[i][j].interfaz           //While: O(Longitud(e.mapa) * L)
                                              //Por copia. O(1)
end

```

Data: Complejidad es $O(\text{Longitud}(\text{e.mapa}) * L)$. Devuelve una copia de la interfaz.

Algorithm 6: interfazUsada

vecinos(in e:estr, in c:compu) \leftarrow res: conj(compu)

```

begin
  res  $\leftarrow$  vacio()                             //O(1)
  itConj it  $\leftarrow$  crearIt(e.computadoras)       //O(1)
  while haySiguiente(it) do
    if  $\neg(\text{Siguiente}(it) == c)$  //O(L + "maxima Cantidad de Interfaces De Una Compu") then
      | if conectadas?(e,c,siguienteIt(it)) //O(Cardinal(e.Computadoras) * L) then
          | agregarRapido(res,siguiente(it))
            //Agrega por copia: O(L + "maxima Cantidad de Interfaces De Una Compu")
        end
      end
    end
    avanzar(it)                                   //O(1)
  end
  //While: O(Cardinal(e.Computadoras)2 * (L + "maxima Cantidad de Interfaces De Una Compu") )
end

```

Data: Complejidad es $O(\text{Cardinal}(\text{e.Computadoras})^2 * (L + \text{"maxima Cantidad de Interfaces De Una Compu"}))$

Algorithm 7: vecinos

usaInterfaz?(in e:estr, in c:compu, in z:interfaz) → res: bool

```

begin
  nat j //O(1)
  nat i ← 0 //O(1)
  while i < Longitud(e.mapa) do
    if IP(c) == e.indexToString[i] //O(L) then
      | j ← i //O(1)
    end
    i++ //O(1)
  end
  //While: O(Longitud(e.mapa) * L)
  res ← false //O(1)
  i ← 0 //O(1)
  while i < longitud(e.mapa) do
    if e.mapa[j][i] == <true, z> //O(1) then
      | res ← true //O(1)
    end
    i++
  end
  //O(Longitud(e.mapa))
end
Data: Complejidad es O(Longitud(e.mapa) * L)

```

Algorithm 8: usaInterfaz?

caminosMinimos(in e: estr, in c1:compu, c2:compu) → res: conj(Lista(compu))

```

begin
  res ← vacio() //O(1)
  itConj it ← crearIt(camino(e,c1,c2))
  //O( (L + Maximo#Inter) * Cardinal(e.Computadoras)! * Cardinal(e.Computadoras)2)
  itConj it1 ← crearIt(camino(e,c1,c2))
  //O( (L + Maximo#Inter) * Cardinal(e.Computadoras)! * Cardinal(e.Computadoras)2)
  nat i ← 0 //O(1)
  while HaySiguiente(it) do
    if i = 0 v Longitud(Siguiente(it)) < i then
      | i ← Longitud(Siguiente(it)) //O(1)
    end
    avanzar(it) //O(1)
  end
  //While: O(Cardinal(e.Computadoras)!)
  while HaySiguiente(it1) do
    if i = 0 v Longitud(Siguiente(it1)) < i then
      | agregarRapido(res, Siguiente(it1))
      //Por copia: O(Cardinal(e.Computadoras) * (L + Maximo#Inter) )
    end
    Avanzar(it1) //O(1)
  end
  //While: O(Cardinal(e.Computadoras)! * Cardinal(e.Computadoras) * (L + Maximo#Inter))
end
Data: Complejidad es O( (L + Maximo#Inter) * Cardinal(e.Computadoras)! * Cardinal(e.Computadoras)2)

```

Algorithm 9: caminosMinimos


```

caminos2(in e: estr, in c1:compu, in c2:compu, inout l:lista(compu)) → res: conj(lista(compu))
begin
  agregarAtras(l,c1) //Agrega por copia: O(L + Cardinal(Interfaces(c1)))
  res ← vacio() //O(1)
  if c1 == c2 //O(L + Maximo#Inter) then
    | agregar(res,l) //Agrega por copia la lista: O(L + Maximo#Inter + Longitud(l))
  else
    conj(compu) vecinos ← vecinos(e,c1) //O(Cardinal(e.Computadoras)2 * (L + Maximo#Inter) )
    itLista it ← creatIt(l) //O(1)
    while haySiguiente(it) do
      | eliminar(vecinos,siguiente(it)) //O(1)
      | avanzar(it) //O(1)
    end
    //While: O(Cardinal(e.computadoras))
    itConjunto itVecinos ← creatIt(vecinos) //O(1)
    res ← vacio() //O(1)
    while haySiguiente(itVecinos) do
      conj(lista(compu)) caminosTemp ← caminos2(e,siguiente(itVecinos),c2,l)
      . //Los caminos son solo aquellos que terminan en c2, si no es vacío.
      //O( (Cardinal(e.Computadoras)! * Cardinal(e.Computadora) * (L + Maximo#Inter) )
      itConjunto itCaminosTemp ← creatIt(caminosTemp) //O(1)
      while haySiguiente(itCaminosTemp) do
        | agregar(res, siguiente(itCaminosTemp)) //Por copia: O(Cardinal(e.computadoras) * (L + Maximo#Inter) )
        | avanzar(itCaminosTemp) //O(1)
      end
      //O(While: Cardinal(e.Computadoras)! * Cardinal(e.Computadoras)2 * (L +
      Maximo#Inter))
      avanzar(itVecinos) //O(1)
    end
    //While: O( (L + Maximo#Inter) * Cardinal(e.Computadoras)! *
    Cardinal(e.Computadoras)2 )
  end
end

```

Data: Operación auxiliar de caminos. Los caminos que no terminen en c2 no terminan en el conjunto solución, dado que nunca se agregan por no entrar por la condición true del If. La recursión se realiza a lo sumo $(\text{Cardinal}(\text{e.Computadoras}))! = n!$ veces, ya que empieza pudiendo hacer n-1 llamados y cada vez tiene un elemento menos en el cual realizar la recursión. Complejidad $O(L^2 * \text{Cardinal}(\text{e.Computadoras})! * \text{Cardinal}(\text{e.Computadoras})^2)$

Algorithm 10: caminos2

hayCaminos?(in e: estr, in c1:compu, c2:compu) → res: bool

```

begin
  res ← cardinal(caminosMinimos(e,c1,c2)) > 0
  //O( (L + Maximo#Inter) * Cardinal(e.Computadoras)! * Cardinal(e.Computadoras)2 )
end

```

Data: Complejidad: $O((L + \text{Maximo}\#\text{Inter}) * \text{Cardinal}(\text{e.Computadoras})! * \text{Cardinal}(\text{e.Computadoras})^2)$

Algorithm 11: hayCaminos?

caminos(in e:estr, in c1: compu, in c2: compu) → res:conj(lista(compu))

```

begin
  Lista(compu) l ← Vacía() //O(1)
  AgregarAtras(l, c1) //Por copia: O(L)
  res ← caminos2(e, c1, c2, l) //O( (L + Maximo#Inter) * Cardinal(e.Computadoras)! *
  Cardinal(e.Computadoras)2 )
end

```

Data: Complejidad: $O((L + \text{Maximo}\#\text{Inter}) * \text{Cardinal}(\text{e.Computadoras})! * \text{Cardinal}(\text{e.Computadoras})^2)$

Algorithm 12: caminos

2. Módulo DiccString(α)

Interfaz

parámetros formales

géneros α
función $\text{COPIAR}(\text{in } a : \alpha) \rightarrow res : \alpha$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} a\}$
Complejidad: $\Theta(\text{copy}(a))$
Descripción: función de copia de α 's

Usa: BOOL, STRING, TUPLA

Se explica con: DICCIONARIO(String, α), ITERADOR UNIDIRECCIONAL(α).

géneros: diccStr(α), itDiccStr(α).

Operaciones básicas de DiccString(α)

VACÍO() $\rightarrow res : \text{diccStr}(\alpha)$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{vacío}\}$
Complejidad: $O(1)$
Descripción: Genera un diccionario de strings vacío

DEFINIR(in/out ds : diccStr(α), in s : String, in d : α)
Pre $\equiv \{ds =_{\text{obs}} ds_0 \wedge s \neq \langle \rangle\}$
Post $\equiv \{ds =_{\text{obs}} \text{definir}(ds_0, s, d)\}$
Complejidad: $O(|s| + \text{copy}(d))$
Descripción: Define la clave s con el significado d en el diccionario.
Aliasing: Copia la clave y el significado.

DEFINIDO?(in ds : diccStr(α), in s : String) $\rightarrow res : \text{bool}$
Pre $\equiv \{s \neq \langle \rangle\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{def?}(ds, s)\}$
Complejidad: $O(|s|)$
Descripción: Devuelve true si y sólo si s está definido en el diccionario.

SIGNIFICADO(in ds : diccStr(α), in s : String) $\rightarrow res : \alpha$
Pre $\equiv \{\text{def?}(ds, s)\}$
Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{Significado}(ds, s))\}$
Complejidad: $O(|s|)$
Descripción: Devuelve el significado de la clave s en ds.
Aliasing: res es modificable si y sólo si ds es modificable.

Operaciones básicas del iterador(α)

CREARIT(in ds : diccStr(α)) $\rightarrow res : \text{itDiccStr}(\alpha)$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{crearItUni}(\text{significados}(\text{Diccionario}(ds))) \wedge_{\text{L}} res.\text{actual} =_{\text{obs}} ds \wedge \text{vacía?}(res.\text{proximos}))\}$
Complejidad: $O(1)$
Descripción: Crea un iterador unidireccional del diccionario.
Aliasing: El iterador se invalida si se modifica el diccionario original, res no es modificable

HAYMAS?(in itds : itDiccStr(α)) $\rightarrow res : \text{bool}$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{hayMas?}(itds)\}$
Complejidad: $O(1)$
Descripción: Devuelve true si y solo si en el iterador todavía quedan elementos para avanzar

ACTUAL(**in** $itds$: $\text{itDiccStr}(\alpha)$) $\rightarrow res$: $\text{tupla}(\text{clave: String, significado: } \alpha)$
Pre $\equiv \{\text{HayMas?}(it)\}$
Post $\equiv \{\text{alias}(res =_{\text{obs}} \text{actual}(itds))\}$
Complejidad: $O(|\text{max_clave}|)$
Descripción: Devuelve el elemento actual del iterador
Aliasing: El iterador se invalida si se modifica el diccionario original, res no es modificable

AVANZAR(**in/out** $itds$: $\text{itDiccStr}(\alpha)$)
Pre $\equiv \{it = it_0 \wedge \text{HayMas?}(itds)\}$
Post $\equiv \{it =_{\text{obs}} \text{Avanzar}(it_0)\}$
Complejidad: $O(|\text{max_clave}|)$
Descripción: Avanza a la posición siguiente del iterador

Representación

Representación de DiccString

$\text{diccStr}(\alpha)$ se representa con dstr

donde dstr es $\text{puntero}(\text{nodo})$

donde nodo es $\text{tupla}(\text{letra: char, dato: puntero}(\alpha), \text{sigLetra: puntero}(\text{nodo}), \text{restoPalabra: puntero}(\text{nodo}))$

Invariante de representacion en castellano:

1. El orden de los nodos con respecto a sigLetra debe ser creciente en base a $\text{Ord}()$
2. Si un nodo no tiene restoPalabra , se asegura que ahí hay un dato
3. Si sigLetra o restoPalabra no son null, se deberá cumplir el invariante en ellos tambien respectivamente.
4. No se generan ciclos.
5. Un nodo no puede tener dos padres.

$\text{Rep} : \text{dstr} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(ds) \equiv \text{true} \iff (ds \neq \text{NULL}) \Rightarrow_L \text{Rep}(*ds)$

$\text{Rep} : \text{nodo} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(n) \equiv \text{true} \iff$

1. $(n.\text{sigLetra} \neq \text{NULL}) \Rightarrow_L (\text{ord}(n.\text{letra}) < \text{ord}(n.\text{sigLetra} \rightarrow \text{letra}) \wedge$
2. $(n.\text{restoPalabra} = \text{NULL}) \Rightarrow_L n.\text{dato} \neq \text{NULL} \wedge$
3. $(n.\text{sigLetra} \neq \text{NULL}) \Rightarrow_L \text{Rep}(n.\text{sigLetra}) \wedge (n.\text{restoPalabra} = \text{NULL}) \Rightarrow_L \text{Rep}(n.\text{restoPalabra})$
4. -
5. -

$\text{Abs} : \text{dstr } ds \rightarrow \text{dicc}(\text{String}, \alpha)$

$\{\text{Rep}(ds)\}$

$\text{Abs}(ds) \equiv \text{Diccionario}(ds, <>)$

Diccionario : puntero(nodo) \times string \longrightarrow dicc(String, α)

```
Diccionario(nodo, s)  $\equiv$  if nodo == NULL then
    vacio
else
    Fusionar(
        if nodo.dato == NULL then
            vacio
        else
            definir(s • (nodo→letra), nodo→dato, vacio)
        fi,
        Fusionar(Diccionario(nodo→restoPalabra, s • (nodo→letra)), Diccionario(nodo→sigLetra, s)))
    fi
```

Fusionar : dicc(String \times α) \times dicc(String \times α) \longrightarrow dicc(String, α)

Fusionar(d, definir(k, s, d')) \equiv Fusionar(definir(k, s, d), d')

Fusionar(d, vacio) \equiv d

Se llama a Fusionar(Caso1, Fusionar(Caso2, Caso3))

Caso1 abarca cuando se encuentra un dato definido

Caso2 es la recursion sobre el resto de la palabra (Por ejemplo, descubrimos que Caza esta definido, pero quizas esta Cazad definido tambien)

Caso3 es la recursion sobre el resto del diccionario (Por ejemplo, cuando llegamos al nodo Cazad, en sigLetra puede estar la r, que potencialmente indica que la clave Cazar esta definida)

Representación del iterador

itDiccStr(α) se representa con itdstr

donde itdstr es tupla(actual: puntero(nodo) , proximos: Pila(puntero(nodo)))

Donde nodo es el mismo definido anteriormente en el diccionario

Rep : itDiccStr(α) \longrightarrow bool

Rep(it) \equiv true \iff Rep(it.actual) \wedge Rep(it.proximos)

Rep : Pila(puntero(nodo)) \longrightarrow bool

Rep(pit) \equiv true \iff **if** Vacía?(pit) **then** true **else** Rep(tope(pit)) \wedge Rep(desapilar(pit)) **fi**

Y que para todo puntero A y B distintos pertenecientes a apilar(it.proximos, it.actual) ni A referencia a B ni B referencia a A, ni sucesivas referencias de sigLetra o restoPalabra de A referencian a ninguna sucesiva referencia de B y viceversa.

Abs : itDiccStr(α) it \longrightarrow itUni(α) {Rep(it)}

Abs(it) \equiv crearItUni(significados(Fusionar(Diccionario(it.actual, <>), DiccionarioPila(it.proximos, <>))))

DiccionarioPila : pila(diccString(string \times α)) \times string \longrightarrow dicc(String, α)

DiccionarioPila(p, s) \equiv Fusionar(Diccionario(tope(p), s), DiccionarioPila(desapilar(p), s))

Algoritmos Algoritmos de DiccString

iVacio() → res: DiccStr(α)

```
begin
  | res ← NULL
end
```

Algorithm 13: iVacio

iSignificado(in ds: dstr, in s: string) → res: α

```
begin
  | res ← iSignificadoAux(ds,s,0)
end
```

$O(|s| - 0) = O(|s|)$

Data: Complejidad es $O(|s|)$

Algorithm 14: iSignificado

iSignificadoAux(in pn: puntero(nodo), in s: string, in n: nat) → res: α

```
begin
  | if pn → letra == s[n] then
    |   if n == longitud(s) - 1 then
    |     | res ← (pn → dato)
    |   else
    |     | res ← iSignificadoAux(pn → restoPalabra, s, n + 1)
    |   end
  | else
  |   if ord(pn → letra) < ord(s[n]) then
  |     | res ← iSignificadoAux(pn → sigLetra, s, n)
  |   end
  | end
end
```

end

Data: Dado que la cantidad de letras distintas es acotada, recorrer horizontalmente la estructura tiene complejidad $O(1)$. Por ende: Complejidad es $O(|s| - n)$

Algorithm 15: iSignificadoAux

iDefinido?(in ds: dstr, in s: string) → res: α

```
begin
  | res ← iDefinidoAux(ds,s,0)
end
```

Data: Complejidad es $O(|s|)$

Algorithm 16: iDefinido?

iDefinir(inout ds: dstr, in s: string, in d: α)

```
begin
  | iDefinirAux(ds, s, & copy(d), 0)
end
```

$O(|s| - 0) = O(|s|)$

Data: Complejidad es $O(|s|)$

Algorithm 17: iDefinir

iDefinidoAux(in pn:puntero(nodo), in s:string, in n:nat) → res: bool

```

begin
  res ← false
  if pn ≠ NULL then
    if pn → letra == s[n] then
      if n == longitud(s) - 1 then
        | res ← (pn → dato) ≠ NULL
      else
        | res ← iDefinidoAux(pn → restoPalabra, s, n + 1)
      end
    else
      if ord(pn → letra) < ord(s[n]) then
        | res ← iDefinidoAux(pn → sigLetra, s, n)
      end
    end
  end
end

```

Data: Dado que la cantidad de letras distintas es acotada, recorrer horizontalmente la estructura tiene complejidad $O(1)$. Por ende: Complejidad es $O(|s| - n)$.

Algorithm 18: iDefinidoAux

iDefinirAux(inout pn:puntero(nodo), in s:string, in d:puntero(α), in n:nat)

```

begin
  if pn == NULL then
    | pn ← crearDefinicion(s,d,n,pn) O(|s| - n)
  else
    if s[n] == pn→letra then
      if n == longitud(s) - 1 then
        | pn→dato ← d
      else
        | iDefinirAux(pn→restoPalabra,s,d,n+1) O(|s| - n - 1)
      end
    else
      if Ord(s[n]) < Ord(pn→letra) then
        | pn ← crearDefinicion(s,d,n,pn) O(|s| - n)
      else
        | iDefinirAux(pn→sigLetra,s,d,n) O(|s| - n)
      end
    end
  end
end

```

Data: Dado que la cantidad de letras distintas es acotada, recorrer horizontalmente la estructura tiene complejidad $O(1)$. Por ende: Complejidad es $O(|s| - n)$.

Se itera recursivamente desde n inclusive hasta la longitud de s - 1 donde se corta la recursion y se devuelve el valor. Todas las operaciones menos crearDefinicion y los saltos recursivos son $O(1)$. La recursion para encontrar la letra correspondiente en la lista de letras asociada con un nodo es $O(1)$, si no se encuentra la letra correspondiente se crea una rama nueva con crearDefinicion, como esta funcion tiene la misma complejidad que una llamada recursiva, se mantiene la complejidad de $O(|s| - n)$

Algorithm 19: iDefinirAux

crearDefinicion(in s:string, in d:puntero(α), in n:nat, in pn:puntero(nodo)) \rightarrow res: puntero(nodo)

```

begin
  res→letra  $\leftarrow$  s[n]
  res→sigLetra  $\leftarrow$  pn
  if  $n == longitud(s) - 1$  then
    res→dato  $\leftarrow$  d
    res→restoPalabra  $\leftarrow$  NULL
  else
    res→dato  $\leftarrow$  NULL
    res→restoPalabra  $\leftarrow$  crearDefinicion(s, d, n+1, NULL)
  end
end

```

$O(|s| - n - 1)$

Data: Complejidad es $O(|s| - n)$, se itera recursivamente desde n inclusive hasta la longitud de $s - 1$, donde se corta la recursión, todas las operaciones son $O(1)$.

Algorithm 20: crearDefinicion

Algoritmos del Iterador

iCrearIt(in: ds: DiccStr(α)) \rightarrow res: itDiccStr(α)

```

begin
  |  $res.actual \leftarrow ds$   $O(1)$ 
  |  $res.proximos \leftarrow vacia()$   $O(1)$ 
end

```

Data: Complejidad: $O(1)$

Algorithm 21: iCrearIt

iHayMas?(in: itds: itdstr) \rightarrow res: bool

```

begin
  |  $res \leftarrow actual \neq NULL$ 
end

```

Data: Complejidad: $O(1)$

Algorithm 22: iHayMas?

iActual(inOut: itds: itdstr) \rightarrow res: α

```

begin
  | if  $itds.actual \rightarrow dato = NULL$  then
    | iAvanzar(itds)
  | end
  |  $res = itds.actual \rightarrow dato$ 
end

```

Data: Complejidad es $O(\text{Max}(\text{claves}(itds.actual)))$

Algorithm 23: iActual

```

iAvanzar(inOut: itds: itdstr)
begin
  if itds.actual→sigLetra ≠ NULL then
    | Apilar(itds.proximos, itds.actual→sigLetra)
  end
  if itds.actual→restoPalabra ≠ NULL then
    | itds.actual ← itds.actual→restoPalabra
    | if itds.actual→dato = NULL then
      | | iAvanzar(itds)
    | end
  else
    | if EsVacía?(itds.proximos) then
      | | itds.actual ← NULL
    | else
      | | itds.actual ← Tope(itds.proximos)
      | | Desapilar(itds.proximos)
    | end
  end
end

```

Data: El algoritmo busca el siguiente puntero con un dato no nulo. Buscar este dato tiene implica buscarlo horizontal (Complejidad $O(1)$) y verticalmente en el trie (Complejidad $O(\text{Longitud_Palabra})$). La complejidad del algoritmo es $O(|s|)$, donde s es la string más larga del diccionario.

Algorithm 24: iAvanzar

3. Módulo DCNet

Interfaz

se explica con: DCNET.

géneros: DCNet.

Usa: VECTOR(α), CONJUNTORAPIDO(α), RED, BOOL, COLAPRIOR(α), NAT, STRING, TUPLA, COMPU, PAQPRIOR, DICCSTRING, LISTA(COMPU).

Se explica con: DCNET

géneros: DCnet.

Operaciones básicas de DCNet

INICIARDCNET(**in** *red*: red) \rightarrow *res* : DCNet

Pre \equiv {true}

Post \equiv {*res* =_{obs} *IniciarDCNet*(*red*)}

Complejidad: $\#O(\text{Computadoras}(r)^2 * (L + \text{Maximo}\#Inter) * \#(\text{Computadoras}(r))! * \#(\text{Computadoras}(r))^2)$

Descripción: Inicia una DCNet

CREARPAQUETE(**in/out** *dc*: DCNet, **in** *p*: paquete)

Pre \equiv {*dc* =_{obs} *dc*₀ \wedge paquete.origen \in Computadoras(Red(*dc*)) \wedge paquete.destino \in Computadoras(Red(*dc*)) \wedge paquete.id \notin Ids(*dc*) \wedge_L HayCamino?(red(*dc*), paquete.origen, paquete.destino) }

Post \equiv {*dc* =_{obs} *crearPaquete*(*dc*₀, paquete.origen, paquete.destino)}

Complejidad: $O(L + \log(k))$

Descripción: Agrega un paquete a la DCNet

Aliasing: Agrega por referencia.

AVANZARSEGUNDO(**in/out** *dc*: DCNet)

Pre \equiv {*dc* =_{obs} *dc*₀}

Post \equiv {*dc* =_{obs} *avanzarSegundo*(*dc*₀)}

Complejidad: $O(n * (L + \log(k)))$

Descripción: Se envían los paquetes de mayor prioridad de cada computadora en caso de tenerlos

RED(**in** *dc*: DCNet) \rightarrow *res* : Red

Pre \equiv {true}

Post \equiv {*res* =_{obs} *red*(*dc*)}

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve la red de la DCNet

Aliasing: Devuelve la referencia de la Red.

CAMINORECORRIDO(**in** *dc*: DCNet, **in** *p*: paquete) \rightarrow *res* : Lista(Compu)

Pre \equiv {PaqueteEnTransito?(*dc*, *p*)}

Post \equiv {*res* =_{obs} *CaminoRecorrido*(*dc*, *p*)}

Complejidad: $O(n * \log(k))$

Descripción: Devuelve la lista del camino recorrido por el paquete

Aliasing: Devuelve una referencia.

CANTIDADENVIADOS(**in** *dc*: DCNet, **in** *pc*: Compu) \rightarrow *res* : nat

Pre \equiv {*pc* \in Computadoras(*red*(*dc*))}

Post \equiv {*res* =_{obs} *CantidadEnviados*(*dc*, *pc*)}

Complejidad: $O(L)$

Descripción: Devuelve la cantidad de envíos que realizó la pc desde el inicio del DCNet

ENESPERA(in dc : DCNet, in pc : Compu) $\rightarrow res$: conjR(paquetes)
Pre $\equiv \{pc \in Computadoras(red(dc))\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} EnEspera(dc, pc)\}$
Complejidad: $O(Longitud(IP(pc)))$
Descripción: Devuelve el conjunto de paquetes que tiene en espera la computadora.
Aliasing: Devuelve una referencia.

PAQUETEENTRANSITO?(in dc : DCNet, in p : paquete) $\rightarrow res$: bool
Pre $\equiv \{true\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} PaqueteEnTransito?(dc, p)\}$
Complejidad: $O(n * \log(k))$
Descripción: Devuelve si el paquete esta en la DCNet

LAQUEMASENVIO(in dc : DCNet) $\rightarrow res$: Compu
Pre $\equiv \{true\}$
Post $\equiv \{res =_{obs} LaQueMasEnvio(dc)\}$
Complejidad: $O(1)$
Descripción: Devuelve la computadora que más envíos realizó
Aliasing: Devuelve una referencia.

Representación

Representación de DCNet

DCNet se representa con estr

donde estr es tupla(Red: Red, Paquetes: Vector(DiccRapido(Paquete, Tupla(Camino: Lista(Compu), Posicion: nat))), ColaPC: Vector(colaPrior(PaqPrior)), Caminos: Vector(Vector(Vector(Compu))), Contador: Vector(nat) , MasEnvios: Compu , IndexToPC: Vector(Compu) , PCtoIndex: DiccString(nat) , EnEspera: conjR(paquete))

Rep en castellano:

1. Las longitudes de todos los vectores y subvectores coincide con el cardinal del conjunto de computadoras de la red.
2. Las computadoras de IndexToPC son las mismas que las del conjunto de computadoras de red (y como se que vale el rep de red y las longitudes son iguales, la cantidad de computadoras tambien es equivalente y no se repiten). Ademas, el índice correspondiente a cada compu de ese vector, es el mismo que el significado del diccionario PCtoIndex usando dicha PC como clave.
3. Los paquetes son los mismos para cada índice en Paquetes y ColaPC
4. No se repiten los IDs de los paquetes en toda la DCNet.
5. El camino en dc.Paquete es algún camino válido de la Red, y la posición es un valor entre 0 y la longitud del camino.

Rep : estr \rightarrow bool

Rep(dc) \equiv true \iff

1. long(dc.Paquetes) = long(dc.ColaPC) \wedge long(dc.ColaPC) = long(dc.Caminos) \wedge long(dc.caminos) = long(dc.Contador) \wedge long(dc.Contador) = long(dc.IndexToPC) \wedge long(dc.EnEspera) = long(dc.caminos) \wedge long(dc.IndexToPC) = #Computadoras(dc.Red) \wedge #Computadoras(dc.red) = #Claves(dc.PCToIndex) \wedge ($\forall i: \text{nat} \mid i < \text{long}(\text{dc.ColaPC})$) (long(dc.Caminos[i]) = long(dc.Caminos) \wedge
2. ($\forall i: \text{nat} \mid i < \text{long}(\text{dc.ColaPC})$) dc.IndexToPC[i] \in Computadoras(dc.red) \wedge i = Obtener(dc.PCToIndex, dc.IndexToPC[i].IP) \wedge
3. ($\forall i: \text{nat} \mid i < \text{long}(\text{dc.ColaPC})$) Claves(dc.Paquetes[i]) = Aconj(dc.ColaPC[i])))
4. Cardinal(Unir(dc.EnEspera)) = LongitudTotal(dc.EnEspera)
5. ($\forall i: \text{nat} \mid i < \text{long}(\text{dc.ColaPC})$) ($\forall p: \text{Paquete} \mid \text{definido?}(\text{dc.Paquetes}[i], p)$) Obtener(dc.Paquetes[i], p).camino \in caminosMinimos(dc.Red)

LongitudTotal : Secu(conj(paquete)) \rightarrow nat

Aconj(sec) \equiv **if** Vacía?(sec) **then** 0 **else** #(prim(sec)) + LongitudTotal(fin(sec)) **fi**

soloString : conj(paquete) \rightarrow conj(string)

soloString(c) \equiv **if** $\emptyset?$ (c) **then** \emptyset **else** Ag(Π_1 (dameUno(c)),sinUno(c)) **fi**

Unir : Secu(conj(Paquete)) \rightarrow Conj(String)

Unir(sec) \equiv **if** Vacía?(sec) **then** \emptyset **else** Ag(π_1 (prim(sec)), Unir(fin(sec))) **fi**

Abs : estr dc \rightarrow DCNet {Rep(dc)}

Abs(dc) \equiv net: dcNet \mid red(net) = dc.red \wedge (\forall pc: Compu \mid pc \in computadoras(red(net)) (CantidadEnviados(net, pc) = dc.contador[Obtener(dc.PCToIndex, pc.IP)] \wedge EnEspera(net) = PasarAConj(dc.ColaPC[Obtener(dc.PCToIndex, pc.IP)])) \wedge (\forall p: Paquete \mid paqueteEntrnsito(net, p)) caminoRecorrido(net, p) = π_1 (Obtener(dc.Paquetes[Buscar(dc.Paquetes, p)]))

Buscar : Secu(Dicc(Paquete \times Tupla(Secu(Compu)))) s \times Paquete p \rightarrow nat {EstaPaquete(s, p)}

Buscar(sec, paq) \equiv **if** π_1 (prim(sec)) = paq **then** 0 **else** 1 + Buscar(fin(sec), paq) **fi**

EstaPaquete : Secu(Dicc(Paquete \times Tupla(Secu(Compu)))) s \times Paquete p \rightarrow bool

EstaPaquete(sec, paq) \equiv **if** vacía?(sec) **then** False **else** **if** π_1 (prim(sec)) = paq **then** True **else** EstaPaquete(fin(sec), paq) **fi**

Algoritmos Algoritmos de DCNet

Para los algoritmos, en cola de prioridad usamos el Tipo Paqprior para establecer el orden de prioridad entre las tuplas paquetes

iRed(in e: estr) \rightarrow res: Red

begin

 | res \leftarrow e.Red

end

Data: Complejidad: O(1)

//O(1)

Algorithm 25: red

iCaminoRecorrido(in e: estr, in p: Paquete) → res: Lista(Compu)

```

begin
  nat i ← 0 //O(1)
  nat n ← longitud(e.Paquetes) //O(1)
  while i < n do
    if ElemPertenece(e.Paquetes[i], p //O(log(#Claves(e.Paquetes[i]))) ) then
      res ← π1( Obtener(e.Paquetes[i], p) ) //El camino de la tupla <camino, posicion> //O(1)
    end
    i++ //O(1)
  end
  //While: O(n*log(#Claves(e.Paquetes[i])) )
end

```

Data: Complejidad: $O(n \cdot \log(k))$, donde k es la cantidad mayor de paquetes en una cola.

Algorithm 26: CaminoRecorrido

iCantidadEnviados(in e: estr, in pc: Compu) → res: nat

```

begin
  res ← e.Contador[Obtener(e.PCToIndex, IP(pc))] //O(Longitud(IP(pc)))
end
Data: Complejidad:  $O(\text{Longitud}(\text{IP}(\text{pc})))$ 

```

Algorithm 27: CantidadEnviados

iEnEspera(in e: estr, in pc: Compu) → res: conjR(Paquetes)

```

begin
  res ← e.EnEspera[Obtener(e.PCToIndex, pc.IP)] //O(Longitud(IP(pc)))
end
Data: Complejidad:  $O(L)$ 

```

Algorithm 28: EnEspera

iPaqueteEnTransito(in e: estr, in p: Paquete) → res: bool

```

begin
  res ← False
  nat i ← 0 //O(1)
  nat k ← longitud(e.camino) //O(1)
  while (i < k) do
    if ElemPertenece(e.Paquetes[i], p) //O(log(#claves(e.Paquetes[i]))) then
      res ← True
    end
    i++ //O(1)
  end
  //O(n*log(k))
end

```

Data: Complejidad: $O(n \cdot \log(k))$, donde k es la cantidad mayor de paquetes en una cola.

Algorithm 29: PaqueteEnTransito

iLaQueMasEnvio(in e: estr) → res: nat

```

begin
  res ← e.MasEnvios
end
Data: Complejidad:  $O(1)$ 

```

Algorithm 30: LaQueMasEnvio

iIniciarRed(in red: Red) → res: estr

```

begin
  res.Red ← Red //O(1)
  res.Paquetes ← Vacio() //O(1)
  res.ColaPC ← Vacio() //O(1)
  res.Caminos ← Vacio() //O(1)
  res.Contador ← Vacio() //O(1)
  res.IndexToPC ← Vacio() //O(1)
  res.PCToIndex ← CrearDicc() //O(1)
  res.EnEspera ← Vacio() //O(1)
  itConj(Compu) itConj ← CrearIt(computadoras(red)) //O(1)
  nat i ← 0 //O(1)
  while HaySiguiente?(itConj) do
    AgregarAtras(res.Paquetes, VacioAVL()) //O(Long(res.Paquetes))
    AgregarAtras(res.ColaPC, CrearCola()) //O(longitud(e.ColaPC))
    AgregarAtras(res.Contador, 0) //O(longitud(e.Contador))
    AgregarAtras(res.IndexToPC, siguiente(itConj)) //O(Longitud(e.IndexToPC) + L)
    AgregarAtras(res.EnEspera, Vacio()) //O(Longitud(e.EnEspera))
    Definir(res.PCToIndex(Siguiente(itConj).IP, i)) //O(Longitud(IP(pc)))
    nat j ← 0 //O(1)
    while (j < i) do
      AgregarAtras(res.Caminos[j], Siguiente(CrearIt(CaminosMinimos(res.Red, IndexToPC[j])))
      //O((L + Maximo#Inter) * #(Computadoras(r))! * #(Computadoras(r))2)
      j++
    end
    //While: O(i * (L + Maximo#Inter) * #(Computadoras(r))! * #(Computadoras(r))2)
    i++
  end
  //While: #O(Computadoras(r)2 * (L + Maximo#Inter) * #(Computadoras(r))! * #(Computadoras(r))2)
  res.MasEnvios ← res.IndexToPC[0] //O(1)

```

end

Data: Complejidad:

$$\#O(Computadoras(r)^2 * (L + Maximo\#Inter) * \#(Computadoras(r))! * \#(Computadoras(r))^2)$$

Algorithm 31: IniciarRed

iCrearPaquete(inout e: estr, in p: Paquete)

```

begin
  nat origen ← Obtener(e.PCToIndex, p.Origen.IP) //O(L)
  Definir(e.Paquetes[origen], p, <Vacia(), 0>) //O(Log(#Claves(e.Paquetes[origen])))
  Encolar(e.ColaPC[origen], NuevoPaqPrior(p)) //O(log(Longitud(e.ColaPC)))
  AgregarElem(e.EnEspera[origen], p) //O(Cardinal(e.EnEspera[origen]))

```

end

Data: Complejidad: O(L + log(k)), donde k es la mayor cantidad de paquetes en una cola.

Algorithm 32: CrearPaquete

iAvanzarSegundo(inout e: estr)

```

begin
  nat i ← 0
  nat n ← Longitud(e.Caminos) //O(1)
  nat g ← 0 //O(1)
  while (i < n) do
    if !Vacio?(e.ColaPC[i]) //O(1) then
      e.Contador[i]++ //O(1)
      Paquete p ← Paquete(Desencolar(e.ColaPC[i])) //O(log(#Claves(e.ColaPC[i]))
      Compu actual ← e.IndexToPC[i] //O(1)
      nat origen ← Obtener(e.PCToIndex(p.Origen.IP)) //O(L)
      nat destino ← Obtener(e.PCToIndex(p.Destino.IP)) //O(L)
      Tupla(Lista(Compu), nat) temp ← Obtener(p, e.Paquetes[i]) //O(log(#Claves(e.Paquetes[i])))
      BorrarElem(p, e.Paquetes[i]) //O(log(#Claves(e.Paquetes[i])))
      SacarElem(e.EnEspera[i], p) //O(log(Cardinal(e.EnEspera[i])))
      if  $\pi 2(temp) + 1 < Longitud(e.Caminos[origen][destino])$  //O(1) then
        Compu SiguietePC ← e.Caminos[origen][destino][ $\pi 2(temp) + 1$ ] //O(1)
        nat SigIndex ← Obtener(e.PCToIndex, SiguietePC.IP) //O(L)
        Definir(e.Paquetes[SigIndex], p, Tupla(AgregarAtras( $\pi 1(temp)$ , actual),  $\pi 2(temp) + 1$ )) //O(log(#Claves(e.Paquetes[sigIndex])))
        Encolar(e.ColaPC[SigIndex], NuevoPacPrior(p)) //O(#Claves(e.ColaPC[SigIndex]))
        AgregarElem(e.EnEspera[SigIndex], p) //O(log(Cardinal(e.EnEspera[SigIndex])))
      else
      end
      i++ //O(1)
    end
    i ← 0 //O(1)
    nat max ← 0 //O(1)
    while (i < n) do
      //Actualizo la pc que mas envios hizo
      if e.Contador[i] > e.Contador[max] then
        max ← i
      end
      i++ //O(1)
    end
    e.MasEnvios ← e.IndexToPC[max] //While: O(Longitud(e.contador)) //O(1)
  end
end

```

Data: Complejidad: $O(n \cdot (L + \log(k)))$, donde k es la mayor cantidad de paquetes de una cola, n es la cantidad de computadoras y L es la longitud maxima de un IP de compu

Algorithm 33: AvanzarSegundo

4. Módulo ColaDePrioridad(α)

Interfaz

parámetros formales

géneros α

funciones

MENOR(**in** $a: \alpha$, **in** $b: \alpha$) $\rightarrow res: bool$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} a < b\}$

Complejidad: $O(menor(a, b))$

se explica con: COLAPRIOR(), ITERADOR UNIDIRECCIONAL()..

géneros: colaDePrior(), itCola()..

Operaciones básicas de ColaDePrioridad(α)

VACIA() $\rightarrow res: colaDePrior(\alpha)$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} vacia\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Inicia una cola de prioridad vacia

VACIA?(**in** $c: colaDePrior(\alpha)$) $\rightarrow res: bool$

Pre $\equiv \{true\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} vacia?(c)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve si la cola de prioridad esta vacia o no

ENCOLAR(**in/out** $c: colaDePrior(\alpha)$, **in** $a: \alpha$)

Pre $\equiv \{c =_{obs} c_0\}$

Post $\equiv \{c =_{obs} Encolar(c_0, a)\}$

Complejidad: $O(\log(\#Claves(c)))$

Descripción: Encola el elemento a la cola

Aliasing: Agrega por copia si α es primitivo y por referencia en caso contrario.

DESENCOLAR(**in** $c: colaDePrior(\alpha)$) $\rightarrow res: \alpha$

Pre $\equiv \{!vacia?(c) \wedge c = c_0\}$

Post $\equiv \{res =_{obs} Proximo(c_0) \wedge c =_{obs} desencolar(c_0, a)\}$

Complejidad: $O(\log(\#Claves(c)))$

Descripción: Desencola y devuelve el elemento de mayor prioridad de la cola

Aliasing: Devuelve una referencia.

Representación

Representación de colaDePrior(α)

colaDePrior(α) se representa con **estr**

donde **estr** es **tupla**(**raiz**: puntero(nodo), **altura**: nat)

donde **nodo** es **tupla**(**valor**: α , **padre**: puntero(nodo), **izq**: puntero(nodo), **der**: puntero(nodo), **#nodos**: nat)

Rep : $\text{estr} \rightarrow \text{bool}$

Rep(*colaDePrior*(α)) $\equiv \text{true} \iff$

Estr

raiz: Apunta al nodo que tiene el valor con mayor prioridad. Si la cola de prioridad es vacía, el puntero raiz es nulo. El nodo que es apuntado por raiz, no tiene padre.

altura: La altura del árbol (considerando el 0 el nivel de las hojas y el máximo el de la raíz).

Nodo

valor: Almacena un valor. Si tiene padre el nodo, el del nodo es menor al del padre.

izq: Puntero al nodo hijo izquierdo. No se pueden generar ciclos.

der: Puntero al nodo hijo derecho. No se pueden generar ciclos.

padre: Puntero al nodo padre. No se pueden generar ciclos.

#nodos: Consideramos al nodo actual como la raíz de un árbol. Esta variable representa la cantidad de nodos en ese árbol.

Además, el árbol que representa a la cola de prioridad está perfectamente balanceado y es izquierdista. Es decir, el último nivel está lleno desde la izquierda.

No hay dos padres que apunten al mismo hijo.

Abs : $\text{estr } c \rightarrow \text{colaDePrior}(\alpha)$

{Rep(*c*)}

Abs(*c*) \equiv IF (*c.raiz* = NULL) then vacia else EncolarSecu(Recorrer(*c.raiz*)) FI

Operaciones auxiliares:

EncolarSecu : $\text{secu}(\alpha) \rightarrow \text{colaDePrior}(\alpha)$

EncolarSecu(sec) \equiv if vacia?(sec) then vacia else encolar(prim(sec), EncolarSecu(fin(sec))) fi

Recorrer : $\text{nodo} \rightarrow \text{secu}(\alpha)$

Recorrer (nodo) \equiv if nodo = NULL then $\langle \rangle$ else nodo.valor • Recorrer(nodo.izq) & Recorrer(nodo.der) fi

Algoritmos

Algoritmos de colaPrior(α)

iEncolar(inout c: estr, in a: α)

begin

 //Si α es no primitivo, el valor se agrega por referencia if *c.raiz* = NULL then
 | *c.raiz* \leftarrow & <a, NULL, NULL, NULL, 0 > //O(1)

else

 puntero(nodo) n \leftarrow ultPoner(*c.raiz*, *c.altura*) //O(log(*c.raiz*.#nodos))

 puntero(nodo) nuevo \leftarrow NULL //O(1)

 if *n→izq* = NULL then

n→izq \leftarrow & <a, NULL, NULL, NULL, 1 > //O(1)

 nuevo \leftarrow *n→izq* //O(1)

 else

n→der \leftarrow & <a, NULL, NULL, NULL, 1 > //O(1)

 nuevo \leftarrow *n→der* //O(1)

 end

end

 aumentar#Nodos(*c*, nuevo) //O(log(*c.raiz*.#nodos))

 subir (*c*, nuevo) //O(log(*c.raiz*.#nodos))

c→altura \leftarrow calcularAltura(*c*) //O(log(*c.raiz*.#nodos))

end

Data: Complejidad: O(log(*c.raiz*.#nodos))

Algorithm 34: Encolar

iDesencolar(in c: estr) α

```

begin
  res ← c.raiz.valor //O(1)
  puntero(nodo) sacar = ultSacar(c) //O(log(c.raiz.#nodos))
  swap(sacar, c.raiz) //Sacar queda arriba de todo y c.raiz es una hoja //O(1)
  if c.raiz → padre → izq = c.raiz then
    | c.raiz → padre → izq ← NULL //O(1)
  else
    | c.raiz → padre → der ← NULL //O(1)
  end
  borrar(c.raiz) //los punteros del nodo, no el valor
  c.raiz ← sacar //O(log(c.raiz.#nodos))
  bajar(sacar) //O(Log(c.raiz.#nodos))
  //bajar no cambia los nodos, sino sus contenidos, por eso no debo actualizar la raiz de la cola
  calcularAltura(c) //O(Log(c.raiz.#nodos))

```

end

Data: Complejidad: $O(\log(c.raiz.\#nodos))$

Algorithm 35: Desencolar

iVacia()estr

```

begin
  | res.raíz ← NULL //O(1)
  | res.altura ← -1 //O(1)
end

```

Data: Complejidad: $O(1)$

Algorithm 36: Vacia

iVacia?(in c:estr)bool

```

begin
  | res ← c.raiz == NULL //O(1)
end

```

Data: Complejidad: $O(1)$

Algorithm 37: Vacia?

iUltPoner(inout n: nodo, in i: nat) → puntero(nodo)

```

begin
  // Esta funcion no se exporta. . Al terminar la recursión, como recorre solamente una rama de nuestro
  arbol, su complejidad es de  $O(\log(cantNodosCola))$ 
  if i = 0 then
    | res ← n //O(1)
  else
    | nat cantNodosBalanceado ←  $(2^{(k+1)} - 1)/2$  //O(1)
    //El subarbol izq no esta lleno?
    if cantNodosBalanceado > n → izq → #nodos then
      | ultPoner(n → izq, i-1)
    else
      | ultPoner(n → der, i-1)
    end
  end

```

end

Data: Busca el lugar donde se deberia colocar el siguiente nodo en la cola de prioridad, llamandose recursivamente solo sobre una rama del arbol. Complejidad: $O(\log(n.\#nodos))$

Algorithm 38: UltPoner

iUltSacar(inout n: nodo, in i: nat) → puntero(nodo)

```

begin
  // Esta funcion no se exporta. El valor i indica la altura del arbol.
  // El árbol es izquierdista, la recursión siempre recorre ramas para encontrar al nodo. Como las
  // comparaciones son O(1) y recorrer una rama es log n, la complejidad es: log n (donde n es la cantidad de
  // nodos del árbol)
  if i == 0 then
    | res ← n
  else
    //El arbol esta lleno?
    if 2(i+1) - 1 == n→#nodos then
      | res ← UltSacar(n→der, i-1)
    else
      //El subarbol izq no esta lleno?
      if 2(i) - 1 < n→izq→#nodos then
        | res ← UltSacar(n→izq, i-1)
      else
        //Aca el derecho esta incompleto y quiero ver que tan incompleto esta
        if 2(i-1) - 1 == n→der→#nodos then
          | res ← UltSacar(n→izq, i-1)
        else
          | res ← UltSacar(n→der, i-1)
        end
      end
    end
  end
end

```

Data: Complejidad: O(log(n.#nodos))

Algorithm 39: UltSacar

iCalcularAltura(inout e: estr)

```

begin
  // Esta funcion no se exporta. 3:
  if e.raiz == NULL then
    | e.altura ← -1
  else
    puntero(nodo) n ← e.raiz
    while n != NULL do
      | e.altura++
      | n ← n→izq
    end
  end

```

//O(1)
//O(1)
//O(1)
//O(1)

//While: O(Log(#Claves(e)))

end

Data: Calcula y modifica la altura del arbol de la cola de prioridad. Complejidad: O(Log(e.raiz.#nodos))

Algorithm 40: CalcularAltura

iSwap(inout n1: nodo, inout n2: nodo)

begin

```

    SwapEntorno(n1, n2) //Esta funcion no se exporta //O(1)
    SwapEntorno(n2, n1) //O(1)
    //Procedo a swapear los datos de los nodos
    puntero(nodo) temp ← n1→padre //O(1)
    n1→padre ← n2→padre //O(1)
    n2→padre ← temp //O(1)
    temp ← n1→izq //O(1)
    n1→izq ← n2→izq //O(1)
    n2→izq ← temp //O(1)
    temp ← n1→der //O(1)
    n1→der ← n2→der //O(1)
    n2→der ← temp //O(1)
    nat temporal ← n1→#nodos //O(1)
    n1→#nodos ← n2→#nodos //O(1)
    n2→#nodos ← temporal //O(1)

```

end

Data: swapea la informacion y el entorno de dos nodos. Complejidad $O(1)$

Algorithm 41: Swap

iSwapEntorno(inout n1: nodo, inout n2: nodo)

begin

```

    if n1→izq ≠ NULL then
        | n1→izq→padre ← n2 //O(1)
    end
    if n1→der ≠ NULL then
        | n1→der→padre ← n2 //O(1)
    end
    if n1→padre ≠ NULL then
        if n1→padre→izq == n1 then
            | n1→padre→izq ← n2 //O(1)
        end
        | n1→padre→der ← n2 //O(1)
    end

```

end

Data: swapea el entorno de dos nodos. Complejidad $O(1)$

Algorithm 42: SwapEntorno

iAumentar#Nodos(inout n: nodo)

begin

```

    // Esta funcion no se exporta.
    puntero(nodo) temp ← n
    while n→padre ≠ NULL do
        | n ← n→padre
        | n→#nodos++
    end

```

end

While: $//O(\log(\text{nodosDelArbol}))$

Data: aumenta la variable #nodos de un nodo y todos sus ascendientes en 1. Complejidad: $O(\log(\text{nodosDelArbol}))$

Algorithm 43: Aumentar#nodos

```

iSubir(inout n: nodo)
begin
  // Esta funcion no se exporta.
  while  $n \rightarrow padre \neq NULL \wedge_L Menor(n \rightarrow padre \rightarrow valor, n \rightarrow valor)$  do
    | Swap(n,  $n \rightarrow padre$ )
    | //n queda ahora como el padre, entonces no debo actualizar el puntero para el ciclo
  end
  //While:  $O(\log(CantidadNodosArbol))$ 
end
Data: Se utiliza para corregir la posicion de un nodo en el arbol de la cola de prioridad, sube el nodo de
posicion de ser necesario. Complejidad:  $O(\log(CantidadNodosArbol))$ 
Algorithm 44: Subir

```

```

iBajar(inout n: nodo)
begin
  // Esta funcion no se exporta.
  if  $n \rightarrow der \neq NULL$  then
    | if  $Menor(n \rightarrow izq \rightarrow valor, n \rightarrow der \rightarrow valor)$  then
    | | Swap( $n \rightarrow der$ , n)
    | | Bajar(n)
    | else
    | | Swap( $n \rightarrow izq$ , n)
    | | Bajar(n)
    | end
  else
    | if  $n \rightarrow izq \neq NULL$  then
    | | Swap( $n \rightarrow izq$ , n)
    | | Bajar(n)
    | end
  end
end
Data: Se utiliza para corregir la posicion de un nodo en el arbol de la cola de prioridad, baja el nodo de
posicion de ser necesario. Complejidad:  $O(\log(CantidadNodosArbol))$ 
Algorithm 45: Bajar

```

5. Módulo PaqPrior

Interfaz

se explica con: TUPLA.

géneros: PaqPrior.

Operaciones básicas

NUEVOPAQPRIOR(in p : paquete) $\rightarrow res$: PaqPrior

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{Tupla}(p, p.Prior)\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Crea un PaqPrior

Aliasing: Crea por referencia.

PAQUETE(in pp : PaqPrior) $\rightarrow res$: Paquete

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} pp.Paquete\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve el paquete dentro de pp

Aliasing: Devuelve por referencia

MENOR(in $pp1$: PaqPrior, in $pp2$: PaqPrior) $\rightarrow res$: bool

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} pp1.Prior < pp2.Prior\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve el si $pp1$ es menor a $pp2$

Representación

Representación de PaqPrior

PaqPrior se representa con *estr*

donde *estr* es *tupla(Paquete: paquete, Prior: nat)*

$\text{Rep} : \text{estr} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(\text{PaqPrior}) \equiv \text{true} \iff \text{True}$

$\text{Abs} : \text{estr } pp \rightarrow \text{PaqPrior}$

$\{\text{Rep}(pp)\}$

$\text{Abs}(pp) \equiv t: \text{Tupla}(\text{Paquete}, \text{nat}) \mid \pi 1(t) = pp.Paquete \wedge \pi 2(t) = pp.Prior$

Algoritmos Algoritmos de PaqPrior

iNuevoPaqPrior(in p : Paquete)estr

begin

$res.Paquete \leftarrow p$

$res.Prior \leftarrow p.Prioridad$

end

Algorithm 46: NuevoPaqPrior

iPaquete(in e: estr)Paquete

begin

| res \leftarrow e.Paquete

end

Algorithm 47: Paquete

iMenor(in e1: estr, in e2: estr)bool

begin

| res \leftarrow e1.Prior < e2.Prior

end

Algorithm 48: Menor

6. Modulo $\text{diccRapido}(\alpha, \beta)$

parámetros formales

géneros α
función $\text{COPIAR}(\text{in } a : \alpha) \rightarrow res : \alpha$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} a\}$
Complejidad: $\Theta(\text{copy}(a))$
Descripción: función de copia de α 's
función $\bullet < \bullet (\text{in } a1 : \alpha, \text{in } a2 : \alpha) \rightarrow res : \text{bool}$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} a1 < a2\}$
Complejidad: $\Theta(a1 < a2)$
Descripción: Operador menor de α 's

se explica con: $\text{DICCIONARIO}(\alpha, \beta)$.

géneros: $\text{diccRapido}(\alpha, \beta)$.

usa: $\text{BOOL}, \text{NAT}, \text{TUPLA}$.

Operaciones Basicas de diccRapido

Interfaz

$\text{VACIO}() \rightarrow res : \text{diccRapido}$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \emptyset\}$
Complejidad: $O(1)$
Descripción: genera un conjunto vacio.

$\text{ELEMENTO PERTENECE}(\text{in } e : \alpha, \text{in } c : \text{diccRapido}) \rightarrow res : \text{bool}$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{pertenece}(e, c)\}$
Complejidad: $O(\text{Log}(\text{cantidad}(c)))$
Descripción: Verifica si un elemento esta en el conjunto.

$\text{BORRAR ELEMENTO}(\text{in } e : \alpha, \text{in/out } c : \text{diccRapido})$
Pre $\equiv \{\text{pertenece}(e, c) \wedge c =_{\text{obs}} c_0\}$
Post $\equiv \{c =_{\text{obs}} \text{claves}(c_0) \setminus \{e\}\}$
Complejidad: $O(\text{Log}(\text{cantidad}(c)))$
Descripción: Elimina un elemento (pasado por parametro) del diccionario.
Aliasing: Borra la referencia del elemento.

$\text{DEFINIR ELEMENTO}(\text{in } c : \alpha, \text{in } s : \beta, \text{in/out } c : \text{diccRapido})$
Pre $\equiv \{c =_{\text{obs}} c_0\}$
Post $\equiv \{c =_{\text{obs}} \text{definir}(c, s, c_0)\}$
Complejidad: $O(\text{Log}(\text{cantidad}(c)))$
Descripción: Agrega un elemento al diccionario
Aliasing: Define por referencia.

$\text{OBTENER ELEMENTO}(\text{in } e : \alpha, \text{in } c : \text{diccRapido}) \rightarrow res : \beta$
Pre $\equiv \{\text{definido}(e, c)\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{obtener}(e, c)\}$
Complejidad: $O(\text{Log}(\text{cantidad}(c)))$
Descripción: Devuelve el significado del elemento pasado por parametro
Aliasing: Devuelve la referencia del elemento.

#DEFS(in c : diccRapido) $\rightarrow res$: nat
Pre $\equiv \{true\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} cardinal(c)\}$
Complejidad: $cardinal(c)$
Descripción: Devuelve el numero de elementos definidos en el diccionario
Aliasing: Todos los parametros se pasan por referencia.

Representación

representacion de diccRapido

diccRapido(α, β) se representa con **str_diccRapido**

donde **str_diccRapido** es **tupla**(*raiz*: **str_nodo**)

donde **str_nodo** es **tupla**(*clave*: α , *significado*: β , *izq*: **str_diccRapido** , *der*: **str_diccRapido** , *padre*: **str_diccRapido** , *factorDeBalanceo*: Nat , *Altura*: Nat)

Invariante de Representacion en castellano

1. El arbol puede ser vacio.
2. Todos los hijos a la izquierda son menores al padre.
3. Todos los hijos a la derecha son mas grandes que el padre.
4. Los subarboles tambien son avl's.
5. La diferencia de altura entre el hijo izquierdo y derecho no es mayor a 1, es decir el factor de balanceo no es mayor a 1.

Rep : **srt_diccRapido** \rightarrow bool

Rep(c) $\equiv true \iff esAvl?(c)$

esAvl : **estr_nodo** \rightarrow bool

esAvl(*nodo*) $\equiv true \iff (nodo == \mathbf{Null}) \vee_L$
 $(\forall c:\alpha, (definido(c, nodo.izq)) \iff c < (nodo.clave)) \wedge$
 $(\forall c:\alpha, (definido(c, nodo.der)) \iff c > (nodo.clave)) \wedge$
 $nodo.izq.Altura + 1 \leq nodo.der.Altura \vee nodo.izq.Altura - 1 \leq nodo.der.Altura \wedge$
 $esAvl(nodo.izq) \wedge esAvl(nodo.der)$

Invariante de Abstraccion

Abs : **estr c** \rightarrow **diccRapido** **{Rep(c)}**

Abs(c) \equiv **dicc**:**str_diccRapido** / $(\forall m:\alpha) definido(m, dicc) =_{\text{obs}} elemPertenece(m, c) \wedge obtener(m, dicc) =_{\text{obs}} obtenerElem(m, dicc)$

Algoritmos

iVacio () \rightarrow res:stru_diccRapido

res.raiz \leftarrow Null

Data: Complejidad es $O(1)$

Algorithm 49: iVacio

iElemPertenece(in n: α , in e:str_diccRapido) \rightarrow res : Bool

begin

 puntero(nodo) nodoActual \leftarrow e.raiz

$O(1)$

while *nodoActual* \neq null \wedge *n* \neq *nodoActual* \rightarrow clave **do**

if *n* > *nodoActual* \rightarrow clave **then**

 nodoActual \leftarrow nodoActual \rightarrow der

$O(1)$

else

 nodoActual \leftarrow nodoActual \rightarrow izq

$O(1)$

end

end

 res \leftarrow Igual(nodoActual \rightarrow clave, n)

$O(1)$

end

Data: Complejidad es $O(\log(n))$.

Algorithm 50: iElemPertenece

iBorrarElem(in e:str_diccRapido, in n: α)

begin

puntero(nodo) nodoActual \leftarrow e.raiz

O(1)

puntero(nodo) padreActual \leftarrow Null

O(1)

while *nodoActual* \neq null \wedge *n* \neq *nodoActual*→clave **do**

 padreActual \leftarrow nodoActual

O(1)

if *n* > *nodoActual*→clave **then**

 nodoActual \leftarrow nodoActual→der

O(1)

else

 nodoActual \leftarrow nodoActual→izq

O(1)

end

 \\ complejidad del while: (**log(cardinal(e))**) dado que en el peor de

 \\ los casos tengo q bajar toda una rama del arbol, y eso es la altura del arbol

 \\ la estrategia seria buscar el antecesor mas proximo(o el sucesor),

 \\ una vez encontrado se swapean el contenido de nodoActual y el antecesor(o predecesor)

 \\ una hecho esto se elimina la hoja(si asi lo es) y voy rebalanceando el arbol hacia arriba

end

bool esHoja \leftarrow nodoActual→der==Null \wedge nodoActual→izq==Null

O(1)

\\ si no es hoja busco su pre o antecesor mas proximo

puntero(nodo) nodoBuscador \leftarrow Null

O(1)

\\ nodoBuscador busca el pre/antecesor mas proximo

endData: 1

```

\\ complejidad de el If  $O(\log(n)) + O(\log(n)) = 2 * O(\log(n)) = O(\log(n))$ 
\\ encuentre el nodo con el que voy a swapppear
nodo_clave tmpDato  $\leftarrow$  nodoActual  $\rightarrow$  clave
nodoActual  $\rightarrow$  clave = nodoBuscador  $\rightarrow$  clave
nodoBuscador  $\rightarrow$  clave = tmpDato
nodoActual = nodoBuscador
\\ nodoActual sigue teniendo el clave a borrar, y ahora es hoja
if esHoja then
  \\ puede ser q haya sido hoja de una, y ahora tengo q ver si tiene padre.
  if padreActual  $\neq$  Null then
    if padreActual  $\leftarrow$  der == nodoActual then
      | padreActual  $\leftarrow$  der = Null
      else
        | padreActual  $\leftarrow$  izq = Null
      end
    else
      end
  end
else
  if padreActual  $\rightarrow$  der == nodoActual then
    | padreActual  $\rightarrow$  der = nodoActual  $\rightarrow$  der
    | nodoActual  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  padre = padreActual
  else
    | padreActual  $\rightarrow$  izq = padreActual  $\rightarrow$  izq
    | nodoActual  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  padre = padreActual
  end
end
if raiz == nodoActual then
  | raiz = null
else
  end
  borrarNodo(nodoActual)
  puntero(nodo) nodoDeArriba  $\leftarrow$  padreActual
  while nodoDeArriba  $\neq$  Null
  do
    if nodoDeArriba  $\rightarrow$  izq  $\neq$  null  $\wedge$  nodoDeArriba  $\rightarrow$  der  $\neq$  null then
      if nodoDeArriba  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  altura < nodoDeArriba  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  altura then
        | nodoDeArriba  $\rightarrow$  altura = nodoDeArriba  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  altura
      else
        | nodoDeArriba  $\rightarrow$  altura = nodoDeArriba  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  altura
      end
      nodoDeArriba  $\rightarrow$  factorDeBalanceo = (nodoDeArriba  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  altura) - (nodoDeArriba  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  altura)
    else
      if nodoDeArriba  $\rightarrow$  izq  $\neq$  Null then
        | nodoDeArriba  $\rightarrow$  altura = (nodoDeArriba  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  altura) + 1
        | nodoDeArriba  $\rightarrow$  factorDeBalanceo = -(nodoDeArriba  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  altura)
      else
        if nodoDeArriba  $\rightarrow$  der  $\neq$  Null then
          | nodoDeArriba  $\rightarrow$  altura = (nodoDeArriba  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  altura) + 1
          | nodoDeArriba  $\rightarrow$  factorDeBalanceo = (nodoDeArriba  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  altura)
        else
          | nodoDeArriba  $\rightarrow$  altura = 1
          | nodoDeArriba  $\rightarrow$  factorDeBalanceo = 0
        end
      end
    end
    nodoDeArriba  $\leftarrow$  nodoDeArriba  $\rightarrow$  padre
  end
end

```

```

nodoDeArriba ← padreActual
while nodoDeArriba ≠ Null do
  if nodoDeArriba → factorDeBalanceo ≠ 0 then
    if nodoDeArriba → factorDeBalanceo == 2 then
      if nodoDeArriba → der → factorDeBalanceo == -1 then
        | rotacionDobleIzqAndDer(nodoDeArriba)
      else
        | rotacionSimpleDerAndDer(nodoDeArriba)
      end
    else
      end
    if nodoDeArriba → factorDeBalanceo == -2 then
      if nodoDeArriba → izq → factorDeBalanceo == 1 then
        | rotacionesDobleDerAndIzq(nodoDeArriba)
      else
        | rotacionesSimpleIzqAndIzq(nodoDeArriba)
      end
    else
      end
  end
  \\ reajusto otra vez los factores de balanceo y altura de los nodo superiores \\ el algoritmo continua en la otra
  hoja nodoDeArriba ← nodoDeArriba → padre
if nodoDeArriba ≠ Null then
  if nodoDeArriba → izq ≠ null ∧ nodoDeArriba → der ≠ null then
    if nodoDeArriba → izq → altura < nodoDeArriba → der → altura then
      | nodoDeArriba → altura = nodoDeArriba → der → altura
    else
      | nodoDeArriba → altura = nodoDeArriba → izq → altura
    end
    nodoDeArriba → factorDeBalanceo = (nodoDeArriba → der → altura) - (nodoDeArriba → izq →
    altura)
  else
    if nodoDeArriba → izq ≠ Null then
      | nodoDeArriba → altura = (nodoDeArriba → izq → altura) + 1
      | nodoDeArriba → factorDeBalanceo = -(nodoDeArriba → izq → altura)
    else
      if nodoDeArriba → der ≠ Null then
        | nodoDeArriba → altura = (nodoDeArriba → der → altura) + 1
        | nodoDeArriba → factorDeBalanceo = (nodoDeArriba → der → altura)
      else
        | nodoDeArriba → altura = 1
        | nodoDeArriba → factorDeBalanceo = 0
      end
    end
  end
end

```

Data: Aqui finaliza borrarElemto. La complejidad es $O(\log(n))$ por los while's q se tiene (los while son $2 * O(\log(n)) = O(\log(n))$), y el resto son asignaciones

Algorithm 51: iBorrarElem

iAgregarElem(in c: α , in s: β , in/out c: str_diccRapido)

```

puntero(nodo) padreActual ← Null
puntero(nodo) nodoActual ← c.raiz
\\ buscamos el lugar para insertar el nuevo nodo
while  $nodoActual \neq null \wedge c \neq nodoActual \rightarrow clave$  do
    padreActual ← nodoActual
    if  $c > nodoActual \rightarrow clave$  then
        |  $nodoActual \leftarrow nodoActual \rightarrow der$ 
    else
        |  $nodoActual \leftarrow nodoActual \rightarrow izq$ 
    end
end
\\ termine de buscar el lugar y ahora creo el nodo a insertar
puntero(Nodo) nuevoNodo ← nodoCrear(c,s)
\\ lo insertamos...
if  $padreActual == Null$  then
    |  $raiz \leftarrow nuevoNodo$ 
else
    \\ aca es donde hacemos diferentes tipos de inserciones, primero la insercion a derecha
    if  $c > padreActual \rightarrow clave$  then
        |  $padreActual \rightarrow der \leftarrow nuevoNodo$ 
        |  $nodoNuevo \rightarrow padre \leftarrow padreActual$ 
        |  $padreActual \rightarrow factorDeBalanceo \leftarrow (padreActual \rightarrow factorDeBalanceo) + 1$ 
    else
    end
    \\ insercion a izquierda
    if  $c < padreActual \rightarrow clave$  then
        |  $padreActual \rightarrow izq \leftarrow nuevoNodo$ 
        |  $nodoNuevo \rightarrow padre \leftarrow padreActual$ 
        |  $padreActual \rightarrow factorDeBalanceo \leftarrow (padreActual \rightarrow factorDeBalanceo) + 1$ 
    else
    end
end
\\ reacomodo el factor de balanceo y la altura
If  $padreActual \neq Null$  then
    puntero(Nodo) nodoDeArriba ← padreActual
    while  $nodoDeArriba \neq Null$ 
    do
        if  $nodoDeArriba \rightarrow izq \neq null \wedge nodoDeArriba \rightarrow der \neq null$  then
            if  $nodoDeArriba \rightarrow izq \rightarrow altura < nodoDeArriba \rightarrow der \rightarrow altura$  then
                |  $nodoDeArriba \rightarrow altura = nodoDeArriba \rightarrow der \rightarrow altura$ 
            else
                |  $nodoDeArriba \rightarrow altura = nodoDeArriba \rightarrow izq \rightarrow altura$ 
            end
             $nodoDeArriba \rightarrow factorDeBalanceo = (nodoDeArriba \rightarrow der \rightarrow altura) - (nodoDeArriba \rightarrow izq \rightarrow altura)$ 
        else
            if  $nodoDeArriba \rightarrow izq \neq Null$  then
                |  $nodoDeArriba \rightarrow altura = (nodoDeArriba \rightarrow izq \rightarrow altura) + 1$ 
                |  $nodoDeArriba \rightarrow factorDeBalanceo = -(nodoDeArriba \rightarrow izq \rightarrow altura)$ 
            else
                if  $nodoDeArriba \rightarrow der \neq Null$  then
                    |  $nodoDeArriba \rightarrow altura = (nodoDeArriba \rightarrow der \rightarrow altura) + 1$ 
                    |  $nodoDeArriba \rightarrow factorDeBalanceo = (nodoDeArriba \rightarrow der \rightarrow altura)$ 
                else
                    |  $nodoDeArriba \rightarrow altura = 1$ 
                    |  $nodoDeArriba \rightarrow factorDeBalanceo = 0$ 
                end
            end
        end
         $nodoDeArriba \leftarrow nodoDeArriba \rightarrow padre$ 
    end
end

```

```

\\ empezamos el rebalanceo
if padreActual  $\neq$  Null then
  nodoDeArriba  $\leftarrow$  padreActual
  while nodoDeArriba  $\neq$  Null do
    if nodoDeArriba  $\rightarrow$  factorDeBalanceo  $\neq$  0 then
      if nodoDeArriba  $\rightarrow$  factorDeBalanceo == 2 then
        if nodoDeArriba  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  factorDeBalanceo == -1 then
          | rotacionDobleIzqAndDer(nodoDeArriba)
        else
          | rotacionSimpleDerAndDer(nodoDeArriba)
        end
      else
        end
      if nodoDeArriba  $\rightarrow$  factorDeBalanceo == -2 then
        if nodoDeArriba  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  factorDeBalanceo == 1 then
          | rotacionDobleDerAndIzq(nodoDeArriba)
        else
          | rotacionSimpleIzqAndIzq(nodoDeArriba)
        end
      else
        end
    else
      end
  end
end
else
end
\\ volvemos reajustar los factores de rebalanceo y la altura
nodoDeArriba  $\leftarrow$  nodoDeArriba  $\rightarrow$  padre
if nodoDeArriba  $\neq$  Null then
  if nodoDeArriba  $\rightarrow$  izq  $\neq$  null  $\wedge$  nodoDeArriba  $\rightarrow$  der  $\neq$  null then
    if nodoDeArriba  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  altura < nodoDeArriba  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  altura then
      | nodoDeArriba  $\rightarrow$  altura = nodoDeArriba  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  altura
    else
      | nodoDeArriba  $\rightarrow$  altura = nodoDeArriba  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  altura
    end
    nodoDeArriba  $\rightarrow$  factorDeBalanceo = (nodoDeArriba  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  altura) - (nodoDeArriba  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$ 
    altura)
  else
    if nodoDeArriba  $\rightarrow$  izq  $\neq$  Null then
      | nodoDeArriba  $\rightarrow$  altura = (nodoDeArriba  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  altura) + 1
      | nodoDeArriba  $\rightarrow$  factorDeBalanceo = -(nodoDeArriba  $\rightarrow$  izq  $\rightarrow$  altura)
    else
      if nodoDeArriba  $\rightarrow$  der  $\neq$  Null then
        | nodoDeArriba  $\rightarrow$  altura = (nodoDeArriba  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  altura) + 1
        | nodoDeArriba  $\rightarrow$  factorDeBalanceo = (nodoDeArriba  $\rightarrow$  der  $\rightarrow$  altura)
      else
        | nodoDeArriba  $\rightarrow$  altura = 1
        | nodoDeArriba  $\rightarrow$  factorDeBalanceo = 0
      end
    end
  end
end
end
else
end

```

Data: Aqui finaliza agregarElem. Complejidad es $O(\log(n))$ por lo while's que se tienen y el resto son asignaciones

Algorithm 52: iAgregarElem

$iObtener(in\ e: str_diccRapido, in\ n: \alpha) \rightarrow res : \alpha$

```

begin
  puntero(nodo) nodoActual  $\leftarrow$  e.raiz O(1)
  while  $nodoActual \neq null \wedge n \neq nodoActual \rightarrow clave$  do
    if  $n > nodoActual \rightarrow clave$  then
      | nodoActual  $\leftarrow$  nodoActual  $\rightarrow$  der O(1)
    else
      | nodoActual  $\leftarrow$  nodoActual  $\rightarrow$  izq O(1)
    end
  end
  res  $\leftarrow$  nodoActual  $\rightarrow$  Significado O(1)

```

end

Data: Complejidad es $O(\log(n))$. El algoritmo busca en la estructura del dicc (un AVL) el nodo cuya clave sea igual a e . Si el elem e es mayor a la clave de la raiz busca en el sub-arbol izquierdo, caso contrario (el elemento e es menor) busca en sub-arbol derecho. Eventualmente llega la caso donde el elem e es igual a la clave del nodo y devolvemos el significado.

De esta forma evitamos compara cada uno de los nodos del arbol ($\log(n)$) y logramos optimizar la busqueda.

Algorithm 53: $iObtener$

$i\#Defs(in\ e: str_diccRapido) \rightarrow res : nat$

```

begin
  puntero(nodo) nodoActual  $\leftarrow$  e.raiz O(1)
  if  $nodoActual \neq null$  then
    | res  $\leftarrow$  res +  $i\#Defs(nodoActual \rightarrow der) + i\#Defs(nodoActual \rightarrow izq)$  O(n)
  else
    | res  $\leftarrow$  0
  end

```

end

Data: Complejidad es $O(n)$. Se cuentan todos los elementos no nulos del dicc, uno por uno, de manera recursiva. De esta forma el algoritmo pasa por todos los nodos de la estructura (n) una vez.

Algorithm 54: $i\#Defs$

Algoritmos Auxiliares**rotacionSimpleDerAndDer** (in/out nodoAbalancear :puntero(Nodo))

```

puntero(nodo) padreSuperior ← nodoAbalancear→padre
puntero(nodo) F ← nodoAbalancear
puntero(nodo) d ← F→der
puntero(nodo) i ← d→izq
\\ burbujeamos nodo d por nodo F
if padreSuperior ≠ Null then
  if padreSuperior→der == F then
    | padreSuperior→der ← d
  else
    | padreSuperior→izq ← d
  end
else
  | raiz ← d
end
\\ al hacer el burbujeo rompi cosas, por lo cual lo voy reconstruyendo...
F→der ← i
if i ≠ Null then
  | i→padre ← F
else
end
d→izq ← F
\\ ahora voy a reacomodar a los padres
F→padre ← d
d→padre ← padreSuperior
\\ ahora "esta" balanceado
if F→izq ≠ Null then
  if i ≠ Null then
    | F→factorDeBalanceo ← (i→altura) - (F→izq→altura)
    | if i→altura > (F→izq→altura) then
      | (F→altura) ← i→altura
    | else
      | (F→altura) ← (F→izq→altura)+1
    | end
  else
end
else
  if i ≠ Null then
    | F→factorDeBalanceo ← (i→altura)
    | (F→altura) ← (i→altura)+1
  else
    | F→factorDeBalanceo ← 0
    | F→altura ← 1
  end
end
d→factorDeBalanceo ← (d→der→altura) - (F→altura)
if F→altura > d→der→altura then
  | d→altura ← F→altura
else
  | d→altura ← (d→der→altura)+1
end

```

Data: complejidad **O(1)** son todas asignaciones**Algorithm 55:** rotacionSimpleDerAndDer

rotacionSimpleIzqAndIzq (in/out nodoAbalancear : puntero(Nodo))

```

puntero(nodo) padreSuperior ← nodoAbalancear→padre
puntero(nodo) F ← nodoAbalancear
puntero(nodo) i ← F→izq
puntero(nodo) d ← i→der
burbujeamos el nodo de i como padre de F
if padreSuperior ≠ Null then
    if padreSuperior→der == F then
        | padreSuperior→der ← i
    else
        | padreSuperior→izq ← i
    end
else
    | raiz ← i
end
F→izq ← d
i→der ← F
F→padre ← i
i→padre ← padreSuperior
if d ≠ Null then
    | d→padre ← F
else
end
d→izq ← F
ahora es balanceado
if F→der ≠ Null then
    if d ≠ Null then
        | F→factorDeBalanceo ← (F→izq→altura) - (d→altura)
        | if d→altura > (F→der→altura) then
            | (F→altura) ← d→altura
        | else
            | (F→altura) ← (F→der→altura)+1
        | end
    else
        | F→factorDeBalanceo ← F→der→altura
        | (F→altura) ← (F→der→altura)+1
    end
else
    if d ≠ Null then
        | F→factorDeBalanceo ← -(d→altura)
        | (F→altura) ← (d→altura)+1
    else
        | F→factorDeBalanceo ← 0
        | F→altura ← 1
    end
end
i→factorDeBalanceo ← (F→altura - (i→izq→altura))
if F→altura > i→izq→altura then
    | i→altura ← F→altura
else
    | i→altura ← (i→izq→altura)+1
end

```

Data: complejidad $O(1)$ son todas asignaciones

Algorithm 56: *rotacionSimpleIzqAndIzq*

```

rotacionDobleIzqAndDer (in/out nodoAbalancear : puntero(nodo))
  puntero(nodo) padreSuperior ← nodoAbalancear→padre
  puntero(nodo) F ← nodoAbalancear
  puntero(nodo) d ← F→der
  puntero(nodo) i ← d→izq
  puntero(nodo) B ← i→izq
  puntero(nodo) C ← i→der
  if padreSuperior ≠ Null then
    if padreSuperior→der == F then
      | padreSuperior→der ← i
    else
      | padreSuperior→izq ← i
    end
  else
    | raiz ← i
  end
  i→padre ← padreSuperior
  F→der ← B
  if B ≠ Null then
    | B→padre ← F
  else
  end
  d→izq ← C
  if C ≠ Null then
    | C→padre ← d
  else
  end
  i→der ← d
  i→izq ← F
  d→padre ← i
  P→padre ← i
  if F→izq ≠ Null then
    if B ≠ Null then
      F→factorDeBalanceo ← (B→altura) - (F→izq→altura)
      if B→altura > (F→der→altura) then
        | (F→altura) ← B→altura
      else
        | (F→altura) ← (F→der→altura)+1
      end
    else
      F→factorDeBalanceo ← -(F→izq→altura)
      (F→altura) ← (F→izq→altura)+1
    end
  else
    if B ≠ Null then
      F→factorDeBalanceo ← B→altura
      (F→altura) ← (B→altura)+1
    else
      F→factorDeBalanceo ← 0
      F→altura ← 1
    end
  end

```

```

if  $d \rightarrow der \neq \text{Null}$  then
  if  $C \neq \text{Null}$  then
     $d \rightarrow \text{factorDeBalanceo} \leftarrow (d \rightarrow der \rightarrow \text{altura}) - (d \rightarrow \text{altura})$ 
    if  $C \rightarrow \text{altura} > (d \rightarrow der \rightarrow \text{altura})$  then
       $(d \rightarrow \text{altura}) \leftarrow C \rightarrow \text{altura}$ 
    else
       $(d \rightarrow \text{altura}) \leftarrow (d \rightarrow der \rightarrow \text{altura}) + 1$ 
    end
  else
     $d \rightarrow \text{factorDeBalanceo} \leftarrow (d \rightarrow der \rightarrow \text{altura})$ 
     $(d \rightarrow \text{altura}) \leftarrow (d \rightarrow der \rightarrow \text{altura}) + 1$ 
  end
else
  if  $C \neq \text{Null}$  then
     $d \rightarrow \text{factorDeBalanceo} \leftarrow -(C \rightarrow \text{altura})$ 
     $(d \rightarrow \text{altura}) \leftarrow (C \rightarrow \text{altura}) + 1$ 
  else
     $d \rightarrow \text{factorDeBalanceo} \leftarrow 0$ 
     $d \rightarrow \text{altura} \leftarrow 1$ 
  end
end
if  $i \rightarrow \text{izq} \rightarrow \text{altura} > i \rightarrow der \rightarrow \text{altura}$  then
   $i \rightarrow \text{altura} \leftarrow i \rightarrow \text{izq} \rightarrow \text{altura}$ 
else
   $i \rightarrow \text{altura} \leftarrow (i \rightarrow der \rightarrow \text{altura}) + 1$ 
end
 $i \rightarrow \text{factorDeBalanceo} \leftarrow (i \rightarrow der \rightarrow \text{altura}) - (i \rightarrow \text{izq} \rightarrow \text{altura})$ 
Data: complejidad  $O(1)$  son todas asignaciones

```

Algorithm 57: `irotaacionDobleIzqAndDer`

rotacionDobleDerAndIzq (in `nodoDesbalanceado` : `puntero(nodo)`)

```

puntero(nodo)  $\text{padreSuperior} \leftarrow \text{nodoAbalancear} \rightarrow \text{padre}$ 
puntero(nodo)  $F \leftarrow \text{nodoAbalancear}$ 
puntero(nodo)  $d \leftarrow F \rightarrow \text{izq}$ 
puntero(nodo)  $i \leftarrow d \rightarrow der$ 
puntero(nodo)  $B \leftarrow i \rightarrow \text{izq}$ 
puntero(nodo)  $C \leftarrow i \rightarrow der$ 
if  $\text{padreSuperior} \neq \text{Null}$  then
  if  $\text{padreSuperior} \rightarrow der == F$  then
     $\text{padreSuperior} \rightarrow der \leftarrow i$ 
  else
     $\text{padreSuperior} \rightarrow \text{izq} \leftarrow i$ 
  end
else
   $\text{raiz} \leftarrow i$ 
end
 $i \rightarrow \text{padre} \leftarrow \text{padreSuperior}$ 
 $F \rightarrow \text{izq} \leftarrow C$ 
if  $C \neq \text{Null}$  then
   $C \rightarrow \text{padre} \leftarrow F$ 
else
end

```

```

d→der ← B
if  $B \neq \text{Null}$  then
  | B→padre ← d
else
end
i→der ← F
i→izq ← d
d→padre ← i
P→padre ← i
if  $F \rightarrow \text{der} \neq \text{Null}$  then
  | if  $C \neq \text{Null}$  then
    | F→factorDeBalanceo ←  $(F \rightarrow \text{der} \rightarrow \text{altura}) - (C \rightarrow \text{altura})$ 
    | if  $C \rightarrow \text{altura} > (F \rightarrow \text{der} \rightarrow \text{altura})$  then
      | (F→altura) ← C→altura
    | else
      | (F→altura) ←  $(F \rightarrow \text{der} \rightarrow \text{altura}) + 1$ 
    | end
  | else
    | F→factorDeBalanceo ←  $(F \rightarrow \text{der} \rightarrow \text{altura})$ 
    | (F→altura) ←  $(F \rightarrow \text{der} \rightarrow \text{altura}) + 1$ 
  | end
else
  | if  $C \neq \text{Null}$  then
    | F→factorDeBalanceo ←  $-(C \rightarrow \text{altura})$ 
    | (F→altura) ←  $(C \rightarrow \text{altura}) + 1$ 
  | else
    | F→factorDeBalanceo ← 0
    | F→altura ← 1
  | end
end
if  $d \rightarrow \text{izq} \neq \text{Null}$  then
  | if  $B \neq \text{Null}$  then
    | d→factorDeBalanceo ←  $(d \rightarrow \text{altura}) - (d \rightarrow \text{izq} \rightarrow \text{altura})$ 
    | if  $B \rightarrow \text{altura} > (d \rightarrow \text{izq} \rightarrow \text{altura})$  then
      | (d→altura) ← B→altura
    | else
      | (d→altura) ←  $(d \rightarrow \text{izq} \rightarrow \text{altura}) + 1$ 
    | end
  | else
    | d→factorDeBalanceo ←  $-(d \rightarrow \text{izq} \rightarrow \text{altura})$ 
    | (d→altura) ←  $(d \rightarrow \text{izq} \rightarrow \text{altura}) + 1$ 
  | end
else
  | if  $B \neq \text{Null}$  then
    | d→factorDeBalanceo ← (B→altura)
    | (d→altura) ← (B→altura)+1
  | else
    | d→factorDeBalanceo ← 0
    | d→altura ← 1
  | end
end
if  $i \rightarrow \text{izq} \rightarrow \text{altura} > i \rightarrow \text{der} \rightarrow \text{altura}$  then
  | i→altura ← i→izq→altura
else
  | i→altura ←  $(i \rightarrow \text{der} \rightarrow \text{altura}) + 1$ 
end
i→factorDeBalanceo ←  $(i \rightarrow \text{der} \rightarrow \text{altura}) - (i \rightarrow \text{izq} \rightarrow \text{altura})$ 
Data: complejidad O(1) son todas asignaciones

```

Algorithm 58: irotacionDobleDerAndIzq

iDameMaximo (in $c : \text{str_diccRapido}$) $\rightarrow \text{elem}:\alpha$

puntero(nodo) $\text{nodoActual} \leftarrow c.\text{raiz}$

puntero(nodo) $\text{maximo} \leftarrow \text{Null}$

while $\text{nodoActual} \neq \text{Null}$ **do**

$\text{maximo} \leftarrow \text{nodoActual}$

$\text{nodoActual} \leftarrow (\text{nodoActual} \rightarrow \text{der})$

end

$\text{res} \leftarrow \text{maximo} \rightarrow \text{clave}$

Data: Complejidad es $O(\log(n))$ por que recorre toda la altura del arbol

Algorithm 59: iDameMaximo

iCrearNodo (in $c:\alpha$, in $s:\beta \rightarrow \text{stru_nodo}$)

$\text{nodoNuevo.clave} \leftarrow c$

$\text{nodoNuevo.significado} \leftarrow s$

$\text{nodoNuevo.padre} \leftarrow \text{Null}$

$\text{nodoNuevo.der} \leftarrow \text{Null}$

$\text{nodoNuevo.izq} \leftarrow \text{Null}$

$\text{nodoNuevo.altura} \leftarrow 0$

$\text{nodoNuevo.factorDeBalanceo} \leftarrow 0$

Observacion!

para usar este avl como queremos, vamos a extender el tad tupla con la operacion Menor

$\llcorner _Tupla \llcorner : p:Tupla \times d:Tupla \rightarrow \text{bool}$

$\llcorner _Tupla(p,d) \equiv \text{if } \Pi_1(p) < \Pi_1(d) \text{ then True else false fi}$

a la hora de meter tuplas en un avl, siepre se va meter esta comparacion, esto tambien serviria para comparar paquetes, ya tomaria el primer clave del paquete, osea el Id.

7. Modulo ConjuntoRapido(α)

parámetros formales

géneros α
función COPIAR(**in** $a : \alpha$) $\rightarrow res : \alpha$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} a\}$
Complejidad: $\Theta(\text{copy}(a))$
Descripción: función de copia de α 's
función $\bullet < \bullet$ (**in** $a1 : \alpha$, **in** $a2 : \alpha$) $\rightarrow res : \text{bool}$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} a1 < a2\}$
Complejidad: $\Theta(a1 < a2)$
Descripción: Operador menor de α 's

se explica con: CONJUNTO(α).

géneros: conjR(α).

usa: BOOL, DICCRAPIDO(α , BOOL)

Operaciones Basicas de conjR(α)

Interfaz

CONJVACIO() $\rightarrow res : \text{conjR}(\alpha)$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \emptyset\}$
Complejidad: $O(1)$
Descripción: genera un conjunto vacio.

AGREGARELEM(**in** $e : \alpha$, **in/out** $c : \text{conjR}(\alpha)$)
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{c =_{\text{obs}} \text{agregar}(e, c)\}$
Complejidad: $O(\text{Log}(\#(c)))$
Descripción: agrega un elemento al conjunto
Aliasing: Agrega por referencia.

EPERTENECE(**in** $e : \alpha$, **in** $c : \text{conjR}(\alpha)$) $\rightarrow res : \text{bool}$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} e \in c\}$
Complejidad: $O(\text{Log}(\#(c)))$
Descripción: Verifica si un elemento esta en el conjunto.

SACARELEM(**in** $e : \alpha$, **in/out** $c : \text{conjR}(\alpha)$)
Pre $\equiv \{e \in c\}$
Post $\equiv \{c =_{\text{obs}} c - \{e\}\}$
Complejidad: $O(\text{Log}(\#(c)))$
Descripción: elimina un el elemento e del conjunto.
Aliasing: Elimina la referencia.

#ELEM(**in** $c : \text{conjR}(\alpha)$) $\rightarrow res : \text{nat}$
Pre $\equiv \{\text{true}\}$
Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \#(c)\}$
Complejidad: $\#(c)$
Descripción: Devuelve el numero de elemtos del conjunto

Representación

$\text{conjR}(\alpha)$ se representa con $\text{str_conjR}(\alpha)$

donde $\text{str_conjR}(\alpha)$ es $\text{diccRapido}(\alpha, \text{bool})$

$\text{Rep} : \text{srt_conjR}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(e) \equiv \text{true} \iff \text{true}$

$\text{Abs} : \text{srt_conjR}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{conjunto}(\alpha) \qquad \{\text{Rep}(c)\}$

$\text{Abs}(c) \equiv c : \text{conjunto}(\alpha) \mid$
 $(\#c =_{\text{obs}} \# \text{Elem}(c)) \quad \wedge$
 $(\forall a : \alpha)(a \in c \iff \text{ePertenece}(a, c)) \wedge$
 $(\forall a : \alpha)(c - a =_{\text{obs}} \text{sacarElem}(a, c)) \wedge$
 $(\forall a : \alpha)(\text{Ag}(a, c) =_{\text{obs}} \text{agregarElem}(a, c))$

Algoritmos

iconjVacio () \rightarrow res: $\text{str_conjR}(\alpha)$

begin

| res \leftarrow vacio()

O(1)

end

Data: Complejidad: O(1). Ver complejidad de vacio()

iagregarElem(in e: α in/out co: $\text{str_conjR}(\alpha)$)

begin

| definirElem(e, true ,co)

O(Log(#(c)))

end

Data: Complejidad: O(Log(#(c))). Ver complejidad de definirElem()

iePertenece(in e: α , co: $\text{str_conjR}(\alpha)$) \rightarrow res: bool

begin

| res \leftarrow elemPertenece(e, co)

O(Log(#(c)))

end

Data: Complejidad: O(Log(#(c))). Ver complejidad de elemPertenece()

isacarElem(in e: α in/out co: $\text{str_conjR}(\alpha)$)

begin

| borrarElem(e, co)

O(Log(#(c)))

end

Data: Complejidad: O(Log(#(c))). Ver complejidad de borrarElem()

i#Elem(in co: $\text{str_conjR}(\alpha)$) \rightarrow res: nat

begin

| res \leftarrow #Defs(e, co)

O(#(c))

end

Data: Complejidad: O(#(c)). Ver complejidad de #Defs()

8. Módulo Compu

Interfaz

usa: STRING, NAT, CONJUNTO LINEAL(α).

se explica con: COMPU.

géneros: compu.

Operaciones básicas

NUEVACOMPU(in IP : String, in $Inter$: conj(nat)) $\rightarrow res$: compu

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} \text{Tupla}(IP, Inter)\}$

Complejidad: $O(\text{Long}(IP) + \#Inter)$

Descripción: Crea una compu nueva.

Aliasing: Crea una pc por copia.

IP(in pc : compu) $\rightarrow res$: String

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} pc.IP\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve el IP de la compu.

Aliasing: Devuelve una referencia al IP.

INTERFACES(in pc : compu) $\rightarrow res$: conj(nat)

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} pc.Interfaces\}$

Complejidad: $O(1)$

Descripción: Devuelve el conjunto de interfaces.

Aliasing: Devuelve una referencia al conjunto.

COPIAR(in pc : compu) $\rightarrow res$: compu

Pre $\equiv \{\text{true}\}$

Post $\equiv \{res =_{\text{obs}} pc\}$

Complejidad: $O(\text{Long}(IP(pc)) + \#Interfaces(pc))$

Descripción: Devuelve el conjunto de interfaces.

Aliasing: Devuelve una copia de la pc.

Representación

Representación de compu

compu se representa con estr

donde **estr** es $\text{tupla}(IP: \text{String}, Interfaces: \text{conj}(\text{nat}))$

$\text{Rep} : \text{estr} \rightarrow \text{bool}$

$\text{Rep}(compu) \equiv \text{true} \iff \text{True}$

$\text{Abs} : \text{estr } pc \rightarrow \text{compu}$

$\{\text{Rep}(pc)\}$

$\text{Abs}(pc) \equiv \text{compu} : \text{Compu} \mid \text{compu.IP} = pc.IP \wedge \text{compu.Interfaces} = pc.Interfaces$

Algoritmos Algoritmos de compu

```

iNuevaCompu (in IP: String, in Interfaces: conj(nat))estr
begin
  | res.IP ← Copy(IP)                                     //O(Long(IP))
  | res.Interfaces ← Copy(Interfaces)                     //O(Cardinal(Interfaces))
end

```

Algorithm 60: NuevaCompu

```

iIP (in pc: estr)String
begin
  | res ← pc.IP                                           //Referencia: O(1))
end

```

Algorithm 61: IP

```

iInterfaces (in pc: estr)conj(nat)
begin
  | res ← pc.Interfaces                                   //Referencia: O(1))
end

```

Algorithm 62: Interfaces

```

iCopiar (in pc: estr)estr
begin
  | res ← NuevaCompu(pc.IP, pc.Interfaces)               O(Long(pc.IP) + Cardinal(pc.Interfaces) )
end

```

Algorithm 63: Copiar