Informática. Prácticas

Facultad de Matemáticas
Curso 2021-2022

"Mejor que de nuestro juicio, debemos fiarnos del cálculo algebraico"
(Leonhard Euler)

Práctica 2. Operaciones con polinomios

Podemos representar un polinomio de grado n, $p(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0$, mediante la lista de sus coeficientes $[a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0]$. Por ejemplo, $p_1(x)=x^3+2x^2+x+1$ puede representarse mediante la lista $[1,2,1,1]$, y podemos representar el polinomio $p_2(x)=x^3+2x^2+x$ mediante la lista $[1,2,1,0]$. Observa que la representación de $p_3(x)=3x^2+2x+1$ es la lista $[3,2,1]$.

1. Diseña una función llamada `polynomial_sum(p1,p2)` que, dados dos polinomios `p1` y `p2`, calcule la suma `p1+p2`. Por ejemplo, el resultado de la llamada `polynomial_sum([1,2,1,1],[3,2,1])` debe ser la lista de coeficientes correspondiente al polinomio $p(x)=x^3+5x^2+3x+2$.
2. Diseña una función llamada `polynomial_product(p1,p2)` que, dados dos polinomios `p1` y `p2`, calcule el producto `p1·p2`. Por ejemplo, el resultado de la llamada `polynomial_product([1,2,1,1],[3,2,1])` debe ser la lista de coeficientes correspondiente al polinomio $p(x)=3x^5+8x^4+8x^3+7x^2+3x+1$.

Segunda parte. Factorización de un polinomio mónico

Un **polinomio mónico** es un polinomio de una sola variable cuyo coeficiente principal es 1, por lo tanto, un polinomio mónico de grado n es un polinomio de la forma $p(x)=x^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0$. Además, puede demostrarse que si un polinomio mónico está compuesto solamente por coeficientes enteros, entonces sus soluciones reales son o números enteros o números irracionales (Lema de Gauss para polinomios mónicos).

Teniendo en cuenta que las soluciones enteras de un polinomio son divisores del término independiente a_0, diseña una función llamada `monic_factors(p)` que, dado un polinomio mónico `p` compuesto solamente por coeficientes enteros, devuelva:

- una lista `[p0,...,pk]`, donde cada `pi` es un polinomio de grado 1 con coeficientes enteros, y
- un polinomio `q` irreducible sobre los enteros

tales que `p=p0·...·pk·q`. Por ejemplo, las soluciones reales del polinomio mónico $p(x)=x^4-1$ son $\{1,-1\}$, de modo que $p(x)=(x-1)(x+1)(x^2+1)$; como consecuencia, la llamada `monic_factors([1,0,0,0,-1])` debe devolver la lista `[[1,-1],[1,1]]` (correspondiente a los polinomios $(x-1)$ y $(x+1)$) y la lista `[1,0,1]` (correspondiente al polinomio (x^2+1)).