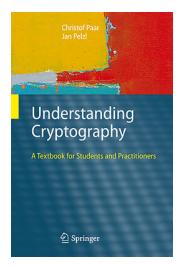


## Nhập môn An toàn Thông tin Mã dòng dựa trên thanh ghi dịch

## Tài liệu

https://www.crypto-textbook.com





## Nội dung

1 Giới thiệu

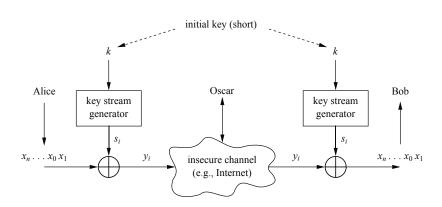
2 LFSR: Dạng tổng quát

3 Tấn công LFSR

4 Trivium: Một hệ mã dòng hiện đại



## Mã dòng

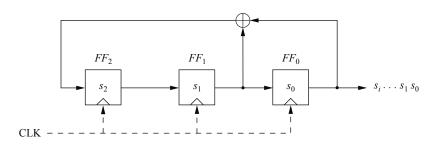


Câu hỏi: Làm thế nào sinh dãy  $s_i$ ?



# Thanh ghi dịch phản hồi tuyến tính

Linear Feedback Shift Register (LFSR)



Hình: LFSR bậc m = 3 với ba Flip-flops  $FF_2$ ,  $FF_1 v FF_0$ 

### Công thức truy hồi:

$$s_{i+3} = s_{i+1} \oplus s_i$$
.



clk	$FF_2$	$FF_1$	$FF_0 = s_i$
0	1	0	0

$$s_{i+3} = s_{i+1} \oplus s_i$$



clk	$FF_2$	$FF_1$	$FF_0 = s_i$
0	1	0	0
1	0	1	0

$$s_{i+3} = s_{i+1} \oplus s_i$$



clk	$FF_2$	$FF_1$	$FF_0 = s_i$
0	1	0	0
1	0	1	0
2	1	0	1

$$s_{i+3} = s_{i+1} \oplus s_i$$



clk	$FF_2$	$FF_1$	$FF_0 = s_i$
0	1	0	0
1	0	1	0
2	1	0	1
3	1	1	0

$$s_{i+3} = s_{i+1} \oplus s_i$$



clk	$FF_2$	$FF_1$	$FF_0 = s_i$
0	1	0	0
1	0	1	0
2	1	0	1
3	1	1	0
4	1	1	1

$$s_{i+3} = s_{i+1} \oplus s_i$$



clk	$FF_2$	$FF_1$	$FF_0 = s_i$
0	1	0	0
1	0	1	0
2	1	0	1
3	1	1	0
4	1	1	1
5	0	1	1



clk	$FF_2$	$FF_1$	$FF_0 = s_i$
0	1	0	0
1	0	1	0
2	1	0	1
3	1	1	0
4	1	1	1
5	0	1	1
6	0	0	1



clk	$FF_2$	$FF_1$	$FF_0 = s_i$
0	1	0	0
1	0	1	0
2	1	0	1
3	1	1	0
4	1	1	1
5	0	1	1
6	0	0	1
7	1	0	0

$s_i$



clk	$FF_2$	$FF_1$	$FF_0 = s_i$
0	1	0	0
1	0	1	0
2	1	0	1
3	1	1	0
4	1	1	1
5	0	1	1
6	0	0	1
7	1	0	0
8	0	1	0

$s_{i+3} =$	$s_{i+1}$	$\oplus s_i$
-------------	-----------	--------------



clk	$FF_2$	$FF_1$	$FF_0 = s_i$
0	1	0	0
1	0	1	0
2	1	0	1
3	1	1	0
4	1	1	1
5	0	1	1
6	0	0	1
7	1	0	0
8	0	1	0

 $s_{i+3} = s_{i+1} \oplus s_i$ 

Output: 0010111 0010111 0010111 ...



## Nội dung

1 Giới thiệu

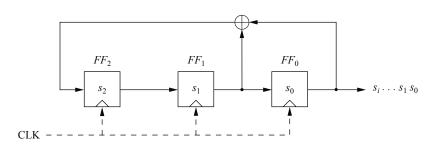
2 LFSR: Dạng tổng quát

3 Tấn công LFSR

4 Trivium: Một hệ mã dòng hiện đại



# Thanh ghi dịch phản hồi tuyến tính

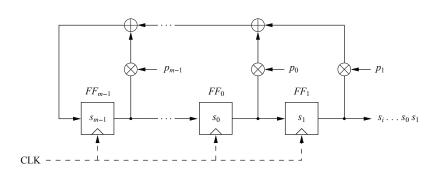


#### Công thức truy hồi:

$$s_{i+3} = 0 \cdot s_{i+2} + 1 \cdot s_{i+1} + 1 \cdot s_i \mod 2, \quad i = 0, 1, 2, \dots$$



## LFSR tổng quát

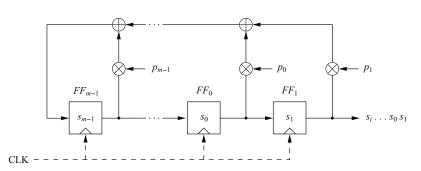


Hình: LFSR với hệ số phản hồi  $p_i$  và giá trị ban đầu  $s_{m-1}, \ldots, s_0$ 



## Công thức truy hồi

$$s_{i+m} = \sum_{j=0}^{m-1} p_j \cdot s_{i+j} \mod 2$$





## Bài tập

• Xét LFSR với bậc m=4 và hệ số phản hồi

$$(p_3 = 0, p_2 = 0, p_1 = 1, p_0 = 1).$$

• Bắt đầu từ

$$s_3 = 0$$
,  $s_2 = 1$ ,  $s_1 = 0$ ,  $s_0 = 0$ 

hãy tính 15 bit tiếp theo của dãy output.

## Bài tập

• Xét LFSR với bậc m = 4 và hệ số phản hồi

$$(p_3 = 1, p_2 = 1, p_1 = 1, p_0 = 1).$$

• Bắt đầu từ

$$s_3 = 0$$
,  $s_2 = 1$ ,  $s_1 = 0$ ,  $s_0 = 1$ 

hãy tính 15 bit tiếp theo của dãy output.

## Độ dài lớn nhất của dãy

Xét dãy tạo bởi LFSR với công thức truy hồi:

$$s_{i+m} = \sum_{j=0}^{m-1} p_j \cdot s_{i+j} \mod 2;$$
  $s_i, p_j \in \{0, 1\};$   $i = 0, 1, 2, ...$ 

 Phụ thuộc vào m, dãy này lặp lại theo chu kỳ với độ dài khác nhau.

#### Định lý

 $D\hat{\rho}$  dài (chu kỳ) lớn nhất của dãy sinh bởi LFSR là  $2^m - 1$ .



Xét LFSR với bậc m = 4 và hệ số phản hồi

$$(p_3 = 0, p_2 = 0, p_1 = 1, p_0 = 1).$$

Dãy output có chu kỳ  $2^4 - 1 = 15$ .

Ví dụ

Xét LFSR với bậc m = 4 và hệ số phản hồi

$$(p_3 = 1, p_2 = 1, p_1 = 1, p_0 = 1).$$

Dãy output có chu kỳ 5.



#### LSFR và đa thức

LFSR bậc m với hệ số phản hồi  $(p_{m-1}, \ldots, p_1, p_0)$  biểu diễn bởi đa thức

$$P(x) = x^{m} + p_{m-1}x^{m-1} + \dots + p_{1}x + p_{0}$$

Ví dụ

LFSR với bậc m = 4 và hệ số phản hồi

$$(p_3 = 0, p_2 = 0, p_1 = 1, p_0 = 1)$$

biểu diễn bởi đa thức

$$P(x) = x^4 + x + 1.$$



LFSR với bậc m=4 và hệ số phản hồi

$$(p_3 = 1, p_2 = 1, p_1 = 1, p_0 = 1)$$

biểu diễn bởi đa thức

$$P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1.$$



## Đa thức nguyên thuỷ và LSFR

- Chỉ có LFSR xác định bởi đa thức nguyên thuỷ mới có dãy output với chu kỳ cực đại!
- Đa thức nguyên thuỷ là một trường hợp riêng của đa thức bất khả quy (giống số nguyên tố).
- Ví dụ: Đa thức

$$(0,2,5) \rightarrow 1 + x^2 + x^5$$

là đa thức nguyên thuỷ.

# Một số đa thức nguyên thuỷ

(0,1,2)	(0,1,3,4,24)	(0,1,46)	(0,1,5,7,68)	(0,2,3,5,90)	(0,3,4,5,112)
(0,1,3)	(0,3,25)	(0,5,47)	(0,2,5,6,69)	(0,1,5,8,91)	(0,2,3,5,113)
(0,1,4)	(0,1,3,4,26)	(0,2,3,5,48)	(0,1,3,5,70)	(0,2,5,6,92)	(0,2,3,5,114)
(0,2,5)	(0,1,2,5,27)	(0,4,5,6,49)	(0,1,3,5,71)	(0,2,93)	(0,5,7,8,115)
(0,1,6)	(0,1,28)	(0,2,3,4,50)	(0,3,9,10,72)	(0,1,5,6,94)	(0,1,2,4,116)
(0,1,7)	(0,2,29)	(0,1,3,6,51)	(0,2,3,4,73)	(0,11,95)	(0,1,2,5,117)
(0,1,3,4,8)	(0,1,30)	(0,3,52)	(0,1,2,6,74)	(0,6,9,10,96)	(0,2,5,6,118)
(0,1,9)	(0,3,31)	(0,1,2,6,53)	(0,1,3,6,75)	(0,6,97)	(0,8,119)
(0,3,10)	(0,2,3,7,32)	(0,3,6,8,54)	(0,2,4,5,76)	(0,3,4,7,98)	(0,1,3,4,120)
(0,2,11)	(0,1,3,6,33)	(0,1,2,6,55)	(0,2,5,6,77)	(0,1,3,6,99)	(0,1,5,8,121)
(0,3,12)	(0,1,3,4,34)	(0,2,4,7,56)	(0,1,2,7,78)	(0,2,5,6,100)	(0,1,2,6,122)
(0,1,3,4,13)	(0,2,35)	(0,4,57)	(0,2,3,4,79)	(0,1,6,7,101)	(0,2,123)
(0,5,14)	(0,2,4,5,36)	(0,1,5,6,58)	(0,2,4,9,80)	(0,3,5,6,102)	(0,37,124)
(0,1,15)	(0,1,4,6,37)	(0,2,4,7,59)	(0,4,81)	(0,9,103)	(0,5,6,7,125)
(0,1,3,5,16)	(0,1,5,6,38)	(0,1,60)	(0,4,6,9,82)	(0,1,3,4,104)	(0,2,4,7,126)
(0,3,17)	(0,4,39)	(0,1,2,5,61)	(0,2,4,7,83)	(0,4,105)	(0,1,127)
(0,3,18)	(0,3,4,5,40)	(0,3,5,6,62)	(0,5,84)	(0,1,5,6,106)	(0,1,2,7,128)
(0,1,2,5,19)	(0,3,41)	(0,1,63)	(0,1,2,8,85)	(0,4,7,9,107)	
(0,3,20)	(0,1,2,5,42)	(0,1,3,4,64)	(0,2,5,6,86)	(0,1,4,6,108)	
(0,2,21)	(0,3,4,6,43)	(0,1,3,4,65)	(0,1,5,7,87)	(0,2,4,5,109)	
(0,1,22)	(0,5,44)	(0,3,66)	(0,8,9,11,88)	(0,1,4,6,110)	
(0,5,23)	(0,1,3,4,45)	(0,1,2,5,67)			



## Nội dung

1 Giới thiệu

2 LFSR: Dạng tổng quát

3 Tấn công LFSR

4 Trivium: Một hệ mã dòng hiện đại



## Dựa trên giả sử rằng

#### Oscar có:

- Mọi bit bản mã y<sub>i</sub>
- Bâc m
- Các bit bản rõ  $(x_0, x_1, \dots, x_{2m-1})$

#### Bước 1

Tính toán

$$y_i = x_i + s_i \mod 2$$
  
$$s_i = y_i + x_i \mod 2$$

với 
$$i=0,1,\ldots,2m-1$$



#### Bước 2

• Mục đích: Lấy được dãy bit khoá

$$s_{2m}, s_{2m+1}, \ldots$$

• Câu hỏi: Làm thế nào để tính:

$$p_0, p_1, \ldots, p_{m-1}$$
?

Nhắc lại:

$$s_{i+m} = \sum_{j=0}^{m-1} p_j \cdot s_{i+j} \mod 2$$



## Bước 2: Tính $p_i$

$$\begin{split} i &= 0, & s_m = p_m s_{m-1} + \dots + p_1 s_1 + p_0 s_0 & \mod 2 \\ i &= 1, & s_{m+1} = p_m s_m + \dots + p_1 s_2 + p_0 s_1 & \mod 2 \\ \vdots & & & \\ i &= m-1, & s_{2m-1} = p_{m-1} s_{2m-2} + \dots + p_1 s_m + p_0 s_{m-1} & \mod 2 \\ \end{split}$$

- Hệ phương trình tuyến tính *m* ẩn.
- Dễ giải dùng phương pháp khử Gauss!



## Hệ quả

Nếu kẻ tấn công có (ít nhất) 2m giá trị output của LFSR, anh ta có thể lấy được toàn bộ thông tin về cấu hình

$$p_0, p_1, \ldots, p_{m-1}.$$

của LFSR.



#### Bước 3

• Dùng cấu hình

$$(p_{m-1},\ldots,p_1,p_0)$$

để xây dựng LFSR.

• Tính dãy bit khoá

$$s_0, s_1, \ldots, s_{2m}, \ldots$$

Giải mã

$$x_i = y_i + s_i \mod 2.$$



## Nội dung

1 Giới thiệu

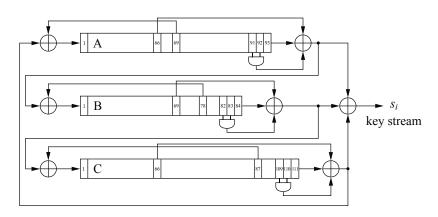
2 LFSR: Dạng tổng quát

3 Tấn công LFSR

4 Trivium: Một hệ mã dòng hiện đại



### Giới thiệu Trivium



Hình: Hệ mã dòng mới với kích thước khoá 80 bit. Dựa trên việc kết hợp ba thanh ghi dịch có phản hồi, và kết hợp với thành phần phi tuyến.



### Đặc tả Trivium

	register length	feedback bit	feedforward bit	AND inputs
A	93	69	66	91,92
В	84	78	69	82,83
C	111	87	66	109,110

- Phép toán AND chính là phép nhân theo modun 2, và phương trình không còn là tuyến tính nữa.
- Feedforward paths liên quan đến phép toán AND là thành phần quan trọng cho tính an toàn của hệ.



## Mã hoá với Trivium: Khởi tạo

- 80 bit IV được đưa vào 80 bit trái nhất của thanh ghi A. IV không cần giữ bí mật nhưng phải thay đổi sau cho mỗi phiên làm việc.
- 80 bit khoá được đưa vào 80 bit trái nhất của thanh ghi *B*.
- Mọi bit thanh ghi khác được đặt bằng 0 ngoại trừ ba bit phải nhất của thanh ghi C:

$$c_{109} = c_{110} = c_{111} = 1.$$



## Mã hoá với Trivium: Pha khởi động

• Trong pha đầu tiên này, hệ mã được chạy

$$4 \times (93 + 84 + 111) = 1152$$

lần, nhưng không tạo ra bit đầu ra nào.

- Pha này cần để tạo cho hệ mã đủ ngẫu nhiên.
- Nó đảm bảo dòng khoá phụ thuộc vào cả k và IV.

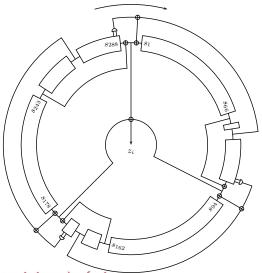
#### Mã hoá với Trivium

- Dãy bit sau đó, bắt đầu từ chu kỳ 1153, được sử dụng như dòng khoá s; của hê mã dòng.
- Tốc độ mã hoá của hệ rất cao: Khoảng 1Gbit/giây trên bộ xử lý 1.5 GHz của Intel.
- Dễ cài đặt trên phần cứng.
- Cho tới nay, chưa có phương pháp tấn công hiệu quả nào được ghi nhận.



# Tham khảo đặc tả chi tiết Trivium

https://www.ecrypt.eu.org/stream/p3ciphers/trivium/trivium\_p3.pdf





### Bài tập lập trình

- 1 Cài đặt hệ mã dòng Trivium.
- Mã hoá file với Trivium. Bạn có thể sinh IV ngẫu nhiên và đặt vào đầu bản mã.



VIÊN CÔNG NGHÊ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

#### Cảm ơn!

