

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x[n]z^{-n}$$

I. NHÂN ĐA THỨC SỬ DỤNG CHẠP TUYẾN TÍNH

+ Giả sử ta cần nhân hai đa thức $(a_1x^2 + a_2x + a_3)(b_1x^2 + b_2x + b_3)$, cần thực hiện các bước sau:

- Xác định số lượng kết quả cuối cùng bởi: $L = M + N - 1$
- Xác định bậc cao nhất của kết quả, bậc thấp nhất của kết quả.
- Tiến hành nhân chập các hệ số $\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \end{bmatrix}$ dùng bảng chập.
- Điền các hệ số tương ứng thứ tự bậc đã sắp.

Ví dụ 1: Thực hiện nhân hai đa thức sau: $(z^3 - z^2 + 5z + 1)(z^3 - 2z^2 + z + 1)$

- Số lượng các kết quả: $L = 4 + 4 - 1 = 7$
- Bậc cao nhất: $3 + 3 = 6$, bậc thấp nhất: $0 + 0 = 0$

	1	-1	5	1
1	1	-1	5	1
-2	-2	2	-10	-2
1	1	-1	5	1
1	1	-1	5	1

$\Rightarrow [1 - 3 \ 8 - 9 \ 2 \ 6 \ 1]$, bậc đang được sắp xếp theo thứ tự giảm dần.

$$\Rightarrow KQ : z^6 - 3z^5 + 8z^4 - 9z^3 + 2z^2 + 6z + 1$$

Ví dụ 2: Thực hiện nhân hai đa thức sau:

$$(1 - z^{-1} + 2z^{-2} + 3z^{-3} + 4z^{-4})(0.2 - 0.3z^{-1} + 0.3z^{-2} + 0.36z^{-3} + 0.21z^{-4} + 0.12z^{-5})$$

- Số lượng các kết quả: $L = 5 + 6 - 1 = 10$
- Bậc cao nhất: $0 + 0 = 0$, bậc thấp nhất: $-4 - 5 = -9$

	0.2	-0.3	0.3	0.36	0.21	0.12
1	0.2	-0.3	0.3	0.36	0.21	0.12
-1	-0.2	0.3	-0.3	-0.36	-0.21	-0.12
2	0.4	-0.6	0.6	0.72	0.42	0.24
3	0.6	-0.9	0.9	1.08	0.63	0.36
4	0.8	-1.2	1.2	1.44	0.84	0.48

$$\Rightarrow KQ : 0.2 - 0.5z^{-1} + z^{-2} + 0.06z^{-3} + 0.35z^{-4} + 0.33z^{-5} + 2.58z^{-6} + 2.31z^{-7} + 1.2z^{-8} + 0.48z^{-9}$$

Ví dụ 3: Thực hiện nhân hai đa thức sau: $(1 - z^{-1} + 2z^{-2} + 3z^{-3} + 4z^{-4})(1 - z + 2z^2 + 3z^3 + 4z^4)$

→ Sắp xếp lại theo đúng trình tự: $(1 - z^{-1} + 2z^{-2} + 3z^{-3} + 4z^{-4})(4z^4 + 3z^3 + 2z^2 - z + 1)$

○ Số lượng các kết quả: $L = 5 + 5 - 1 = 9$

○ Bậc cao nhất: $4 + 0 = 4 \left(1 \times 4z^4\right)$, bậc thấp nhất: $0 + 4 = 4 \left(1 \times 4z^{-4}\right)$

	1	-1	2	3	4
4	4	-4	8	12	16
3	3	-3	6	9	12
2	2	-2	4	6	8
-1	-1	1	-2	-3	-4
1	1	-1	2	3	4

$\Rightarrow KQ : 4z^4 - z^3 + 7z^2 + 15z + 31 + 15z^{-1} + 7z^{-2} - z^{-3} + 4z^{-4}$

II. BÀI TẬP ỨNG DỤNG

Câu 1: Cho hai hệ thống H_1 và H_2 lần lượt có đáp ứng xung là $h_1(n)$ và $h_2(n)$. Biết rằng

$$H_1(z) = \left(\frac{1 - z^{-1} + 3z^{-2}}{1 - 0.5z^{-1} + 0.06z^{-2}} \right) \left(\frac{0.3 - z^{-1} + 0.85z^{-2}}{1 - 0.2z^{-1} + 0.04z^{-2}} \right)$$

$$H_2(z) = \frac{0.1 + z^{-1} + 0.63z^{-2}}{1 - 0.4z^{-1} + 0.04z^{-2}}$$

a) Vẽ giản đồ cực – zero của hệ thống H_1 . Cho biết hệ thống trên có ổn định hay không?

$$\rightarrow H_1(z) = \frac{(1 - z^{-1} + 3z^{-2})(0.3 - z^{-1} + 0.85z^{-2})}{(1 - 0.5z^{-1} + 0.06z^{-2})(1 - 0.2z^{-1} + 0.04z^{-2})} \rightarrow \text{Nhân chấp tử - tử, mẫu - mẫu.}$$

b) Cho hệ thống $g(n) = 2h_1(n) * h_2(n)$, tìm hàm truyền $G(z)$ của hệ thống trên.

$$\rightarrow G(z) = 2H_1(z)H_2(z) = 2 \frac{(1 - z^{-1} + 3z^{-2})(0.3 - z^{-1} + 0.85z^{-2})}{(1 - 0.5z^{-1} + 0.06z^{-2})(1 - 0.2z^{-1} + 0.04z^{-2})} \cdot \frac{(0.1 + z^{-1} + 0.63z^{-2})}{(1 - 0.4z^{-1} + 0.04z^{-2})}$$

c) Vẽ sơ đồ khối dạng chính tắc thực thi hệ thống $g(n)$

→ Nhân phá $G(z)$ ở tử và mẫu, lấy kết quả ở câu a tiếp tục xây dựng bảng chấp cho tử và mẫu.

→ Không nên ghép Cascade!

d) Tìm đáp ứng xung nhân quả của hệ thống $h_1(n)$.

$$\begin{aligned} \rightarrow H_1(z) &= \frac{(1 - z^{-1} + 3z^{-2})(0.3 - z^{-1} + 0.85z^{-2})}{(1 - 0.5z^{-1} + 0.06z^{-2})(1 - 0.2z^{-1} + 0.04z^{-2})} \\ &= \frac{(0.3 - z^{-1} + 0.85z^{-2})}{(1 - 0.5z^{-1} + 0.06z^{-2})(1 - 0.2z^{-1} + 0.04z^{-2})} \cdot (1 - z^{-1} + 3z^{-2}) = K(z)(1 - z^{-1} + 3z^{-2}) \end{aligned}$$

→ Áp dụng tính chất trễ: $\Rightarrow h_1(n) = k(n) - k(n-1) + 3k(n-2)$.

Với

$$K(z) = \frac{(0.3 - z^{-1} + 0.85z^{-2})}{(1 - 0.5z^{-1} + 0.06z^{-2})(1 - 0.2z^{-1} + 0.04z^{-2})} = \frac{A}{1 - 0.3z^{-1}} + \frac{B}{1 - 0.2z^{-1}} + \frac{Cz^{-1} + D}{1 - 0.2z^{-1} + 0.04z^{-2}}$$

e) Hệ thống $v(n)$ định nghĩa bởi $v(n) = h_1(-n) * h_2(n)$, tìm hàm truyền $V(z)$.

$$V(z) = H_1(z^{-1})H_2(z) = \frac{(1 - z + 3z^2)(0.3 - z + 0.85z^2)}{(1 - 0.5z + 0.06z^2)(1 - 0.2z + 0.04z^2)} \cdot \frac{(0.1 + z^{-1} + 0.63z^{-2})}{(1 - 0.4z^{-1} + 0.04z^{-2})}$$

Câu 2: Cho hai hệ thống H_1 và H_2 lần lượt có đáp ứng xung là $h_1(n)$ và $h_2(n)$. Biết rằng:

$$H_1 = \frac{1 - z^{-1} + z^{-2} + 2z^{-3} + 4z^{-5}}{5 - z^{-1} + 3.2z^{-2} + 0.36z^{-4}}$$

$$H_2(z) = \frac{0.2 - 0.5z^{-1} + 0.6z^{-2} + 0.9z^{-3} - 0.32z^{-4}}{2.11 + 5.3z^{-1} + 0.3z^{-2} + 0.25z^{-3} - 4.2z^{-4} - 0.81z^{-5}}$$

a) Vẽ sơ đồ khối thực thi hệ thống $g(n) = h_1(n) * h_2(n)$

$$\rightarrow G(z) = H_1(z)H_2(z)$$

b) Vẽ sơ đồ khối thực thi hệ thống $v(n) = h_1(n) - h_2(n)$

$$\rightarrow V(z) = H_1(z) - H_2(z)$$

$$= \frac{1 - z^{-1} + z^{-2} + 2z^{-3} + 4z^{-5}}{5 - z^{-1} + 3.2z^{-2} + 0.36z^{-4}} - \frac{0.2 - 0.5z^{-1} + 0.6z^{-2} + 0.9z^{-3} - 0.32z^{-4}}{2.11 + 5.3z^{-1} + 0.3z^{-2} + 0.25z^{-3} - 4.2z^{-4} - 0.81z^{-5}}$$

$$= \frac{(1 - z^{-1} + z^{-2} + 2z^{-3} + 4z^{-5})(2.11 + 5.3z^{-1} + 0.3z^{-2} + 0.25z^{-3} - 4.2z^{-4} - 0.81z^{-5}) - (0.2 - 0.5z^{-1} + 0.6z^{-2} + 0.9z^{-3} - 0.32z^{-4})(5 - z^{-1} + 3.2z^{-2} + 0.36z^{-4})}{(5 - z^{-1} + 3.2z^{-2} + 0.36z^{-4})(2.11 + 5.3z^{-1} + 0.3z^{-2} + 0.25z^{-3} - 4.2z^{-4} - 0.81z^{-5})}$$

\rightarrow Bảng chấp 3 lần.

Câu 3: Cho hệ thống H có hàm truyền như sau:

$$H(z) = \frac{1 - 0.2z^{-2} + 0.3z^{-2} - 3.1z^{-3} - 1.2z^{-4} + 0.3z^{-5}}{6 + z^{-1} + z^{-2} - 2.2z^{-3} - 3.1z^{-4} + 0.12z^{-5} + 0.1z^{-6}}$$

a) Vẽ sơ đồ khối thực thi hệ thống $g(n) = h(n) * 3h(-n)$

$$\rightarrow G(z) = 3H(z)H(z^{-1})$$

b) Vẽ sơ đồ khối thực thi hệ thống $v(n) = h(n) - h(-n)$

$$\rightarrow V(z) = H(z) - H(z^{-1})$$