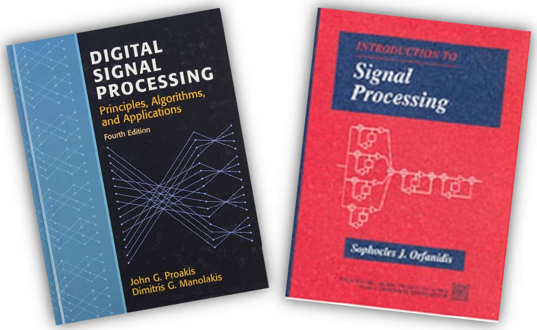
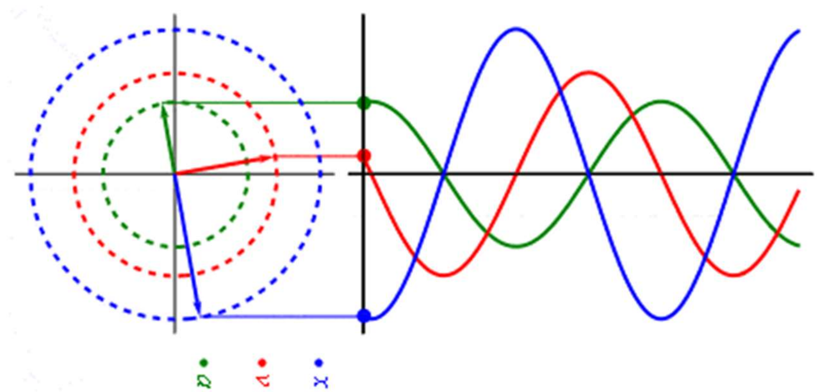
# DIGITAL SIGNAL PROCESSING

# FOURIER TRANSFORM



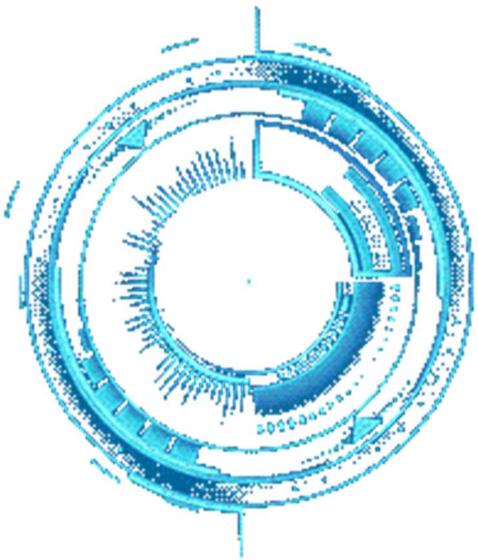

$$x(n) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} X(k)W_N^{-kn}, \quad W_N^{-kn} = e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$$

Inverse DFT



**DO TRUNG HAU**

# NỘI DUNG CHÍNH



1. KHAI TRIỂN DTFS

2. KHAI TRIỂN DTFT

3. KHAI TRIỂN NDFT

4. THUẬT TOÁN FFT

## 1. KHAI TRIỂN DTFS

1. Khai triển theo định nghĩa
2. Khai triển Eucler

## 2. KHAI TRIỂN DTFT

1. Khai triển theo định nghĩa
2. Bài tập vẽ phổ tần tín hiệu
3. Các tính chất của DTFT
4. Bài tập tìm đáp ứng ngõ ra

## 3. KHAI TRIỂN NDFT

1. Khai triển theo định nghĩa
2. Các tính chất của NDFT
3. Bài tập minh họa

## 4. THUẬT TOÁN FFT

1. Tìm NDFT từ FFT
2. Biến đổi IDFT dùng FFT
3. Khai triển DTFS dùng FFT

# 1. KHAI TRIỂN DTFS

## 1. Khai triển theo định nghĩa

+ Với $x(n)$ là tín hiệu tuần hoàn với chu kỳ N, khác tín hiệu điều hòa.

$$x(n)=\sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{jk\frac{2\pi}{N}n} \Rightarrow X_k=\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-jk\frac{2\pi}{N}n}=|x_k|e^{j\theta k}$$

→Tần phổ tương ứng với: $\frac{2\pi}{N}k, \quad k=\overline{0,\ N-1}$

+ **Công suất:**

- $PSD: |X_k|^2$
- $P_x=\sum_{k=0}^{N-1}|X_k|^2$
- $E_{x(1N)}=N\sum_{k=0}^{N-1}|X_k|^2$

**Bài 1:** Tìm các hệ số phổ $X_k$ trong khai triển DTFS của các tín hiệu sau:

**a)** $x(n) = (-1)^n$

$$\rightarrow N = 2 \Rightarrow X_k = \frac{1}{2}\sum_{n=0}^{1} x(n) e^{-jk\frac{2\pi}{2}n} = \frac{1}{2}\left[x(0) + x(1)e^{-jk\pi}\right] \Rightarrow \begin{cases} X_0 = \frac{1}{2}\left[1 + (-1)\right] = 0 \\ X_1 = \frac{1}{2}\left[1 + (-1)(-1)\right] = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow X_k = \{0, 1\}$$

# 1. KHAI TRIỂN DTFS

## 1. Khai triển theo định nghĩa

b) Chu kỳ trung tâm $x(n) = \{1, -1, 0, 2\}$, tuần hoàn với chu kỳ $N = 4$ mẫu.

$$\rightarrow N = 4 \Rightarrow X_k = \frac{1}{4}\sum_{n=0}^{3} x(n)e^{-jk\frac{2\pi}{4}n} = \frac{1}{4}\left[x(0) + x(1)e^{-jk\frac{2\pi}{4}} + x(3)e^{-jk\frac{2\pi}{4}.3}\right] = \frac{1}{4}\left[1 - e^{-jk\frac{2\pi}{4}} + 2e^{-jk\frac{6\pi}{4}}\right]$$

$$+\ k = 0 \Rightarrow X_0 = \frac{1}{4}[1 - 1 + 2] = \frac{1}{2}$$

$$+\ k = 1 \Rightarrow X_1 = \frac{1}{4}\left[1 - e^{-j\frac{2\pi}{4}} + 2e^{-j\frac{6\pi}{4}}\right] = \frac{1}{4}\left[1 + 1\angle\frac{-2\pi}{4}.(-1) + 2\angle\frac{-6\pi}{4}\right] = \frac{1+3j}{4} = \frac{\sqrt{10}}{4}\angle 1.25$$

$$+\ k = 2 \Rightarrow X_2 = 0$$

$$+\ k = 3 \Rightarrow X_3 = \frac{1-3j}{4} = \frac{\sqrt{10}}{4}\angle -1.25$$

$$\Rightarrow X_k = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{4} + \frac{3}{4}j, 0, \frac{1}{4} - \frac{3}{4}j\right\}$$

# 1. KHAI TRIỂN DTFS

## 1. Khai triển theo định nghĩa

c) $x(n) = \{\ldots, 1, 0, 1, 2, \underset{\uparrow}{3}, 2, 1, 0, 1 \ldots\}$ $\Rightarrow N = 6$

$$\Rightarrow X_k = \frac{1}{6}\sum_{n=-3}^{2} x(n) e^{-jk\frac{2\pi}{6}n} = \frac{1}{6}\left[e^{jk\frac{2\pi}{6}.2} + 2e^{jk\frac{2\pi}{6}.1} + 3 + 2e^{-jk\frac{2\pi}{6}.1} + e^{jk\frac{2\pi}{6}.2}\right]$$

$$= \frac{1}{6}\left[3 + 2\cos\left(\frac{2\pi}{3}k\right) + 4\cos\left(\frac{3}{3}k\right)\right], \ k = \overline{-3,2}$$

d) $x(n) = \sum_{k=0}^{\infty}\left[\delta(n-4k) + \delta(n-2-4k) - 2\delta(n-3-4k)\right]$ $\Rightarrow N = 4$

→ **Chu kỳ trung tâm:** $x_T(n) = \{1, \ 0, \ 1, -2\}$

$$\Rightarrow X_k = \frac{1}{4}\sum_{n=0}^{3} x(n) e^{-jk\frac{2\pi}{4}n} = \frac{1}{4}\left[1 + e^{-jk\frac{2\pi}{6}.2} - 2e^{-jk\frac{2\pi}{6}.3}\right] = \frac{1}{4}\left[1 + e^{-jk\frac{2\pi}{3}} - 2e^{-jk\pi}\right], \ k = \overline{0,3}$$

**Bài 2:** Tìm các hệ số phổ $X_k$ và vẽ $\left|X_k\right|$, $\theta_k$ trong khai triển DTFS của các tín hiệu sau và tính công suất của từng tín hiệu đã cho:

**a)** $x\left(n\right) = 3 + 2\cos\left(\frac{\pi}{3}n - \frac{\pi}{4}\right) + 3\sin\left(\frac{\pi}{6}n - \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow N = BCNN\left\{6,12\right\} = 12$

$$\Rightarrow x\left(n\right) = \sum_{n=-N/2}^{N/2-1} X_k c^{jk\frac{2\pi}{N}n} = \sum_{n=-6}^{5} X_k c^{jk\frac{2\pi}{12}n} = 3 + c^{j\left(\frac{\pi}{3}n-\frac{\pi}{4}\right)} + c^{-j\left(\frac{\pi}{3}n-\frac{\pi}{4}\right)} + \frac{3}{2j}c^{j\left(\frac{\pi}{6}n-\frac{\pi}{6}\right)} - \frac{3}{2j}c^{-j\left(\frac{\pi}{6}n-\frac{\pi}{6}\right)}$$

$$= 3 + c^{-\frac{\pi}{4}j}.c^{jn\frac{\pi}{3}} + c^{\frac{\pi}{4}j}.c^{jn\frac{\pi}{3}} + \frac{3}{2}.c^{-\frac{\pi}{2}j}.c^{-\frac{\pi}{6}j}.c^{jn\frac{\pi}{6}} - \frac{3}{2}.c^{-\frac{\pi}{2}j}.c^{\frac{\pi}{6}j}.c^{jn\frac{\pi}{6}}$$

$$= 3 + c^{-\frac{\pi}{4}j}.c^{jn\frac{2\pi}{12}.2} + c^{\frac{\pi}{4}j}.c^{-jn\frac{2\pi}{12}.2} + \frac{3}{2}.c^{-\frac{2\pi}{3}j}.c^{jn\frac{2\pi}{12}} - \frac{3}{2}.c^{-\frac{\pi}{3}j}.c^{-jn\frac{2\pi}{12}}$$

$$\Rightarrow X_k = \left\{0,0,0,0,c^{j\frac{\pi}{4}}, -\frac{3}{2}c^{-j\frac{\pi}{3}}, \underset{\uparrow}{3}, \frac{3}{2}c^{-j\frac{2\pi}{3}}, c^{-j\frac{\pi}{4}}\right\} \Rightarrow \left|X_k\right| = \left\{0,0,0,0,1,\frac{3}{2},\underset{\uparrow}{3},\frac{3}{2},1\right\}$$

# 1. KHAI TRIỂN DTFS

## 1. Khai triển theo định nghĩa

$$\Rightarrow X_k = \left\{0,0,0,0,c^{j\frac{\pi}{4}}, -\frac{3}{2}c^{-j\frac{\pi}{3}}, \underset{\uparrow}{3}, \frac{3}{2}c^{-j\frac{2\pi}{3}}, c^{-j\frac{\pi}{4}}\right\} \Rightarrow \left|X_k\right| = \left\{0,0,0,0,1,\frac{3}{2},\underset{\uparrow}{3},\frac{3}{2},1\right\}$$

$$\Rightarrow \theta_k = \left\{0,0,0,0,\frac{\pi}{4},\frac{2\pi}{3},0,-\frac{2\pi}{3},-\frac{\pi}{4}\right\} \Rightarrow P_x = \sum_{k=-6}^{5}\left|X_k\right|^2 = 1+\left(\frac{3}{2}\right)^2+3^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2+1$$

# 1. KHAI TRIỂN DTFS

## 1. Khai triển theo định nghĩa

**b)** $x\left(n\right)=3+2\sin\left(\frac{\pi}{3}n-30^0\right)+\frac{3}{4}\cos\left(\frac{\pi}{4}n-20^0\right)\Rightarrow N=BCNN\left\{6,8\right\}=24$

$$\Rightarrow x\left(n\right)=\sum_{n=-N/2}^{N/2-1}X_k e^{jk\frac{2\pi}{N}n}=\sum_{n=-6}^{5}X_k e^{jk\frac{2\pi}{12}n}$$

$$x\left(n\right)=3+\frac{1}{j}e^{j\left(\frac{\pi}{3}n-30^0\right)}-\frac{1}{j}e^{-j\left(\frac{\pi}{3}n-30^0\right)}+\frac{3}{8}e^{j\left(\frac{\pi}{4}n-20^0\right)}+\frac{3}{8}e^{-j\left(\frac{\pi}{4}n-20^0\right)}$$

$$=3+e^{-j90^0}e^{-j30^0}e^{j\frac{2\pi}{24}.4}-^{-j90^0}\ e^{j30^0}e^{-j\frac{2\pi}{24}.4}+\frac{3}{8}e^{-j20^0}e^{j\frac{2\pi}{24}.3}+\frac{3}{8}e^{j20^0}e^{-\frac{2\pi}{24}.3}$$

$$=3+e^{-j120^0}e^{j\frac{2\pi}{24}.4}-^{-j60^0}\ e^{-j\frac{2\pi}{24}.4}+\frac{3}{8}e^{-j20^0}e^{j\frac{2\pi}{24}.3}+\frac{3}{8}e^{j20^0}e^{-\frac{2\pi}{24}.3}$$

## 2. KHAI TRIỂN DTFT

### 1. Khai triển theo định nghĩa

$$x(n) \Rightarrow X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) e^{-jn\Omega} = |X(\Omega)| e^{j\varphi(\Omega)} = X_{\mathrm{Re}}(\Omega) + jX_{\mathrm{Im}}(\Omega)$$

**Bài 3:** Tìm biến đổi DTFT của các tín hiệu sau:

**a)** $x(n) = \delta(n) \Rightarrow X(\Omega) = x(0)e^{-j0\Omega} = 1$

**b)** $x(n) = \delta(n - n_0) \Rightarrow X(\Omega) = x(n_0)e^{-jn_0\Omega} = e^{-jn_0\Omega}$

**c)** $x(n) = u(n) - u(n-5)$

$$x(n) = \{1,1,1,1,1\} \Rightarrow X(\Omega) = \sum_{n=0}^{4} x(n)e^{-jn\Omega} = 1 + e^{-j\Omega} + e^{-j2\Omega} + e^{-j3\Omega} + e^{-j4\Omega}$$

**d)** $x(n) = \delta(n) - 2\delta(n-2) + 2\delta(n-3) + \delta(n-5)$

$$x(n) = \{1, 0, -2, 2, 0, 1\} \Rightarrow X(\Omega) = 1 - 2e^{j2\Omega} + 2e^{-j3\Omega} + e^{-j5\Omega}$$

**+ Tính chất:**

- **Tính chất liên tục và tuần hoàn:**

$X(\Omega)$ là một hàm liên tục theo $\Omega$ và tuần hoàn với chu kì $\pi$

- **Đối xứng chẵn lẻ:**

$$\left|X(\Omega)\right| = \left|X(-\Omega)\right|,\ \ X_{\mathrm{Re}}(\Omega) = X_{\mathrm{Re}}(-\Omega)$$

$$\varphi(\Omega) = -\varphi(-\Omega),\ \ X_{\mathrm{Im}}(\Omega) = -X_{\mathrm{Im}}(-\Omega)$$

- **Tuyến tính:**

$$ax(n) + by(n) \leftrightarrow aX(\Omega) + bY(\Omega)$$

- **Tịnh tiến:**

$$x(n \pm n_0) \leftrightarrow X(\Omega)e^{\pm jn_0\Omega}$$

$$x(n)e^{\mp jn\Omega_0} \leftrightarrow X(\Omega \pm \Omega_0)$$

- **Điều chế:**

$$x(n)\cos(n\Omega_0) \leftrightarrow \frac{1}{2}\left[X(\Omega - \Omega_0) + X(\Omega + \Omega_0)\right]$$

$$x(n)\sin(n\Omega_0) \leftrightarrow \frac{1}{2j}\left[X(\Omega - \Omega_0) - X(\Omega + \Omega_0)\right]$$

- **Tín hiệu gấp và tín hiệu liên hợp:**

$$x(n) \leftrightarrow X(\Omega) \Rightarrow x(-n) \leftrightarrow X(-\Omega)$$

$$x^*(n) \leftrightarrow X^*(-\Omega) \Rightarrow x^*(-n) \leftrightarrow X^*(\Omega)$$

**Từ đó, ta suy ra được các công thức:**

$$x_e(n) = \frac{1}{2}\left[x(n) + x(-n)\right] \leftrightarrow X_e(\Omega) = \frac{1}{2}\left[X(\Omega) + X(-\Omega)\right]$$

$$x_o(n) = \frac{1}{2}\left[x(n) - x(-n)\right] \Rightarrow X_o(\Omega)$$

$$\mathrm{Re}\left[x(n)\right] = \frac{1}{2}\left[x(n) + x^*(n)\right] \Rightarrow \mathrm{Re}\left[X(\Omega)\right]$$

$$\mathrm{Im}\left[x(n)\right] = \frac{1}{2j}\left[x(n) - x^*(n)\right] \Rightarrow \mathrm{Im}\left[X(\Omega)\right]$$

## 3. Các tính chất của DTFT

- **Nhân chập:**

$$x(n)*y(n) \leftrightarrow X(\Omega)Y(\Omega)$$

$$x(n).y(n) \leftrightarrow \frac{1}{2\pi}\left[X(\Omega)*Y(\Omega)\right]$$

- **Định lý Parseval:**

$$E_x = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi}\left|X(\Omega)\right|^2 d\Omega$$

**+ Quan hệ với biến đổi Z:**

$$x(n) \Rightarrow \begin{cases} X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)z^{-n} \\ X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-jn\Omega} \end{cases} \Rightarrow X(\Omega) = X(z)\big|_{z=e^{j\Omega}}$$

# 2. KHAI TRIỂN DTFT

## 2. Bài tập vẽ phổ tần tín hiệu

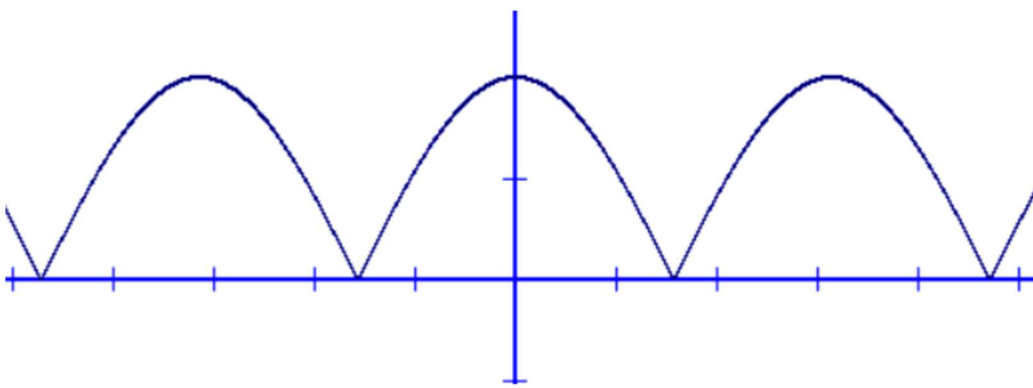
**Ví dụ:** Xác định và vẽ $|X(\Omega)|$, $\varphi(\Omega)$ của tín hiệu sau:

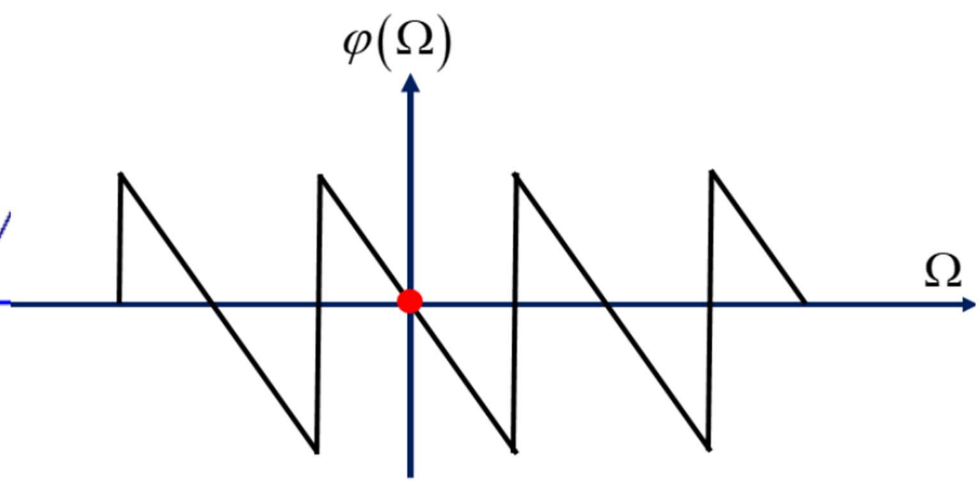
$$x(n)=\delta(n)+\delta(n-2)$$

Với $\arg[\cos(\Omega)]=\begin{cases}0\ , & \cos(\Omega)>0\\ \pm\pi, & \cos(\Omega)<0\end{cases}$

**Giải:**

$$X(\Omega)=1+e^{-j2\Omega}=e^{-j\Omega}\left(e^{j\Omega}+e^{-j\Omega}\right)=2\cos(\Omega)e^{-j\Omega}\Rightarrow\begin{cases}|X(\Omega)=2|\cos(\Omega)||\\ \varphi(\Omega)=-\Omega+\arg[\cos(\Omega)]\end{cases}$$





## 2. KHAI TRIỂN DTFT

## 2. Bài tập vẽ phổ tần tín hiệu

**Ví dụ: Xác định và vẽ** $\left|X(\Omega)\right|,\ \varphi(\Omega)$ **của tín hiệu sau:**

$$x(n)=u(n)-u(n-4)$$

$$x(n)=u(n)-u(n-4)\Rightarrow X(z)=U(z)-U(z)z^{-4}=\frac{1-z^{-4}}{1-z^{-1}}$$

$$\Rightarrow X(\Omega)=\frac{1-e^{-j4\Omega}}{1-e^{-j\Omega}}=\frac{e^{-j2\Omega}\left[e^{j2\Omega}-e^{-j2\Omega}\right]}{e^{-j\frac{\Omega}{2}}\left[e^{j\frac{\Omega}{2}}-e^{-j\frac{\Omega}{2}}\right]}=e^{-j\frac{3}{2}\Omega}.\frac{2j\sin(2\Omega)}{2j\sin\left(\frac{\Omega}{2}\right)}=\frac{\sin(2\Omega)}{\sin\left(\frac{\Omega}{2}\right)}e^{-j\frac{3}{2}\Omega}$$

$$\Rightarrow\left|X(\Omega)\right|=\left|\frac{\sin(2\Omega)}{\sin\left(\frac{\Omega}{2}\right)}\right|,\varphi(\Omega)=-\frac{3}{2}\Omega+\arg\left(\frac{\sin(2\Omega)}{\sin\left(\frac{\Omega}{2}\right)}\right)$$

**Bài 5:** Cho tín hiệu $x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$, tìm và vẽ $|X_k|$, $\theta_k$.

$$x(n) \Rightarrow X(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}z^{-1}} \Rightarrow X(\Omega) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}e^{-j\Omega}}$$

$$X(\Omega) = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\left[\cos(-\Omega) + j\sin(-\Omega)\right]} = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}\cos\Omega + j\frac{1}{2}\sin\Omega}$$

$$\Rightarrow |X_k| = \frac{1}{\left|1 - \frac{1}{2}\cos\Omega + j\frac{1}{2}\sin\Omega\right|} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{1}{2}\cos\Omega\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\sin\Omega\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{5}{4} - \cos\Omega}}$$

**Bài 6:** Cho tín hiệu $x\left(n\right)=\left\{1,1\right\}$, tìm và vẽ $\left|X_k\right|$, $\theta_k$

$$X\left(z\right)=1+z^{-1}\Rightarrow X\left(\Omega\right)=1+e^{-j\Omega}=e^{-j\frac{\Omega}{2}}\left[e^{j\frac{\Omega}{2}}+e^{-j\frac{\Omega}{2}}\right]=2\cos\left(\frac{\Omega}{2}\right)e^{-j\frac{\Omega}{2}}$$

$$\Rightarrow\left|X_k\right|=2\left|\cos\frac{\Omega}{2}\right|,\quad \theta_k=-\frac{\Omega}{2}+\arg\left[\cos\frac{\Omega}{2}\right]$$

**Bài 7:** Cho tín hiệu $x(n) = \delta(n) - \delta(n-1)$, tìm và vẽ $\left|X_k\right|$, $\theta_k$

$$X(z) = 1 - z^{-1} \Rightarrow X(\Omega) = 1 - e^{-j\Omega} = e^{-j\frac{\Omega}{2}}\left[e^{j\frac{\Omega}{2}} - e^{-j\frac{\Omega}{2}}\right] = 2j\sin\left(\frac{\Omega}{2}\right)e^{-j\frac{\Omega}{2}} = 2\sin\left(\frac{\Omega}{2}\right)e^{j\frac{\pi}{2}}e^{-j\frac{\Omega}{2}}$$

$$\Rightarrow \left|X_k\right| = 2\left|\sin\frac{\Omega}{2}\right|, \quad \theta_k = -\frac{\Omega}{2} + \frac{\pi}{2} + \arg\left[\sin\frac{\Omega}{2}\right]$$

## 2. KHAI TRIỂN DTFT

## 2. Bài tập vẽ phổ tần tín hiệu

$$\Rightarrow X\left(\Omega\right)=\frac{\sin\left(2\Omega\right)}{\sin\left(\dfrac{\Omega}{2}\right)}e^{-j\frac{3}{2}\Omega}$$

| $\Omega$ | $0$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X\left(\Omega\right)$ | $4\angle 0$ | $3.35\angle -\frac{\pi}{4}$ | $2.6\angle -\frac{3\pi}{8}$ | $\sqrt{3}\angle -\frac{\pi}{2}$ | $0$ | $0.89\angle -\frac{\pi}{4}$ | $0$ |
| $\left\|X\left(\Omega\right)\right\|$ | | | | | | | |
| $\varphi\left(\Omega\right)$ | | | | | | | |

## 2. KHAI TRIỂN DTFT

### 4. Bài tập tìm đáp ứng ngõ ra

**+ Đáp ứng tần số thời gian rời rạc của hệ thống rời rạc:**

$$x(n) \longrightarrow \boxed{h(n)} \longrightarrow y(n) \qquad x(\Omega) \longrightarrow \boxed{H(\Omega)} \longrightarrow y(\Omega)$$

$$y(n) = x(n) * h(n) \qquad \Rightarrow Y(\Omega) = X(\Omega)H(\Omega)$$

$$H(\Omega) = \frac{Y(\Omega)}{X(\Omega)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h(n)e^{-jn\Omega}$$

→ **Đáp ứng tần số của hệ thống rời rạc.**

$$H(\Omega) = \left|H(\Omega)\right| e^{j\varphi_H(\Omega)} = \frac{\left|Y(\Omega)\right| e^{j\varphi_Y(\Omega)}}{\left|X(\Omega)\right| e^{j\varphi_X(\Omega)}} \Rightarrow \begin{cases} \left|Y(\Omega)\right| = \left|X(\Omega)\right| . \left|H(\Omega)\right| \\ \varphi_Y(\Omega) = \varphi_X(\Omega) + \varphi_H(\Omega) \end{cases}$$

## 2. KHAI TRIỂN DTFT

### 4. Bài tập tìm đáp ứng ngõ ra

**Bài 8:** Cho hệ thống rời rạc có đáp ứng xung $h(n) = \left(\frac{1}{3}\right) u(n)$, tìm đáp ứng ngõ ra khi ngõ vào là $x(n) = \sqrt{3}c^{j\left(\frac{\pi}{2}n - 30^0\right)}$

- $x(n): \Omega_x = \frac{\pi}{2}, \quad \left|X\left(\frac{\pi}{2}\right)\right| = \sqrt{3}, \quad \varphi_X\left(\frac{\pi}{2}\right) = -30^o$
- $h(n) \Rightarrow H(z) = \dfrac{1}{1 - \frac{1}{3}z^{-1}} \Rightarrow H(z) = \dfrac{1}{1 - \frac{1}{3}c^{-j\Omega}} \Rightarrow H\left(\frac{\pi}{2}\right) = \dfrac{9 - 3j}{10} = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}\angle -18.43^0$

$$\Rightarrow \left|Y\left(\frac{\pi}{2}\right)\right| = \left|X\left(\frac{\pi}{2}\right)\right|.\left|H\left(\frac{\pi}{2}\right)\right| = \frac{3\sqrt{30}}{10}, \quad \varphi_Y\left(\frac{\pi}{2}\right) = \varphi_X\left(\frac{\pi}{2}\right) + \varphi_H\left(\frac{\pi}{2}\right) = -30^0 - 18.43^0 = -48.43^0$$

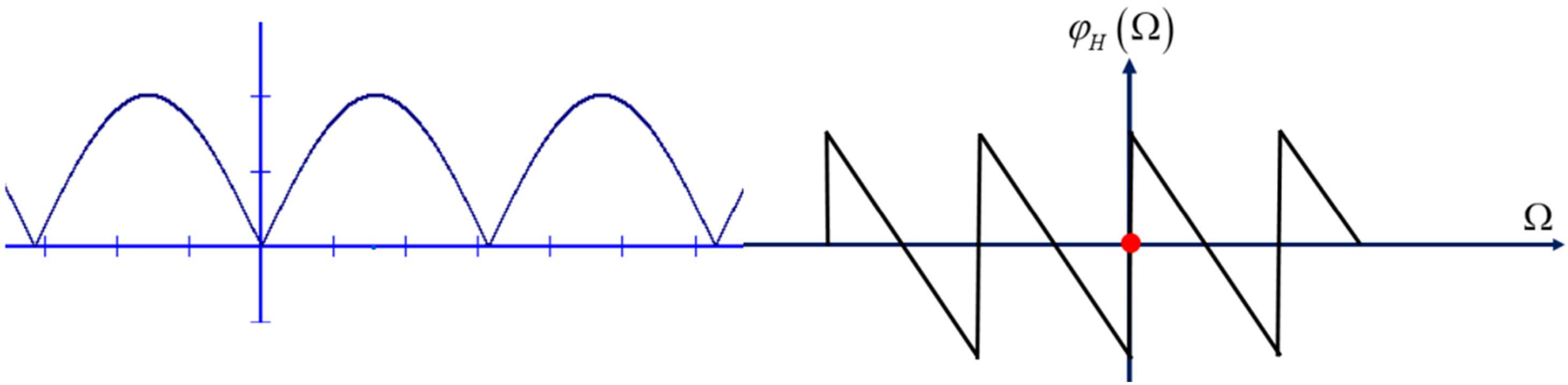
$$\Rightarrow y(n) = \frac{3\sqrt{30}}{10}c^{j\left(\frac{\pi}{2}n - 48.43^0\right)}$$

**Bài 9:** Cho hệ thống rời rạc có quan hệ vào ra: $y(n) = x(n) - x(n-4)$

a) Tìm và vẽ đáp ứng biên độ, đáp ứng pha.

$$Y(z) = X(z) - X(z)z^{-4} \Rightarrow H(z) = 1 - z^{-4} \Rightarrow H(\Omega) = 1 - e^{-j4\Omega}$$

$$H(\Omega) = e^{-j2\Omega}\left[e^{j2\Omega} - e^{-j2\Omega}\right] = 2j\sin(2\Omega)e^{-j2\Omega} \Rightarrow \begin{cases} \left|H(\Omega)\right| = 2\left|\sin(2\Omega)\right| \\ \varphi_H(\Omega) = \dfrac{\pi}{2} - 2\Omega + \arg\left[\sin(2\Omega)\right] \end{cases}$$



b) Tìm đáp ứng ngõ ra với ngõ vào $x(n) = \cos\frac{\pi}{2}n + \cos\frac{\pi}{4}n$

$$x(n) = \cos\frac{\pi}{2}n + \cos\frac{\pi}{4}n = x_1(n) + x_2(n)$$

- $x_1(n) = \cos\frac{\pi}{2}n \Rightarrow \Omega_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow H\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \Rightarrow y_1(n) = 0$
- $x_2(n) = \cos\frac{\pi}{4}n \Rightarrow \Omega_2 = \frac{\pi}{4} \Rightarrow H\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 - e^{-j\pi} = 2\angle 0 \Rightarrow y_2(n) = 2\cos\frac{\pi}{4}n$

$$\Rightarrow y(n) = y_1(n) + y_2(n) = 2\cos\frac{\pi}{4}n$$

## 4. Bài tập tìm đáp ứng ngõ ra

**Bài 10:** Cho hệ thống có đáp ứng xung: $h\left(n\right)=\left(\frac{1}{4}\right)^{n}\cos\left(\frac{\pi}{4}n\right)u\left(n\right)$

a) Hệ thống trên có ổn định hay không? Vì sao?

$$h\left(n\right)\Rightarrow H\left(z\right)=\frac{1-\frac{1}{4\sqrt{2}}z^{-1}}{1-\frac{1}{2\sqrt{2}}z^{-1}+\frac{1}{16}z^{-2}}=\frac{z^{2}-\frac{1}{4\sqrt{2}}z}{z^{2}-\frac{1}{2\sqrt{2}}z+\frac{1}{16}}$$

+ Các điểm cực: $z_{p0}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}j}{8},\ z_{p1}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}j}{8}$

Do $\left|z_{p0}\right|=\left|z_{p1}\right|=\frac{1}{4}<1$ → Hệ thống đã cho nhân quả và ổn định đồng thời.

b) Tìm và vẽ đáp ứng biên độ và đáp ứng pha của hệ thống trên.

$$H(\Omega) = H(z)\Big|_{z=e^{j\Omega}} = \frac{1 - \frac{1}{4\sqrt{2}}e^{-j\Omega}}{1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}e^{-j\Omega} + \frac{1}{16}e^{-j2\Omega}}$$

| $\Omega$ | $0$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{5\pi}{6}$ | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $X(\Omega)$ | | | | | | | |
| $\lvert X(\Omega)\rvert$ | | | | | | | |
| $\varphi(\Omega)$ | | | | | | | |

c) Tìm đáp ứng ngõ ra với ngõ vào $x\left(n\right)=\left(\frac{1}{4}\right)^{n}u\left(n\right)$

- $X\left(z\right)=\dfrac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}},\ \left|z\right|>\frac{1}{4}$

- $H\left(z\right)=\dfrac{1-\frac{1}{4\sqrt{2}}z^{-1}}{1-\frac{1}{2\sqrt{2}}z^{-1}+\frac{1}{16}z^{-2}}\Rightarrow Y\left(z\right)=X\left(z\right).H\left(z\right)=\dfrac{1-\frac{1}{4\sqrt{2}}z^{-1}}{\left(1-\frac{1}{4}z^{-1}\right)\left(1-\frac{1}{2\sqrt{2}}z^{-1}+\frac{1}{16}z^{-2}\right)}$

$$=\frac{A}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}+\frac{Bz^{-1}+C}{1-\frac{1}{2\sqrt{2}}z^{-1}+\frac{1}{16}z^{-2}}=\frac{1}{2}.\frac{1}{1-\frac{1}{4}z^{-1}}+\frac{1}{8}.\frac{z^{-1}}{1-\frac{1}{2\sqrt{2}}z^{-1}+\frac{1}{16}z^{-2}}+\frac{1}{2}.\frac{1}{1-\frac{1}{2\sqrt{2}}z^{-1}+\frac{1}{16}z^{-2}}$$

$\Rightarrow y\left(n\right)=\ldots$

**d) Tìm đáp ứng ngõ ra với ngõ vào** $x(n)=5+6\cos\left(\frac{2\pi}{5}n+\frac{\pi}{2}\right)$

$$x(n)=5+6\cos\left(\frac{2\pi}{5}n+\frac{\pi}{2}\right)=x_1(n)+x_2(n)$$

- $x_1(n)=5 \Rightarrow \Omega_1=0 \Rightarrow H(0)=1.16 \Rightarrow y_1(n)=5\times 1.16=5.8$
- $x_2(n)=6\cos\left(\frac{2\pi}{5}n+\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \Omega_2=\frac{2\pi}{5} \Rightarrow H\left(\frac{2\pi}{5}\right)=1.07\angle-9.53^0 \Rightarrow y_2(n)=6.42\cos\left(\frac{2\pi}{5}n+80.47^0\right)$

$$\Rightarrow y(n)=y_1(n)+y_2(n)=5.8+6.42\cos\left(\frac{2\pi}{5}n+80.47^0\right)$$

## 4. Bài tập tìm đáp ứng ngõ ra

**Bài 11:** Cho hệ thống rời rạc có quan hệ vào ra $y\left(n\right)=\frac{1}{2}\left[x\left(n\right)-x\left(n-2\right)\right]$

a) Tìm và vẽ đáp ứng biên độ - tần số của hệ thống.

b) Tìm ngõ ra của hệ thống khi ngõ vào $x\left(n\right)=3+5\cos\left(\frac{\pi}{2}n+60\right)$

## 3. KHAI TRIỂN NDFT

### 1. Khai triển theo định nghĩa

$$x(n) \xrightarrow[DFT]{N} X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-jn\frac{2\pi}{N}k}, \;\; k = \overline{0, \; N-1}$$

**Ví dụ:** Tìm N – DFT của các tín hiệu sau:

**a)** $x(n) = \delta(n) \Rightarrow X(k) = x(0) e^{-j0\frac{2\pi}{N}k} = 1$ → ***Công thức quan trọng:*** $1 \xleftrightarrow[DFT]{N} N\delta(k)$

**b)** $x(n) = \delta(n - n_0) \quad , 0 \le n_0 \le N-1 \Rightarrow X(k) = e^{-jn_0\frac{2\pi}{N}k}$

**d) Tìm 5 - DFT** $x(n) = u(n) - u(n-5) = \{1,1,1,1,1\}$

$$\Rightarrow X(k) = \sum_{n=0}^{4} x(n) e^{-jk\frac{2\pi}{4}n} = 1 + e^{-jk\frac{2\pi}{4}.1} + e^{-jk\frac{2\pi}{4}.2} + e^{-jk\frac{2\pi}{4}.3} + e^{-jk\frac{2\pi}{4}.4}, \;\; k = \overline{0, \; 3}$$

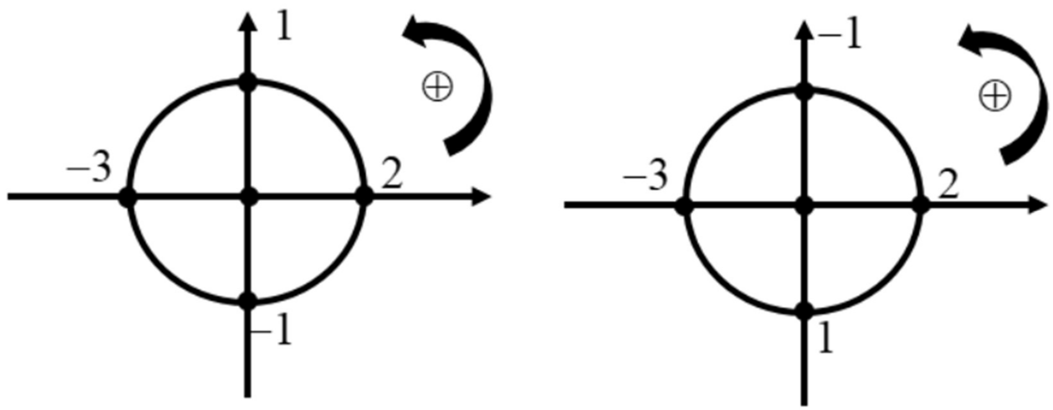
# 3. KHAI TRIỂN NDFT

## 1. Khai triển theo định nghĩa

**Gấp vòng:**

**Ví dụ: Cho** $x(n) = \{-1, \underset{\uparrow}{2}, 1, -3\}$ **, tìm** $x((-n))_4$, $x((-n))_6$.

- **Cách 1: Dùng vòng tròn**




$x(n)$ $\qquad\qquad$ $x((-n))_4$

- **Cách 2: Ghi trực tiếp từ mũi tên sang phải rồi quay vòng lại mũi tên.**

$$x(n) = \{-1, \underset{\uparrow}{2}, 1, -3\} \Rightarrow x_4(n) = \{\underset{\uparrow}{2}, 1, -3, -1\} \Rightarrow x((-n))_4 = \{\underset{\uparrow}{2}, -1, -3, 1\}$$

## Dịch vòng:

**Ví dụ:** Cho $x(n) = \{1, \underset{\uparrow}{-2}, -1, 1, 3\}$, tìm $x((n-2))_6$, $x((n+4))_6$

**Giải:**

$$x_6(n) = \{1, \underset{\uparrow}{-2}, -1, 1, 3, 0\} \Rightarrow x((n-2)) = \{\underset{\uparrow}{0}, 1, -2, -1, 1, 3\}$$

$$x_6(n) = \{1, \underset{\uparrow}{-2}, -1, 1, 3, 0\} \Rightarrow x((n+4)) = \{\underset{\uparrow}{0}, 1, -2, -1, 1, 3\}$$

# 3. KHAI TRIỂN NDFT

## 2. Các tính chất của NDFT

- **Tuần hoàn:**

Nếu $x(n) = x(n+N)$ : tuần hoàn với chu kỳ N mẫu thì $X(k) = X(k+N)$

- **Tuyến tính:**

Nếu $x(n) \xleftrightarrow[DFT]{N} X(k),\ \ y(n) \xleftrightarrow[DFT]{N} Y(k)$ thì

$$ax(n) + by(n) \xleftrightarrow[DFT]{N} aX(k) + bY(k)$$

- **Tịnh tiến vòng trên miền thời gian (Circular Time – Shifting):**

Nếu $x(n) \xleftrightarrow[DFT]{N} X(k)$ thì $x((n \pm n_0))_N \xleftrightarrow[DFT]{N} X(k)e^{\pm jk\frac{2\pi}{N}n_0}$

- **Tịnh tiến vòng trên miền tần số:**

Nếu $x(n) \xleftrightarrow[DFT]{N} X(k)$ thì $x(n)e^{\mp jk_0\frac{2\pi}{N}n} \longleftrightarrow X((k \pm k_0))_N$

- **Tích chập vòng (Circular Convolution):**

$$x(n) \bigcirc y(n) \xleftrightarrow[DFT]{N} X(k)Y(k)$$

$$x(n)y(n) \longleftrightarrow \frac{1}{N}\left[X(k) \bigcirc Y(k)\right]$$

- ***Định nghĩa về chập vòng:***

$$z(n) = x(n) \bigcirc y(n) = \sum_{m=0}^{N-1} x(m)\, y((n-m))_N = \sum_{m=0}^{N-1} y(m)\, x((n-m))_N$$

- ***Phương pháp tính chập vòng:***
  - Tính trực tiếp từ định nghĩa, sử dụng vòng tròn.
  - Sử dụng chập tuyến tính.

***Đối với phương pháp sử dụng chập tuyến tính ra thực hiện các bước:***

- **Bước 1:** Tính $v(n) = x(n) * y(n)$ → sử dụng bảng chập.
- **Bước 2:** $z(n) = v(n) + v(n-N) + v(n+N), \quad 0 \le n \le N-1$

- **Gấp vòng (Circular folding):**

Nếu $x(n) \xleftrightarrow[DFT]{N} X(k)$ thì:

$$x((-n))_N \xleftrightarrow[DFT]{N} X((-k))_N$$

$$x^*(n) \xleftrightarrow[DFT]{N} X^*((-k))_N$$

$$x^*((-n))_N \xleftrightarrow[DFT]{N} X^*(k)$$

$$\Rightarrow \mathrm{Re}\left[X(k)\right] = \frac{1}{2}\left[X(k) + X^*(k)\right] \xleftrightarrow[IDFT]{N} \frac{1}{2}\left[x(n) + x^*((-n))_N\right]$$

$$\Rightarrow \mathrm{Im}\left[X(k)\right] = \frac{1}{2j}\left[X(k) - X^*(k)\right] \xleftrightarrow[IDFT]{N} \frac{1}{2j}\left[x(n) - x^*((-n))_N\right]$$

**Ví dụ:** Tìm $x(n) \xleftrightarrow[DFT]{10} X(k) = \begin{cases} 3, & k = 0 \\ 1, & k \in [1, 9] \end{cases}$

**Viết lại biểu thức** $X(k) = 2\delta(k) + 1$ **và nhớ lại** $\begin{cases} \delta(n) \xleftrightarrow[DFT]{N} 1 \\ 1 \xleftrightarrow[DFT]{N} N\delta(k) \end{cases}$

$$\Rightarrow x(n) = 2.\frac{1}{10} + \delta(n) = \frac{1}{5} + \delta(n),\ 0 \le n \le 9.$$

**Ví dụ:** Cho $x(n) = 2\delta(n) + 3\delta(n-5)$

Viết lại $x(n) = \{\underset{\uparrow}{2}, 0, 0, 0, 0, 3\}$

a) Tìm $X(k)$ là DFT – 10 điểm của $x(n)$

b) Tìm $y(n) \xleftrightarrow[DFT]{10} Y(k) = \mathrm{Re}[x(k)]$

a) $X(k) = \sum_{n=0}^{9} x(n) e^{-jk\frac{2\pi}{10}N} = 2 + 3e^{-jk\frac{2\pi}{10}.5} = 2 + 3\left(e^{-j\pi}\right)^k = 2 + 3.(-1)^k$ , $k = \overline{0,\ 9}$

b)

$$Y(k) = \mathrm{Re}[X(k)] = \frac{1}{2}[X(k) + X^*(k)] \Rightarrow y(n) = \frac{1}{2}\left[x(n) + x^*((-n))_{10}\right] = \frac{1}{2}\left[x(n) + x((-n))_{10}\right]$$

$$x_{10}(n) = \{\underset{\uparrow}{2}, 0, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 0\} \Rightarrow x((-n))_{10} = \{\underset{\uparrow}{2}, 0, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 0\}$$

$$\Rightarrow y(n) = \{\underset{\uparrow}{2}, 0, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 0\} = 2\delta(n) + 3\delta(n-5)$$

# 3. KHAI TRIỂN NDFT

## 3. Bài tập minh họa

**Ví dụ:** Cho $x(n) = 2\delta(n) + 3\delta(n-5)$, **tìm** $y(n) \xleftrightarrow[DFT]{10} Y(k) = X(k)e^{jk\frac{2\pi}{5}}$

**Giải:**

$$Y(k) = X(k)e^{jk\frac{2\pi}{10}.2} \Rightarrow y(n) = x((n+2))_{10}$$

$$x(n) = \{\underset{\uparrow}{2}, 0, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 0\} \Rightarrow y(n) = \{\underset{\uparrow}{0}, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 0, 2, 0\}$$

# 3. KHAI TRIỂN NDFT

## 3. Bài tập minh họa

**Ví dụ: Cho** $x(n)=\{1,\ \underset{\uparrow}{-1},\ 0,\ 1\}$ , $y(n)=\{-1,\ \underset{\uparrow}{1},\ 1\}$ **Tính** $z(n)=x(n)\underset{4}{\bigcirc}y(n)$ , $w(n)=x(n)\underset{6}{\bigcirc}y(n)$

- **Cách 2: Sử dụng chập tuyến tính:** $v(n)=x(n)*y(n)$

| | 1 | -0 | 0 | 1 |
|---|---|---|---|---|
| -1 | -1 | 1 | 0 | -1 |
| 1 | 1 | -1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | -1 | 0 | 1 |

$$\Rightarrow v(n-4)=\{\underset{\uparrow}{0},\ 0,\ -1,\ 2,\ 0,\ -2,\ 1,\ 1\}$$

$$\Rightarrow v(n)=\{-1,\ 2,\ \underset{\uparrow}{0},\ -2,\ 1,\ 1\}$$

$$\Rightarrow v(n+4)=\{-1,\ 2,\ 0,\ -2,\ 1,\ 1,\ \underset{\uparrow}{0}\}$$

$$\Rightarrow z(n)=v(n)+v(n-4)+v(n+4)=\{\underset{\uparrow}{0},\ -2,\ 0,\ 3\}\ ,\ 0\le n\le 3$$

## 3. Bài tập minh họa

**Ví dụ:** Cho $x(n)=\{\underset{\uparrow}{0}, 1, 2, 3, 4\}$

$$x((n\pm n_0))_N \xleftrightarrow[DFT]{N} X(k)e^{\pm jk\frac{2\pi}{N}n_0}$$

a) Tìm $y(n)\xleftrightarrow[DFT]{6} Y(k)=X(k)W_3^k$ , với $W_3=e^{-j\frac{2\pi}{3}k}$

a) $Y(k)=X(k)e^{-j\frac{2\pi}{3}k}=X(k)e^{-j\frac{2\pi}{6}.2} \Rightarrow y(n)=x((n-2))_6$

**Ví dụ:** Cho $x(n)=2\delta(n)+3\delta(n-5)$, tìm $y(n)\xleftrightarrow[DFT]{10} Y(k)=X(k)e^{jk\frac{2\pi}{5}}$

**Giải:**

$$Y(k)=X(k)e^{jk\frac{2\pi}{10}.2} \Rightarrow y(n)=x((n+2))_{10}$$

$$x(n)=\{\underset{\uparrow}{2}, 0, 0, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 0\} \Rightarrow y(n)=\{\underset{\uparrow}{0}, 0, 0, 3, 0, 0, 0, 0, 2, 0\}$$

## 3. Bài tập minh họa

**Ví dụ: Cho** $x(n) = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ với mũi tên chỉ gốc tại phần tử $2$:

$$x(n)=\{0,\ 1,\ \underset{\uparrow}{2},\ 3,\ 4\}$$

**c) Tìm** $z(n) \xleftrightarrow[DFT]{6} Z(k) = \mathrm{Re}\left[x(k)\right] + 2j\,\mathrm{Im}\left[X(k)\right]$ .

**c)** $z(n) \xleftrightarrow[DFT]{6} Z(k) = \mathrm{Re}\left[x(k)\right] + 2j\,\mathrm{Im}\left[x(k)\right] = X_1(k) + X_2(k)$

$+\ X_1(k) = \mathrm{Re}\left[X(k)\right] = \dfrac{1}{2}\left[X(k) + X^*(k)\right] \Rightarrow x_1(n) = \dfrac{1}{2}\left[x(n) + x^*((-n))_6\right]$

$+\ X_2(k) = \mathrm{Im}\left[X(k)\right] = \dfrac{1}{2j}\left[X(k) - X^*(k)\right] \Rightarrow x_2(n) = \dfrac{1}{2j}\left[x(n) - x^*((-n))_6\right]$

Ví dụ: Cho $x(n) = \{-1, \underset{\uparrow}{2}, 1, 3\}$ và chuỗi 4 – DFT của nó là $X(k)$. Tìm chuỗi $y(n)$ biết rằng

$$y(n) \xleftrightarrow[DFT]{4} \mathrm{Im}\left[X(k)\right]$$

$$\mathrm{Im}\left[X(k)\right] = \frac{1}{2j}\left[X(k) - X^*(k)\right] \Rightarrow y(n) = \frac{1}{2j}\left[x(n) - x^*\left(\left(-n\right)\right)_N\right]$$

$$\Rightarrow y(n) = \frac{1}{2j}\left[x(n) - x\left(\left(-n\right)\right)_4\right] \qquad x_4(n) = \{2, 1, 3, -1\} \Rightarrow x\left(\left(-n\right)\right)_4 = \{2, -1, 3, 1\}$$

$$\Rightarrow y(n) = \frac{1}{2j}\{0, 2, 0, -2\} = \{0, -j, 0, j\}$$

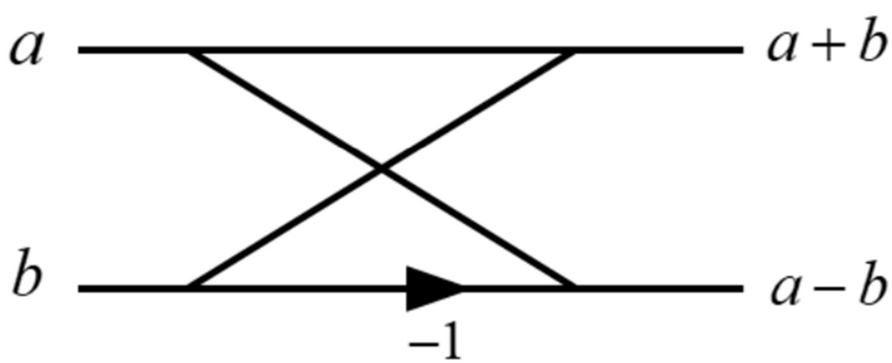
**Ví dụ: Cho** $x(n) = \delta(n) + 3\delta(n-5)$ **có DFT – 6 điểm là** $X(k)$.

**Tìm** $z(n) \xleftrightarrow[DFT]{6} Z(k) = X(k)Y(k)$ **với** $Y(k)$ **là 6 – DFT của** $y(n) = 2\delta(n-1) + 3\delta(n-4)$

# 4. THUẬT TOÁN FFT

## 1. Tìm NDFT từ FFT

**3.1 Sơ đồ bướm:**

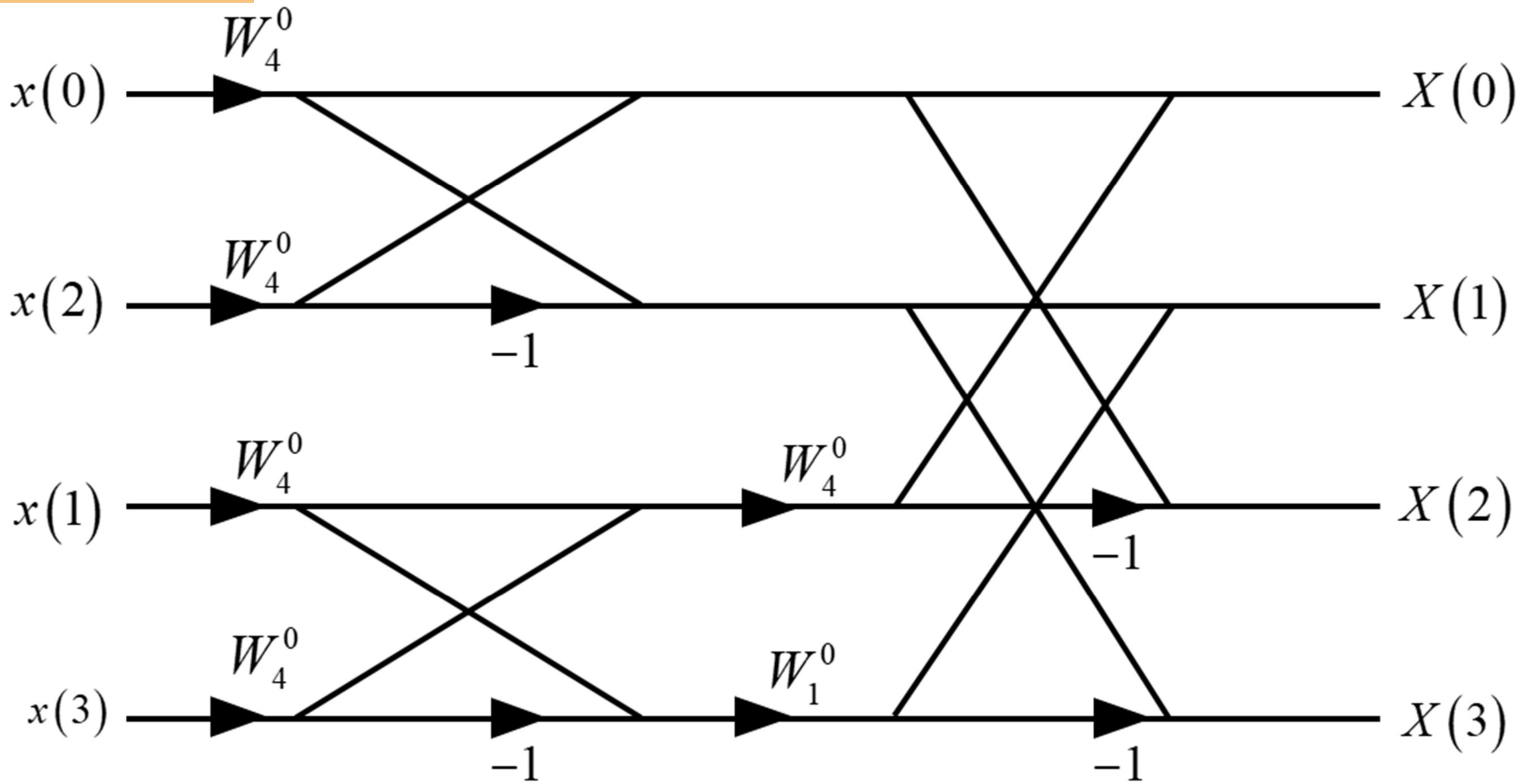



| $N$ | Số tầng bướm | Số bướm ghép | Số trọng số |
|---|---|---|---|
| $N=4$ | $N=2^2 \Rightarrow 2$ | $N=2.2 \Rightarrow 2$ | $N/2=2 \Rightarrow 2: W_4^0=1,\ W_4^1=-j$ |
| $N=8$ | $N=2^3 \Rightarrow 3$ | $N=2.4 \Rightarrow 4$ | $N/2=4 \Rightarrow 4: W_8^0=1,\ W_8^1=\frac{1}{\sqrt{2}}(1-j)$<br>$W_8^2=-j,\ W_8^3=-\frac{1}{\sqrt{2}(1+j)}$ |
| $N=16$ | $N=2^4 \Rightarrow 4$ | $N=2.8 \Rightarrow 8$ | $N/2=8 \Rightarrow 8: W_{16}^0 \to W_{16}^7$ |

## 4. THUẬT TOÁN FFT



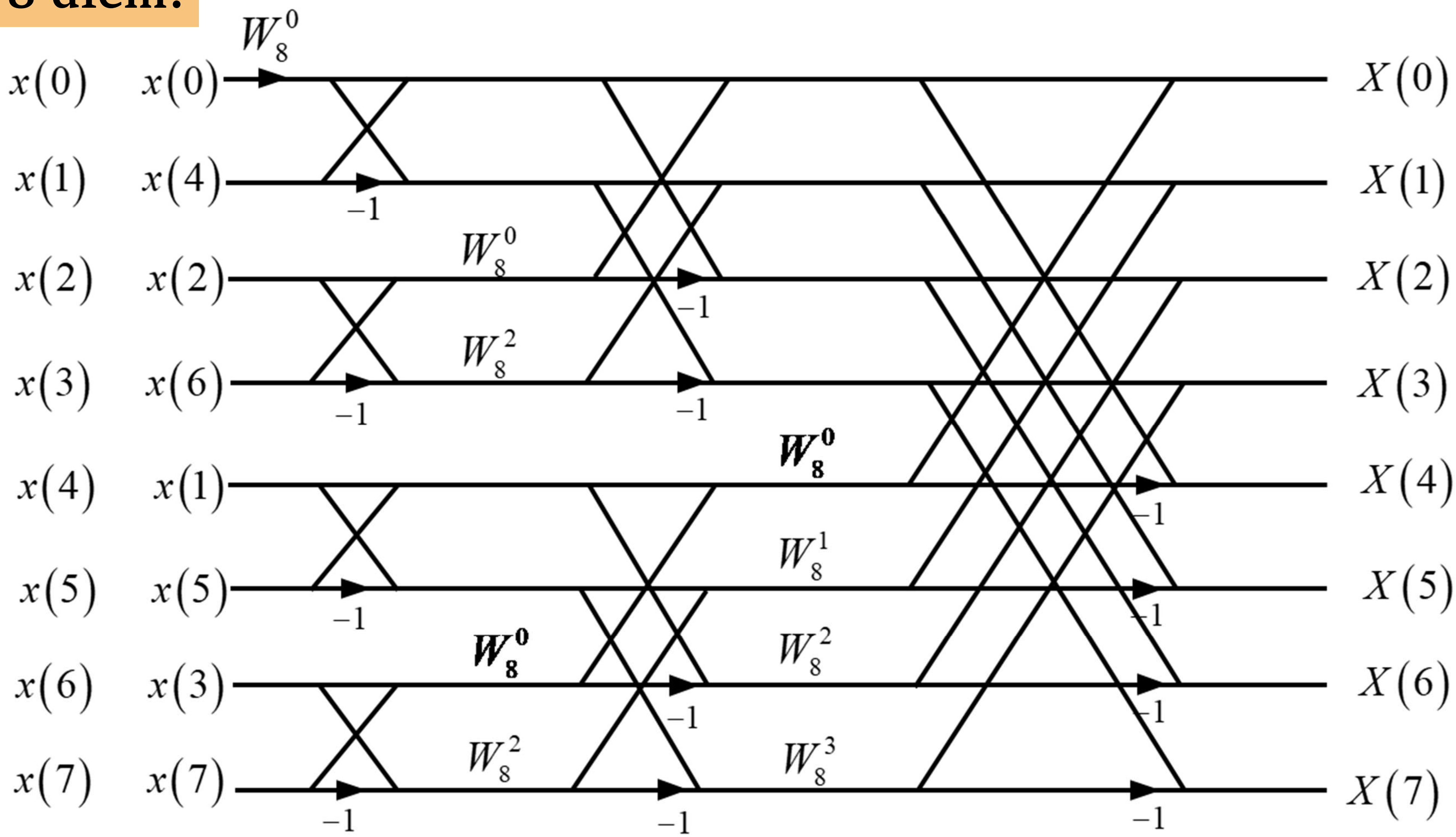
**FFT 4 điểm:**



# 4. THUẬT TOÁN FFT

1. Tìm NDFT từ FFT

**FFT 8 điểm:**



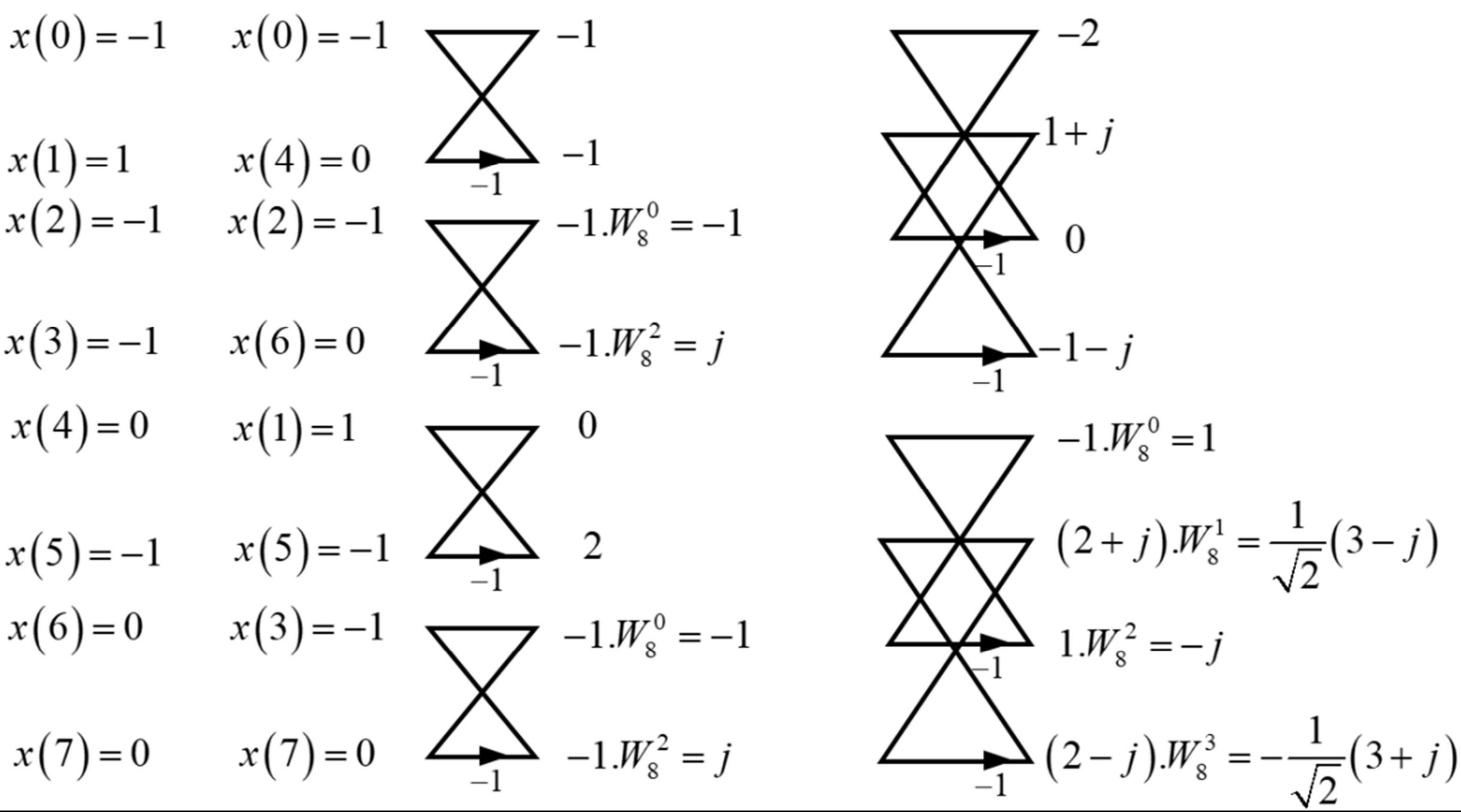
## 4. THUẬT TOÁN FFT

### 1. Tìm NDFT từ FFT

**Ví dụ:** Tìm 8 – DFT của tín hiệu sau:

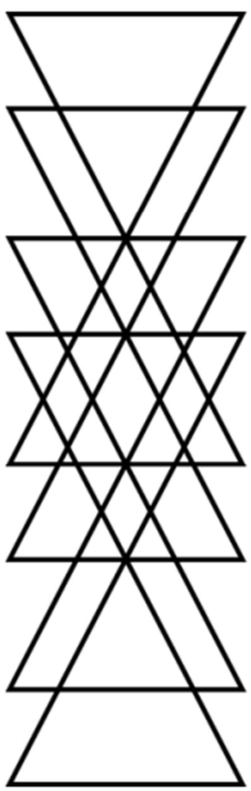
$$x(n) = \{-1,\ 1,\ -1,\ -1,\ 0,\ -1\}$$

$$N = 8 \Rightarrow x_8(n) = \{-1,\ 1,\ -1,\ -1,\ 0,\ -1,\ 0,\ \}$$



# 4. THUẬT TOÁN FFT

## 1. Tìm NDFT từ FFT



| | |
|---|---|
| $-2$ | $-3 = X(0)$ |
| $-1+j$ | $-1+\dfrac{3}{\sqrt{2}}+j\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=X(1)$ |
| $0$ | $-j = X(2)$ |
| $-1-j$ | $-1-\dfrac{3}{\sqrt{2}}-j\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=X(3)$ |
| $1$ | $-1 = X(4)$ |
| $\dfrac{1}{\sqrt{2}}(3-j)$ | $-1-\dfrac{3}{\sqrt{2}}+j\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=X(5)$ |
| $-j$ | $j = X(6)$ |
| $-\dfrac{1}{\sqrt{2}}(3+j)$ | $-1+\dfrac{3}{\sqrt{2}}+j\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=X(7)$ |

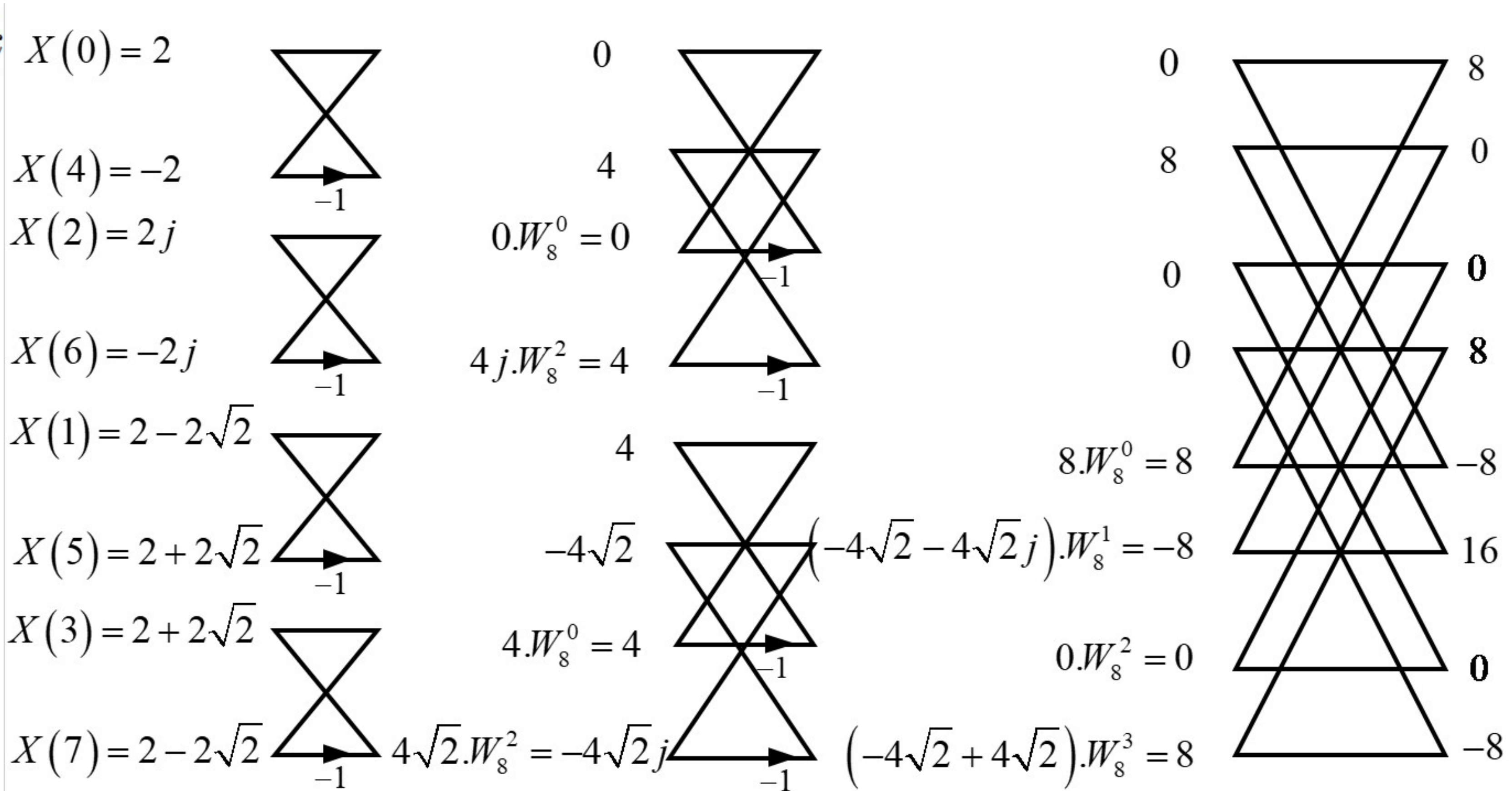
**Kết luận:** $X(k)=\{\ldots,\ldots\}$

# 4. THUẬT TOÁN FFT

## 2. Biến đổi IDFT dùng FFT

**Ví dụ: Cho** $X(k)=\left\{2,2-2\sqrt{2},2j,2+2\sqrt{2},-2,2+2\sqrt{2},-2j,2-2\sqrt{2}\right\}$**. Tìm lại** $x(n)$ **biết rằng**

$x(n)\xleftrightarrow[DFT]{8}X(k)$



## 2. Biến đổi IDFT dùng FFT

**Ví dụ: Cho** $X(k)=\left\{2,2-2\sqrt{2},2j,2+2\sqrt{2},-2,2+2\sqrt{2},-2j,2-2\sqrt{2}\right\}$**. Tìm lại** $x(n)$ **biết rằng**

$$x(n)\xleftrightarrow[DFT]{8}X(k)$$

$$x_1(n)=\left\{8,0,0,8,-8,16,0,-8\right\}\Rightarrow x_1\left(\left(-n\right)\right)_8=\left\{8,-8,0,16,-8,8,0,0\right\}$$

$$\Rightarrow x(n)=\frac{1}{N}x_1\left(\left(-n\right)\right)_N=\frac{1}{8}x_1\left(\left(-n\right)\right)_8=\left\{1,-1,0,2,-1,1,0,0\right\}$$

Ví dụ: Cho $x(n) = \{1, -1, 0, 1, 2, -1, 0, 1\}$ , tìm các hệ số phổ $X_k$ trong chuỗi DTFS của $x(n)$

a) Dùng FFT – 8 điểm

→ FFT – 8 → $x(k) \Rightarrow X_k = \dfrac{X(k)}{N} = \dfrac{X(k)}{8}$

b) Dùng định nghĩa

$$X_k = \frac{1}{8}\sum_{n=0}^{7} x(n) e^{-jk\frac{2\pi}{8}n} = \frac{1}{8}\left[1 - e^{-jk\frac{2\pi}{8}.1} + e^{-jk\frac{2\pi}{8}.3} + 2e^{-jk\frac{2\pi}{8}.4} - e^{-jk\frac{2\pi}{8}.5} + e^{-jk\frac{2\pi}{8}.7}\right]$$