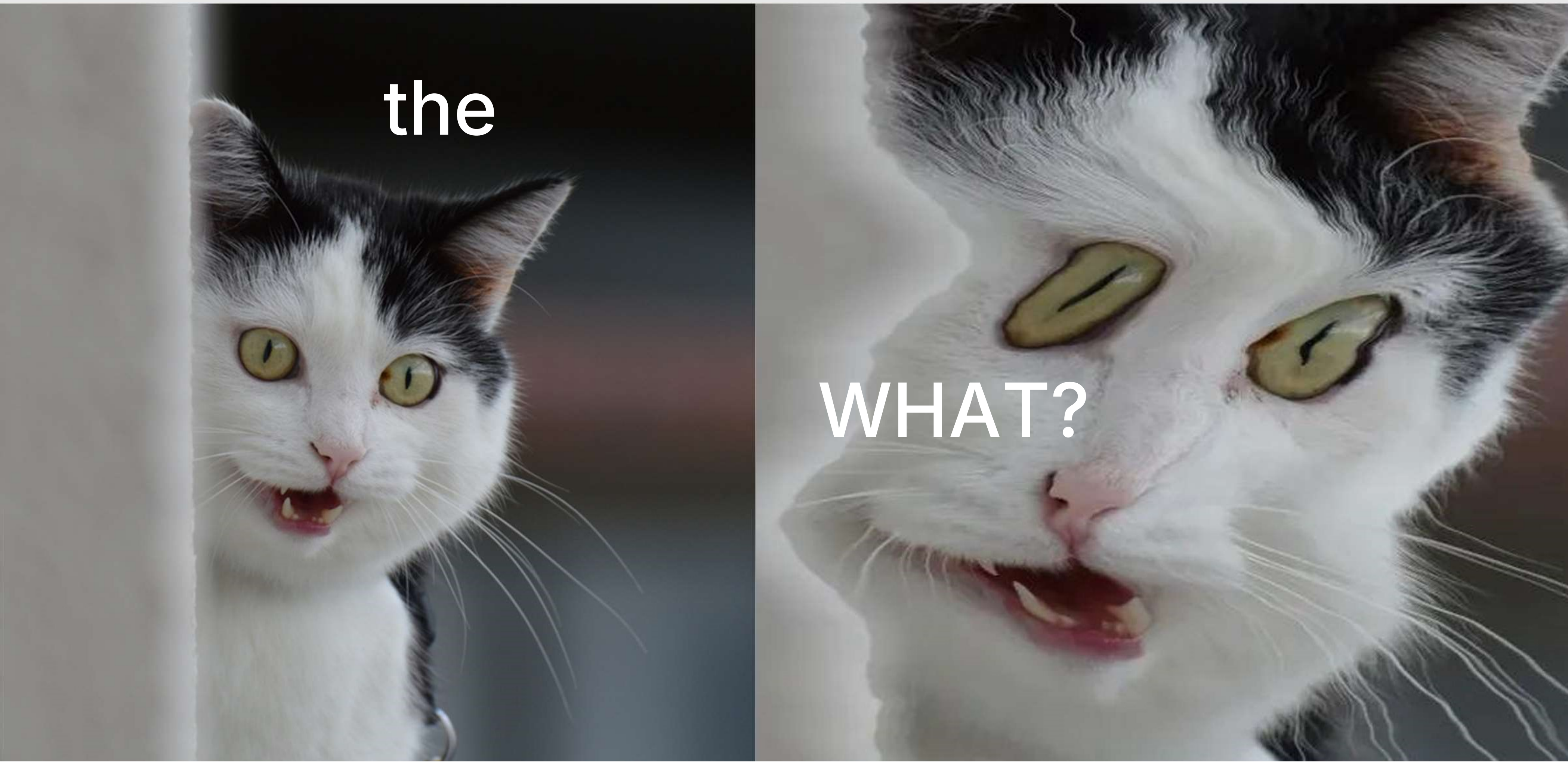
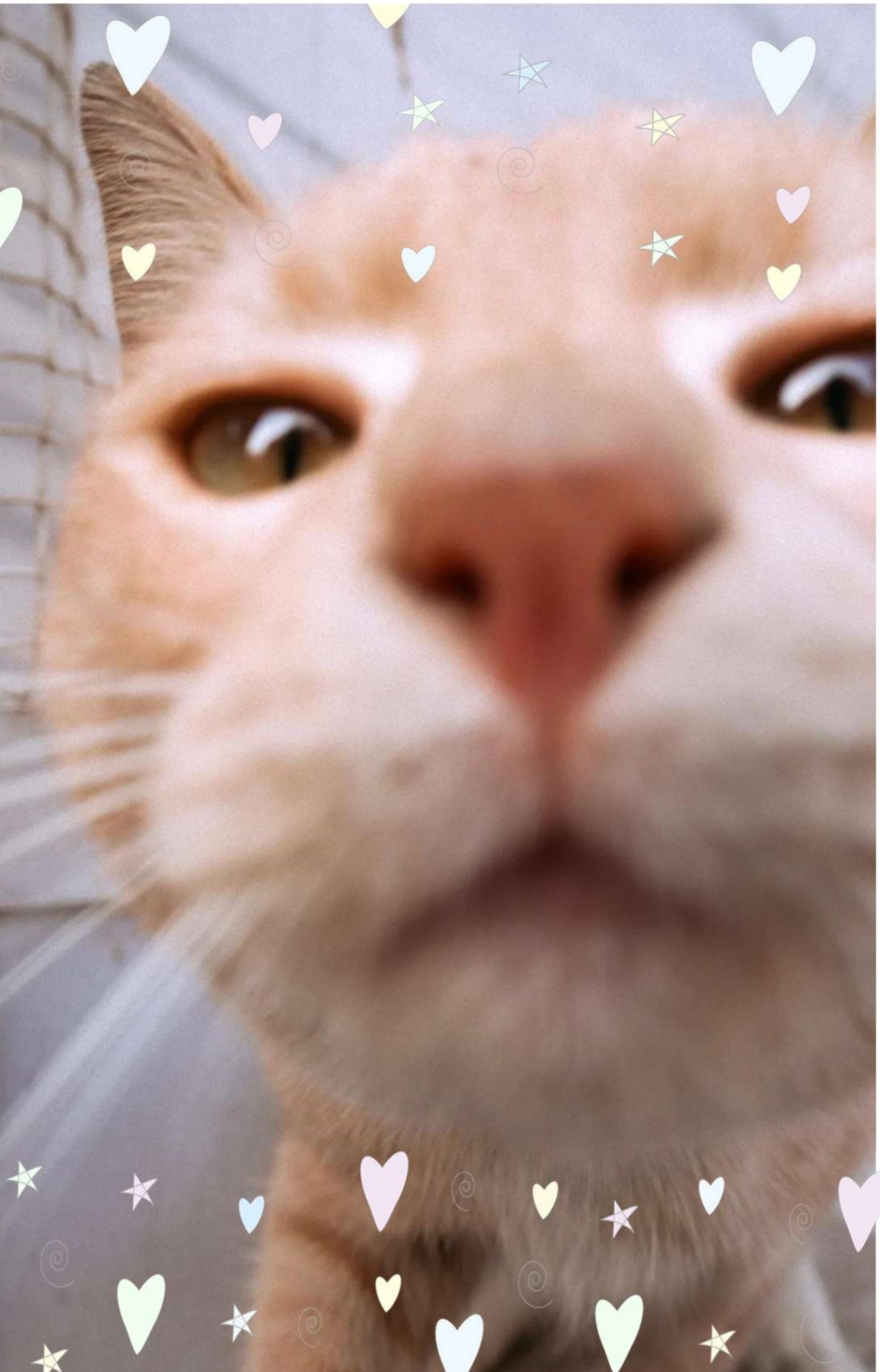
"Time to show your lab."





1- ая лаборатория по ТФКП

Выполнили студенты:

Фам Данг Чунг Нгиа

Абдуллаев Санжарбек Отабекович

Шурова Анастасия Вячеславовна

Поток: **22.1**

Преподаватель: **Ткачев Денис Сергеевич**

Наши задания

a. Докажите свойства 1 и 2 для множества Мандельброта.
b. Напишите программу, которая будет строить визуализацию множества Мандельброта. Выберите разумные ограничения, поварьируйте максимальное количество итераций. Попробуйте приблизить отдельные части множества, чтобы увидеть фрактальную структуру.
c. Напишите программу, которая по заданному c строит заполненное множество Жюлиа. Поварьируйте максимальное количество итераций, попробуйте пронаблюдать фрактальную структуру, рассмотрите множество при разных c. (Например, красиво получается при c = 05251993+i05251993).
d. Найдите какой-нибудь неразобранный фрактал (например, бассейны Ньютона). Опишите его структуру, построение. Нарисуйте визуализации. Будьте готовы выступить с докладом перед своими одногруппниками.

Доказательства

1) Доказать первое условие множества Мандельброта:

$$\boxed{z_n = \overline{\overline{z_n}} \quad \forall n \in \mathbf{N}}$$

Применим метод математической индукции по n, где n - номер итерации.
При $n = 1$:

$$z_0 = c, \quad \overline{z_0} = \overline{c}$$

$\Rightarrow$ уверждение справедливо, поскольку: $\overline{\overline{z_0}} = \overline{\overline{c}} = c = z_0$.
При $n = k$: Положим $\overline{\overline{z_k}} = z_k$.
При $n = k + 1$: Посмотрим $z_{k+1} = z_k^2 + c$

$$\overline{z_{k+1}} = \overline{z_k^2 + c} = \overline{z_k^2} + \overline{c} = (\overline{z_k})^2 + \overline{c};$$

$$\overline{\overline{z_{k+1}}} = \overline{(\overline{z_k})^2 + \overline{c}} = \overline{(\overline{z})^2} + \overline{\overline{c}} = (\overline{\overline{z}})^2 + \overline{\overline{c}} = z^2 + c, \text{ то есть } \overline{\overline{z_{k+1}}} = z_{k+1}.$$

Таким образом, для каждого натурального числа n утвержедение (свойство 1) справедливо: $z_n = \overline{\overline{z_n}} \quad \forall n \in \mathbf{N}$

Доказательства

2) Доказать второе условие множества Мандельброта:

Если $|c| > 2$, то $c \notin$ множеству Мандельброта

Положим $|c| = 2 + \sigma, \forall \sigma > 0$

- $|z_1| = |z_0^2 + c| = |c|$
- $|z_2| = |z_1^2 + c| = |c^2 + c| = |c|.|c + 1| \geq |c| \rightarrow |z_2| \geq |c|$
- $|z_3| = |z_2^2 + c| \geq |z_2^2| - |c| \geq |z_2^2| - |z_2| = |z_2|^2 - |z_2|$
  $\leftrightarrow |z_3| \geq |z_2|.(|z_2| - 1) \geq |z_2|.(|c| - 1)$
  $\leftrightarrow |z_3| \geq |z_2|.(1 + \sigma) > |z_2| \geq c$

По методу математической индукции:

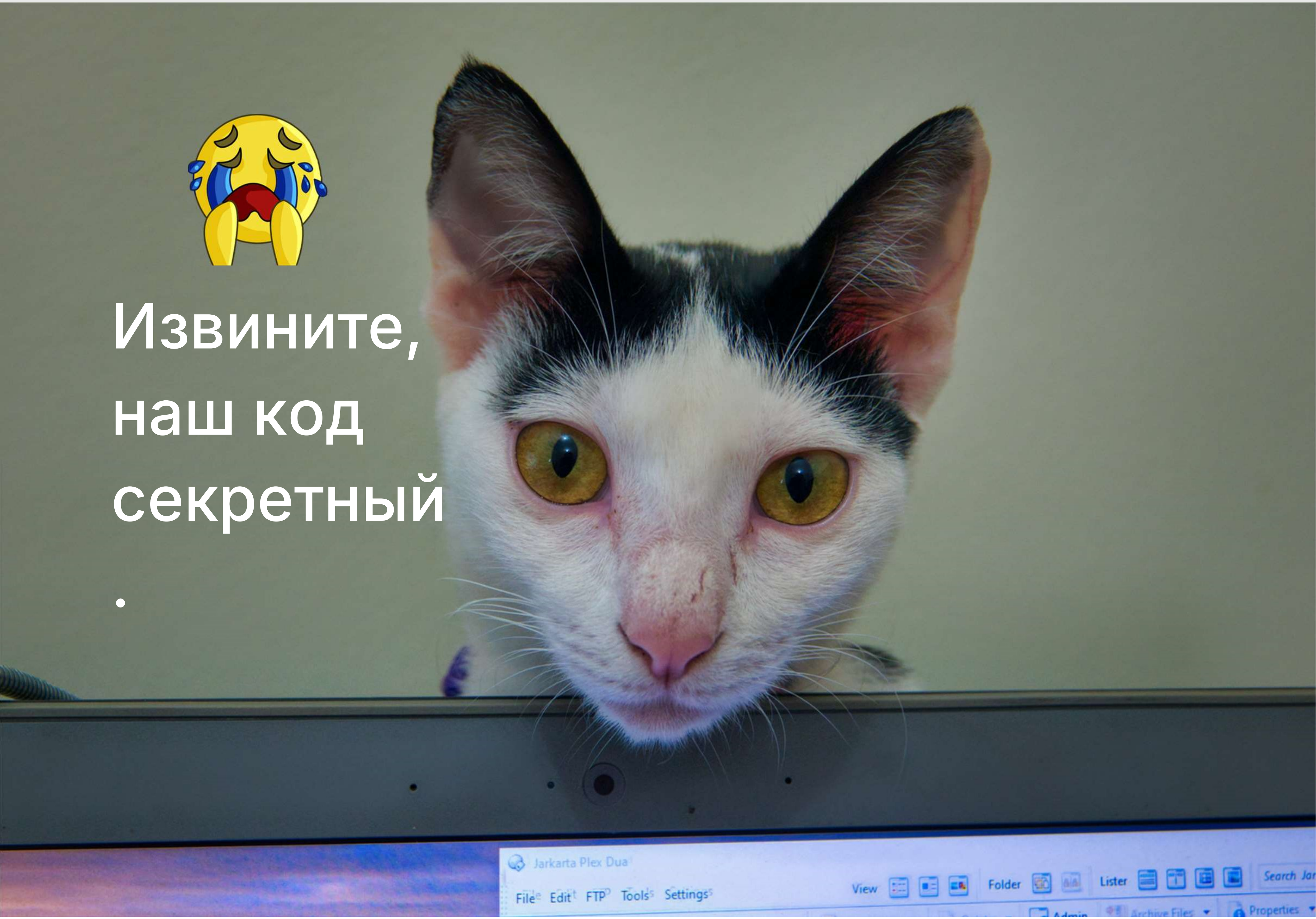
- $|z_4| \geq |z_3|(1 + \sigma) > |c|$
- $|z_5| \geq |z_4|(1 + \sigma) > |c|$

  ...

- $|z_{n+1}| \geq |z_n|(1 + \sigma) > |c|$

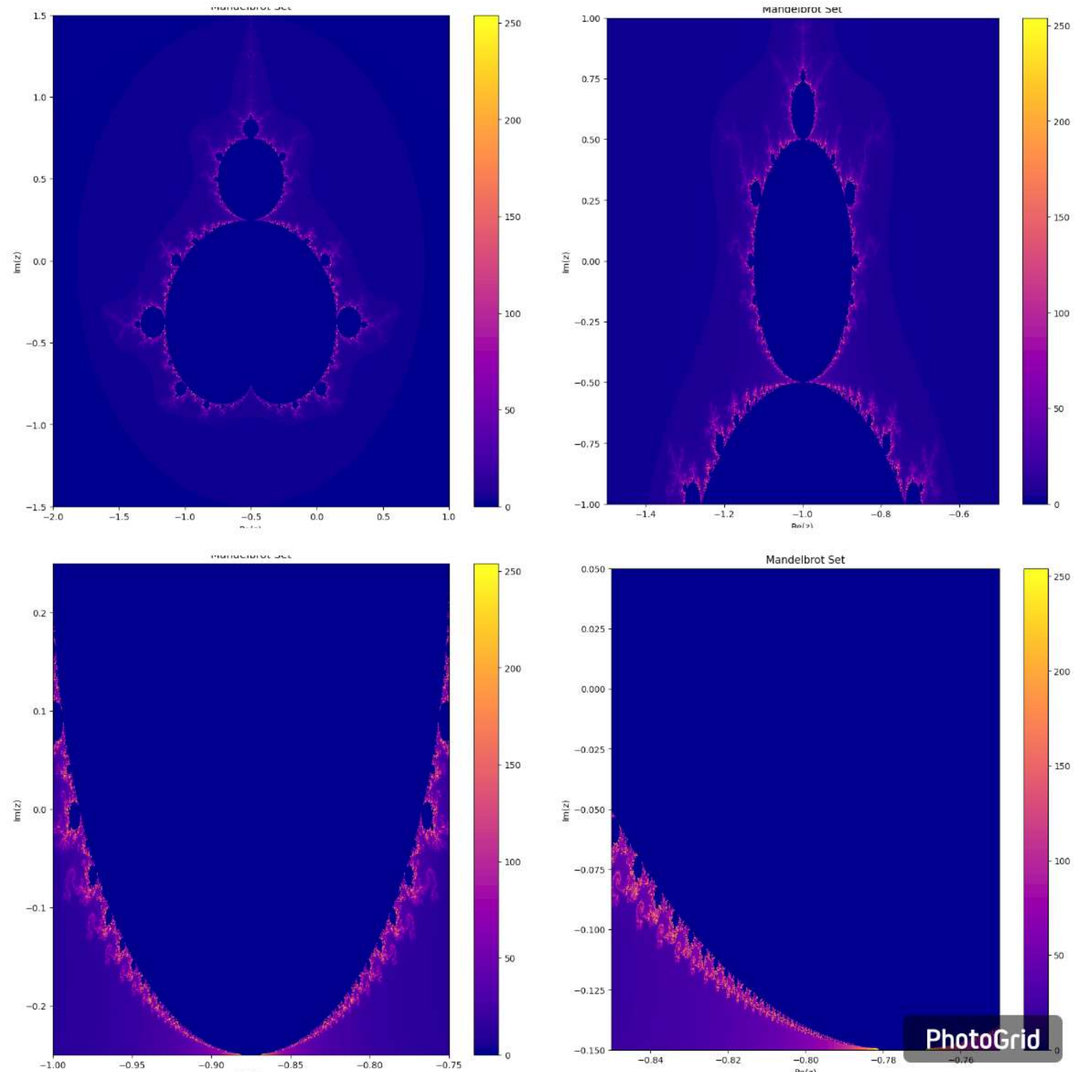
$\Rightarrow |z_{n+1}| \geq |z_1|(1 + \sigma)^n \quad \forall n \in \mathbf{N}$

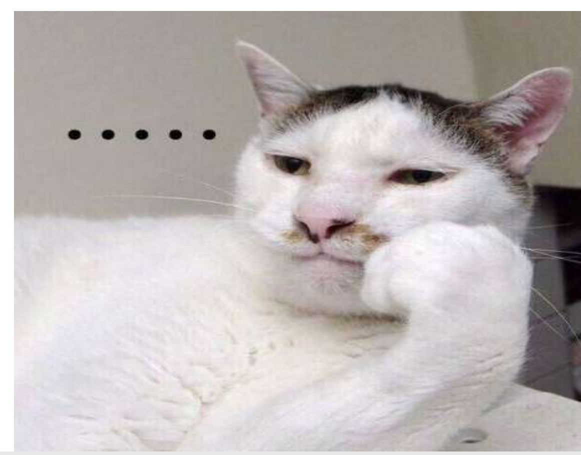
Следовательно: $\lim_{n\to\infty} |z_{n+1}| = \infty$, то есть c не принадлежит множеству Мандельброта при $|c| > 2$.



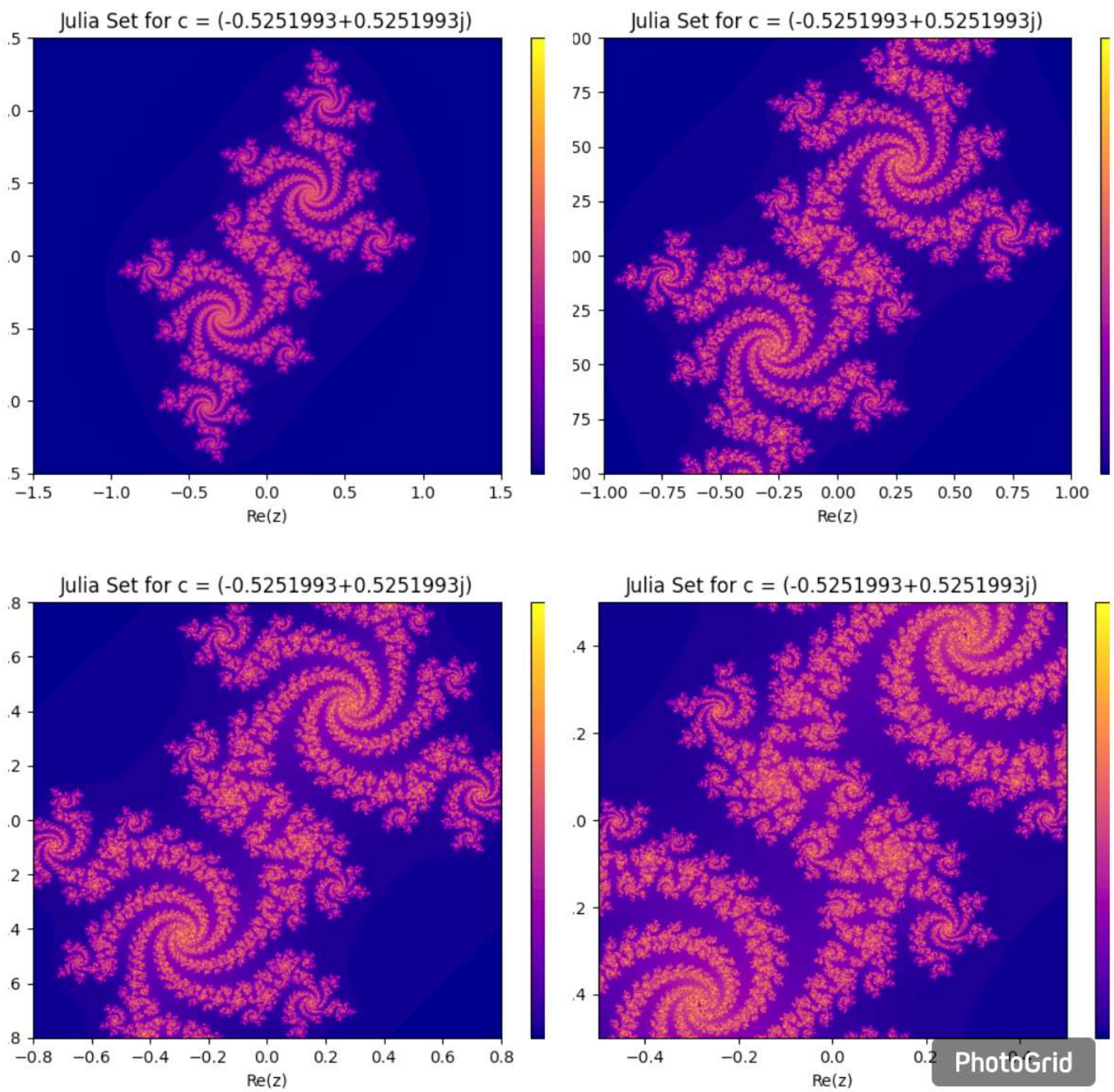
Извините,
наш код
секретный
.

Множества Мандельброта

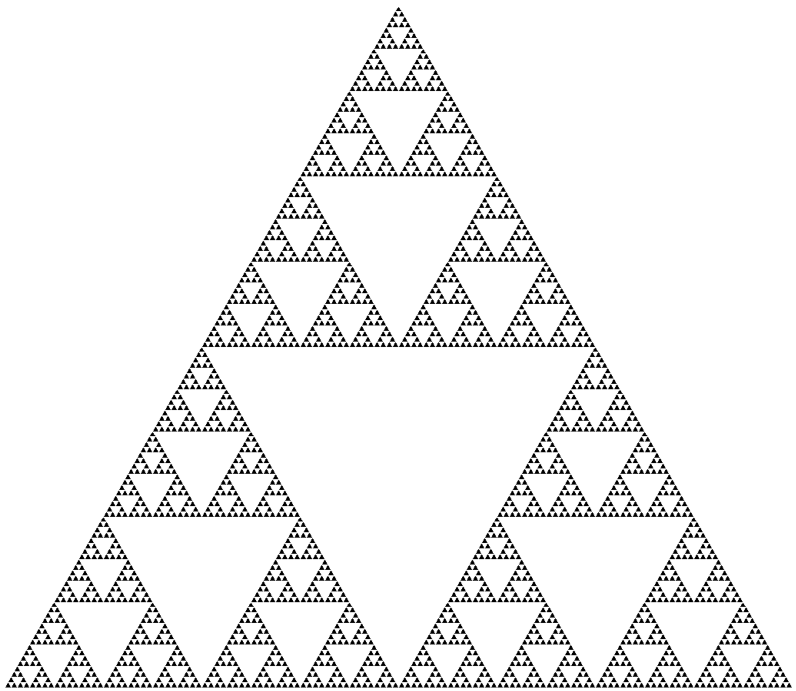


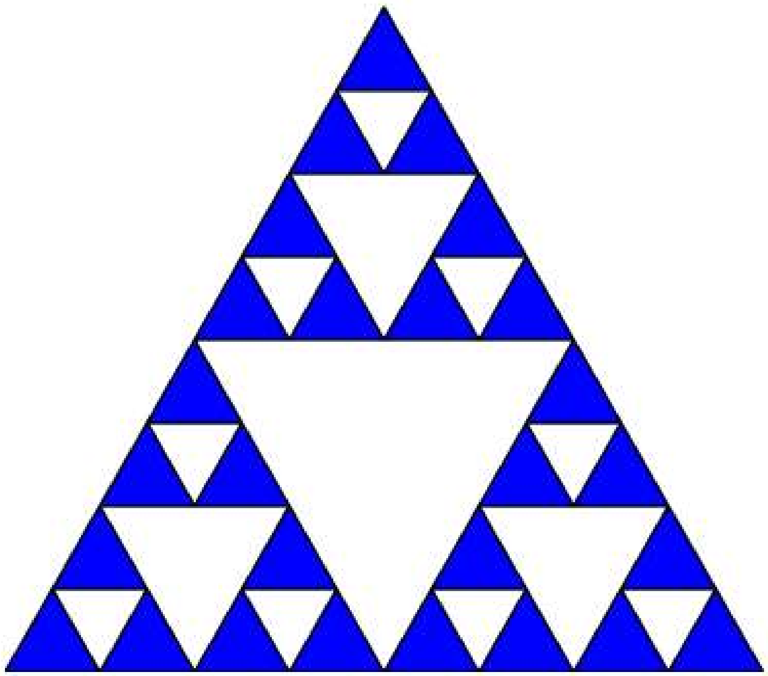


Множества Жюлиа



Фрактал треугольник Серпинского





инструктор
по йоге

мы после
выполнения
лабы