

Группа Р3221

К работе допущен _____

Студент Фам Данг Чунг Нгия

Работа выполнена _____

Преподаватель Коробков М. П.

Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1,09

Определение момента инерции методом крутильных колебаний

1, Цель работы,

1. Определение момента инерции различных твердых тел методом крутильных колебаний
2. Проверка справедливости теоремы Гюйгенса - Штейнера

2, Задачи, решаемые при выполнении работы,

1. Измерение коэффициента угловой жесткости спиральной пружины,
2. Прямые измерения периодов крутильных колебаний тел различной формы,
3. Расчет моментов инерции объектов измерения и сравнение их с теоретическими значениями,

3, Объект исследования,

Момент инерции различных тел,

4, Метод экспериментального исследования,

Многократные совместные измерения,

5, Рабочие формулы и исходные данные,

5.1) Угловая жесткость пружины:

$$k = - \frac{M}{\varphi}$$

где $M = r \cdot F$ - момент силы упругости спиральной пружины, φ - угол поворота крутильных весов,

5.2) Момент инерции тела через период колебаний,

$$I = \frac{kT^2}{4\pi^2}$$

где T - период колебаний крутильных весов,

5.3) Центральный момент инерции цилиндра относительно оси перпендикулярной оси симметрии:

$$I_c = m \left(\frac{r^2}{4} + \frac{h^2}{12} \right)$$

где r - радиус груза, h - высота груза

5.4) Исходные данные:

Тело	Массы, г	Диаметры, м	Высоты, м
Штанга	175	0,006	0,60
Шар	923	0,10	-
Полый цилиндр	363	0,10	0,10
Сплошной цилиндр	458	0,14	0,10
Сплошной диск	288	0,22	-
Диск с отверстиями	442	0,30	-
Грузы	229	0,03	0,04

5.5) Таблица 5:

Таблица 5 : Осевые центральные моменты инерции некоторых тел (m -масса тела)

Кольцо или цилиндр с тонкими стенками радиуса r , Ось вращения совпадает с осью симметрии	mr^2
Однородный тонкий стержень длиной ℓ , Ось вращения перпендикулярна стержню,	$\frac{m\ell^2}{12}$
Однородный сплошной диск (цилиндр) радиусом r относительно оси симметрии,	$\frac{mr^2}{12}$
Полый толстостенный цилиндр с внешним радиусом r_2 и внутренним радиусом r_1 относительно оси симметрии,	$\frac{m}{12}(r_1^2 + r_2^2)$
Полый тонкостенный цилиндр высоты h и радиуса r , Ось вращения перпендикулярна к оси симметрии,	$\frac{m}{12}\left(r^2 + \frac{h^2}{6}\right)$
Однородный сплошной цилиндр высоты h и радиуса r , Ось вращения перпендикулярна к оси симметрии,	$\frac{m}{12}\left(r^2 + \frac{h^2}{3}\right)$
Тонкостенная сфера радиуса r ,	$\frac{2}{3}mr^2$

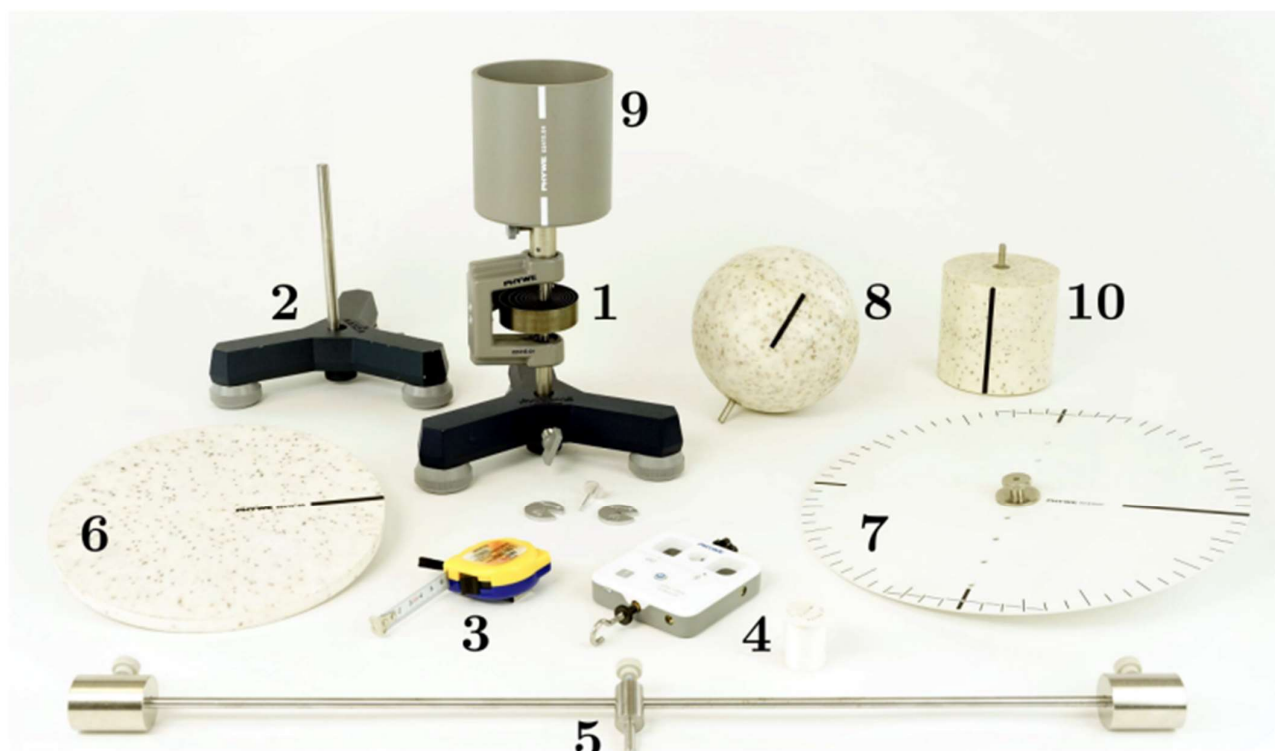
Однородный сплошной шар радиуса r ,

$$\frac{2}{5} mr^2$$

6, Измерительные приборы,

№ п/п	Наименование	Предел измерений	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Электронный секундомер	60 мин	0 - 10 с	0,005 с
2	Электронный динамометр	100 Н	0 - 2 Н	0,03 Н
3	Рулетка	-	0 – 30 см	0,1 см

7, Схема установки:



1. Штатив со спиральной пружиной
2. Штатив для крепления электронного динамометра
3. Рулетка
4. Электронный динамометр
5. Штанга с двумя подвижными грузами
6. Сплошной диск
7. Диск с отверстиями
8. Шар
9. Полый цилиндр
10. Сплошной цилиндр

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов),

Таблица 1, Определение коэффициента угловой жесткости пружины

-270°		-180°		-90°		90°		180°		270°	
F, H	r, m	F, H	r, m	F, H	r, m	F, H	r, m	F, H	r, m	F, H	r, m
0,40	0,29	0,26	0,29	0,17	0,29	0,12	0,29	0,26	0,29	0,34	0,29
0,63	0,19	0,40	0,19	0,23	0,19	0,17	0,19	0,37	0,19	0,51	0,19
1,31	0,09	0,86	0,09	0,48	0,09	0,40	0,09	0,77	0,09	1,17	0,09
M, H·M (-3π/2)		M, H·M (-π)		M, H·M (-π/2)		M, H·M (π/2)		M, H·M (π)		M, H·M (3π/2)	
0,118		0,076		0,045		-0,034		-0,072		-0,100	
k = 0,0230 ± 0,0047 H · m											

$$M\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{\sum_{i=1}^3 (F_i \cdot r_i)}{3} = \frac{0,40 \cdot 0,29 + 0,63 \cdot 0,19 + 1,31 \cdot 0,09}{3} = 0,118 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Таблица 2, Теорема Гюйгенса-Штейнера для штанги с грузами

$l, \text{м}$	$T_1, \text{с}$	$T_2, \text{с}$	$T_3, \text{с}$	$l^2, \text{м}^2$	$T_{cp}^2, \text{с}^2$
0,000	2,58	2,50	2,56	0,000	6,49
0,060	3,09	3,02	3,08	0,004	9,38
0,080	3,22	3,24	3,35	0,006	10,69
0,100	3,81	3,86	3,74	0,010	14,47
0,120	4,20	4,26	4,21	0,014	17,84
0,140	4,70	4,68	4,69	0,020	21,96
0,160	5,08	5,24	5,13	0,026	26,52

$$T_{cp}^2 = \left(\frac{T_1 + T_2 + T_3}{3}\right)^2 = \left(\frac{2,58 + 2,50 + 2,56}{3}\right)^2 = 6,49 \text{ с}^2$$

Таблица 3, Теорема Гюйгенса-Штейнера для диска с отверстиями

$l, \text{м}$	$T_1, \text{с}$	$T_2, \text{с}$	$T_3, \text{с}$	$l^2, \text{м}^2$	$T_{cp}^2, \text{с}^2$
0,000	2,65	2,59	2,65	0,000	6,92
0,030	2,77	2,78	2,79	0,001	7,73
0,060	3,08	3,13	3,14	0,004	9,71
0,090	3,50	3,51	3,48	0,008	12,23
0,120	4,00	4,09	4,07	0,014	16,43

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов),

- Момент инерции штанги относительно оси вращения (используя первые значения из Таблицы 2):

$$I_{rod} = \frac{\bar{k} T_{cp}^2}{4\pi^2} = \frac{0,023 \cdot 6,49}{4\pi^2} = 3,781 \text{ г} \cdot \text{м}^2$$

$$I_{rod \text{ теор}} = \frac{ml^2}{12} = \frac{175 \cdot 0,6^2}{12} = 5,25 \text{ г} \cdot \text{м}^2$$

- Найдите параметры графика зависимости квадрата периода колебаний системы «штанга + грузы» от квадрата расстояния:

$$T^2 = a \cdot l^2 + T_0^2$$

$$a = \frac{8\pi^2 m}{k} = 780,796 \pm 6,412 \quad \frac{\text{кг}}{\text{Н} \cdot \text{м}}$$

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2}{k} (I_{rod} + 2I_c) = 6,49 \text{ с}^2$$

Отсюда найдем массу m одного груза и их центральный момент инерции относительно оси перпендикулярной оси симметрии (I_c):

$$m = \frac{a * k}{8\pi^2} = \frac{780,796 * 0,023}{8\pi^2} = 0,227 \text{ кг}$$

$$I_c = \frac{1}{2} \left(\frac{T_0^2 * k}{4\pi^2} - I_{rod} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{6,49 * 0,023}{4\pi^2} - 0,00525 \right) = 0,115 \text{ г} \cdot \text{м}^2$$

Кроме того, их теоретические значения:

$$m_{\text{теор}} = 0,229 \text{ кг}$$

$$I_{c \text{ теор}} = \frac{m}{4} \left(r^2 + \frac{h^2}{3} \right) = 0,134 \text{ г} \cdot \text{м}^2$$

- Аналогично для диска с отверстиями (таблица 3) найдите параметры графика зависимости квадрата периода колебаний системы « диск + отверстия» от квадрата расстояния:

$$T^2 = a * l^2 + T_0^2$$

$$a = \frac{4\pi^2 m}{k} = 671,662 \pm 6,977 \quad \frac{\text{кг}}{\text{Н} \cdot \text{м}}$$

$$T_0^2 = \frac{4\pi^2}{k} I_c = 6,92 \text{ с}^2$$

$$m = \frac{a * k}{4\pi^2} = \frac{671,662 * 0,023}{4\pi^2} = 0,391 \text{ кг}$$

$$I_c = \frac{T_0^2 * k}{4\pi^2} = 0,004 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$m_{\text{теор}} = 0,442 \text{ кг}$$

$$I_{c \text{ теор}} = \frac{m}{2} r^2 = 4,939 \text{ г} \cdot \text{м}^2$$

- Для всех остальных тел (шар, сплошной диск, полый и сплошной цилиндры) по данным Таблицы 4 найдите центральные моменты инерции:

Таблица 4, Центральные моменты инерции объектов измерения

Объект	$T_1, \text{с}$	$T_2, \text{с}$	$T_3, \text{с}$	$T_{cp}^2, \text{с}^2$	$I, \text{г} \cdot \text{м}^2$	$I_{\text{теор}}, \text{г} \cdot \text{м}^2$
Сплошной диск	1,543	1,573	1,533	2,401	1,462	1,706
Полый цилиндр	1,103	1,093	1,050	1,171	0,713	0,902
Сплошной цилиндр	0,887	0,873	0,887	0,779	0,474	0,581
Шар	1,530	1,523	1,553	2,357	1,435	1,768

$$I_{\text{сд}} = \frac{\bar{k} T_{\text{ср}}^2}{4\pi^2} = \frac{0,023 * 2,401}{4 * 3,14^2} = 1,462 \text{ г. м}^2$$

$$I_{\text{сд теор}} = \frac{mr^2}{2} = \frac{288 * \left(\frac{0,2177}{2}\right)^2}{2} = 1,706 \text{ г. м}^2$$

10, Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений),

Погрешность момента инерции штанги:

$$\Delta T = \frac{T_{\text{max}} - T_{\text{min}}}{2} = \frac{2,58 - 2,50}{2} = 0,04 \text{ с}$$

$$\Delta I_{\text{rod}} = I_{\text{rod}} \sqrt{\left(\frac{\Delta k}{\bar{k}}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta T}{T_{\text{ср}}}\right)^2} = 3,781 \cdot \sqrt{\left(\frac{0,0047}{0,023}\right)^2 + \left(\frac{2 * 0,04}{6,49}\right)^2} = 0,774 \text{ г. м}^2$$

$$\frac{\Delta I_{\text{rod}}}{I_{\text{rod}}} = 0.20$$

Аналогично погрешность косвенного измерения моментов инерции тел из таблицы 4.

Объекты	$\Delta I, \text{ г. м}^2$
Сплошный диск	0,228
Полный цилиндр	0,151
Сплошной цилиндр	0,058
Шар	0,197

11, Графики,

График 1. Зависимость момента силы от угла закручивания пружины

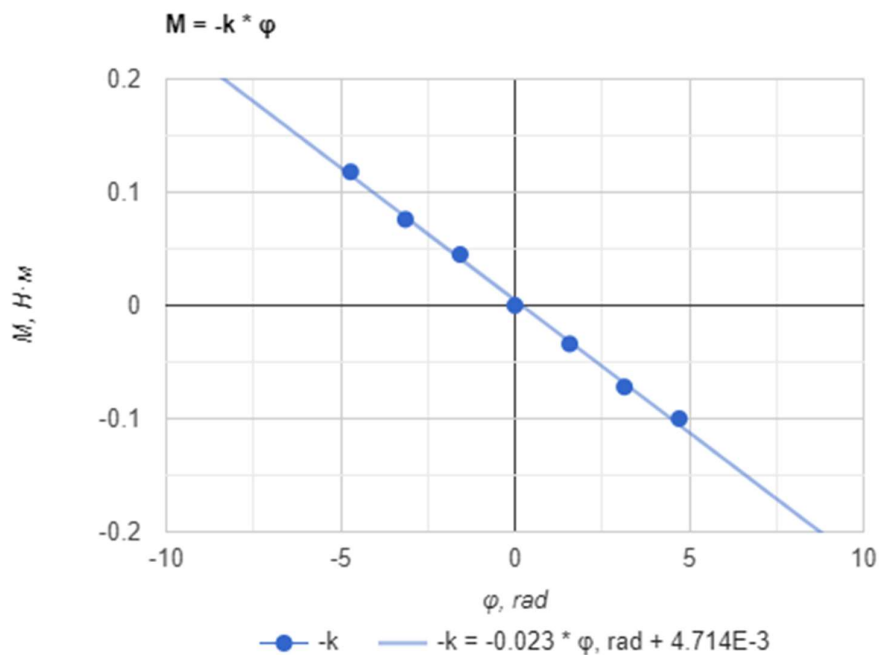


График 2. Зависимость квадрата периода колебаний системы «штанга + грузы» от квадрата расстояния

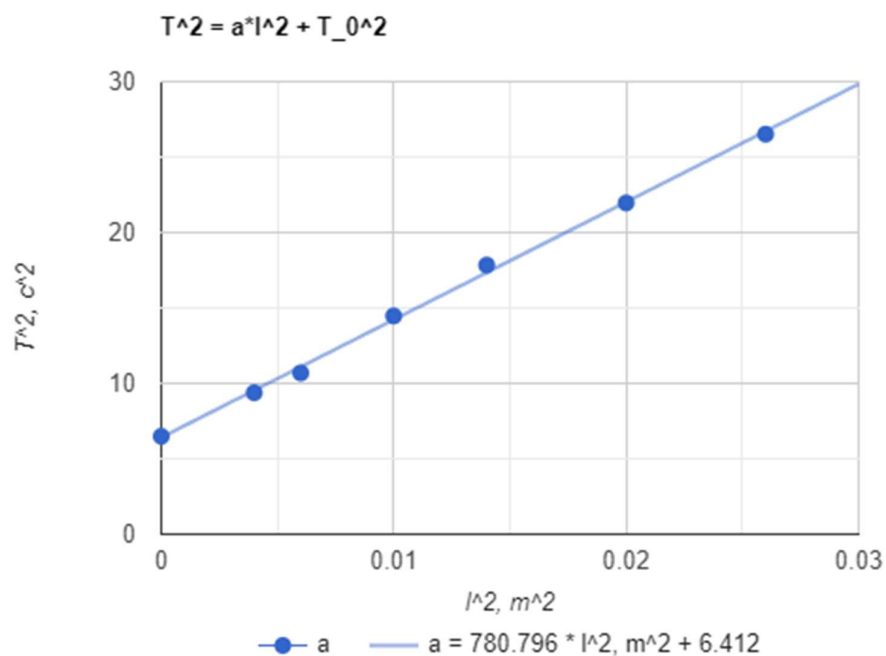
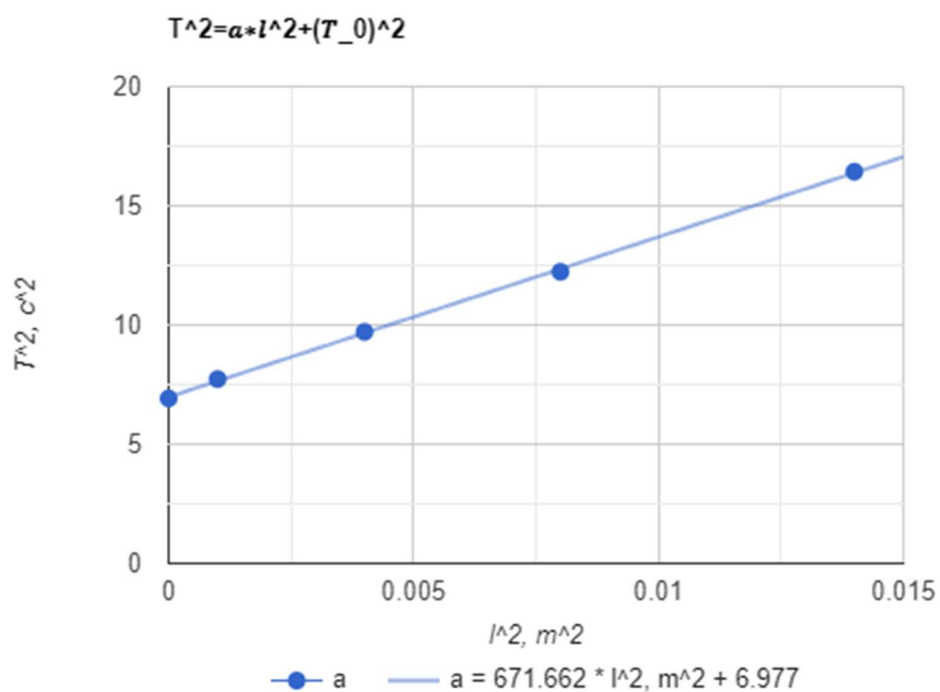


График 3. Зависимость квадрата периода колебаний системы « диск + отверстия» от квадрата расстояния



12, Окончательные результаты,

12.1. Коэффициент угловой жесткости спиральной пружины

$$k = 0,023 \pm 0,005 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

12.2. Центральный момент инерции штанги

$$I_{rod} = 3,781 \pm 0,774 \text{ г} \cdot \text{м}^2 ; \delta = 28\%; \alpha = 0,95.$$

$$I_{rod, \text{теор}} = 5,250 \text{ г} \cdot \text{м}^2$$

12.3. Масса груза

$$m = 227 \text{ г}$$

12.4. Центральный момент инерции грузов.

$$I_c = 0,115 \pm 0,019 \text{ г} \cdot \text{м}^2 ; \delta = 14\%; \alpha = 0,95.$$

$$I_{c \text{ теор}} = 0,134 \text{ г} \cdot \text{м}^2$$

12.5. Центральный момент инерции диска с отверстиями.

$$I_c = 4,000 \pm 0,753 \text{ г} \cdot \text{м}^2 ; \delta = 19\%; \alpha = 0,95$$

$$I_{c \text{ теор}} = 4,939 \text{ г} \cdot \text{м}^2$$

12.6. Центральный момент инерции шара.

$$I_c = 1,435 \pm 0,333 \text{ г} \cdot \text{м}^2 ; \delta = 19\%; \alpha = 0,95$$

$$I_{c \text{ теор}} = 1,768 \text{ г} \cdot \text{м}^2$$

12.7. Центральный момент инерции сплошного диска.

$$I_c = 1,462 \pm 0,774 \text{ г} \cdot \text{м}^2 ; \delta = 14,3\%; \alpha = 0,95$$

$$I_{c \text{ теор}} = 1,706 \text{ г} \cdot \text{м}^2$$

12.8. Центральный момент инерции полого цилиндра.

$$I_c = 0,713 \pm 0,180 \text{ г} \cdot \text{м}^2 ; \delta = 21\%; \alpha = 0,95$$

$$I_{c \text{ теор}} = 0,902 \text{ г} \cdot \text{м}^2$$

12.6. Центральный момент инерции сплошного цилиндра.

$$I_c = 0,474 \pm 0,107 \text{ г} \cdot \text{м}^2 ; \delta = 18,4\%; \alpha = 0,95$$

$$I_{c \text{ теор}} = 0,581 \text{ г} \cdot \text{м}^2$$

13, Выводы и анализ результатов работы,

Как видно по графикам зависимости периода колебаний от смещения тел близки к линейным, что говорит о справедливости теоремы Гюйгенса-Штейнера,

Момент инерции большинства исследуемых тел несколько отличается от теоретических значений (примерно на 20%), Вероятная причина недостоверности некоторых полученных значений в недостаточно хорошем закреплении оси вращения вместе с телом на установке, из-за люфта смещалось положение равновесия тела относительно пружины, Результаты оказались занижены, так как из-за плохого закрепления период колебаний уменьшался, и, следовательно, уменьшалось и экспериментальное значение момента инерции тела,

