

1. Ta xét các giao lộ là giao của 3 điểm.

$$\text{Giao lộ A : } 500 = f_1 + f_2 + f_3$$

$$\text{Giao lộ B : } f_1 + f_4 + f_6 = 400$$

$$\text{Giao lộ C : } f_3 + f_5 = f_6 + 100$$

$$\text{Giao lộ D : } f_2 = f_4 + f_5$$

Ta có phương trình:

$$f_1 + f_2 + f_3 = 500$$

$$f_1 + f_4 + f_6 = 400$$

$$f_3 + f_5 - f_6 = 100$$

$$f_2 - f_4 - f_5 = 0$$

→ ma trận là

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 500 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 400 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 100 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 400 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Chúng ta cho  $f_4, f_5$  và  $f_6$  làm tham số nên ta được

$$f_1 = 400 - f_4 - f_6$$

$$f_2 = f_4 + f_5$$

$$f_3 = 100 - f_5 + f_6$$

Dựa trên thực tế thì các giá trị  $f_1, \dots, f_6$  luôn dương theo đó thì  $f_1 \geq 0, f_3 \geq 0$  suy ra

$$f_4 + f_6 \leq 400$$

$$f_5 - f_6 \leq 100$$

2. xét chiều dương theo chiều kim đồng hồ.

Chú ý 1 nút là giao của ít nhất 3 nhánh nên trong bài ta có 2 nút.

Từ 2 nút ta viết được 1 phương trình nút → Ta có phương trình dòng điện là

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Ta có 2 mắt lưới nên ta có pt

$$E=IR$$

$$20-3I_3-470I_2=0$$

$$470I_3+3I_1-12=0$$

$$\rightarrow \begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ 20 - 3I_3 - 470I_2 = 0 \\ 470I_3 + 3I_1 - 12 = 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow I_1 = \frac{-49}{31}; I_2 = \frac{-49}{31}; I_3 = \frac{-49}{31}$$

3. nhân viên kiểm lâm đưa ra phương trình bậc 2 cho sự phát triển của cây

$$p(x) = r_0 + r_1x + r_2x^2$$

chọn các hệ số  $r_0, r_1, r_2$  sao cho  $p(5) = 3, p(10) = 5$  và  $p(15) = 6$

từ đó ta có 3 phương trình tuyến tính

$$\begin{cases} r_0 + 5r_1 + 25r_2 = 3 \\ r_0 + 10r_1 + 100r_2 = 5 \\ r_0 + 15r_1 + 225r_2 = 6 \end{cases}$$

Từ đó ta giải được

$$r_0 = 0$$

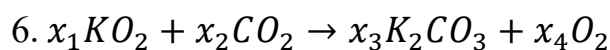
$$r_1 = \frac{7}{10}$$

$$r_2 = \frac{-1}{50}$$

Suy ra  $p(x) = \frac{7}{10}x + \frac{-1}{50}x^2$  nên  $p(12) = 5.52$

10. gọi số lượng lớp nhiều nhất sau 3 năm là  $X_3$

$$\text{Suy ra } X_3 = L^3 * X_0 = L^3 * \begin{bmatrix} 800 \\ 1600 \\ 400 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 600 \\ 1200 \\ 300 \end{bmatrix}$$



$$K \rightarrow x_1 = 2x_3$$

$$O \rightarrow 2x_1 + 2x_2 = 3x_3 + 2x_4$$

$$C \rightarrow x_2 = x_3$$

Suy ra ta có phương trình

$$\begin{cases} x_1 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Ma trận} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 \\ 2 & 2 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{-4}{3} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{-2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{-2}{3} \end{bmatrix}$$

$$\text{Cho } x_4 \text{ là biến tự do } x_1 = \frac{4}{3}x_4; x_2 = \frac{2}{3}x_4; x_3 = \frac{2}{3}x_4$$

$$x_4 = 3; x_1 = 4; x_2 = 2; x_3 = 2$$

$$\text{Ta được: } 4KO_2 + 2CO_2 \rightarrow 2K_2CO_3 + 3O_2$$

8. Biểu thị giá (tức là giá trị đô la) của tổng sản lượng hàng năm của các ngành nông nghiệp, mỏ, sản xuất đặt là pN, pM, và pS, tương ứng.

Ta có các pt

$$.65pN + .20pM + .20pS = pN$$

$$.05pN + .10pM + .30pS = pM$$

$$.30pN + .70pM + .50pS = pS$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} .35pN - .20pM - .20pS = 0 \\ -.05pN + .90pM - .30pS = 0 \\ -.30pN - .70pM + .50pS = 0 \end{cases}$$

$$\text{Ma trận: } \begin{bmatrix} .35 & -.20 & -.20 & 0 \\ -.05 & .10 & -.30 & 0 \\ -.30 & -.70 & .50 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{-.48}{.61} & 0 \\ 0 & 1 & \frac{-.23}{.61} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$pS \text{ là biến tự do nên } pN = \frac{.48}{.61}pS; pM = \frac{.23}{.61}pS$$

$$p = \begin{bmatrix} pN \\ pM \\ pS \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{.48}{.61} pS \\ \frac{.23}{.61} pS \\ pS \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} .48 \\ .23 \\ .61 \end{bmatrix}$$

9.

$$\text{Giao lộ A} \quad 400+600 = x_1+x_2$$

$$\text{Giao lộ B} \quad 400+600 = x_2+x_3$$

$$\text{Giao lộ C} \quad 500+200 = x_3+x_4$$

$$\text{Giao lộ D} \quad 700 = x_1+x_4$$

Ta có hpt

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1000 \\ x_2 + x_3 = 1000 \\ x_3 + x_4 = 700 \\ x_1 + x_4 = 700 \end{cases}$$

$$700 - x_4 = x_1 ; x_2 = 300 - x_4 ; x_3 = 700 - x_4$$

$$\text{Đặt } x_4 = t; 700 - t = x_1; x_2 = 300 - t; x_3 = 700 - t$$

$$\text{Suy ra } 0 \leq x_1 \leq 700 ; 300 \leq x_2 \leq 1000; 0 \leq x_3 \leq 700 ; 0 \leq x_4 \leq 700$$

11.

$$M = \begin{pmatrix} 0.89 & 0.18 \\ 0.11 & 0.82 \end{pmatrix}$$

$$MX=X$$

$$M \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow (M-I) \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -0.11 & 0.18 \\ 0.11 & -0.18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$-11 x_1 + 18x_2=0 \text{ cho } x_1=18t \quad x_2 = 11t$$

$$X = \begin{pmatrix} 18t \\ 11t \end{pmatrix} \rightarrow 18t+ 11t=1 \rightarrow t= 1/29 \rightarrow X = \begin{pmatrix} 18/29 \\ 11/29 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 62.37 \\ 37.93 \end{pmatrix}$$

Số dân ngoại ô chiếm khoảng 37.93%

12.

$$p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$$

$$\text{ta có ma trận} \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 & y_1 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 & y_2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 & x_3^3 & y_3 \\ 1 & x_4 & x_4^2 & x_4^3 & y_4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & -2 \\ 1 & 3 & 9 & 27 & -5 \\ 1 & 4 & 16 & 64 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow a_0=4, a_1=3, a_2=-5, a_3=1$$

Ta được phương trình  $p(x)=4+3x-5x^2+x^3$

$$5. X=AX+b \rightarrow b= X-AX=\begin{bmatrix} 648 \\ 2016 \\ 2016 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0.1 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 648 \\ 2016 \\ 2016 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 180 \\ 1080 \\ 1080 \end{bmatrix}$$

13.

Giao lộ A  $x_1+x_3=20$

Giao lộ B  $x_2=x_3+x_4$

Giao lộ C  $x_1 + x_2 + 80 = 0$

Tổng lưu lượng xe ra vào bằng nhau suy ra  $x_4= -100$

$$\text{Ta có hpt} \begin{cases} x_1 + x_3 = 20 \\ x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 = -80 \\ x_4 = -100 \end{cases}$$

$$\text{Ma trận} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 20 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & -80 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -100 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -100 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -100 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Ta được} \begin{cases} x_1 = 20 - 3 \\ x_2 = x_3 - 100 \\ x_3 \text{ là biến tự do} \\ x_4 = -100 \end{cases}$$

