I)Vector spaces

-Đại số tuyến tính nghiên cứu:+Không gian vecto→ $tập\ hợp\ cá\ vector$

+Phép biến đổi tuyến tính

-Vector +Độ lớn

+Hướng

-Không gian vector gồm: + Phép cộng ∀ $\vec{x}, \vec{y} \in tập\ hợp \ \rightarrow x + y \in tập\ hợp$

+Phép nhân $\forall \vec{x} \in tập\ hợp \ \rightarrow kx \in tập\ hợp(vô\ số\ hướng)$

(k∈ R)

.

Cộng	Nhân
1) Giao hoán	1) $k(x + y) = kx + ky$
2) Kết hợp	2) (h+k)$x = hx + kx$
3) Tồn tại θ: $x + \theta = \theta + x = x$	3) h(kx) $= (hk)x$
4) Tồn tại phản ứng -x: $x + (-x) = \theta$	4) 1$x = x$

→Mỗi phần tử của tập hợp gọi là vector

1) **Kgvt(R^n)=** $\{(\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}\ ,\ldots\ldots \boldsymbol{x_n})\}$

+) $(x_1, x_2 ,\ldots\ldots\ldots\ldots,x_n)$+$(y_1, y_2, \ldots\ldots y_n)$=$(x_1 + y_1, x_2 + y_2,\ldots\ldots\ldots,x_n$+$y_n)$

+) K$(x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n) = (kx_1 , kx_2, \ldots\ldots kx_n)$

2)Kgvt(Mm× $\boldsymbol{n}) = \boldsymbol{tập\ hợp\ các\ ma\ trận\ m \times n}$

+) $(a_{ij})_{m\times n}$+$(b_{ij})_{m\times n} = (a_{ij} + b_{ij})_{m\times n}$

+)K$(a_{ij})_{m\times n}$=(k $a_{ij})_{m\times n}$

3)Không gian $\boldsymbol{P_n}$(tập hợp cá đa thức có bậc $\leq \boldsymbol{n}$)

+) $(a_0 + a_1x+\ldots\ldots+a_nx^n)$+$(b_0 + b_1x+\ldots\ldots+b_nx^n)$

=$(a_0 + b_0)$+$(a_1 + a_1)x^1$ +..........+$(a_n + b_n)x^n$

+) k$(a_0 + a_1x_1 + a_nx^n)$=ka_0+ka_1x^1+........+a_nx^n

II) Linear Funcfion(Hàm tuyến tính)

-Hàm tuyến tính là : +Một phương trình đại số

+Mỗi số hạng là một →hằng số

→biến số độc lập suy nhất có lũy thừa 1

-CTTQ: $f(x)$=ax +b $\begin{cases} a, b: \text{là } hằng\ số \\ x: biến \end{cases}$

↓

$\begin{cases} a: hệ\ số\ góc\ (thể\ hiện\ độ\ dốc) \\ b: hệ\ số\ tự\ do\ (thể\ hiện\ giao\ điểm) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a > 0: độ\ dốc\ dương(dốc \uparrow) \\ a < 0: độ\ dốc\ âm(dốc \downarrow) \end{cases}$

$$\boldsymbol{f(x_1, x_2, \dots \dots, x_k) = b + a_1x_1 + \dots \dots . + x_k a_k}$$

-Hàm hằng số: + Là tuyến tính

+Đa thức bậc không -ánh xạ afin

+Đồ thị :đường nằm ngang

-Hàm tuyến tính+)Là một ánh xạ tồn tại giữa không gian vector → $f(x+y) = f(x) + f(y)$

$\begin{cases} a \in R \\ x, y: phần\ tử\ của \\ không\ gian\ vector \end{cases}$ → $f(ax) = af(x)$

(Bảo toàn phép cộng vector,phép

Nhân vô hướng)

+)Là ánh xạ tuyến tính → $f(0, \dots . ,0) = 0$

→ Hoặc b=0

-III)Linearn algebramatrix(Ma trận đại số tuyến tính)

-Ma trận là : + Các hàm tuyến tính của một loại

+ Kết quả của liên kết hàm tuyến tính

+Trung tâm của đại số tuyến tính

+ $A_{m \times n}$

$R^n \rightarrow R^m$

A)Phương trình tuyến tính trong đại số tuyến tính

1,1)Một phương trình tuyến tính trong cá biến $x_1, x_2, \dots \dots .. x_n$ là một phương trình viết dưới dạng

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \cdots \dots \dots \dots \dots + a_nx_n = b$$

$$\begin{cases} a_{1,\dots\dots,}a_n = là\ một\ số\ thực\ , là\ một\ số\ phức \\ n: là\ một\ số\ nguyên\ dương\ bất\ kì \end{cases}$$

-Hai phương trình tuyến tính được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm

-Một phương trình tuyến tính có : +Không có giải pháp

+Chỉ có một giải pháp

+Vô số giải pháp

a)Kí hiệu ma trận

-Thông tin cần thiết của 1 hệ thống tuyến tính ghi lại một cách chặt chẽ trong một mảnh hình chữ nhật gọi là ma trận

-Ma trận mở rộng bao gồm ma trận hệ số có thêm một cột chứa các hằng số ở vế phải phương trình

-Kích thước của ma trận cho biết nó có bao nhiêu hàng,bao nhiêu cột

-Ma trận m$\times$ n : +m,n là số nguyên dương

+Là một mảng số hình chữ nhật có m hàng ,n cột

b)Giải hệ phương trình tuyến tính

-Thay thế một hệ thống bằng một hệ thống tương đương dễ giải hơn

+Sử dụng số hạng x_1 trong phương trình đầu tiên của một hệ để loại bỏ số hạng x_1 của hệ khác

+Tiếp tục sử dụng số hạng x_2 trong phương trình số 2 của hệ để loại bỏ số hạng x_2 trong phương trình khác ...

+Cho đến cuối cùng thu được một hệ phương trình tương đương rất đơn giản

-3 phép toán cơ bản sử dụng để đơn giản hóa một phương trình tuyến tính

+Thay thế một phương trình bằng tổng chính nó và bội số của phương trình khác

+Hoán đổi 2 phương trình

+Nhân tất cả số hạng trong 1 phương trình với 1 hằng số khác 0

-Lưu ý:+Trong các bài toán thực tế ,hệ phương trình tuyến tính được giải bằng máy tính

+Đổi với các ma trận hệ số vuông các chương trình máy tính luôn sử dụng thuật toán loại trừ

+Phần lớn các bài toán đại số tuyến tính trong kinh doanh và công nghiệp được giải quyết bằng các chương trình sử dụng "phép tính dấu phẩy động"

1,2)Giảm hàng và hình thức cao cấp(áp dụng cho mọt hệ phương trình tuyến tính ,mọi ma trận)

-Một hàng hoặc cột khác 0 trong ma trận có nghĩa là 1 hàng hoặc cột chứa ít nhất một mục khác 0

-Sự định nghĩa:1 ma trận hình chữ nhật nằm trong hình thức cấp bậc nếu có 3 tính chất sau

+1)Tất cả các hàng khác 0 đều nằm phía trên bất kì hàng nào toàn số 0

+2)Mỗi mục nhập hàng đầu của 1 hàng nằm ở phía bên phải mục nhập hàng đầu của hàng phía trên nó

+3)Tất cả các mục trong cột bên dưới mục dẫn đầu đều là số 0

+4)Mục nhập đầu tiên trong mỗi hàng khác 0 là 1

+5)Mỗi số 1 đứng đầu là số duy nhất khác 0trong cột của nó

-Bất kì ma trận khác 0 nào cũng có thể được giảm hàm thành nhiều hơn một ma trận ở dạng bậc thang ,sử dụng các chuỗi phép toán khác nhau .Dạng bậc thang rút gọn thì được từ ma trận là duy nhất

Định lý 1:Tính duy nhất của bậc thang rút gọn

Mỗi ma trận tương đương một hàng với 1 và chỉ 1 ma trận bậc thang rút gọn

-Nếu ma trận A tương đương hàng với ma trận bậc thang U→Gọi U là ma trận bậc thang rút gọn của A gọi là dạng bậc thang rút gọn của A

Định nghĩa:Vị trí trục trong ma trận A là vị trí trong A tương đương với 1 số đứng đầu trong dạng bạc thang rút gọn của A .Cột trục là cột của A chứa vị trí trục

-Thuật toán giảm hàng

Bước 1:Bắt đầu với cột khác không ở ngoài cùng bên trái ,đây là cột trục .Vị trí trục nằm trên cùng

Bước 2:Chọn một mục khác 0 trong cột trục bằng trục .Nếu cần hãy hoán đổi cá hàng để di chuyển mục này vào vị trí trục

Bước 3:Sử dụng thao tác thay thế để tạo số 0 ở mọi vị trí bên dưới trục

Bước 4 :Che hàng chứa vị trí trục và che các hàng phía trên nó.....Áp dụng các bước 1-3 cho ma trận còn lại đến khi không còn hàng nào khác để sửa đổi

Bước 5:Bắt đầu với trục bên phải nhất và làm việc lên trên và sang trái ,tạo số 0 phía trên mỗi trục.Nếu trục không phải là 1

Định lý 2:Định lý tồn tại duy nhất

Một hệ hống tuyến tính là nhất quán khi và chỉ khi cột ngoài cùng bên phải của ma trận tăng cường không phải là cột trục -nghĩa là khi và chỉ khi dangj bậc thang của ma trận tăng cường không có hàng nào có dạng:

$$[\mathbf{0} \ldots\ldots \mathbf{0} \ldots\ldots\ldots\ldots \boldsymbol{b}] \quad \mathbf{b} \neq \mathbf{0}$$

1,4)Ma trận A$x = b$

Định nghĩa:Nếu A là ma trận m$\times$ n với các cột $a_1, a_2, \ldots\ldots.. a_n$,và nếu $x \in R^n$ thì tích của A và x kí hiệu là Ax là tổ hợp tuyến tính của các cột của A sử dụng các cột tương trong ứng trong x làm trọng số

$$Ax = [a_1 \quad a_2 \quad\quad a_n] \times \begin{bmatrix} x_1 \\ x_n \end{bmatrix} = x_1 a_1 + x_2 a_2 + \cdots \ldots . x_n a_n$$

Định lý 3 : Nếu A là 1 ma trận đơn,với các cột $a_1 \ldots\ldots.. a_n$,và nếu b thuộc R^n phương trình ma trận :

$$Ax = b$$

Có cùng tập nghiệm với phương trình vector

$$x_1a_1 + x_2a_2 + \cdots \dots \dots + x_na_n = b$$

Có cung tập nghiệp hệ phương trình tuyến tính có ma trận mở rộng là

$$[a_1 \quad a_2 \quad \dots \dots \ a_n \quad b\ ]$$

-Phương trình $Ax = b$ có nghiệm khi và chỉ khi b là tổ hợp tuyến tính của các cột trong A

Định lý 4: Cho A là ma trận m$\times$ n khi đó các mệnh đề sau đây tương đương về các mặt logic Nghĩa là ,đối với 1 A cụ thể ,hoặc tất cả đều là mệnh đề đúng hoặc tất cả đều là mệnh đề sai

a) Đối với mỗi a thuộc R^m,pt $Ax = b$ có một nghiệm

b) Mỗi b$\in$ R^m là tổ hợp tuyến tính của các cột của A

c) Các cột của A span R^m

d) A có 1 vị trí trục ở mỗi hàng

-Tính chất của ma trận vector Ax

Định lý 5: Nếu là ma trận đơn ,u và v là các vector thuộc R^n,c là vô số hướng

a) $A(u + v)$=Au+Av

b) A(cu) =c(Au)

1,5) Bộ giải của hệ phương phương

-Hệ phương trình tuyến tính đồng dạng được viết dưới dạng A$x = 0$

$$\begin{cases} A \text{ là } ma\ trận\ m \times n \\ 0: \text{là } vector\ 0 \in R^m \end{cases}$$

Trong hệ như vậy $Ax = 0$ có nghiệm không tầm thường khi và chỉ khi phương trình có ít nhất 1 biến tự do

Định lý 6:Giả sử phương $Ax = b$ là nhất quán với một số b cho trước và cho p là 1 nghiệm .Khi đó tập nghiệm A$x = b$ là tập hợp tất cả các số hạng có dạng $w = p + V_n$ trong đó V_n là bất kì là nghiệm nào của phương trình đồng dạng A$x = 0$

1,7)Độc lập tuyến tính

Định nghĩa : 1 tập hợp vecor chỉ có số $\{v_1 \ldots \ldots . v_p\}$ thuộc R^n được gọi là độc lập tuyến tính nếu phương trình:

$$x_1v_1 + x_2v_2 + \cdots + x_nv_p = 0$$

Định lý 7: Đặc điểm của các tập phụ thuộc tuyến tính

Một tập hợp chỉ số S=$\{v_1 \ldots \ldots . v_p\}$ của 2 hoặc nhiều vector phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi ít nhất một trong các vector trong S là tổ hợp tuyến tính của các vector khác

Trên thực tế ,nếu S phụ thuộc tuyến tính và $v_1 \neq 0$, thì một số V_j (j> 1) là tổ hợp tuyến tính cảu các vector khác

Định lý 8: Nếu một tập hợp chứa nhiều vector hơn số mục trong mỗi vector ,thì tập hợp đó phụ thuộc thuộc tuyến tính .Nghĩa là bất kì tập hợp vào $\{v_1 \ldots \ldots . v_p\} \in R^n$ phụ thuộc tuyến tính nếu $p > n$

Định lý 9: Nếu S=$\{v_1 \ldots \ldots v_p\} \in R^n$ chứa vector 0 thì tập hợp này phụ thuộc tuyến tính

1,9) Ma trận của phép biến đổi tuyến tính

Định lý 10: Cho T:$R^n \rightarrow R^m$ là phép biến đổi , khí đó tồn tại một ma trận duy nhất

T$(x) = Ax$ với mọi x trong R^n

$$\begin{cases} A \text{ là } ma\ trận\ m \times n\ có\ cột\ j\ thuộc\ vector\ T \\ e_j \text{ là } cột\ thứ\ j\ của\ ma\ trận\ đơn\ vị\ \in R^n \end{cases}$$

A=$[T(e_j) \ldots \ldots . . T(e_n)]$

B)Đại số ma trận

1) $Phân\ tích\ giải\ pháp\ của\ hệ\ thống\ luồng\ khí$

↓

Hình dung luồng khí

↓

Sử dụng đồ họa máy tính

↑ $cung\ cấp$

Đại số tuyến tính

-Mô hình khung dây của máy bay

Lưu trữ dưới dạng dữ liệu trong ma trận

↓ $hình\ ảnh\ hiển\ thị$

Có thể thay đổi tỷ lệ ,phóng to hoặc thu nhỏ các vùng và xoay hình ảnh ,xem được các phần bị ẩn

2)Ứng dụng trong mô hình kinh tế

-Quy tắc

X:(đơn vị sp) được sản xuất và bán ra

P :giá bán 1 sản phẩm

R:doanh thu

-CT: R=$x \times p$

-Thực hiện

+Lập ma trận x

+Lập ma trận p$\rightarrow$ $tính\ R$

3) -Xử lý dữ liệu trong AI

VD: 1 tập dữ liệu được gửi dưới dạng ma trận mỗi hàng biểu diễn một mẫu -1 cột biểu diễn 1 tính năng

-Mang noron :+ Ma trận sử dụng để biểu diễn trọng số, độ lệch của noron để

+)Lan truyền tiến

+)Lan truyền lùi

→Đưa ra dự đoán và cập nhận trọng số

-Hình ảnh $\xrightarrow{biểu\ diễn}$Ma trận $\xrightarrow{lọc\ ,tích\ chập}$ Xử lý hình ảnh

-Xử lý ngôn ngữ tự nhiên

$\downarrow$ *biểu diễn dữ liệu văn bản*

+Các dạng biểu diễn từ vector

Các câu biểu diễn dưới dạng ma trận của vector

+Tính toán độ tương đồng và phân loại được thực hiện trên các ma trận