

Câu 1. (2 điểm)

Cho ma trận cấp ba $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, tính A^{2018} .

Câu 2. (5 điểm) Tính định thức của các ma trận:

$$A = \begin{pmatrix} x+1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 1 & x+2 & 3 & \dots & n \\ 1 & 2 & x+3 & \dots & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & n \\ 1 & 2 & 3 & \dots & x+n \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2^2 & 2^3 & 2^4 \\ 1 & 3 & 3^2 & 3^3 & 3^4 \\ 1 & 4 & 4^2 & 4^3 & 4^4 \\ 1 & 5 & 5^2 & 5^3 & 5^4 \\ 1 & 6 & 6^2 & 6^3 & 6^4 \end{pmatrix}.$$

Câu 3. (3 điểm) Giải và biện luận theo m hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x + my + z = 1, \\ x + 2my + z = m, \\ x + my + 2z = 1. \end{cases}$$

Câu 4. (4 điểm)

a) Trong không gian các đa thức có bậc nhỏ hơn hoặc bằng hai $P_2(x)$, cho tập M gồm các đa thức $p(x)$ thỏa mãn $p(2) = 0$; $p(3) = 2p(-1)$. Chứng minh M là không gian con của $P_2(x)$. Tìm số chiều và một cơ sở của M .

b) Cho ánh xạ tuyến tính $f: V \rightarrow W$ có hai giá trị thực riêng λ_1, λ_2 cùng hai véc tơ riêng khác không tương ứng v_1, v_2 . Chứng minh rằng v_1, v_2 độc lập tuyến tính.

Câu 5. (4 điểm)

a) Trong mặt phẳng có bao nhiêu hình chữ nhật được tạo thành từ bốn đường thẳng song song với nhau và năm đường thẳng đôi một khác nhau cùng vuông góc với bốn đường thẳng song song đó?

b) Cho góc nhọn xOy , có 7 điểm phân biệt trên tia Ox , 8 điểm phân biệt trên tia Oy , 9 điểm phân biệt trong góc xOy , với 25 điểm đã cho (tính cả điểm O) ngoài các điểm trên tia Ox và tia Oy thì không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành có đỉnh là các điểm đã cho.

Câu 6. (2 điểm)

a) Cho A là ma trận vuông cấp 5 có định thức bằng 100. Hỏi ma trận $4A$ có định thức bằng bao nhiêu?

b) Tìm một đa thức khác đa thức không với hệ số nguyên có bậc nhỏ nhất nhận số thực $x = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3}$ làm nghiệm.