

**Câu 1. (5 điểm)**

a) Cho dãy số  $\{x_n\}$  được xác định bởi:  $x_1 = \frac{1}{2}$ ,  $x_{n+1} = \frac{1}{2} \left( x_n + \sqrt{x_n^2 + \frac{1}{4^n}} \right)$ .

Tính  $x_{2017} = ?$

b) Cho  $S_n = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}}$ . Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$

**Câu 2. (3 điểm)**

Tìm tất cả các giá trị của  $a, b$  để hàm số sau liên tục trên  $\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(1-x^5)}{1-x}, & x < 1 \\ 2x - a, & 1 \leq x \leq 3 \\ \frac{\ln(x^2-8)}{x-3} - 2a + 3b, & x > 3. \end{cases}$$

**Câu 3. (3 điểm)** Cho số thực dương  $m$  và các số thực  $a, b, c$  thỏa mãn điều kiện

$$\frac{a}{m+2} + \frac{b}{m+1} + \frac{c}{m} = 0.$$

Chứng minh rằng phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  có nghiệm.

**Câu 4. (3 điểm)** Cho hàm số  $f(x)$  khả vi trên đoạn  $[0, 1]$  và thỏa mãn điều kiện

$$f(0) = 0, f(1) = 1.$$

Chứng minh rằng tồn tại hai số thực phân biệt  $a, b \in (0, 1)$  sao cho:  $f'(a)f'(b) = 1$ .

**Câu 5. (3 điểm)** Tính

$$I = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{nx^n}{2017 + x^n} dx.$$

**Câu 6. (3 điểm)** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0, 2017]$  và thỏa mãn điều kiện

$$f(x) + f(2017 - x) = 0, \forall x \in [0, 2017]. \text{ Chứng minh rằng } \int_0^{2017} f(x) dx = 0 \text{ và phương trình}$$

$$(2017 - x)f(x) = 2017 \int_0^{2017-x} f(t) dt \text{ có nghiệm trong khoảng } (0, 2017).$$