

**Câu 1. (5 điểm)**

a) Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ , biết:  $S_n = \sqrt{\frac{1}{n^3}} + \sqrt{\frac{2}{n^3}} + \dots + \sqrt{\frac{n}{n^3}}$  với  $n \geq 1$ .

b) Cho dãy số  $(x_n)$  được xác định như sau  $x_n = \frac{1}{\sqrt{n^3} + \sqrt{n}}, n \geq 1$ .

Chứng minh rằng:  $x_1 + x_2 + \dots + x_{2016} < 2$ .

**Câu 2. (3 điểm)** Cho  $f(x)$  là hàm liên tục trên  $[0, +\infty)$  thỏa mãn điều kiện  $f(x) \geq 0, \forall x \geq 0$  và

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{2015}{2016}$ . Chứng minh rằng luôn  $\exists c \geq 0$  sao cho  $f(c) = c$ .

**Câu 3. (3 điểm)** Xét sự hội tụ của chuỗi số.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^n}$$

**Câu 4. (4 điểm)**

a) Viết đa thức Maclaurin cấp 10 của hàm số  $y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$ .

b) Tính tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^2(\sqrt[2015]{\cos x}) + \sin^2(\sqrt[2015]{\sin x})) dx$ .

**Câu 5. (2 điểm)** Tìm hàm  $f(x), g(x)$  biết

$$\begin{cases} f(x+1) + xg(x+1) = 2x \\ f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) + g\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = x-1 \end{cases}$$

**Câu 6. (3 điểm)**

Cho hàm số  $f \in C^2([0,1])$  Chứng minh rằng tồn tại số  $c \in (0,1)$  sao cho:

$$\int_0^1 f(x) dx = f(0) + \frac{1}{2}f'(0) + \frac{1}{6}f''(c)$$

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*