

**Câu 1. (5 điểm)** Cho ma trận cấp ba

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

- a) Tính các giá trị riêng của ma trận  $A$
- b) Chứng minh rằng: nếu  $\lambda$  là giá trị riêng của  $A$  thì  $\lambda^n$  là giá trị riêng của  $A^n$ ; với mọi  $n$  nguyên dương.
- c) Tính định thức của ma trận  $(A^4 + A^{2017})$ .

**Câu 2. (3 điểm)** Tính định thức của ma trận sau

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

**Câu 3. (4 điểm)** Công ty cây xanh đô thị thực hiện dự án thay thế các cây già cỗi và cây không đúng chủng loại bởi các cây mới. Công ty thực hiện chương trình trong bốn tháng. Trong mỗi tháng công ty sẽ chặt bỏ 10% tổng số cây xanh trong thành phố tính tới ngày đầu tiên của tháng, đồng thời thực hiện trồng thêm một số cây xanh. Cụ thể trong tháng thứ nhất sẽ trồng thêm 100 cây, tháng thứ hai trồng thêm 102 cây, tháng thứ ba trồng thêm 104 cây, tháng cuối cùng trồng thêm 106 cây. Tại buổi tổng kết dự án người ta cho biết: tổng số cây hiện tại trong thành phố đã tăng thêm 80 so với trước khi thực hiện Dự án. Hỏi hiện nay thành phố có bao nhiêu cây xanh?

**Câu 4. (3 điểm)** Biết rằng phép quay có tâm là gốc tọa độ và góc quay là  $\alpha = \frac{\pi}{3}$  ngược chiều quay của kim đồng hồ trong mặt phẳng

$$\begin{aligned} f: R^2 &\rightarrow R^2 \\ (x, y) &\mapsto (x', y') \end{aligned}$$

là một ánh xạ tuyến tính. Tìm ma trận biểu diễn của phép quay trong hệ cơ sở chính tắc:  
 $S = \{e_1 = (1, 0), e_2 = (0, 1)\}$ .

**Câu 5.( 5 điểm)**

a) Cho đa thức  $Q(x) = (2 - 4x + x^3)^{20} (3 - 5x + 8x^2 - 6x^3)^{2014} = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ .

Hãy tính tổng các hệ số  $a_n + a_{n-1} + \dots + a_1 + a_0$  của đa thức  $Q(x)$  ?

b) Một số tự nhiên được gọi là số thú vị nếu số này có 8 chữ số đôi một khác nhau được lập ra từ  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  và chia hết cho 1111. Hỏi có bao nhiêu số các số thú vị được tạo ra từ tập  $A$  nói trên?