BỘ MÔN TOÁN

========*****************========

ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN OLYMPIC

TOÁN SINH VIÊN NĂM 2025

Môn: Giải tích

Thời gian: 120 phút

Câu 1.(3 điểm) Cho dãy số x_n được xác định như sau $a_1 = a_2 = 1$,

$a_{n+2} = \dfrac{1}{a_{n+1}} + a_n, n = 1, 2, 3, \ldots$ Tính a_{2025}.

Câu 2.(2 điểm) Tính giới hạn $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n}{n^2+1^2} + \dfrac{n}{n^2+2^2} + \ldots + \dfrac{n}{n^2+n^2}\right)$

Câu 3. (2 điểm)

a) Tìm tất cả các giá trị của a,b để hàm số sau liên tục trên R.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^{100} - 2x + 1}{x^{50} - 2x + 1}, & x < 1 \\ \dfrac{a}{24}, & 1 \le x \le 2 \\ \dfrac{\ln(x^2 - 3)}{x - 2} + a + 2b, & x > 2. \end{cases}$$

Câu 4. (4 điểm)

a) Xét tính khả vi của hàm số . $y = |(x-1)(x-2)(x-3)|$

b) Cho hàm số $f(x) = \dfrac{3}{x^2 + 5x - 6}$, tính $f^{(50)}(x)$.

Câu 5.(3 điểm) Tính các tích phân

$a)\displaystyle\int \frac{(x^2+1)dx}{x^4+1}$ b) $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{x^2+x+1}}$

Câu 6.(2điểm) Chứng minh rằng phương trình $\boldsymbol{x} - \cos\boldsymbol{x} = 0$ có một nghiệm thuộc khoảng trong $(0, \frac{\pi}{2})$.

Câu 7.(2 điểm) Cho hàm f liên tục trên $[a, b]$ khả vi trong (a, b). Chứng minh rằng tồn tại $\alpha, \beta, \gamma \in (a, b)$ sao cho

$$f'(\alpha) = \frac{a+b}{4}\frac{f'(\beta)}{\beta} + \frac{a^2+ab+b^2}{6}\frac{f'(\gamma)}{\gamma^2}.$$

Câu 8. (2 điểm)

Tìm hàm $f(x)$ khả vi thỏa mãn với mọi $x \neq 0$

$$3x^2 f'(x) + x^3 f''(x) = -1,\ f(1) = 1, f(-2) = -1.$$

BỘ MÔN TOÁN

========****************========

ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN OLYMPIC
TOÁN SINH VIÊN NĂM 2025

Môn: Giải tích

Thời gian: 120 phút

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.