

Bài tập về nhà môn Numerical Linear Algebra - Đợt 3

Nguyễn Trung Đức – 21110269

Ngày 20 tháng 10 năm 2023

3.1: Prove that if W is an arbitrary nonsingular matrix, the function $\|\cdot\|_W$ defined by (3.3) is a vector norm.

Giải

$$\|x\|_W = \|Wx\| \tag{3.3}$$

Với mọi ma trận nonsingular W , ta có:

- $\|x\|_W = \|Wx\| \geq 0$, và $\|x\|_W = \|Wx\| = 0 \Leftrightarrow Wx = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (Vì W là ma trận nonsingular)
- $\|\alpha x\|_W = \|\alpha Wx\| = |\alpha| \|Wx\| = |\alpha| \|x\|_W$
- $\|x + y\|_W = \|W(x + y)\| = \|Wx + Wy\| \leq \|Wx\| + \|Wy\| = \|x\|_W + \|y\|_W$

Vậy $\|\cdot\|_W$ là một chuẩn.