

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (14,0 điểm)

Câu 1: Cho  $a, b$  là các số thực dương thỏa mãn  $a + b = 8$  và  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 2ax + 1} - \sqrt{bx + 1}}{x} = 5$ .

Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?

- A.  $a \in (2; 4)$ . B.  $a \in (3; 8)$ . C.  $b \in (3; 5)$ . D.  $b \in (4; 9)$ .

Câu 2: Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1$ , đường thẳng  $\Delta: \frac{x-6}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}$  và điểm  $M(4; 3; 1)$ . Trong các mặt phẳng sau, mặt phẳng nào đi qua  $M$ , song song với  $\Delta$  và tiếp xúc với mặt cầu  $(S)$ ?

- A.  $2x - 2y + 5z - 22 = 0$ . B.  $2x + y + 2z - 13 = 0$ .  
C.  $2x + y - 2z - 1 = 0$ . D.  $2x - y + 2z - 7 = 0$ .

Câu 3: Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + 3n - 2, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tính  $u_{2019}$ .

- A.  $u_{2019} = 6095381$ . B.  $u_{2019} = 810600$ . C.  $u_{2019} = 6107482$ . D.  $u_{2019} = 6207426$ .

Câu 4: Cho tứ diện  $ABCD$  có  $AB$  vuông góc với  $CD$  và  $AB = a, CD = b$ . Gọi  $I, J$  lần lượt là trung điểm của  $AB$  và  $CD$ , điểm  $M$  thuộc đoạn  $IJ$  sao cho  $IM = \frac{1}{3}IJ$ . Gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng qua  $M$  và song song với  $AB$  và  $CD$ . Diện tích thiết diện của tứ diện  $ABCD$  cắt bởi mặt phẳng  $(\alpha)$  là

- A.  $\frac{2ab}{9}$ . B.  $\frac{4ab}{9}$ . C.  $\frac{2ab}{3}$ . D.  $\frac{3ab}{2}$ .

Câu 5: Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(3; 1; 0), B(0; -1; 0), C(0; 0; -6)$ . Nếu tam giác  $A'B'C'$  có các đỉnh thỏa mãn hệ thức  $\overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{B'B} + \overrightarrow{C'C} = \vec{0}$  thì tam giác  $A'B'C'$  có tọa độ trọng tâm là

- A.  $(3; -2; 0)$ . B.  $(2; -3; 0)$ . C.  $(1; 0; -2)$ . D.  $(3; -2; 1)$ .

Câu 6: Cho các số dương  $a, b, c$  khác 1 thỏa mãn  $\log_a(bc) = 2; \log_b(ca) = 4$ . Giá trị của  $\log_c(ab)$  là

- A.  $\frac{6}{5}$ . B.  $\frac{10}{9}$ . C.  $\frac{8}{7}$ . D.  $\frac{7}{6}$ .

Câu 7: Tìm  $m$  để đường thẳng  $y = x - 2m$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{x-3}{x+1}$  tại hai điểm phân biệt?

- A.  $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -3 \end{cases}$ . B.  $-3 < m < 1$ . C.  $-3 \leq m \leq 1$ . D.  $\begin{cases} m > 1 \\ m < -3 \end{cases}$ .

Câu 8: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đường  $y = x^2 + x - 1$  và  $y = x^4 + x - 1$  là

- A.  $\frac{8}{15}$ . B.  $\frac{7}{15}$ . C.  $\frac{2}{5}$ . D.  $\frac{4}{15}$ .

Câu 9: Cho hai đường thẳng  $Ax$ ,  $By$  chéo nhau và vuông góc với nhau, có  $AB$  là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó và  $AB = a$ . Hai điểm  $M$  và  $N$  lần lượt di động trên  $Ax$  và  $By$  sao cho  $MN = b$ . Xác định độ dài đoạn thẳng  $AM$  theo  $a$  và  $b$  sao cho thể tích tứ diện  $ABMN$  đạt giá trị lớn nhất.

- A.  $AM = \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{3}}$ . B.  $AM = \sqrt{\frac{b^2 - a^2}{2}}$ . C.  $AM = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{2}$ . D.  $AM = \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{3}$ .

Câu 10: Gọi  $x_1, x_2$  là 2 nghiệm của phương trình  $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 4$ . Khi đó  $x_1^2 + 2x_2^2$  bằng

- A. 2. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 11: Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(1;0;0)$ ,  $B(-2;0;3)$ ,  $M(0;0;1)$  và  $N(0;3;1)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua các điểm  $M, N$  sao cho khoảng cách từ điểm  $B$  đến  $(P)$  gấp hai lần khoảng cách từ điểm  $A$  đến  $(P)$ . Có bao nhiêu mặt phẳng  $(P)$  như vậy?

- A. Có vô số mặt phẳng  $(P)$ . B. Có hai mặt phẳng  $(P)$ .  
C. Chỉ có một mặt phẳng  $(P)$ . D. Không có mặt phẳng  $(P)$  nào.

Câu 12: Cho hàm số  $y = x - \sin 2x + 3$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại  $x = -\frac{\pi}{6}$ . B. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = -\frac{\pi}{6}$ .  
C. Hàm số đạt cực đại tại  $x = \frac{\pi}{2}$ . D. Hàm số đạt cực tiểu tại  $x = \frac{\pi}{2}$ .

Câu 13: Cho khối lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có thể tích  $V$ . Gọi  $I$  và  $J$  lần lượt là trung điểm của hai cạnh  $AA'$  và  $BB'$ . Khi đó thể tích của khối đa diện  $ABCC'IJ$  là

- A.  $\frac{3V}{4}$ . B.  $\frac{2V}{3}$ . C.  $\frac{4V}{5}$ . D.  $\frac{3V}{5}$ .

Câu 14: Cho  $a$  và  $b$  là các số dương thỏa mãn  $\log_3 a + \log_4 b^2 = 5$  và  $\log_4 a^2 + \log_3 b = 7$ . Tính giá trị biểu thức  $T = ab$ .

- A.  $T = 8$ . B.  $T = 2^9$ . C.  $T = 2^{18}$ . D.  $T = 2$ .

Câu 15: Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (3-x)(x^2-1) + 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $g(x) = f(x) - x^2 - 1$  đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A.  $(-\infty; 1)$ . B.  $(-1; 0)$ . C.  $(1; 2)$ . D.  $(3; +\infty)$ .

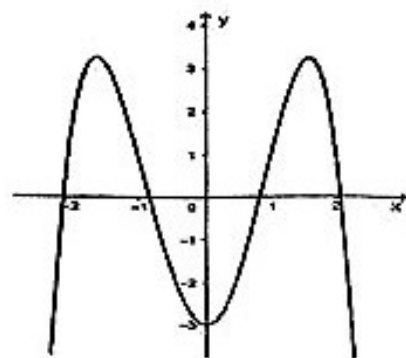
Câu 16: Cho biểu thức

$$P(x) = (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12} + (1+x)^{13} + (1+x)^{14} + (1+x)^{15}.$$

Hệ số của số hạng chứa  $x^9$  trong khai triển thành đa thức của  $P(x)$  là

- A. 3003. B. 8000. C. 8008. D. 3000.

Câu 17: Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ bên. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào đúng?



A.  $a < 0, b > 0, c < 0$ .

B.  $a > 0, b < 0, c > 0$ .

C.  $a > 0, b < 0, c < 0$ .

D.  $a < 0, b < 0, c < 0$ .

Câu 18: Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SB = SC = BC = CA = a$ , hai mặt  $(ABC)$  và  $(ASC)$  cùng vuông góc với  $(SBC)$ . Thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$  là

A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

B.  $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$ .

C.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .

D.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

Câu 19: Biết rằng  $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + x + 1} dx = \frac{\pi\sqrt{a}}{b}$  ( $a, b \in \mathbb{Z}, a < 10$ ). Khi đó  $a + b$  có giá trị bằng

A. 14.

B. 15.

C. 13.

D. 12.

Câu 20: Cho các số thực  $x, y$  thỏa mãn bất đẳng thức  $\log_{4x^2+9y^2}(2x+3y) \geq 1$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = x + 3y$  là

A.  $\frac{3}{2}$ .

B.  $\frac{2+\sqrt{10}}{4}$ .

C.  $\frac{5+\sqrt{10}}{4}$ .

D.  $\frac{3+\sqrt{10}}{4}$ .

Câu 21: Một hình nón tròn xoay có đường sinh bằng  $2a$ . Thể tích lớn nhất của khối nón đó là

A.  $\frac{16\pi a^3}{3\sqrt{3}}$ .

B.  $\frac{16\pi a^3}{9\sqrt{3}}$ .

C.  $\frac{4\pi a^3}{3\sqrt{3}}$ .

D.  $\frac{8\pi a^3}{3\sqrt{3}}$ .

Câu 22: Thể tích  $V$  của vật tròn xoay sinh ra khi quay đường tròn  $x^2 + (y-3)^2 = 4$  quanh trục  $Ox$  là

A.  $V = 16\pi$ .

B.  $V = 36\pi^2$ .

C.  $V = 24\pi^2$ .

D.  $V = 24\pi$ .

Câu 23: Cho phương trình  $\cos 2x - (2m+1)\cos x + m+1 = 0$ , với  $m$  là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để phương trình đã cho có nghiệm trên khoảng  $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ ?

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Câu 24: Cho tập hợp  $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ . Chọn ngẫu nhiên ba số từ tập  $S$ . Tính xác suất  $p$  của biến cố trong ba số được chọn ra không chứa hai số nguyên liên tiếp nào.

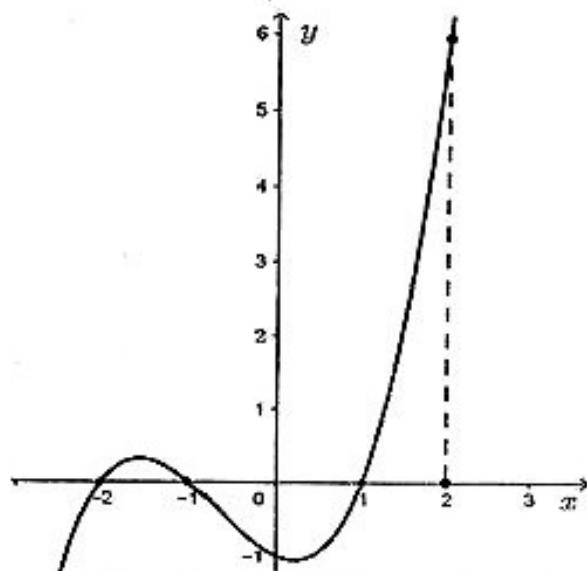
A.  $p = \frac{5}{21}$ .

B.  $p = \frac{5}{16}$ .

C.  $p = \frac{3}{16}$ .

D.  $p = \frac{5}{12}$ .

Câu 25: Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x)$ . Đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  được cho như hình vẽ dưới đây:



Biết rằng  $f(-1) + f(0) < f(1) + f(2)$ . Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $y = f(x)$  trên đoạn  $[-1; 2]$  lần lượt là:

- A.  $f(1); f(2)$ .      B.  $f(2); f(0)$ .      C.  $f(0); f(2)$ .      D.  $f(1); f(-1)$ .

Câu 26: Cho hàm số  $y = \frac{\ln x - 4}{\ln x - 2m}$  với  $m$  là tham số. Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên dương của  $m$  để hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; e)$ . Số phần tử của  $S$  là

- A. 2.      B. 1.      C. 4.      D. 3.

Câu 27: Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a\sqrt{2}$ , biết các cạnh bên tạo với đáy góc  $60^\circ$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(SAC)$  và  $(SCD)$ . Tính  $\tan \alpha$ .

- A.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .      B.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$ .      C.  $\tan \alpha = \frac{\sqrt{21}}{3}$ .      D.  $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

Câu 28: Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(P): x + 4y - 2z - 6 = 0$ ,  $(Q): x - 2y + 4z - 6 = 0$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa giao tuyến của  $(P), (Q)$  và cắt các trục tọa độ tại các điểm  $A, B, C$  sao cho hình chóp  $O.ABC$  là hình chóp đều. Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  là

- A.  $x + y + z - 6 = 0$ .      B.  $x + y + z + 6 = 0$ .      C.  $x + y + z - 3 = 0$ .      D.  $x + y - z - 6 = 0$ .

Câu 29: Cho phương trình  $5^x + m + \log_{\frac{1}{5}}(x - m) = 0$  với  $m$  là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  thuộc khoảng  $(-20; 20)$  để phương trình đã cho có nghiệm thực?

- A. 20.      B. 21.      C. 18.      D. 19.

Câu 30: Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA, SB, SC$  đôi một vuông góc và  $SA = SB = SC = a$ . Tính bán kính  $r$  của mặt cầu nội tiếp hình chóp  $S.ABC$  (mặt cầu nội tiếp hình chóp là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của hình chóp và có tâm nằm trong hình chóp).

- A.  $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ .      B.  $r = \frac{a}{1 + \sqrt{3}}$ .      C.  $r = \frac{a}{3 + \sqrt{3}}$ .      D.  $r = \frac{a}{6}$ .

Câu 31: Cho hàm số  $y = \frac{1}{\sqrt{x^3 - 3x^2 + m - 1}}$  với  $m$  là tham số. Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để đồ thị hàm số đã cho có 4 đường thẳng tiệm cận.

- A.  $1 < m < 5$ .      B.  $-1 < m < 2$ .  
C.  $m < 1$  hoặc  $m > 5$ .      D.  $m > 2$  hoặc  $m < -1$ .



Câu 32: Cho hàm số  $f(x) = e^{2x}$ . Nguyên hàm  $\int f(x) dx$  là

A.  $\int f(x) dx = e^{2x} + C.$

B.  $\int f(x) dx = \frac{e^{2x+1}}{2x+1} + C.$

C.  $\int f(x) dx = 2e^{2x} + C.$

D.  $\int f(x) dx = \frac{1}{2}e^{2x} + C.$

Câu 33: Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{x+1}{4^x}$  là

A.  $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}.$

B.  $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}.$

C.  $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}.$

D.  $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}.$

Câu 34: Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 + px + q}{x^2 + 1}$ , trong đó  $p \neq 0, p^2 + q^2 = 1$ . Có bao nhiêu cặp  $(p; q)$  sao cho khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên bằng  $\sqrt{10}$ ?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Câu 35: Cho  $y = f(x)$  là hàm số chẵn, liên tục trên  $[-6; 6]$ . Biết rằng

$\int_{-1}^2 f(x) dx = 8; \int_1^3 f(-2x) dx = 3$ . Giá trị của  $I = \int_{-1}^6 f(x) dx$  là

A.  $I = 5.$

B.  $I = 2.$

C.  $I = 14.$

D.  $I = 11.$

Câu 36: Cho hàm số  $f(x) = x^9 + (m^2 - m)x^5 + (3m^3 - 7m^2 + 4m)x^4 - 2020$  với  $m$  là tham số. Có bao nhiêu giá trị của  $m$  để hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 37: Một người gửi 58.000.000 đồng vào ngân hàng với lãi suất  $r\%$ /tháng theo thể thức lãi kép (tức là sau mỗi tháng mà người đó không đến rút tiền thì tiền lãi được gộp vào tiền gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo). Biết rằng sau 8 tháng người đó lấy về tất cả số tiền cả gốc và lãi được 61.329.000 đồng. Lãi suất hàng tháng gần đúng nhất với giá trị nào sau đây?

A. 0,5%.

B. 0,7%.

C. 0,6%.

D. 0,8%.

Câu 38: Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua điểm  $M(1; 2; 3)$  và cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  (khác gốc tọa độ  $O$ ) sao cho  $M$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  có phương trình dạng  $ax + by + cz - 14 = 0$ . Tính tổng  $T = a + b + c$ .

A.  $T = 8.$

B.  $T = 14.$

C.  $T = 6.$

D.  $T = 11.$

Câu 39: Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M\left(\frac{1}{2}; 0; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  và mặt cầu  $(T): x^2 + y^2 + z^2 = 8$ .

Đường thẳng  $d$  thay đổi, đi qua điểm  $M$ , cắt mặt cầu  $(T)$  tại hai điểm  $A, B$  phân biệt. Diện tích  $S$  lớn nhất của tam giác  $OAB$  là

A.  $S = 2\sqrt{2}.$

B.  $S = \sqrt{7}.$

C.  $S = 4.$

D.  $S = 2\sqrt{7}.$

Câu 40: Cho một vật thể bằng gỗ có dạng khối trụ với chiều cao và bán kính đáy cùng bằng  $R$ . Cắt khối gỗ đó bởi một mặt phẳng đi qua đường kính của một mặt đáy của khối gỗ và tạo với mặt phẳng đáy của khối gỗ một góc  $30^\circ$  ta thu được hai khối gỗ có thể tích là  $V_1$  và  $V_2$ , với  $V_1 < V_2$ . Thể tích  $V_1$  bằng

A.  $V_1 = \frac{2\sqrt{3}R^3}{9}.$

B.  $V_1 = \frac{\sqrt{3}\pi R^3}{27}.$

C.  $V_1 = \frac{\sqrt{3}\pi R^3}{18}.$

D.  $V_1 = \frac{\sqrt{3}R^3}{27}.$

## II. PHẦN TỰ LUẬN (6,0 điểm)

### Bài 1.(2,5 điểm)

Giải bất phương trình  $\sqrt{2x^2+7x+3}+\sqrt{2x^2+15x+7}\leq 3\sqrt{x+3}+3\sqrt{x+7}+4, (x\in\mathbb{R})$ .

### Bài 2.(2,5 điểm)

Cho lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ . Hình chiếu của  $A'$  trên mặt phẳng  $(ABC)$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Biết  $BB'=AC=a\sqrt{3}, AB=a$ . Tính thể tích khối chóp  $C.A'B'BA$ .

### Bài 3. (1,0 điểm)

Cho tập hợp  $S = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$ . Hỏi có bao nhiêu cách chia tập  $S$  thành ba tập con khác rỗng sao cho trong mỗi tập con đó không có hai số nguyên liên tiếp nào ?

----- HẾT -----

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm*

Họ và tên thí sinh: .....Số báo danh:.....

Cán bộ coi thi số 1 (Họ tên và ký).....

Cán bộ coi thi số 2 (Họ tên và ký).....