SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC KỲ THI CHỌN HSG LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2016-2017 ĐỀ THI MÔN: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1 (2.0 điểm).

a) Cho hàm số $y = \frac{2-2x}{x+1}$ có đồ thị là (H). Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (H) và M là một điểm bất kì trên (H). Tiếp tuyến với (H) tại M cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của (H) lần lượt tại E và F. Chứng minh rằng tam giác IEF có diện tích không đổi.

b) Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + x + 1$ có đồ thị là (*C*). Trong tất cả các tiếp tuyến với đồ thị (*C*), hãy tìm tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất.

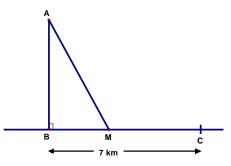
Câu 2 (2.0 điểm).

a) Cho $\log_5 6 = a$, $\log_6 12 = b$. Tính $\log_{25} 24$ theo a và b.

b) Cho hàm số
$$f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$$
. Tính tổng: $S = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right)$.

Câu 3 (2.0 điểm).

a) Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng AB = 4(km). Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng BC = 7(km). Người canh hải đăng phải chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 6(km/h) rồi đi xe đạp từ M đến C với vận tốc 10(km/h) (hình vẽ bên). Xác định vị trí của M đển C nhanh nhất.



b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình sau có ba nghiệm dương phân biệt $x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(2m+1)x + 2m^2 - 9m - 5 = 0$

Câu 4 (2.0 điểm). Cho tứ diện ABCD có $\widehat{BAC} = \widehat{CAD} = \widehat{DAB} = 60^{\circ}$, AB = 8(cm), AC = 9(cm), AD = 10(cm). Gọi A_1, B_1, C_1, D_1 lần lượt là trọng tâm của các tam giác BCD, ACD, ABD, ABC.

a) Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACD).

b) Tính thể tích khối tứ diện $A_1B_1C_1D_1$.

Câu 5 (1.0 điểm). Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, AB = 8, BC = 6. Biết SA = 6 và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Tìm bán kính mặt cầu có tâm thuộc phần không gian bên trong của hình chóp và tiếp xúc với tất cả các mặt của hình chóp S.ABC.

Câu 6 (1.0 điểm). Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn abc = 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của

biểu thức
$$P = \frac{a^3}{a^2 + a + 1} + \frac{b^3}{b^2 + b + 1} + \frac{c^3}{c^2 + c + 1}$$



Thí sinh không sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:...; Số báo danh:...; Số báo danh:...