

Câu 1. (5,0 điểm)

1. Cho hàm số $y = mx^3 - 3mx^2 + (2m+1)x + 3 - m$ (1), với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A và B sao cho khoảng cách từ điểm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{15}{4}\right)$ đến đường thẳng AB đạt giá trị lớn nhất.

2. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) . Có bao nhiêu điểm M thuộc trục Oy , có tung độ là số nguyên nhỏ hơn 2019 và thỏa mãn từ điểm M kẻ được 2 tiếp tuyến tới đồ thị (C) sao cho 2 tiếp điểm tương ứng nằm về 2 phía của trục Ox ?

Câu 2. (4,0 điểm)

1. Cho phương trình sau với m là tham số thực

$$(x^2 - 2x) \cdot \log_{2019}^2(\sqrt{x^2 - 2x + 2011}) + 1 = m \cdot \left[\sqrt{\frac{x^2 - 2x}{8}} \cdot \log_{2019}(x^2 - 2x + 2011) - \frac{1}{4} \right].$$

Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm thực phân biệt thỏa mãn $1 \leq |x-1| \leq 3$.

2. Giải hệ phương trình sau trên tập số thực:

$$\begin{cases} 2019^{x+y} = \sqrt{x^2+1} + x \sqrt{y^2+1} + y \\ 25x^2 + 9x\sqrt{9x^2-4} = 2 + \frac{18y^2}{y^2+1} \end{cases}$$

Câu 3. (2,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\cos x - \sin x}{\sqrt{1 + \sin 2x}} + \frac{\sin x - 2x \cos x}{e^x (1 + \sin 2x)} \right) dx$.

Câu 4. (5,0 điểm)

1. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Gọi M, N là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc các cạnh AB, AC sao cho mặt phẳng (DMN) luôn vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Đặt $AM = x, AN = y$. Tìm x, y để tam giác DMN có diện tích nhỏ nhất, lớn nhất.

2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt là hình thoi cạnh a , $BAD = BAA' = A'AD = 60^\circ$.

a) Tính thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ theo a .

b) Gọi I, J, G lần lượt là trung điểm $A'D, AB, IJ$. Mặt phẳng (P) đi qua G cắt các cạnh $A'A, A'B, A'D$ lần lượt tại A_1, B_1, D_1 ($A \notin (P), B \notin (P), D \notin (P)$). Gọi $V_{A.A_1B_1D_1}, V_{B.A_1B_1D_1}, V_{D.A_1B_1D_1}$ lần lượt là thể tích các khối chóp $A.A_1B_1D_1, B.A_1B_1D_1, D.A_1B_1D_1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = V_{A.A_1B_1D_1} + V_{B.A_1B_1D_1} + V_{D.A_1B_1D_1}$ theo a .

Câu 5. (2,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;-1;0), M(0;1;0)$. Tìm tọa độ điểm H thuộc mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$ biết rằng $AH = \sqrt{2}$ và mặt phẳng (AMH) vuông góc với mặt phẳng (P) .

Câu 6. (2,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $(a+c)(b+c) = 4c^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{32a^3}{(b+3c)^3} + \frac{32b^3}{(a+3c)^3} + (a+b-3c) \cdot \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}$.

Hết

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....
 Người coi thi số 1.....Người coi thi số 2.....