SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÀNH PHÓ HỎ CHÍ MINH

KỲ THI HỌC SINH GIỚI LỚP 12 CÁP THÀNH PHÓ KHÓA THI NGÀY 05.3.2019

Môn thi: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút (không kể thời gian phát đề)

ĐÈ THI CHÍNH THỰC

Bài 1. (4 điểm)

Giải phương trình: $\log_5(x+2) + \log_3 x = \log_{2018} x + 2015 + \log_{2019}(x+2016)$.

Bài 2. (4 điểm)

Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ và hai số thực a, b thỏa mãn các điều kiện: $a > 2018^{\log_{2019} b} \ge 1$; $f(\log_{2018} a) + 2 = f(\log_{2019} b)$. Tính $\log_{2019} (a + b)$.

Bài 3. (4 điểm)

Cho hàm số $y=(x^2-1)^2$ có đồ thị (C). Xét điểm M di chuyển trên (C) và có hoành độ $m\in (-1;1)$. Tiếp tuyến của (C) ở M cắt (C) tại hai điểm A,B phân biệt và khác M. Tìm giá trị lớn nhất của tung độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

Bài 4. (5 điểm)

Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác vuông cân ở A với BC=2a và hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm BC. Biết rằng diện tích của tứ giác BCC'B' bằng $6a^2$.

- a) Tính theo a thể tích của hình lăng trụ đã cho.
- b) Tính theo a thể tích của hình trụ nhỏ nhất có hai đáy lần lượt nằm trên hai mặt phẳng (ABC), (A'B'C') và chứa toàn bộ lăng trụ đã cho bên trong.

Bài 5. (3 điểm)

Cho các số thực $a,b,c\in(1;+\infty)$ thỏa mãn $a^{10}\leq b$ và $\log_a b + 2\log_b c + 5\log_c a = 12$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2\log_a c + 5\log_c b + 10\log_b a$.

HÉT