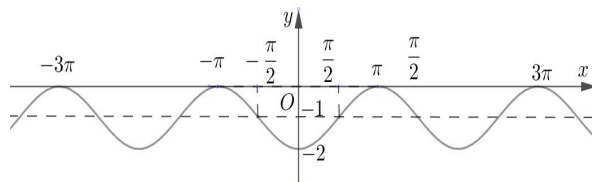


I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (12,0 điểm)

Câu 1. Đường cong ở hình vẽ là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = \cos x - 1$. B. $y = -\cos x + 1$. C. $y = -\cos x - 1$. D. $y = \cos x + 1$.

Câu 2. Gọi x_1, x_2 lần lượt là nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 2$. Tính $x_1 - x_2$.

- A. $x_1 - x_2 = \frac{\pi}{2}$. B. $x_1 - x_2 = \pi$. C. $x_1 - x_2 = \frac{3\pi}{2}$. D. $x_1 - x_2 = 2\pi$.

Câu 3. Đội dự tuyển thi học sinh giỏi Toán có 2 học sinh nữ, tham gia kỳ thi để chọn 4 học sinh vào đội tuyển chính thức. Biết xác suất trong đội tuyển chính thức có cả 2 học sinh nữ gấp 2 lần xác suất trong đội tuyển chính thức không có học sinh nữ nào, số học sinh của đội dự tuyển là

- A. 9. B. 11. C. 5. D. 7.

Câu 4. Từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 3 và có ba chữ số phân biệt.

- A. 45. B. 99. C. 150. D. 180.

Câu 5. Cho đa giác đều $2n$ cạnh $A_1A_2...A_{2n}$ nội tiếp trong một đường tròn. Biết rằng số tam giác có đỉnh lấy trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$ nhiều gấp 20 lần số hình chữ nhật có đỉnh lấy trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$. Tìm n .

- A. $n = 8$. B. $n = 10$. C. $n = 12$. D. $n = 16$.

Câu 6. Các số a, b, c phân biệt (theo thứ tự đó) lập thành một cấp số nhân có tổng bằng 26. Biết rằng a, b, c tương ứng là số hạng thứ nhất, thứ ba và thứ chín của một cấp số cộng. Tìm a .

- A. $a = 2$. B. $a = \frac{26}{7}$. C. $a = \frac{26}{3}$. D. $a = 3$.

Câu 7. Cho hai cấp số cộng hữu hạn, mỗi cấp số có 100 số hạng: $(u_n): 4; 7; 10; 13; 16; ...$ và $(v_n): 1; 6; 11; 16; 21; ...$. Hỏi có tất cả bao nhiêu số có mặt trong cả hai cấp số cộng nói trên?

- A. 10. B. 18. C. 19. D. 20.

Câu 8. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a\sqrt{x^2+1}}{x+1} = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+b.x-1} - x) = 5$. Tính $P = a + 2b$.

- A. $P = 8$. B. $P = 12$. C. $P = 18$. D. $P = 22$.

Câu 9. Dãy số nào trong bốn dãy số sau là dãy số có giới hạn hữu hạn?

- A. $x_n = \frac{\sum_{k=1}^n |\sin k|}{n}$. B. $y_n = \cos n$. C. $z_n = (-1)^n$. D. $t_n = \frac{1}{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}}$.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , góc $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, góc giữa SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. Cạnh đáy của hình chóp đã cho bằng

- A. a . B. $2a$. C. $a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{2}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy (ABC) . Cho $AB = a\sqrt{2}$; $SB = 3a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC . Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (AMB) theo a .

- A. $\frac{2a}{3}$. B. $\frac{4a}{3}$. C. $\frac{2a}{9}$. D. $\frac{a}{3}$.

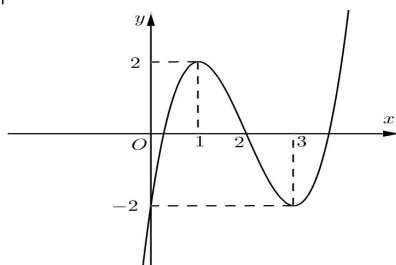
Câu 12. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân với $AB = AC = a$ và góc $\widehat{BAC} = 120^\circ$, cạnh bên $BB' = a$. Gọi I là trung điểm của CC' . Côsin của góc giữa hai mặt phẳng (ABC) ; $(AB'I)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{30}}{10}$. B. $\frac{\sqrt{30}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{10}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{3}$.

Câu 13. Cho hàm số $y = x \cdot \sin x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $xy'' + 2y' + xy = -2\sin x$. B. $xy'' - 2y' + xy = -2\sin x$.
C. $xy'' - 2y' + xy = 2\sin x$. D. $xy'' + 2y' + xy = 2\sin x$.

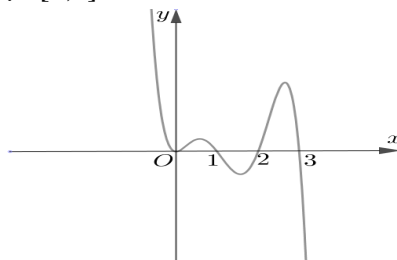
Câu 14. Cho hàm số $y = (x-2)(x^2 - 4x + 1)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|x-2|(x^2 - 4x + 1) = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.



- A. $m = 0$. B. $0 < m < 2$. C. $-2 < m < 0$. D. $-2 < m < 2$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên \mathbb{R} . Biết đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Các điểm cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là

- A. $x = 0$ và $x = 2$.
B. $x = 1$ và $x = 3$.
C. $x = 2$.
D. $x = 0$.



Câu 16. Đồ thị của hàm số $y = \frac{\sqrt{x-2}-2}{x^2-8x+12}$ có số tiệm cận là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 17. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

- A. $m \geq 1$. B. $1 \leq m < 2$. C. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. D. $-1 < m < 2$.

Câu 18. Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có một điểm cực đại là $A(-2; 4)$ và đi qua điểm $M(-1; -1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 0; b > 0; c < 0$.

B. $a < 0; b > 0; c > 0$.

C. $a > 0; b < 0; c > 0$.

D. $a < 0; b < 0; c < 0$.

Câu 19. Tìm m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị của hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt

A, B sao cho A, B cách đều đường thẳng $\Delta: 2x - 4y + 5 = 0$.

A. $m = 3$.

B. $m = 5$.

C. $m = -5$.

D. $m = 1$.

Câu 20. Cho hàm số $y = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

A. $-\frac{5}{4} < m < 2$.

B. $\frac{5}{4} \leq m \leq 2$.

C. $\frac{5}{4} < m < 2$.

D. $-2 < m < \frac{5}{4}$.

Câu 21. Cho $A = \log_4 b^2$, với mọi $a > 0, a \neq 1$ và $b < 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A = \frac{1}{2} \log_a (-b)$.

B. $A = \frac{1}{2} \log_a b$.

C. $A = 2 \log_a b$.

D. $A = 2 \log_a (-b)$.

Câu 22. Số nghiệm của phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{\ln(x-1)} = x - 2$ là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Câu 23. Biết bất phương trình $\log_5(5^x - 1) \cdot \log_{25}(5^{x+1} - 5) \leq 1$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

A. $-2 + \log_5 156$.

B. $2 + \log_5 156$.

C. $-2 + \log_5 26$.

D. $-1 + \log_5 156$.

Câu 24. Cho $\log_3 x = \log_{\sqrt{15}} y = \log_5(x + y)$, khi đó giá trị của $\frac{y}{x}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

B. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

D. $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 25. Cho các số tự nhiên a, b lớn hơn 1 để phương trình

$$11 \log_a x \log_b x - 8 \log_a x - 20 \log_b x - 11 = 0$$

có nghiệm là các số tự nhiên nhỏ nhất. Giá trị của biểu thức $2a + 3b$ bằng

A. 28.

B. 10.

C. 22.

D. 15.

Câu 26. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\log_2 x}{x}$ là

A. $\frac{1}{2 \ln 2} \ln^2 x + C$.

B. $\frac{1}{\ln 2} \ln^2 x + C$.

C. $\frac{1}{2} \ln^2 x + C$.

D. $\frac{1}{2 \ln 2} \ln x + C$.

Câu 27. Cho $\int_1^3 \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $S = a^2 + b + c^2$.

A. $S = 6$.

B. $S = 5$.

C. $S = 4$.

D. $S = 3$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4; 7]$ thỏa mãn $\int_{-4}^7 f(x) dx = 12$; $\int_0^{\frac{3}{2}} f(2x) dx = \frac{5}{2}$. Tính

$$P = \int_{-4}^0 f(x) dx + \int_3^7 f(x) dx.$$

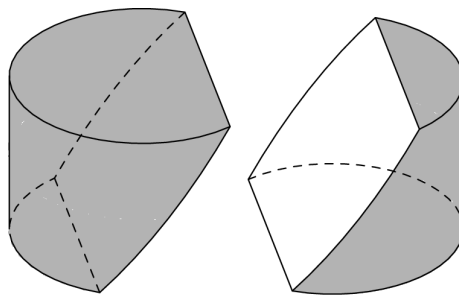
A. $P = 7$.

B. $P = 8$.

C. $P = 17$.

D. $P = 11$.

Câu 29. Một khối trụ được sơn hai mặt đáy và phần xung quanh, khối trụ có chiều cao bằng 8 và bán kính đáy bằng 6. Một mặt phẳng (P) cắt hai đáy theo các dây cung cách tâm tương ứng một khoảng là 3, đồng thời chia khối trụ thành hai phần có thể tích bằng nhau. Tính diện tích của phần mặt phẳng cắt không được sơn.



- A. $30\sqrt{3} + 20\pi$. B. $12\pi + 6\sqrt{3}$.
C. $15\sqrt{3} + 10\pi$. D. 60π .

Câu 30. Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và có

$$f(3) = \frac{2}{3}, f'(x) = \sqrt{(x+1)f(x)}.$$

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. $2613 < f^2(8) < 2614$.
B. $2614 < f^2(8) < 2615$.
C. $2618 < f^2(8) < 2619$.
D. $2616 < f^2(8) < 2617$.

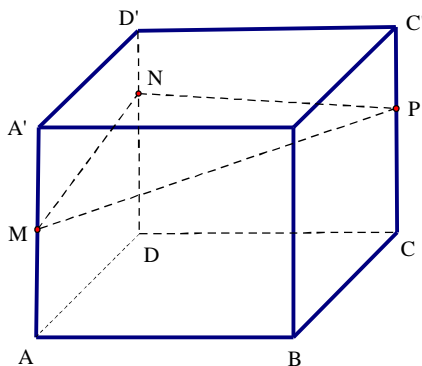
Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$. B. $V = 4\sqrt{7}a^3$. C. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. D. $V = \frac{4a^3}{3}$.

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có $BD = 3$, hai tam giác ABD, BCD có diện tích lần lượt là 6 và 10. Biết thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 11, số đo góc giữa hai mặt phẳng (ABD) và (BCD) là

- A. $\arcsin\left(\frac{33}{40}\right)$. B. $\arcsin\left(\frac{11}{40}\right)$. C. $\arccos\left(\frac{33}{40}\right)$. D. $\arccos\left(\frac{11}{40}\right)$.

Câu 33. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2110. Biết $A'M = MA, DN = 3ND'$ và $CP = 2CP'$ như hình vẽ. Mặt phẳng (MNP) chia khối hộp đã cho thành hai khối đa diện. Thể tích khối đa diện nhỏ hơn bằng



- A. $\frac{5275}{6}$. B. $\frac{5275}{12}$. C. $\frac{8440}{9}$. D. $\frac{7385}{18}$.

Câu 34. Một hình nón có chiều cao $h = 24a$, bán kính hình tròn đáy $r = 7a$. Diện tích toàn phần của hình nón này bằng

- A.** $224\pi a^2$. **B.** $273\pi a^2$. **C.** $399\pi a^2$. **D.** $392\pi a^2$.

Câu 35. Trong không gian cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2BC$. Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh cạnh AB ta được khối trụ (T_1) có thể tích V_1 ; quay hình chữ nhật đó quanh cạnh BC ta được khối trụ (T_2) có thể tích V_2 . Tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

- A.** $\frac{1}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 36. Xét tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Gọi V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích của các khối tròn xoay sinh ra khi quay tam giác OCA quanh trung trực của đoạn thẳng CA , quay tam giác OAB quanh trung trực của đoạn thẳng AB , quay tam giác OBC quanh trung trực của đoạn thẳng BC . Khi biểu thức $V_1 + V_2$ đạt giá trị lớn nhất, tính V_3 theo R .

- A.** $\frac{2\sqrt{3}\pi}{9}R^3$. **B.** $\left(1 - \frac{4\sqrt{3}}{9}\right)\pi R^3$. **C.** $\frac{57\pi}{81}R^3$. **D.** $\frac{8\pi}{81}R^3$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

- A.** $I(1; -2; 3); R=5$. **B.** $I(1; -2; 3); R=25$.
C. $I(-1; 2; -3); R=5$. **D.** $I(-1; 2; -3); R=25$.

Câu 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(0; 1; 2), B(2; -2; 1), C(-2; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - 3 = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (P) sao cho $MA = MB = MC$, giá trị của biểu thức $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

- A.** 62. **B.** 63. **C.** 38. **D.** 39

Câu 39. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{7} = \frac{z-3}{-1}$. Đường vuông góc chung của d_1 và d_2 lần lượt cắt d_1, d_2 tại A và B . Diện tích của tam giác OAB bằng

- A.** $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

Câu 40. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(-3; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; m)$. Gọi R, r lần lượt là bán kính mặt cầu ngoại tiếp và mặt cầu nội tiếp tứ diện $OABC$. Với k là số thực dương tùy ý để $R = k.r$, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $k^2 + 6k + 21$ bằng

- A.** $\frac{78 + 27\sqrt{3}}{2}$. **B.** 12. **C.** 48. **D.** $\frac{30 + 30\sqrt{3}}{2}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Bài 1(2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 - 2(m+1)x + m - 2$.

a) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có hai điểm cực trị trái dấu.

ĐS: $m > -1$.

b) Chứng minh rằng đồ thị của hàm số đã cho luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định.

ĐS: $y = -x - 3$

Bài 2(2,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , cho $AB = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Biết hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{BI} = 3\overrightarrow{IH}$ và góc giữa hai mặt phẳng $(SAB); (SBC)$ bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ đã cho và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, SI theo a .

ĐS: $V = \frac{a^3}{9}$; $d(AB, SI) = \frac{2a\sqrt{17}}{17}$

Bài 3(2,0 điểm). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(3;4;5)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$.

a) Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A, B và tạo với (P) một góc α thỏa mãn

$\cos \alpha = \frac{1}{2\sqrt{7}}$.

b) Gọi Δ là đường thẳng thay đổi nằm trong (P) , các điểm H, K lần lượt là hình chiếu của A, B trên Δ . Biết rằng khi $AH = BK$ thì trung điểm của HK luôn nằm trên một đường thẳng d cố định. Viết phương trình đường thẳng d .

Bài 4(2,0 điểm). Tính số tập con có 10 phần tử của tập $\{1;2;3;...;100\}$ không chứa hai số tự nhiên liên tiếp và không có số nào là bội của 3. **ĐS:** $2^9 C_{33}^9 + 2^{10} C_{33}^{10}$.

----- **Hết** -----