

**Bài 1.** (5 điểm)

a) Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 - (6m+3)x + \frac{2}{3}$ .

Với các giá trị nào của  $m$ , hàm số đồng biến trên khoảng  $(4; +\infty)$  ?

b) Biện luận theo tham số  $m$  số nghiệm của phương trình  $|x^2 - 4x + 3| = m$ .

**Bài 2.** (3 điểm)

Cho các số dương  $x, y, z$ . Chứng minh rằng:

$$\frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y} \geq \frac{x+y+z}{2} \geq \frac{xy}{x+y} + \frac{yz}{y+z} + \frac{zx}{z+x}.$$

**Bài 3.** (4 điểm)

a) Tìm  $\lim u_n$  với  $u_n = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdots \frac{2n+1}{2n+2}$ .

b) Cho dãy số  $(v_n)$  định bởi  $v_1 = 1$  và  $v_{n+1} = \frac{\sqrt{1+v_n^2} - 1}{v_n}$  với mọi  $n \geq 1$ .

Tìm công thức tính  $v_n$  theo  $n$ .

**Bài 4.** (4 điểm)

Trong một buổi tiệc có 10 chàng trai, mỗi chàng trai dẫn theo một cô gái.

a) Có bao nhiêu cách xếp họ ngồi thành một hàng ngang sao cho các cô gái ngồi cạnh nhau, các chàng trai ngồi cạnh nhau và có một chàng trai ngồi cạnh cô gái mà anh ta dẫn theo ?

b) Ký hiệu các cô gái là  $G_1, G_2, \dots, G_{10}$ . Xếp hết 20 người ngồi thành một hàng ngang sao cho các điều kiện sau được đồng thời thỏa mãn:

1. Thứ tự ngồi của các cô gái, xét từ trái sang phải là  $G_1, G_2, \dots, G_{10}$ .

2. Giữa  $G_1$  và  $G_2$  có ít nhất 2 chàng trai.

3. Giữa  $G_8$  và  $G_9$  có ít nhất 1 chàng trai và nhiều nhất 3 chàng trai.

Hỏi có tất cả bao nhiêu cách xếp như vậy ?

**Bài 5.** (4 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  với  $I$  là tâm đường tròn nội tiếp và  $M$  là một điểm nằm trong tam giác. Gọi  $A_1, B_1, C_1$  là các điểm đối xứng với điểm  $M$  lần lượt qua các đường thẳng  $AI, BI, CI$ . Chứng minh rằng các đường thẳng  $AA_1, BB_1, CC_1$  đồng quy.

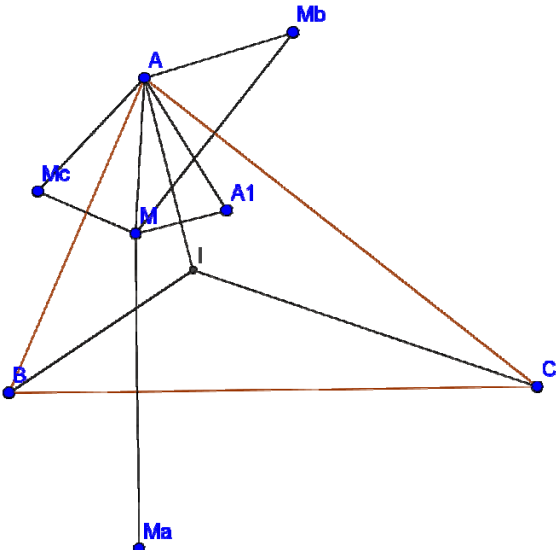
----- HẾT -----

Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

**ĐÁP ÁN KỲ THI CHỌN HSG LỚP 12 CẤP TỈNH - Năm học 2016 – 2017**

<b>LỜI GIẢI TÓM TẮT</b>	<b>ĐIỂM</b>
<b>Bài 1. (5 điểm)</b>	
a) TXĐ: $D = \mathbb{R}$	0,25
$y' = x^2 + 2(m-1)x - (6m+3)$	0,5
Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$ khi và chỉ khi $x^2 + 2(m-1)x - (6m+3) \geq 0 \quad \forall x > 4$	0,5
$\Leftrightarrow m \geq \frac{-5}{2}$	0,75
b) Vẽ đúng đồ thị (C): $y =  x^2 - 4x + 3 $	0,75
Đường thẳng $y = m$ luôn vuông góc với $Oy$ .	0,25
Dựa vào đồ thị, ta có: PT vô nghiệm khi và chỉ khi $m < 0$	0,5
PT có 2 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m = 0$ hoặc $m > 1$	0,5
PT có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m = 1$	0,5
PT có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < m < 1$	0,5
<b>Bài 2. (3 điểm)</b>	
Ta có: $\frac{x^2}{y+z} + \frac{y+z}{4} \geq x, \frac{y^2}{z+x} + \frac{z+x}{4} \geq y, \frac{z^2}{x+y} + \frac{x+y}{4} \geq z$	0,25 x 3
Nên: $\frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y} \geq \frac{x+y+z}{2}$	0,5
Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z$	0,25
Ta có: $\frac{x+y}{2} \geq \frac{2xy}{x+y}, \frac{y+z}{2} \geq \frac{2yz}{y+z}, \frac{z+x}{2} \geq \frac{2zx}{z+x}$	0,25 x 3
Nên: $\frac{x+y+z}{2} \geq \frac{xy}{x+y} + \frac{yz}{y+z} + \frac{zx}{z+x}$	0,5
Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z$	0,25
<b>Bài 3. (4 điểm)</b>	
a) Bằng quy nạp ta chứng minh được $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \dots \frac{2n+1}{2n+2} < \frac{1}{\sqrt{3n+4}} \quad \forall n \geq 1$	1,0
Mà $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{3n+4}} = 0$ nên $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \dots \frac{2n+1}{2n+2} = 0$	0,5 x 2
b) Dự đoán $v_n = \tan \frac{\pi}{2^{n+1}} \quad \forall n \geq 1$ .	0,5
Chứng minh công thức đúng bằng quy nạp.	1,5
<b>Bài 4. (4 điểm)</b>	

a) Có $2 \times 10! \times 9!$ cách.	2,0
b) Giả sử có 20 chỗ ngồi được đánh số thứ tự từ trái sang phải là $1, 2, \dots, 20$ . Gọi $x_1$ là số chàng trai được xếp bên trái $G_1$ , $x_2$ là số chàng trai được xếp ở giữa $G_1$ và $G_2$ , $x_3$ là số chàng trai được xếp ở giữa $G_2$ và $G_3$ , ..., $x_{10}$ là số chàng trai được xếp ở giữa $G_9$ và $G_{10}$ , $x_{11}$ là số chàng trai được xếp bên phải $G_{10}$ .	0,25
Bộ số $(x_1, x_2, \dots, x_{11})$ hoàn toàn xác định vị trí các cô gái và: 1) $x_1 + x_2 + \dots + x_{11} = 10$ 2) $x_2 \geq 2$ 3) $1 \leq x_9 \leq 3$	0,25
Đổi biến $y_2 = x_2 - 2$ ta có: $x_1 + y_2 + x_3 + \dots + x_8 + x_{10} + x_{11} = 8 - x_9$ . Trong đó các ẩn không âm và $1 \leq x_9 \leq 3$	0,25
Sử dụng kết quả bài toán chia kẹo Euler ta được số bộ $(x_1, x_2, \dots, x_{11})$ là: $C_{16}^9 + C_{15}^9 + C_{14}^9 = 18447$	0,25x4
Vậy có $18447 \cdot 10!$ cách xếp thỏa đề.	0,25
<b>Bài 5. (4 điểm)</b>	
	
Xét trường hợp $M$ nằm trong góc $BAI$ . Gọi $M_a, M_b, M_c$ lần lượt là các điểm đối xứng với $M$ qua $BC, CA, AB$ .	0,5
Bằng biến đổi góc, ta chứng minh được $\widehat{M_c A A_1} = \widehat{M_b A A_1}$ nên $AA_1$ là đường trung trực của đoạn $M_b M_c$ .	1,5
Trường hợp $M$ nằm trong góc $CAI$ hoặc $M$ nằm trên $AI$ ta cũng chứng minh được $AA_1$ là đường trung trực của đoạn $M_b M_c$ .	0,5
Chứng minh tương tự, ta được $BB_1$ là đường trung trực của đoạn $M_a M_c$ và $CC_1$ là đường trung trực của đoạn $M_a M_b$ .	1,0
Vậy $AA_1, BB_1, CC_1$ đồng quy.	0,5