

Bài 1. (2,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C) .

- a) Tìm tham số m để đường thẳng $d: x - y + m = 0$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 2\sqrt{2}$.
- b) Cho đường thẳng Δ có phương trình $x + y - 2 = 0$. Tìm điểm M trên (C) sao cho khoảng cách từ M đến Δ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 2. (2,0 điểm)

- a) Tìm số nghiệm nằm trong khoảng $(0; 2017\pi)$ của phương trình:

$$\frac{2\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) + 2\sin 2x + \sqrt{3}}{\cos x} = 4\sin\left(2x - \frac{5\pi}{6}\right)$$

- b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2\sqrt{x+3y+2} - 3\sqrt{y} = \sqrt{x+2} \\ \sqrt{y-1} - \sqrt{4-x} + 8 - x^2 = 0 \end{cases}$$

Bài 3. (2,0 điểm) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại C . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'C'$ và BC . Biết $AC = a$, $BC = a\sqrt{3}$, số đo của góc tạo bởi hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng 60° .

- a) Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- b) Tính diện tích thiết diện của lăng trụ $ABC.A'B'C'$ cắt bởi mặt phẳng (AMN) .

Bài 4. (1,0 điểm). Người ta dùng 18 cuốn sách bao gồm 7 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Vật lý và 5 cuốn sách Hoá học (các cuốn sách cùng loại giống nhau hoàn toàn) để làm phần thưởng cho 9 học sinh (trong đó có hai học sinh A và B), mỗi học sinh nhận được hai cuốn sách khác thể loại (không tính thứ tự các cuốn sách). Tính xác suất để hai học sinh A và B nhận được phần thưởng giống nhau.

Bài 5. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC ; điểm $E\left(\frac{22}{5}; \frac{11}{5}\right)$ là giao điểm của hai đường thẳng CM và

DN . Gọi H là trung điểm của DE , đường thẳng AH cắt cạnh CD tại $P\left(\frac{7}{2}; 1\right)$. Tìm toạ độ điểm A , biết hoành độ điểm A nhỏ hơn 4.

Bài 6. (1,0 điểm) Cho dãy số (u_n) xác định bởi công thức:

$$u_1 > 0; u_{n+1} = \frac{2017}{2018} u_n + \frac{1}{u_n^{2017}}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Chứng minh dãy số (u_n) có giới hạn và tìm $\lim u_n$.

Bài 7. (1,0 điểm) Cho
$$\begin{cases} x, y, z > 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 = xy + xz + 10yz. \end{cases}$$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = 8xyz - \frac{3x^3}{y^2 + z^2}$.