

## I. PHẦN TỰ LUẬN (8,0 điểm)

Bài 1 (2,0 điểm).

a) Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ . Tìm  $m$  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị sao cho khoảng cách từ điểm  $I\left(\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$  tới đường thẳng đi qua hai điểm cực trị đó là lớn nhất.

b) Cho  $f(x)$  là hàm số có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và  $\int_0^{f(x)} t^2 dt = x \cos(\pi x)$ . Tính  $f'(9)$ .

Bài 2 (2,0 điểm). Cho lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa đường thẳng  $B'C'$  và mặt phẳng đáy  $(ABC)$  bằng  $30^\circ$ .

a) Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

b) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $B'C'$  và  $A'C$ .

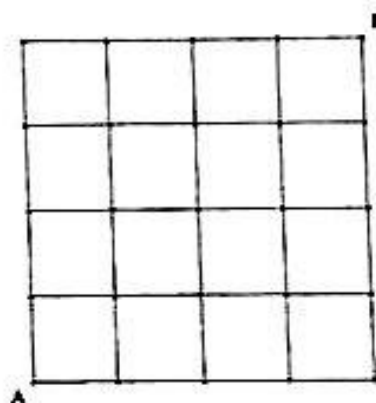
Bài 3 (2,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x + y + z - 7 = 0$  và đường thẳng  $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ .

a) Tìm giao điểm  $A$  của đường thẳng  $(d)$  và mặt phẳng  $(P)$ .

b) Viết phương trình mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  thuộc  $(P)$ , bán kính  $R = \sqrt{6}$  và tiếp xúc với  $(d)$  tại  $A$ .

Bài 4 (2,0 điểm).

a) Cho một lưới ô vuông gồm 16 ô vuông nhỏ, mỗi ô vuông nhỏ có kích thước  $1 \times 1$  (mét) như hình vẽ bên. Con kiến thứ nhất ở vị trí A muốn di chuyển lên vị trí B, con kiến thứ hai ở vị trí B muốn di chuyển xuống vị trí A. Biết rằng con kiến thứ nhất chỉ có thể di chuyển một cách ngẫu nhiên về phía bên phải hoặc lên trên, con kiến thứ hai chỉ có thể di chuyển một cách ngẫu nhiên về phía bên trái hoặc xuống dưới (theo cạnh của các hình vuông). Hai con kiến xuất phát cùng một thời điểm và có cùng vận tốc di chuyển là 1 mét/phút. Tính xác suất để hai con kiến gặp nhau trên đường đi.



b) Một vận động viên đạp xe từ Đền Hùng (Phú Thọ) đến Hồ Gươm (Hà Nội), bắt đầu xuất phát tại Đền Hùng lúc 7 giờ sáng và đến Hồ Gươm lúc 12 giờ trưa. Ngày hôm sau vận động viên đó lại đạp xe từ Hồ Gươm về Đền Hùng bằng con đường cũ, xuất phát từ Hồ Gươm lúc 7 giờ sáng và cũng về đến Đền Hùng lúc 12 giờ trưa. Chứng minh rằng có một vị trí nằm trên đường đi mà vận động viên sẽ đi qua đó cùng một thời điểm như nhau trong cả hai ngày.

## II. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (12,0 điểm)

Câu 1: Hàm số nào trong các hàm số dưới đây có chu kỳ tuần hoàn  $T = \frac{\pi}{2}$ ?

A.  $y = \cot x$ .

B.  $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ .

C.  $y = \tan 2x$ .

D.  $y = \cos 2x$ .

- Câu 2:** Tính tổng tất cả các nghiệm  $x \in [0; 2\pi]$  của phương trình  $\sin x(4\cos^2 x - 1) = \cos 3x$ .
- A.  $\frac{9\pi}{4}$ .      B.  $\frac{11\pi}{2}$ .      C.  $\frac{65\pi}{12}$ .      D.  $\frac{13\pi}{12}$ .
- Câu 3:** Giải bóng đá của học sinh trường THPT X gồm 9 đội tham dự, trong đó có 3 đội khối 10, 3 đội khối 11 và 3 đội khối 12. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của khối 12 ở 3 bảng khác nhau.
- A.  $\frac{9}{28}$ .      B.  $\frac{3}{56}$ .      C.  $\frac{9}{56}$ .      D.  $\frac{1}{336}$ .
- Câu 4:** Từ tập hợp  $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$  có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số phân biệt và tổng các chữ số là một số lẻ.
- A. 90.      B. 108.      C. 114.      D. 96.
- Câu 5:** Cho hình vuông  $ABCD$ . Trên các cạnh  $AB, BC, CD, DA$  lần lượt lấy 1, 2, 3,  $n$  điểm phân biệt ( $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$ ) khác  $A, B, C, D$ . Tìm  $n$  biết số tam giác có 3 đỉnh lấy từ  $n+6$  điểm đã cho là 199.
- A.  $n = 6$ .      B.  $n = 10$ .      C.  $n = 4$ .      D.  $n = 8$ .
- Câu 6:** Cho cấp số nhân  $(U_n)$  có tổng  $n$  số hạng đầu tiên được tính theo công thức  $S_n = \frac{3^n - 1}{3^{n-1}}$ . Xác định công bội của cấp số nhân đó.
- A.  $\frac{4}{3}$ .      B.  $\frac{1}{3}$ .      C. 3.      D.  $\frac{3}{4}$ .
- Câu 7:** Cho các số nguyên  $x$  và  $y$  thỏa mãn  $x + 6y, 5x + 2y, 8x + y$  theo thứ tự lập thành cấp số cộng; đồng thời  $x + \frac{5}{3}, y - 1, 2x - 3y$  theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Tìm  $x$  và  $y$ .
- A.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases}$       D.  $\begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$ .
- Câu 8:** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x}-2} & \text{khi } x > 8 \\ ax-12 & \text{khi } x \leq 8 \end{cases}$ . Tìm  $a$  để hàm số liên tục tại  $x = 8$ .
- A.  $a = 3$ .      B.  $a = 2$ .      C.  $a = -3$ .      D.  $a = -2$ .
- Câu 9:** Tìm giới hạn của dãy số  $(U_n)$  với  $U_n = \sqrt{\frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{(n^2 + n)(n + 2)}}$ .
- A.  $\sqrt{2}$ .      B.  $\sqrt{3}$ .      C.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .      D.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .
- Câu 10:** Cho hình chóp tứ giác  $S.ABCD$ , đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật có  $CD = 2a$ , hình chiếu của  $S$  lên mặt phẳng  $(ABCD)$  là trọng tâm  $H$  của tam giác  $ABD$ . Biết góc giữa  $SC$  và mặt đáy  $(ABCD)$  bằng  $\varphi$  thỏa mãn  $\tan \varphi = \frac{3}{\sqrt{13}}$ , khoảng cách từ  $H$  đến  $(SCD)$  bằng  $a\sqrt{2}$ . Tính độ dài cạnh  $AD$ .
- A.  $4a$ .      B.  $2\sqrt{3}a$ .      C.  $3a$ .      D.  $a\sqrt{3}$ .
- Câu 11:** Cho lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh bằng  $a$ . Gọi  $M$  là trung điểm cạnh  $B'C'$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC$  và  $BM$ .
- A.  $2a$ .      B.  $a\sqrt{3}$ .      C.  $\frac{a\sqrt{57}}{19}$ .      D.  $\frac{2a\sqrt{57}}{19}$ .

Câu 12: Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $2a$ . Cạnh bên  $SA$  vuông góc với  $(ABCD)$  và  $SA = x$ . Tìm  $x$  để  $(SBC)$  hợp với  $(SCD)$  một góc  $60^\circ$ .

- A.  $x = a\sqrt{3}$ . B.  $x = 2a$ . C.  $x = 3a$ . D.  $x \in \emptyset$ .

Câu 13: Tính đạo hàm cấp 5 của hàm số  $y = x \ln x$ .

- A.  $y^{(5)} = \frac{-5}{x^4}$ . B.  $y^{(5)} = \frac{6}{x^4}$ . C.  $y^{(5)} = \frac{-6}{x^4}$ . D.  $y^{(5)} = \frac{5}{x^4}$ .

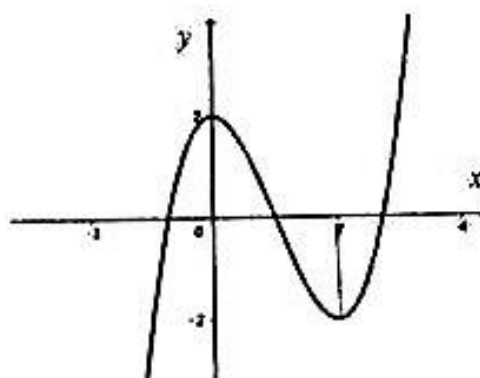
Câu 14: Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $-x^4 + 2x^2 + 3 + 3m = 0$  có 4 nghiệm phân biệt.

- A.  $1 < m < \frac{4}{3}$ . B.  $-\frac{4}{3} \leq m \leq -1$ . C.  $3 < m < 4$ . D.  $-\frac{4}{3} < m < -1$ .

Câu 15:

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x^2 - 2x)$ .

- A. 5. B. 2.  
C. 3. D. 4.



Câu 16: Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$  không có tiệm cận ngang.

- A.  $m = 0$ . B.  $m \leq 0$ . C.  $m < 0$ . D.  $m > 0$ .

Câu 17:  $S$  là tập hợp các số nguyên  $m$  sao cho hàm số  $y = (m^2 - 1)x^3 + (m - 1)x^2 - x + 4$  luôn nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$ . Tính tổng các phần tử của  $S$ .

- A. 1. B. -1. C. 0. D. 2.

Câu 18: Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua điểm cực đại của đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2$  và có hệ số góc  $m$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị của  $m$  sao cho tổng khoảng cách từ hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đến  $\Delta$  là nhỏ nhất.

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 19: Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  có đồ thị  $(C)$ , điểm  $A(2; -2)$ . Tìm  $m < 0$  để đường thẳng  $(d): y = -x + m$  cắt đồ thị  $(C)$  tại hai điểm phân biệt  $M, N$  sao cho tứ giác  $OAMN$  là hình bình hành ( $O$  là gốc tọa độ).

- A.  $m = -7$ . B.  $m = -3$ . C.  $m = -5$ . D.  $m = -1$ .

Câu 20: Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để phương trình  $\frac{x+1}{|x-1|} = m$  có nghiệm duy nhất.

- A.  $m < 1$ . B.  $-1 \leq m < 1$ . C.  $-1 < m \leq 1$ . D.  $m \leq 1$ .

Câu 21: Cho  $\log_2 5 = a$ ,  $\log_3 5 = b$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.  $\log_5 6 = \frac{a+b}{ab}$ . B.  $\log_5 6 = \frac{ab}{a+b}$ . C.  $\log_5 6 = \frac{1}{a+b}$ . D.  $\log_5 6 = \frac{1}{ab}$ .

Câu 22: Gọi  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) là hai nghiệm của phương trình  $\log_2(-x^2 - 3x + 18) = 3$ . Tính  $x_1 + 3x_2$ .

- A. -13. B. 1. C. 13. D. -1.

Câu 23: Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{x+2}{3-2x} \geq 0$ .

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 24: Cho  $x, y$  là các số thực thỏa mãn  $\log_4(x+2y) + \log_4(x-2y) = 1$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $|x| - |y|$ .

- A. 2. B.  $-\sqrt{3}$ . C.  $\sqrt{3}$ . D. -2.

Câu 25: Tìm  $m$  để phương trình  $4^{x^2} - 2^{x^2+2} + 6 = m$  có đúng ba nghiệm phân biệt.

- A.  $m = 3$ . B.  $m > 3$ . C.  $m = 2$ . D.  $2 < m < 3$ .

Câu 26: Nguyên hàm của hàm số  $y = (x-1)e^x$  là hàm số nào sau đây?

- A.  $y = xe^x + C$ . B.  $y = (x-1)e^x + C$ . C.  $y = (x-2)e^x + C$ . D.  $y = xe^{x-1} + C$ .

Câu 27: Biết  $\int_0^2 (2x + e^x) e^x dx = a.e^4 + b.e^2 + c$  với  $a, b, c$  là các số hữu tỉ. Tính  $2a + 3b + 2c$ .

- A. 9. B. 10. C. 8. D. 7.

Câu 28: Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Biết  $f(1) = e^2$  và

$$\int_1^{\ln 3} f'(x) dx = 9 - e^2.$$

- Tính  $f(\ln 3)$ .  
A.  $\ln 3 + 2e^2$ . B.  $9 - 2e^2$ . C.  $3 - e^2$ . D. 9.

Câu 29: Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 1]$  thỏa mãn  $f(x) = 6x^2 f(x^3) + \frac{3}{\sqrt{3x+1}}$ .

$$\text{Tính } \int_0^1 f(x) dx.$$

- A. -3 B. -2. C. -1. D. 2.

Câu 30: Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , tam giác  $SAC$  vuông.

Tính thể tích của khối chóp đã cho.

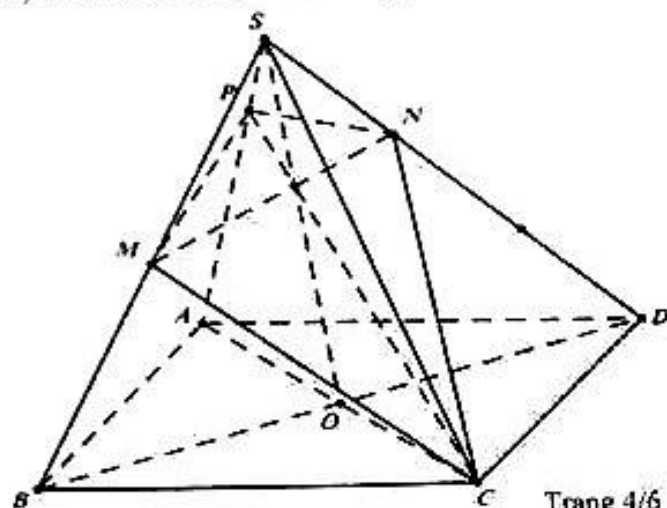
- A.  $\frac{4\sqrt{2}a^3}{3}$ . B.  $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ . C.  $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$ . D.  $\frac{2\sqrt{3}a^3}{6}$ .

Câu 31: Cho tứ diện  $ABCD$  có  $BCD$  là tam giác vuông cân tại  $C$ ,  $BC = a$ ,  $AC = a\sqrt{3}$  và  $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$ . Tính góc giữa hai mặt phẳng  $(ABC)$  và  $(BCD)$ .

- A.  $30^\circ$ . B.  $45^\circ$ . C.  $60^\circ$ . D.  $75^\circ$ .

Câu 32: Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành và có thể tích là 2018 (đơn vị thể tích). Gọi  $M, N$  lần lượt là các điểm trên các cạnh  $SB, SD$  sao cho  $MS = MB, ND = 2NS$ . Mặt phẳng  $(CMN)$  chia khối chóp thành hai phần. Tính thể tích phần có thể tích nhỏ hơn.

- A.  $\frac{4055}{24}$ . B.  $\frac{5450}{24}$ .  
C.  $\frac{6045}{24}$ . D.  $\frac{5045}{24}$ .



Câu 33: Tính diện tích toàn phần của hình nón có chiều cao  $h = 8a$ , chu vi hình tròn đáy là  $12\pi a$ .

- A.  $36\pi a^2$ . B.  $60\pi a^2$ . C.  $96\pi a^2$ . D.  $192\pi a^2$ .

Câu 34: Trong không gian cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $BC = 3AB$ . Khi quay hình chữ nhật  $ABCD$  quanh cạnh  $AB$  ta được khối trụ  $(T_1)$  có thể tích  $V_1$ ; quay hình chữ nhật đó quanh cạnh  $BC$  ta được khối trụ  $(T_2)$  có thể tích  $V_2$ . Tính tỷ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .

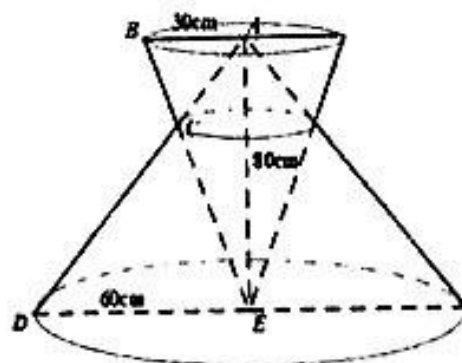
- A. 3. B. 2. C.  $\frac{3}{2}$ . D.  $\frac{1}{3}$ .

Câu 35: Cho hình thoi  $ABCD$  có  $AB = 2a$ ,  $\widehat{BAD} = 120^\circ$ . Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình thoi  $ABCD$  quanh cạnh  $AB$ .

- A.  $\frac{7\pi a^3}{4}$ . B.  $\frac{16a^3}{3}$ . C.  $\frac{5\pi a^3}{8}$ . D.  $6\pi a^3$ .

Câu 36: Một khuôn chậu cánh được tạo ra bằng cách quay đường gấp khúc  $ABCD$  quanh trục  $AE$  như hình vẽ dưới đây. Biết các đường  $BA, DE$  cùng vuông góc với  $AE$  và các kích thước  $AB = 30\text{cm}$ ,  $DE = 60\text{cm}$ ,  $AE = 80\text{cm}$ . Người ta dùng khuôn này để đúc các chậu cánh thương mại và muốn tráng men mặt xung quanh các chậu đó. Diện tích cần tráng men của mỗi chậu này là số gần đúng nhất với số nào dưới đây?

- A.  $3,213\text{m}^2$ . B.  $2,123\text{m}^2$ .  
C.  $2,3\text{m}^2$ . D.  $2,0\text{m}^2$ .



Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 22 = 0$ . Tìm tọa độ tâm  $I$  và bán kính  $R$  của  $(S)$ .

- A.  $I(-2; 1; -3)$ ;  $R = \sqrt{6}$ . B.  $I(2; -1; 3)$ ;  $R = 6$ .  
C.  $I(-2; 1; -3)$ ;  $R = 6$ . D.  $I(4; -2; 6)$ ;  $R = \sqrt{6}$ .

Câu 38: Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(1; 0; -2)$ ,  $B(1; 2; 4)$ ,  $C(-3; 2; 0)$ . Điểm  $I(a; b; c)$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác này. Tính  $T = 3a + 3b + c$ .

- A.  $T = 5$ . B.  $T = 0$ . C.  $T = 3$ . D.  $T = \frac{7}{3}$ .

Câu 39: Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai đường thẳng  $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$  và  $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$ . Gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua điểm  $M(1; -1; 3)$  và cắt lần lượt các đường thẳng  $d_1, d_2$  tại  $A, B$ . Tính diện tích tam giác  $OAB$ .

- A.  $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ . B.  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ . C.  $\frac{5\sqrt{6}}{2}$ . D.  $\frac{5\sqrt{6}}{6}$ .

**Câu 40:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(-1; 0; 1)$ ,  $B(1; -2; 3)$  và mặt cầu  $(S): (x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$ . Tập hợp các điểm  $M$  di động trên mặt cầu  $(S)$  sao cho  $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = 2$  là một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

A.  $\frac{3\sqrt{11}}{4}$ .

B.  $\frac{\sqrt{41}}{2}$ .

C.  $\frac{\sqrt{62}}{4}$ .

D.  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ .

-----Hết-----

- Họ và tên thí sinh: .....Số báo danh: .....
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.