

SỞ GD&ĐT CẦN THƠ
ĐỀ CHÍNH THỨCKỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THPT
CẤP THÀNH PHỐ LỚP 12

NĂM HỌC 2018 - 2019

MÔN: TOÁN

Thời gian: 180 phút



Ngày thi : 27/02/2019

Đề thi có 02 trang

Họ và tên:.....SBD:.....

Câu 1: (3 điểm) Cho hàm số $y = x^4 - 8mx^2 + 16m^2 - m + 1$ ($m \in \mathbb{R}$) có đồ thị (C) và điểm $H(0;1)$. Tìm tất cả giá trị m để đồ thị (C) có ba cực trị A, B, C sao cho H là trọng tâm tam giác ABC .

Câu 2: (2 điểm) Một xe khách chất lượng cao đi từ Cần Thơ đến Hà Nội chở được nhiều nhất 50 hành khách trên một chuyến đi. Theo tính toán của nhà xe, nếu xe chở được k khách thì giá tiền mà mỗi khách phải trả khi đi tuyến đường này là $\left(180 - \frac{3k}{2}\right)^2$ trăm đồng. Tính số hành khách trên mỗi chuyến xe sao cho tổng số tiền thu được từ hành khách nhiều nhất. Tính số tiền đó.

Câu 3: (4 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\log_3 \sqrt{x^2 - x + 1} + \log_{\frac{1}{3}}(1 - 2x) + 2x = 1 - \sqrt{x^2 - x + 1}$

b) $\cos^2 x - \sqrt{3} \cos x + 6 \sin x \cdot \cos x = (\sin x + \cos x)^2 - \sin^2 x - \sin x$

Câu 4: (3 điểm)

a) Một chiếc xe ô tô đang chạy với vận tốc v_0 (m/s) thì người lái xe đạp phanh. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -4t + v_0$ (m/s), trong đó t (tính bằng giây) là khoảng thời gian kể từ lúc người lái xe đạp phanh. Tính vận tốc v_0 , biết rằng từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô còn chạy tiếp một quãng đường dài 8 mét.

b) Một lớp học trong một trường đại học có 60 sinh viên, trong đó có 40 sinh viên học tiếng Anh, 30 sinh viên học tiếng Pháp và 20 sinh viên học cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên 2 sinh viên của lớp học này. Tính xác suất để 2 sinh viên được chọn không học ngoại ngữ. Biết rằng trường này chỉ dạy hai ngoại ngữ là tiếng Anh và tiếng Pháp.

Câu 5: (4,0 điểm). Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $\angle BAD = 120^\circ$. Biết các đường thẳng $A'A$, $A'B$, $A'C$ cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của BB' , CC' .

a) Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

b) Tính khoảng cách giữa AD và mặt phẳng $(D'MN)$

Câu 6: (2 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC nhọn, không cân, nội tiếp đường tròn tâm I . Gọi E , M lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và BC ; các điểm F và D tương ứng là hình chiếu vuông góc của A và B trên các đường thẳng BC và AI .

a) Chứng minh rằng ME là đường trung trực của đoạn thẳng DF .

b) Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết rằng $M(2; -1)$, $D\left(\frac{9}{5}; -\frac{8}{5}\right)$ và đường thẳng

AC có phương trình $x + y - 5 = 0$.

Câu 7: (2 điểm) Một nhà sản xuất sữa bột dành cho trẻ em cần thiết kế bao bì cho loại sản phẩm mới. Theo yêu cầu của lãnh đạo nhà máy, hộp sữa mới có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông hoặc có dạng một hình trụ. Biết rằng hộp sữa mới có thể tích bằng 1dm^3 . Hãy giúp lãnh đạo nhà máy thiết kế hộp sữa này sao cho vật liệu sử dụng làm bao bì là ít nhất.

Câu 8: (1 điểm)

Năm bạn học sinh Tính, Nghĩa, Tuấn, Phú và Thuận ở chung một phòng trong ký túc xá của một trường trung học phổ thông. Một hôm, người quản lý ký túc xá đến phòng của năm học sinh này để xác định lại hộ khẩu nhà của từng học sinh. Vì đều là học sinh giỏi toán nên các học sinh không trả lời trực tiếp mà nói với người quản lý ký túc xá như sau:

- Tính: “Nhà bạn Phú ở Thới Lai còn nhà em ở Cờ Đỏ”
- Nghĩa: “Nhà em cũng ở Cờ Đỏ còn nhà bạn Tuấn ở Ô Môn”
- Tuấn: “Nhà em cũng ở Cờ Đỏ còn nhà bạn Phú ở Thốt Nốt”
- Phú: “Nhà em ở Thới Lai còn nhà bạn Thuận ở Ninh Kiều”
- Thuận: “Nhà em ở Ninh Kiều còn nhà bạn Tính ở Thốt Nốt”

Em hãy giúp người quản lý ký túc xá xác định đúng hộ khẩu nhà của các học sinh trên.

Biết rằng trong câu trả lời của mỗi học sinh đều có một phần đúng và một phần sai đồng thời mỗi địa phương là địa chỉ hộ khẩu của đúng một học sinh.

----- HẾT -----

SỞ GD&ĐT CẦN THƠ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI
ĐỀ CHÍNH THỨC CẤP THÀNH PHỐ LỚP 12
NĂM HỌC 2018 - 2019



Câu 1: (3 điểm) Cho hàm số $y = x^4 - 8mx^2 + 16m^2 - m + 1$ ($m \in \mathbb{R}$) có đồ thị (C) và điểm $H(0;1)$.
 Tìm tất cả giá trị m để đồ thị (C) có ba cực trị A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC .

Lời giải

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}; y' = 4x^3 - 16mx = 4x(x^2 - 4m).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 4m \end{cases}.$$

(C) có 3 cực trị khi $m > 0$ (1)

Không mất tính tổng quát, giả sử các điểm cực trị của hàm số là $A(0; 16m^2 - m + 1)$,

$B(2\sqrt{m}; 1 - m)$, $C(-2\sqrt{m}; 1 - m)$.

$\overrightarrow{AH}(0; m - 16m^2)$; $\overrightarrow{BC}(-4\sqrt{m}; 0)$; $\overrightarrow{CH}(2\sqrt{m}; m)$; $\overrightarrow{AB}(2\sqrt{m}; -16m)$.

$$\text{Do } H \text{ là trực tâm tam giác } ABC \text{ nên } \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \cdot (-4\sqrt{m}) + (m - 16m^2) \cdot 0 = 0 \\ 2\sqrt{m} \cdot 2\sqrt{m} + m(-16m) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 4m - 16m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 & (\text{loại}) \\ m = \frac{1}{4} & (\text{nhận}) \end{cases} \quad (\text{Do kết hợp với điều kiện (1)}).$$

Vậy $m = \frac{1}{4}$ là giá trị cần tìm.

Câu 2: (2 điểm) Một xe khách chất lượng cao đi từ Cần thơ đến Hà Nội chở được nhiều nhất 50 hành khách trên một chuyến đi. Theo tính toán của nhà xe, nếu xe chở được k khách thì giá tiền mà mỗi khách phải trả khi đi tuyến đường này là $\left(180 - \frac{3k}{2}\right)^2$ trăm đồng. Tính số hành khách trên mỗi chuyến xe sao cho tổng số tiền thu được từ hành khách nhiều nhất. Tính số tiền đó.

Lời giải

$$\text{Số tiền thu được trên mỗi chuyến xe là: } T = k \left(180 - \frac{3}{2}k\right)^2; 0 \leq k \leq 50$$

$$\text{Gọi } T(k) = k \left(180 - \frac{3}{2}k\right)^2$$

Bài toán trở thành: Tìm k để $T(k) = k \left(180 - \frac{3}{2}k\right)^2$ đạt GTLN, với $0 \leq k \leq 50$.

$$\text{Ta có: } T'(k) = \left(180 - \frac{3}{2}k\right) \left(180 - \frac{9}{2}k\right)$$

$$T'(k) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} k = 120 \notin (0; 50) \\ k = 40 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	40	50	
y'		+	0	-
y			$T(40)$	

Vậy: Số tiền thu được nhiều nhất khi xe chở 40 hành khách và số tiền thu được là 576000 trăm đồng (57.600.000 đồng).

Câu 3: (4 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\log_3 \sqrt{x^2 - x + 1} + \log_{\frac{1}{3}} (1 - 2x) + 2x = 1 - \sqrt{x^2 - x + 1}$

b) $\cos^2 x - \sqrt{3} \cos x + 6 \sin x \cos x = (\sin x + \cos x)^2 - \sin^2 x - \sin x$

Lời giải

a) Điều kiện: $x < \frac{1}{2}$.

Ta có: $\log_3 \sqrt{x^2 - x + 1} + \log_{\frac{1}{3}} (1 - 2x) + 2x = 1 - \sqrt{x^2 - x + 1}$

$$\Leftrightarrow \log_3 \sqrt{x^2 - x + 1} - \log_3 (1 - 2x) + 2x = 1 - \sqrt{x^2 - x + 1}$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \sqrt{x^2 - x + 1} + \sqrt{x^2 - x + 1} = \log_3 (1 - 2x) + 1 - 2x \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = \log_3 t + t$, $t > 0$. Ta thấy $f'(t) = \frac{1}{t \ln 3} + 1 > 0 \forall t > 0$. Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến $\forall t > 0$.

Do đó: $f(\sqrt{x^2 - x + 1}) = f(1 - 2x) \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - x + 1} = 1 - 2x$ nên phương trình (*) tương đương

$$\text{với phương trình: } \sqrt{x^2 - x + 1} = 1 - 2x \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2x \geq 0 \\ x^2 - x + 1 = (1 - 2x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x^2 - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = 0$.

b) Ta có: $\cos^2 x - \sqrt{3} \cos x + 6 \sin x \cos x = (\sin x + \cos x)^2 - \sin^2 x - \sin x$

$$\Leftrightarrow \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x + 3 \sin 2x = 1 + \sin 2x - \sin^2 x - \sin x$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{3} \cos x + 2 \sin 2x = -\sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x$$

$$\Leftrightarrow \sin 2x = \sin \left(\frac{\pi}{3} - x \right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} - x + k2\pi \\ 2x = \pi - \left(\frac{\pi}{3} - x\right) + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm: $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3}$; $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ với $(k \in \mathbb{Z})$.

Câu 4: (3 điểm)

a) Một chiếc xe ô tô đang chạy với vận tốc v_0 (m/s) thì người lái xe đạp phanh. Kể từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -4t + v_0$ (m/s), trong đó t (tính bằng giây) là khoảng thời gian kể từ lúc người lái xe đạp phanh. Tính vận tốc v_0 , biết rằng từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô còn chạy tiếp một quãng đường dài 8 mét.

b) Một lớp học trong một trường đại học có 60 sinh viên, trong đó có 40 sinh viên học tiếng Anh, 30 sinh viên học tiếng Pháp và 20 sinh viên học cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên 2 sinh viên của lớp học này. Tính xác suất để 2 sinh viên được chọn không học ngoại ngữ. Biết rằng trường này chỉ dạy hai ngoại ngữ là tiếng Anh và tiếng Pháp.

Lời giải

a) Với vận tốc chuyển động chậm dần đều $v(t) = -4t + v_0$, thì sau thời gian $\frac{v_0}{4}$ ô tô mới dừng hẳn. Khi đó ô tô đã đi được quãng đường $s = \int_0^{\frac{v_0}{4}} (-4t + v_0) dt = \left(-2t^2 + v_0 t\right) \Big|_0^{\frac{v_0}{4}} = \frac{v_0^2}{8}$ (m).

Theo yêu cầu bài toán, ô tô chạy thêm được quãng đường 8(m), ta có phương trình:

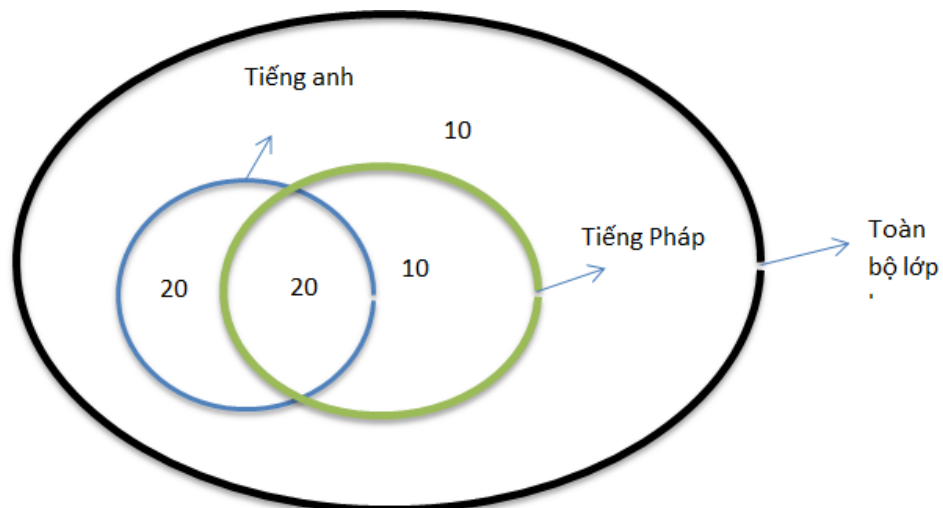
$$\frac{v_0^2}{8} = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} v_0 = 8 \\ v_0 = -8 \end{cases}.$$

Vì ban đầu vận chuyển động có vận tốc, sau đó mới hãm phanh, ta chọn $v_0 = 8$ (m/s).

b)

Cách 1:

Sử dụng biểu đồ ven như hình vẽ bên dưới



Như vậy lớp học đại học đã cho có 10 học sinh không học ngoại ngữ.

Ta xét phép thử: Chọn 2 học sinh bất kỳ trong số 60 học sinh của lớp học.

Số khả năng xảy ra của phép thử là $n(\Omega) = C_{60}^2$.

Xét biến cố A : Chọn ra 2 học sinh không học ngoại ngữ.

Như vậy điều kiện thuận lợi của biến cố A là chọn 2 học sinh trong 10 học sinh không học ngoại ngữ. Do đó $n(A) = C_{10}^2$.

Suy ra xác suất để chọn được 2 học sinh không học ngoại ngữ là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^2}{C_{60}^2} = \frac{3}{118}$.

Cách 2:

Gọi A, P, K lần lượt là tập hợp sinh viên học tiếng Anh, học tiếng Pháp và không học ngoại ngữ. Khi đó $n(A \cup P \cup K) = 60$, $n(A) = 40$, $n(P) = 30$, $n(A \cap P) = 20$.

Ta có

$$n(A \cup P \cup K) = n(A) + n(P) + n(K) - n(A \cap P) - n(A \cap K) - n(P \cap K) + n(A \cap P \cap K)$$

$$\text{Nên } 60 = 40 + 30 + n(K) - 20 - 0 - 0 + 0 \Leftrightarrow n(K) = 10.$$

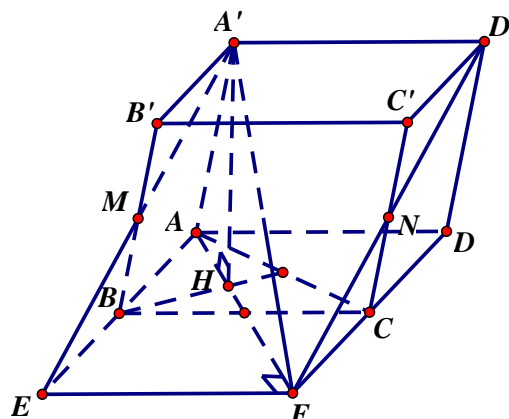
Gọi X là biến cố “2 sinh viên được chọn không học ngoại ngữ”.

Ta có $n(\Omega) = C_{60}^2$, $n(X) = C_{10}^2$.

$$\text{Do đó } P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^2}{C_{60}^2} = \frac{3}{118}.$$

- Câu 5:** (4,0 điểm). Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $BAD = 120^\circ$. Biết các đường thẳng $A'A, A'B, A'C$ cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB', CC' .
- a) Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.
- b) Tính khoảng cách giữa AD và mặt phẳng $(D'MN)$.

Lời giải



- a) Tính thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$.

Gọi H là hình chiếu của A' trên (ABC) , do các đường thẳng $A'A, A'B, A'C$ cùng hợp với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 60° nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$. Do đáy $ABCD$ là hình thoi và $BAD = 120^\circ$ nên $\triangle ABC$ là tam giác đều, suy ra điểm H cũng là trực tâm, trọng tâm của $\triangle ABC \Rightarrow AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$\text{Do } \begin{cases} A'H \perp (ABCD) \\ A'A \cap (ABCD) = A \end{cases}$$

\Rightarrow góc giữa $A'A$ với mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $A'AH \Rightarrow A'AH = 60^\circ$.

$$\triangle A'HA \text{ vuông tại } H \Rightarrow A'H = HA \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ } ABCD.A'B'C'D' \text{ là: } V = S_{ABCD} \cdot A'H = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}.$$

b) Tính khoảng cách giữa đường thẳng AD và mặt phẳng $(D'MN)$.

Cách 1:

Gọi $E = A'M \cap AB, F = D'N \cap DC \Rightarrow EF \parallel BC \parallel AD$ và B, C lần lượt là trung điểm của đoạn AE, DF .

$$\text{Ta có } d(AD, (D'MN)) = d(A, (A'EF)) = \frac{3}{2} d(H, (A'EF)).$$

Vì $AH \perp BC$ nên $AH \perp EF$ hay $HF \perp EF \Rightarrow d(H, (A'EF))$ bằng chiều cao h của tam giác $\triangle A'HF$,

$$\text{trong đó } A'H = a, HF = 2 \cdot HA = \frac{2a\sqrt{3}}{3}, A'F = \sqrt{A'H^2 + HF^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{3}.$$

$$\text{Xét } \triangle A'HF \text{ vuông tại } H \Rightarrow h = \frac{HA' \cdot HF}{A'F} = \frac{2a}{\sqrt{7}}.$$

$$\text{Vậy } d(AD, (D'MN)) = d(A, (A'EF)) = \frac{3}{2} d(H, (A'EF)) = \frac{3}{2} \cdot \frac{2a}{\sqrt{7}} = \frac{3a}{\sqrt{7}}.$$

Cách 2:

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $I \equiv O(0;0;0), B\left(-\frac{a}{2};0;0\right), C\left(\frac{a}{2};0;0\right),$

$$H\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{6}; 0\right), A\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right), A'\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; a\right).$$

$$\text{Do } \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CC'} \Rightarrow B'\left(-\frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{3}}{3}; a\right), C'\left(\frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{3}}{3}; a\right).$$

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{A'D'} \Rightarrow D'\left(a; \frac{a\sqrt{3}}{6}; a\right).$$

$$\overrightarrow{MN} = (a; 0; 0) = a(1; 0; 0) = a\vec{i}, \quad \overrightarrow{MD'} = \left(\frac{3a}{2}; \frac{a\sqrt{3}}{3}; \frac{a}{2} \right) = \frac{a}{6}(9; 2\sqrt{3}; 3) = \frac{a}{6}\vec{m}.$$

Véc tơ pháp tuyến của $(D'MN)$ là $\vec{n} = [\vec{i}; \vec{m}] = (0; -3; 2\sqrt{3})$.

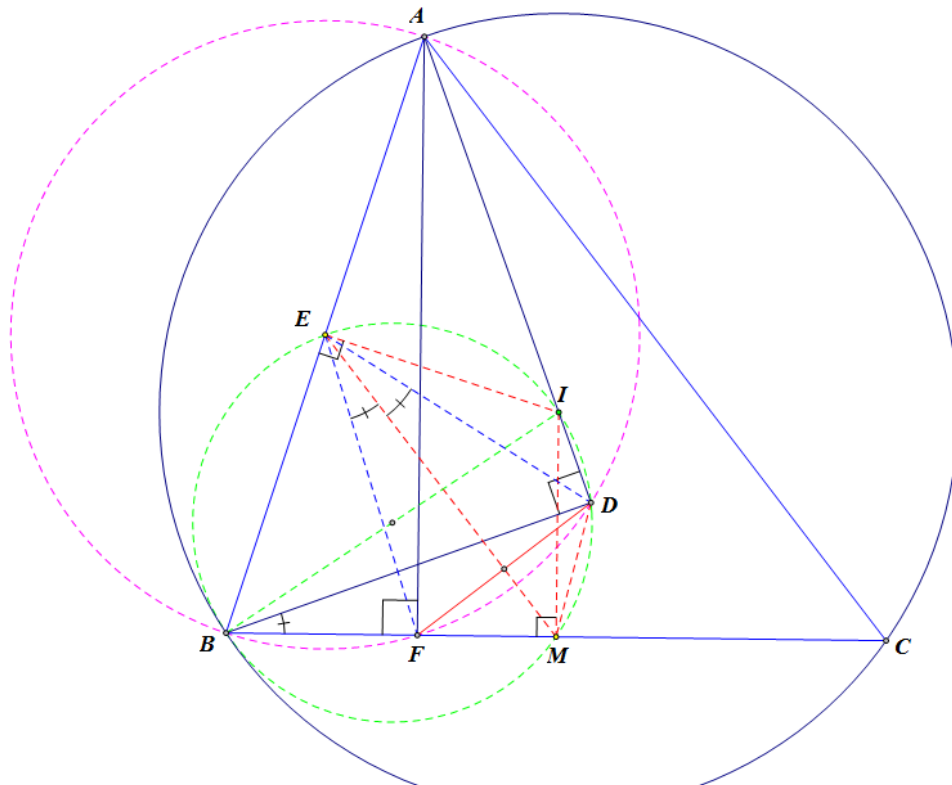
Mặt phẳng $(D'MN)$ có phương trình $3y - 2\sqrt{3}z + \frac{3a\sqrt{3}}{2} = 0$.

Vì AD song song với MN nên AD song song với $(D'MN)$.

$$\text{Ta có } d(AD, (D'MN)) = d(A, (D'MN)) = \frac{3a}{\sqrt{7}}.$$

- Câu 6:** (2 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC nhọn, không cân, nội tiếp đường tròn tâm I . Gọi E, M lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và BC ; các điểm F và D tương ứng là hình chiếu vuông góc của A và B trên các đường thẳng BC và AI .
- a) Chứng minh rằng ME là đường trung trực của đoạn thẳng DF .
- b) Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết rằng $M(2; -1)$, $D\left(\frac{9}{5}; -\frac{8}{5}\right)$ và đường thẳng AC có phương trình $x + y - 5 = 0$.

Lời giải



- a) Ta có $BFA = BDA = 90^\circ$, suy ra tứ giác $ABFD$ nội tiếp đường tròn tâm E , đường kính AB .

Mặt khác $IEB = IDB = IMB = 90^\circ$, suy ra ngũ giác $BEIDM$ nội tiếp đường tròn đường kính BI .

Từ đó ta có $DEM = DBM = DBF$ (cùng chắn cung DM)

Mà góc $DBF = \frac{1}{2} DEF$ (số đo góc ở tâm bằng nửa cung bị chắn).

Suy ra $DEM = DBM = DBF = \frac{1}{2} DEF$, suy ra EM là tia phân giác của góc DEF .

Mà $DE = FE = \frac{1}{2} AB$ do cung nằm trên đường tròn tâm E , đường kính AB .

Suy ra ME là đường trung trực của cạnh FD .

- b) Ta có $ME \parallel AC \Rightarrow ME : x + y - 1 = 0$. Do D và F đối xứng qua ME ta tìm được điểm $F = \left(\frac{13}{5}; -\frac{4}{5} \right)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $BC : \frac{x-2}{\frac{13}{5}-2} = \frac{y+1}{-\frac{4}{5}+1} \Leftrightarrow x-3y-5=0$. Suy ra điểm

$$C = BC \cap AC = (5; 0) \Rightarrow B = (-1; -2).$$

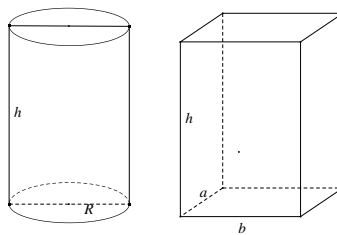
Ta có phương trình $AD \perp BD \Rightarrow AD : 7 \left(x - \frac{9}{5} \right) + \left(y + \frac{8}{5} \right) = 0 \Leftrightarrow 7x + y - 11 = 0$.

$$\text{Vậy } A = AD \cap AC = (1; 4)$$

Câu 7: (2 điểm) Một nhà sản xuất sữa bột dành cho trẻ em cần thiết kế bao bì cho loại sản phẩm mới. Theo yêu cầu của lãnh đạo nhà máy, hộp sữa mới có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông hoặc có dạng một hình trụ. Biết rằng hộp sữa mới có thể tích bằng 1 dm^3 . Hãy giúp lãnh đạo nhà máy thiết kế hộp sữa này sao cho vật liệu sử dụng làm bao bì là ít nhất.

Lời giải

- Nếu hộp sữa có dạng hình hộp chữ nhật với đáy là hình vuông: Gọi độ dài cạnh đáy $x(\text{dm})$, chiều cao $h(\text{dm})$ ($x, h > 0$).



Khi đó thể tích hộp: $V = x^2 h = 1 \Leftrightarrow h = \frac{1}{x^2}$. Suy ra diện tích toàn phần của hộp bằng

$S_{tp} = 4xh + 2x^2 = \frac{4}{x} + 2x^2$. Vật liệu sử dụng làm bao bì ít nhất khi và chỉ khi S_{tp} đạt giá trị nhỏ nhất. Mà $\frac{4}{x} + 2x^2 = \frac{2}{x} + \frac{2}{x} + 2x^2 \geq 3 \cdot 2 = 6$. Vậy trong TH này S_{tp} đạt giá trị nhỏ nhất bằng 6 dm^2

khi đáy là hình vuông có cạnh $x : \frac{2}{x} = 2x^2 \Leftrightarrow x = 1(\text{dm})$.

Nếu hộp sữa có dạng một hình trụ đáy là đường tròn có bán kính $R(\text{dm})$, chiều cao $h(\text{dm})$, ($R, h > 0$). Khi đó ta có thể tích hộp: $V = \pi R^2 h = 1 \Leftrightarrow h = \frac{1}{\pi R^2}$. Suy ra diện tích toàn

phần của hộp bằng $S_p = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = \frac{2}{R} + 2\pi R^2 = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + 2\pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{2\pi}$. Vậy trong TH này S_p đạt giá trị nhỏ nhất bằng $3\sqrt[3]{2\pi} dm^2$ khi đáy là hình tròn có bán kính $R: \frac{1}{R} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow R = \frac{1}{\sqrt[3]{2\pi}} (dm)$.

- So sánh hai trường hợp lãnh đạo nhà máy nên thiết kế hộp sữa có dạng hình trụ với bán kính đáy $R = \frac{1}{\sqrt[3]{2\pi}} (dm)$.

Câu 8: (1 điểm)

Năm bạn học sinh Tính, Nghĩa, Tuấn, Phú và Thuận ở chung một phòng trong ký túc xá của một trường trung học phổ thông. Một hôm, người quản lý ký túc xá đến phòng của năm học sinh này để xác định lại hộ khẩu nhà của từng học sinh. Vì đều là học sinh giỏi toán nên các học sinh không trả lời trực tiếp mà nói với người quản lý ký túc xá như sau:

- Tính: “Nhà bạn Phú ở Thới Lai còn nhà em ở Cờ Đỏ”
- Nghĩa: “Nhà em cũng ở Cờ Đỏ còn nhà bạn Tuấn ở Ô Môn”
- Tuấn: “Nhà em cũng ở Cờ Đỏ còn nhà bạn Phú ở Thốt Nốt”
- Phú: “Nhà em ở Thới Lai còn nhà bạn Thuận ở Ninh Kiều”
- Thuận: “Nhà em ở Ninh Kiều còn nhà bạn Tính ở Thốt Nốt”

Em hãy giúp người quản lý ký túc xá xác định đúng hộ khẩu nhà của các học sinh trên.

Biết rằng trong câu trả lời của mỗi học sinh đều có một phần đúng và một phần sai đồng thời mỗi địa phương là địa chỉ hộ khẩu của đúng một học sinh.

Lời giải

- Tính: “ Nhà bạn Phú ở Thới Lai còn nhà em ở Cờ Đỏ ”. (1).
- Nghĩa: “ Nhà em cũng ở Cờ Đỏ còn nhà bạn Tuấn ở Ô Môn ”. (2).
- Tuấn : “ Nhà em cũng ở Cờ Đỏ còn nhà bạn Phú ở Thốt Nốt ”. (3).
- Phú: “ Nhà em cũng ở Thới Lai còn nhà bạn Thuận ở Ninh Kiều”. (4).
- Thuận: “ Nhà em ở Ninh Kiều còn nhà bạn Tính ở Thốt Nốt ”. (5).

Nếu ý đầu của (3) là đúng thì nhà Tuấn ở Cờ Đỏ. Do đó cả hai ý của (2) là sai.

Vậy ý đầu của (3) là **sai**. Do đó ý sau của (3) là **đúng** hay nhà bạn Phú ở Thốt Nốt.

Do đó ý đầu của (1) là **sai** và ý sau của (5) là **sai** hay ý sau của (1) là **đúng** và ý đầu của (5) là **đúng**. Suy ra nhà bạn Tính ở Cờ Đỏ và nhà bạn Thuận ở Ninh Kiều.

Vì nhà bạn Tính ở Cờ Đỏ nên ý đầu của (2) là **sai** hay ý sau của (2) là **đúng**. Suy ra nhà bạn Tuấn ở Ô Môn. Còn lại nhà bạn Nghĩa ở Thới Lai.

Kết luận: nhà bạn Phú ở Thốt Nốt; nhà bạn Tính ở Cờ Đỏ và nhà bạn Thuận ở Ninh Kiều; nhà bạn Tuấn ở Ô Môn; nhà bạn Nghĩa ở Thới Lai.



NHÓM TOÁN VD - VDC