

Trang 1

Họ tên: Ngô Chí Thuận

Lớp: 23H50203

MSSV: 523140102

Bài tập

1e).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} & ; \text{ if } x > 0 \\ -\frac{1}{6}x + \frac{1}{2} & ; \text{ if } -2 \leq x \leq 0 \\ \frac{3x^2 - 4x - 20}{2x^2 + x - 6} & ; \text{ if } x < -2 \end{cases} \quad x_0 = 0 \text{ and } x_0 = -2$$

Xét tại $x_0 = 0$

$$\cdot f(0) = -\frac{1}{6} \cdot 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} -\frac{1}{6}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\cdot \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} \quad \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\text{Từ (2) và (3)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{2} \quad (4)$$



Trang 2

$$\text{Từ (1) và (4)} \Rightarrow f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{2}$$

\Rightarrow Hàm số liên tục tại $x = \frac{1}{2}$

Xét tại $x_0 = -2$

$$\bullet f(-2) = \frac{-1}{6}(-2) + \frac{1}{2} = \frac{5}{6} \quad (5)$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{3x^2 - 4x - 20}{2x^2 + x - 6} \quad \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{6x - 4}{4x + 1} = \frac{16}{7} \quad (6)$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{3x^2 - 4x - 20}{2x^2 + x - 6}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \left(-\frac{1}{6}x + \frac{1}{2} \right) = \frac{5}{6} \quad (7)$$

$$\text{Từ (6) và (7)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$$

\Rightarrow Hàm số không liên tục tại $x = -2$
và $x = -2$ là điểm nhảy của hàm số

$$\text{Bước nhảy: } \left| \frac{5}{6} - \frac{16}{7} \right| = \frac{61}{42}$$

$$\text{Từ (5) và (7)} \Rightarrow f(-2) = \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \frac{5}{6}$$

\Rightarrow Hàm số liên tục bên phải tại $x = -2$



4/

$$b/. f(x) = \frac{e^x}{x}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{e^x x - e^x}{x^2} = \frac{e^x(x-1)}{x^2}$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{(e^x(x-1))' \cdot x^2 - e^x(x-1) \cdot 2x}{x^4}$$

$$= \frac{(e^x(x-1) + e^x)x^2 - 2e^x x^2 - 2e^x x}{x^4}$$

$$= \frac{(e^x x - e^x + e^x)x^2 - 2e^x x^2 - 2e^x x}{x^4}$$

$$= \frac{e^x x^3 - 2e^x x^2 - 2e^x x}{x^4}$$

$$= \frac{x(e^x x^2 - 2e^x x - 2e^x)}{x^4}$$

$$= \frac{e^x x^2 - 2e^x x - 2e^x}{x^3}$$

$$= \frac{e^x(x^2 - 2x - 2)}{x^3}$$

4/

$$d/ f(x) = \sin 3x + \cos \frac{x}{2} + \arctan x$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3\cos 3x - \frac{1}{2}\sin \frac{x}{2} + \frac{1}{1+x^2}$$

$$\Rightarrow f''(x) = -3 \cdot 3 \sin 3x - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2} + \frac{-(1+x^2)'}{(1+x^2)^2}$$

$$= -9\sin 3x - \frac{1}{4}\cos \frac{x}{2} - \frac{2x}{(1+x^2)^2}$$

$$6/c/ f(x) = \sqrt{-x^2 + 5x + 6}$$

$$TXD: D = [-1; 6] \text{ hay } -1 \leq x \leq 6$$

$$f'(x) = \frac{-2x+5}{2\sqrt{-x^2+5x+6}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{2}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	$\frac{5}{2}$	6	$+\infty$
$f'(x)$		\parallel	$+$	0	$-$
		\parallel		\parallel	
$y = f(x)$			$\nearrow \frac{7}{2}$		
			\searrow		
				0	

Kết luận:

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1; y = 0$

và $x = 6; y = 0$

Trang 5

Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất toàn cục bằng 0 tại $x = -1$
và $x = 6$

Hàm số đạt cực đại tại $x = \frac{5}{2}$; $y = \frac{7}{2}$

Hàm số đạt giá trị lớn nhất toàn cục bằng $\frac{7}{2}$ tại $x = \frac{5}{2}$

7/5/

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x \quad (0 \cdot \infty)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\frac{1}{x^2}} \quad \left(\frac{\infty}{\infty} \right)$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-2x}{x^4}} \quad \left(\frac{\infty}{\infty} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-2}{x^3}} \quad \left(\frac{\infty}{\infty} \right)$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cancel{\frac{1}{x^2}}}{\frac{x^3 + 6x^6}{x^6}} \quad \left(\frac{\infty}{\infty} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{-1}{x^2}}{\frac{x^2(x+6)}{x^6}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{-1}{x^2}}{\frac{x+6}{x^4}} \quad \left(\frac{\infty}{\infty} \right)$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{2}{x^3}}{\frac{x^4 - (x+6)4x^3}{x^8}}$$

Trang 6

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{2}{x^3}}{\frac{x-4x+20}{x^5}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{x^3} \cdot \frac{x^5}{-3x+20}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x^5}{-3x^4+20x^3} \quad \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{10x^4}{-12x^3+72x^2} \quad \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{40x^3}{36x^2+144x} \quad \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$\stackrel{L'H}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{120x^2}{72x+144} \quad \left(\frac{0}{0} \right)$$

$$\stackrel{L'H}{=} \frac{240x}{72} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{240x}{72} = 0$$

7/K/ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan \frac{\pi x}{2}}{\ln(1-x)}$

Ta có:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\tan \frac{\pi x}{2}}{\ln(1-x)} = -\infty \quad (1)$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\tan \frac{\pi x}{2}}{\ln(1-x)} \text{ không tồn tại (2) vì } \ln \text{ của số âm là không xác định}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan \frac{\pi x}{2}}{\ln(1-x)} \neq \lim_{x \rightarrow 1} \tan \frac{\pi x}{2}$$



Trang 7

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan \frac{\pi x}{2}}{\ln(1-x)} \text{ không tồn tại}$$