

Trang 1

Họ và tên: Lê Minh Kha

MSSV: 523140036

Lớp: 23H50201

Bài 23a.

Ta có: $|S| = 4 = \dim \mathbb{R}^4 \Rightarrow S \text{ spans } \mathbb{R}^4$ (1)

Xét ~~hệ~~ tổ hợp tuyến tính: $\sum_{i=1}^4 c_i u_i = 0$

Ta có: ma trận mở rộng
$$\begin{pmatrix} -9 & 1 & 4 & 1 \\ 7 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = 0 \\ c_2 = 0 \\ c_3 = 0 \\ c_4 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow S$ độc lập tuyến tính (2)

từ (1), (2) $\Rightarrow S$ là cơ sở của \mathbb{R}^4

Ta có: $|S'| = 4 = \dim \mathbb{R}^4 \Rightarrow S' \text{ spans } \mathbb{R}^4$ (3)

Xét tổ hợp tuyến tính: $\sum_{i=1}^4 c'_i u'_i = 0$

Ta có: ma trận mở rộng
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & -2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} c'_1 = 0 \\ c'_2 = 0 \\ c'_3 = 0 \\ c'_4 = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow S'$ độc lập tuyến tính (4)

từ (3), (4) $\Rightarrow S'$ là cơ sở của \mathbb{R}^4

Trang 2

Bài 23b.

Xét tổ hợp tuyến tính: $\sum_{i=1}^4 c_i u_i = v$

Ma trận mở rộng $\left(\begin{array}{cccc|c} -9 & 1 & 4 & 1 & -5 \\ 7 & -1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$

$$\Rightarrow \begin{cases} c_1 = 9/22 \\ c_2 = 13/22 \\ c_3 = -61/154 \\ c_4 = 15/154 \end{cases} \Rightarrow [v]_S = \begin{pmatrix} 9/22 \\ 13/22 \\ -61/154 \\ 15/154 \end{pmatrix}$$

Bài 23c.

Xét tổ hợp tuyến tính:

$$u'_1 = \sum_{i=1}^4 a_i u_i; \quad u'_2 = \sum_{i=1}^4 b_i u_i$$

$$u'_3 = \sum_{i=1}^4 c_i u_i; \quad u'_4 = \sum_{i=1}^4 d_i u_i$$

Vậy có: $\left(\begin{array}{cccc|cccc} -9 & 1 & 4 & 1 & 1 & -2 & 3 & -2 \\ 7 & -1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & 1 & 3 & -2 & 3 & 3 \\ 1 & -3 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & -2 \end{array} \right)$

Lang 3

$$\begin{cases} a_1 = -2/11 \\ a_2 = 15/77 \\ a_3 = -50/77 \\ a_4 = 136/77 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_1 = -3/22 \\ c_2 = 36/77 \\ c_3 = -9/154 \\ c_4 = 237/154 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1 = 1/22 \\ b_2 = -79/154 \\ b_3 = -19/154 \\ b_4 = -45/77 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_1 = 5/11 \\ d_2 = 145/154 \\ d_3 = 15/77 \\ d_4 = 57/154 \end{cases}$$

$$\Rightarrow [u'_1]_S = \begin{pmatrix} -2/11 \\ 15/77 \\ -50/77 \\ 136/77 \end{pmatrix}$$

$$; [u'_2]_S = \begin{pmatrix} 1/22 \\ -79/154 \\ -19/154 \\ -45/77 \end{pmatrix}$$

$$[u'_3]_S = \begin{pmatrix} -3/22 \\ 36/77 \\ -9/154 \\ 237/154 \end{pmatrix}$$

$$; [u'_4]_S = \begin{pmatrix} 5/11 \\ 145/154 \\ 15/77 \\ 57/154 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow P_{S' \rightarrow S} = \begin{pmatrix} -2/11 & 1/22 & -3/22 & 5/11 \\ 15/77 & -79/154 & 36/77 & 145/154 \\ -50/77 & -19/154 & -9/154 & 15/77 \\ 136/77 & -45/154 & 237/154 & 57/154 \end{pmatrix}$$

Trang 4

Bài 26c.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{R_3 + 2R_1 \rightarrow R_3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_2 \leftrightarrow R_3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \xrightarrow{2R_4 + 3R_2 \rightarrow R_4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 6 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_4 - 6R_3 \rightarrow R_4} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

\Rightarrow cơ sở của A là

$$W = \{(1, 1, 0, 0); (0, 2, 2, 2); (0, 0, 1, 1); (0, 0, 0, 6)\}$$

$\Rightarrow \dim W = 4$