



**ĐẠI HỌC KINH TẾ QUỐC DÂN**  
**KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN**

# **CHƯƠNG I**

## **MỘT SỐ KHÁI NIỆM CƠ BẢN**

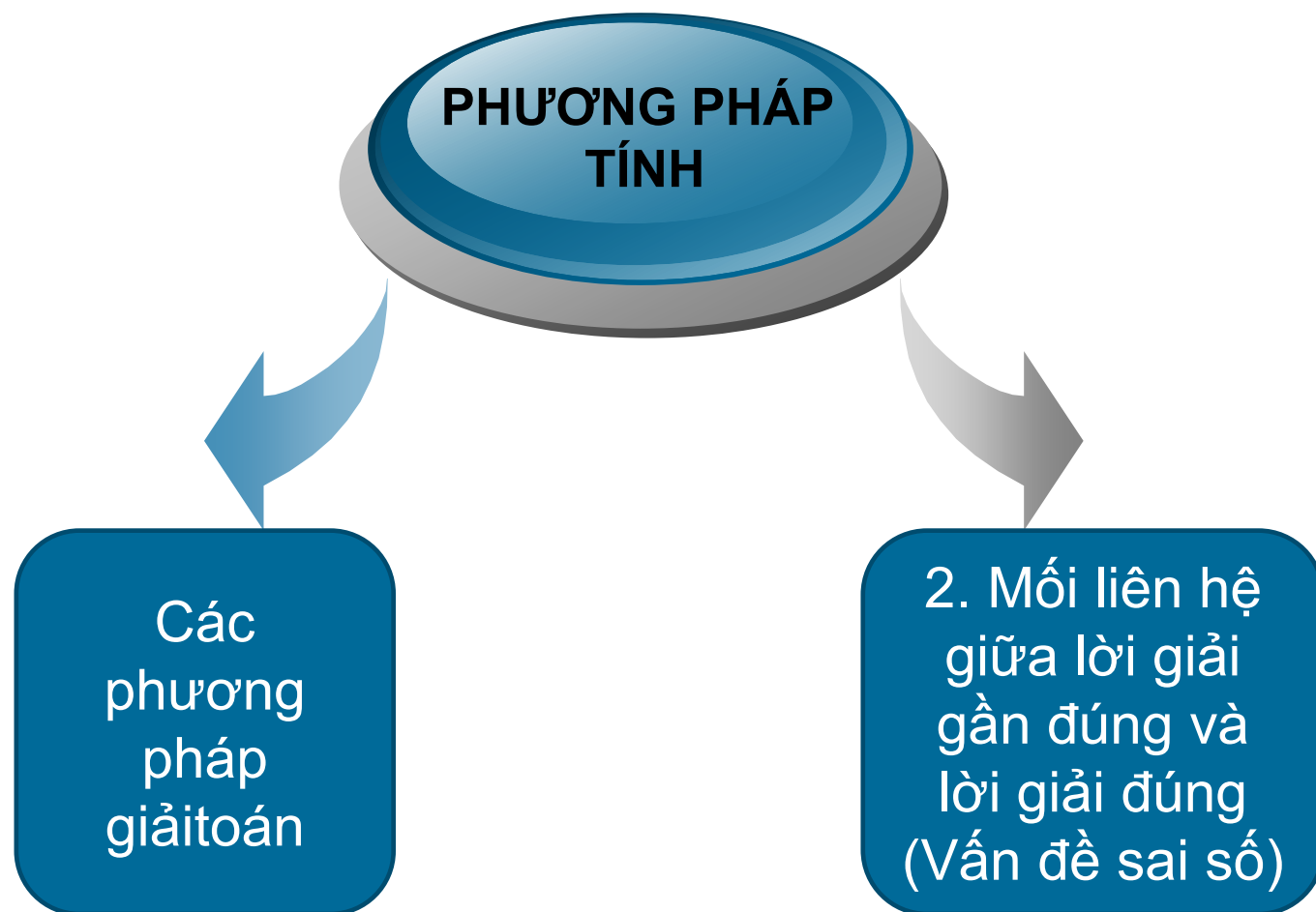
# MỤC TIÊU

- Giới thiệu về phương pháp giải gần đúng
- Trình bày về sai số và các loại sai số
- Phân biệt sai số tuyệt đối và sai số tương đối
- Mô tả cách biểu diễn sai số quy tròn
- Các quy tắc tính sai số.
- Giới thiệu công cụ Matlab

# NỘI DUNG

1. Giới thiệu
2. Sai số và các loại sai số
3. Sai số tuyệt đối và sai số tương đối
4. Cách viết số xấp xỉ
5. Sai số quy tròn
6. Các quy tắc tính sai số

# 1. GIỚI THIỆU



## 2. SAI SỐ VÀ CÁC LOẠI SAI SỐ

- Khi giải bài toán bằng phương pháp số ta thường gặp những loại sai số:
  - Sai số trong việc mô hình hóa bài toán
  - Sai số phương pháp
  - Sai số của số liệu
  - Sai số tính toán
- Tổng hợp các sai số có thể dẫn đến lời giải quá cách xa so với lời giải đúng.

### 3. SAI SỐ TUYỆT ĐỐI VÀ TƯƠNG ĐỐI

#### 1. Sai số tuyệt đối:

- Xét đại lượng **đúng**  $A$  và đại lượng **gần đúng** của nó là  $a$ .
- Ta nói  $a$  xấp xỉ  $A$  và viết là:  $a \approx A$
- $\Delta = |a - A|$  là **sai số thực sự**
- Vì không xác định được  $\Delta$  nên ta xét đến 2 loại sai số:
- Sai số tuyệt đối : Giả sử  $\exists \Delta_a > 0$  đủ bé sao cho:  
 $|a - A| \leq \Delta_a$  (1). Khi đó  $\Delta_a$  **gọi là sai số tuyệt đối**.
- Quy ước:  $\Delta_a$  là số dương nhỏ nhất thỏa mãn (1).  
Hay:  $A = a \pm \Delta_a$  (2).  
Tức là:  $a - \Delta_a \leq A \leq a + \Delta_a$

### 3. SAI SỐ TUYỆT ĐỐI VÀ TƯƠNG ĐỐI

#### 2. Sai số tương đối:

- Gọi  $\Delta_a$  là sai số tuyệt đối của  $a$
- Tỷ số  $\delta_a = \frac{\Delta_a}{|a|}$  là sai số tương đối của  $a$

$$\Rightarrow \Delta_a = \delta_a \cdot |a| \quad (3)$$

Từ (2) và (3) ta thu được:

$$A = a \pm \delta_a \cdot |a|$$

$$= a (1 \pm \delta_a)$$

## 3. SAI SỐ TUYỆT ĐỐI VÀ TƯƠNG ĐỐI

### 3. Ví dụ

- Thực hiện hai phép đo chiều dài A và B thu được:

$$a = 10\text{m}; \Delta_a = 0.05$$

$$b = 2\text{m}; \Delta_b = 0.05$$

- Ta nói: phép đo A thực hiện chất lượng hơn phép đo B vì:
  - Sai số tuyệt đối của hai phép đo bằng nhau
  - Sai số tương đối của hai phép đo khác nhau do

$$\delta_a = \frac{0.05}{10} = 0.005 < \delta_b = \frac{0.05}{2} = 0.025$$



## 4. CÁCH VIẾT SỐ XẤP XỈ

### 1. Chữ số có nghĩa

- Định nghĩa:

Một số viết dưới dạng thập phân có thể gồm nhiều chữ số, ta chỉ kể các chữ số từ chữ số khác không đầu tiên tính từ trái đến chữ số cuối cùng khác không phía bên phải là các chữ số có nghĩa.

- Ví dụ:

Số: 2.740 có 3 chữ số có nghĩa

Số: 0.02078 có 4 chữ số có nghĩa.

## 4. CÁCH VIẾT SỐ XẤP XỈ

### 2. Chữ số đáng tin

- Mọi số thập phân được mô tả:  $a = \pm \sum \alpha_s \cdot 10^s$  với  $\alpha_s = 0 \dots 9$
- Ví dụ:

$$15.402 = 1 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-1} + 0 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}$$

Trong đó:  $\alpha_1 = 1$ ;  $\alpha_0 = 5$ ;  $\alpha_{-1} = 4$ ;  $\alpha_{-2} = 0$ ;  $\alpha_{-3} = 2$ ;

- Giả sử  $a$  là xấp xỉ của số  $A$  với sai số tuyệt đối  $\Delta_a$ . Ta định nghĩa  $\alpha_s$  là số đứng ở hàng thứ  $s$  của  $a$ .
  - Nếu  $\Delta_a \leq 0.5 \times 10^s$  thì  $\alpha_s$  là chữ số đáng tin
  - Nếu  $\Delta_a > 0.5 \times 10^s$  thì  $\alpha_s$  là chữ số đáng nghi

## 4. CÁCH VIẾT SỐ XẤP XỈ

- **Ví dụ:**

- Cho số  $a = 65.8274$
- $\Delta_a = 0.0043$
- Các chữ số: 6, 5, 8, 2 chữ số đáng tin
- Các chữ số: 7, 4 chữ số đáng nghi

- **Cách viết số xấp xỉ**

Giả sử  $a$  là xấp xỉ của  $A$  và sai số tuyệt đối và tương đối tương ứng là  $\Delta_a$  và  $\delta_a$ . Ta sử dụng một trong hai cách viết:

$$A = a \pm \Delta_a \text{ hoặc } A = a \pm \delta_a$$

## 5. SAI SỐ QUY TRÒN

### 1. Hiện tượng quy tròn số

- Việc bỏ đi những chữ số đáng nghi cho gọn gọi là việc quy tròn số
- Mỗi khi quy tròn số ta đã tạo ra một sai số và gọi là sai số quy tròn

### 2. Ảnh hưởng của sai số quy tròn

$$\text{Cho } A = (\sqrt{2} - 1)^{10}$$

Áp dụng công thức nhị thức Newton ta có:

$$A = (\sqrt{2} - 1)^{10} = 3363 - 2378\sqrt{2}$$

## 5. SAI SỐ QUY TRÒN

Cho  $A = (\sqrt{2} - 1)^{10}$ . Áp dụng công thức nhị thức Newton ta có:

$$(\sqrt{2} - 1)^{10} = 3363 - 2378\sqrt{2} \quad (1)$$

với  $\sqrt{2} = 1.141421356$

| $\sqrt{2}$  | Vế trái (I)   | Vế phải (I) |
|-------------|---------------|-------------|
| 1.4         | 0.00001048756 | 33.8        |
| 1.41        | 0.0001342     | 10.02       |
| 1.414       | 0.0001479     | 0.508       |
| 1.41421     | 0.000148      | 0.00862     |
| 1.414213563 | 0.0001486     | 0.0001472   |

## 5. SAI SỐ QUY TRÒN

### *Nhận xét:*

- Sự chênh lệch và khác biệt từ kết quả thu được của hai vé cho thấy sai số quy tròn cũng đáng ngại
- Kết quả tính A ở ở Vé trái là ổn định và ở Vé phải là không ổn định

## 6. CÁC QUY TẮC TÍNH SAI SỐ

### 1. Mở đầu:

Xét hàm số  $u=f(x,y)$

Cho biết sai số của  $x, y$ . Xác định sai số của  $u$

Kí hiệu:

- $\Delta x = x - X$  là số gia của  $x$ ;
- $\Delta y = y - Y$  là số gia của  $y$
- $\Delta u$  là số gia của  $u$
- $dx, dy$  là vi phân của  $x$  và  $y$
- $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_u$  : sai số của  $x, y, u$

Theo định nghĩa sai số:

- $|x - X| = \Delta x \leq \Delta_x$
- $|y - Y| = \Delta y \leq \Delta_y$

Phải tìm  $\Delta u$  sao cho:  $\Delta u \leq \Delta_u$

## 6. CÁC QUY TẮC TÍNH SAI SỐ

### 2. Sai số của tổng

Xét hàm số  $u=x+y$

$$\Delta u = \Delta x + \Delta y$$

$$\Rightarrow |\Delta u| \leq |\Delta x| + |\Delta y|$$

$$\leq \Delta_x + \Delta_y$$

Ta chọn  $\Delta_{x+y} = \Delta_x + \Delta_y$  để có:  $\Delta u \leq \Delta_u$

Quy tắc: Sai số tuyệt đối của tổng bằng tổng các sai số tuyệt đối của các số hạng



## 6. CÁC QUY TẮC TÍNH SAI SỐ

### 3. Sai số của tích

Xét hàm số  $u=x.y$

$$\Delta u \approx du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy = ydx + xdy \approx y.\Delta x + x.\Delta y$$

$$\Rightarrow |\Delta u| \leq |y| \cdot |\Delta x| + |x| \cdot |\Delta y|$$
$$\leq |y| \cdot \Delta x + |x| \cdot \Delta y$$

$$\text{Ta suy ra } \Delta_u = |y| \cdot \Delta_x + |x| \cdot \Delta_y$$

$$\Rightarrow \delta_u = \frac{\Delta_u}{|u|} = \frac{|y| \cdot \Delta_x + |x| \cdot \Delta_y}{|xy|} = \frac{\Delta_x}{x} + \frac{\Delta_y}{y}$$

$$\Rightarrow \delta_{xy} = \delta_x + \delta_y$$

$$\text{Đặc biệt: } \delta_{(x^n)} = n \cdot \delta_x$$

## 6. CÁC QUY TẮC TÍNH SAI SỐ

### 4. Sai số của thương

Xét hàm số:  $u = \frac{x}{y}, y \neq 0$

$$\Rightarrow \delta_{x/y} = \delta_x + \delta_y$$

### 5. Công thức tổng quát

Cho  $u = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

$$\text{Khi đó: } \Delta_u = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| \cdot \Delta_{x_i}$$

## 6. CÁC QUY TẮC TÍNH SAI SỐ

**Chú ý:** Tại sao không nhắc đến  $u = x - y$

Xét hàm số  $u = x - y$  với  $x, y$  cùng dấu

$$\delta_u = \frac{\Delta u}{|u|} = \frac{\Delta x + \Delta y}{|x - y|}$$

Nếu  $|x - y|$  bé thì  $\delta_u$  lớn. Nên tránh trừ các số gần nhau

## 6. CÁC QUY TẮC TÍNH SAI SỐ

### Ví dụ 1:

Tính sai số tuyệt đối và sai số tương đối của  $V$  là  $\Delta_V$  và  $\delta_V$  biết rằng:

$$V = \frac{1}{6}\pi d^3$$

Trong đó:  $d = 3.7 \pm 0.05$  ;  $\pi = 3.14 \pm 0.0016$

HD:

1. Sai số tương đối
2. Sai số tuyệt đối

## 6. CÁC QUY TẮC TÍNH SAI SỐ

### Ví dụ 2

Tính sai số tuyệt đối và sai số tương đối của  $S$  là  $\Delta_S$  và  $\delta_S$  biết rằng:

$$S = \pi R^2$$

$$R = 5.25 \pm 0.001;$$

$$\pi = 3.14 \pm 0.002$$

## 6. CÁC QUY TẮC TÍNH SAI SỐ

### Ví dụ 3

Cho:

$$a = 15 \pm 0.02$$

$$b = 0.123 \pm 0.001$$

$$c = 13 \pm 0.005$$

Tính sai số tuyệt đối trong các trường hợp

1.  $x = a^3 - b\sqrt{c}$

2.  $y = \frac{a^3}{b\sqrt{c}}$

3.  $z = a + bc$

# TÓM TẮT CHƯƠNG

- Lý do, ý nghĩa của phương pháp giải gần đúng
- Sự khác biệt giữa toán học tính toán và toán học lý thuyết
- Sai số và các loại sai số
- Cách viết số xấp xỉ
- Sai số quy tròn
- Các quy tắc tính sai số
  - Sai số của tổng
  - Sai số của tích
  - Sai số của thương
  - Công thức tính sai số tổng quát