

---

## BÀI TẬP 04

**Bài 1** Tính vector gradient và ma trận Hesse của các hàm số sau:

(a)

$$f(x, y) = 4 + x^3 + y^3 - 3xy$$

(b)

$$f(x, y) = 3x - x^3 - 2y^2 + y^4$$

(c)

$$f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + y$$

(d)

$$f(x, y) = xy - 2x - 2y - x^2 - y^2$$

(e)

$$f(x, y) = (x - y)(1 - xy)$$

(f)

$$f(x, y) = y(e^x - 1)$$

(g)

$$f(x, y) = x^2 + y^4 + 2xy$$

(h)

$$f(x, y) = 2 - x^4 + 2x^2 - y^2$$

(i)

$$f(x, y) = x^3 - 3x + 3xy^2$$

(j)

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x^2 - 3y^2 - 9x$$

(k)

$$f(x, y) = x^4 - 2x^2 + y^3 - 3y$$

(l)

$$f(x, y) = y \cos x$$

(m)

$$f(x, y) = e^x \cos y$$

(n)

$$f(x, y) = xye^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$$

(o)

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-x}$$

**Bài 2** (Nâng cao) Xác định các điểm cực đại và cực tiểu của các hàm số trong **Bài 1**. Cho biết giá trị của hàm số tại các điểm đó.

**Bài 3** Sử dụng vector gradient và ma trận Hesse để tìm các điểm cực đại và cực tiểu của các hàm bậc hai sau và cho biết giá trị của hàm số tại các điểm đó.

(a)

$$f(x, y, z) = 4x^2 + 10y^2 + 17z^2 - 12yz - 12zx$$

(b)

$$f(x, y, z) = x^2 - 19y^2 + 24xy - 12yz + 12zx$$

---

(c)

$$f(x, y) = -2x^2 - 2y^2 + 2xy$$

(d)

$$f(x, y, z) = 9x^2 + 16y^2 + 3z^2 - 12xy + 12yz$$

(e)

$$f(x, y, z) = -20y^2 - z^2 + 24xy - 12yz + 12zx$$

(f)

$$f(x, y) = -x^2 - y^2 + 2xy$$

(g)

$$f(x, y) = x + y^2$$