





# Auto-organisation décentralisée multi-cartes

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay

École doctorale n° 000, dénomination et sigle Spécialité de doctorat: voir annexe Unité de recherche: voir annexe Référent: : voir annexe

Thèse présentée et soutenue à ....., le .... 202X, par

Prénom NOM

#### Composition du jury:

Prénom Nom Titre, Affiliation Prénom Nom Titre, Affiliationt

Prénom Nom Titre, Affiliation Prénom Nom Titre, Affiliation Prénom Nom Titre, Affiliation Prénom Nom Titre, Affiliation

Président/e

Rapportrice

Rapporteur

Examinatrice

Examinateur

Examinateur

Directrice

Codirecteur

Coencadrante

Invité

NNT: 2020UPASA000



Titre: Auto-organisation décentralisée multi-cartes

Mots clés: Cartes de Kohonen, Modularité, Architecture de réseaux de neurones

Title: Multi-map decentralized self-organization

Keywords: Kohonen maps, modularity, neural networks architecture

Université Paris-Saclay Espace Technologique / Immeuble Discovery Route de l'Orme aux Merisiers RD 128 / 91190 Saint-Aubin, France

# Contents

1	App	proche modulaire des reseaux de neurones	5
	1.1	Inspiration Biologique des systèmes modulaires	5
		1.1.1 Aspect modulaire des cerveaux	5
		1.1.2 Autres systèmes modulaires biologiques	5
		1.1.3 Comment définir la modularité d'un système naturel ?	
	1.2	Réponse à un intéret computationnel	5
		1.2.1 Réseaux en "petit-monde"	5
	1.3	Modularité et emergence	
		1.3.1 Systèmes complexes	
		1.3.2 Modularité necessaire pour l'emergence d'un apprentissage ?	6
	1.4	Quelle définition de la modularité ?	
		1.4.1 Modularité structurelle vs fonctionnelle ?	6
		1.4.2 Auto-organisation comme conséquence de la modularité ?	6
	1.5	Réseaux de neurones modulaires	6
		1.5.1 Deep Learning	6
		1.5.2 Réseaux auto-organisés	
	1.6	Enjeux d'une architecture modulaire de SOMs	7
2	Un	réseau de neurones auto-organisé : les cartes de kohonen	9
	2.1	Principe Général	9
	2.2	Approche topologique des cartes de Kohonen	
	2.3	Principes d'organisation	
	2.4	A trier	9
3	Con	struction d'une architecture modulaire de cartes de kohonen	11
	3.1	Description de l'algorithme	11
	3.2	Choix des paramètres	
	3.3	Analyse de la relaxation	
	3.4	Implémentation	11
4	Ana	dyser l'organisation : une approche par variables aléatoires	13
		Cas d'utilisation : les entrées multimodales	13
		4.1.1 Définition et inspiration biologique	13
		4.1.2 Formalisme	13
		4.1.3 Perspectives	13
	4.2	Représentation des entrées	13
	4.3	Information apprise par une carte	13
	4.4	Représenter une carte au sein d'une architecture	14
	4.5	Prédiction d'entrée	14

# Introduction

Cette thèse propose une contruction d'une architecture modulaire

# Approche modulaire des réseaux de neurones

De nombreux modèles biologiques présentent des architectures modulaires. Notre conception du monde se présente en fait sous une forme de modularité. Trouver un questionnement, un exemple qui parle de modularité dans les systèmes biologiques. Présentation d'exemples de théories dérivées d'une modularité bio-inspirée. - Brooks [3]

## 1.1 Inspiration Biologique des systèmes modulaires

- Inspiration principale des systèmes modulaires = cerveaux. Dans l'intro de la plupart des papiers, c'est la motivation pour faire des systèmes modulaires. Citer des motivations

### 1.1.1 Aspect modulaire des cerveaux

- Nombreuses études s'appuient sur le système modulaire : le cerveau [5, 8, 2] - Modularité structurelle : exemple du cortex visuel - Connexions - Modularité hiérarchique (modules de modules) : exemples.

### 1.1.2 Autres systèmes modulaires biologiques

- groupes d'individus?

### 1.1.3 Comment définir la modularité d'un système naturel?

Plusieurs travaux cherchent à définir ce qu'on appelle modulaire. On - Comment définit on la modularité d'un système naturel ? [7, 9]

# 1.2 Réponse à un intéret computationnel

### 1.2.1 Réseaux en "petit-monde"

#### Définition et exemples

Definition: type de graphe dans lequel la distance moyenne entre deux noeuds est proportionnelle à log(N), N le nombre de noeuds. C'est à dire, un graphe dans lequel on trouvera un chemin assez court entre n'importe quels noeuds. Particularités : forme souvent des cliques ( sous graphes fortement connexes), donc une structure modulaire. Par contre, tous les réseaux small world ne sont pas necessairement modulaire.

Barabasi: Hypothèse que les réseaux small world présentent un avantage evolutionnaire.

Souvent admis que le cerveau en tant que réseau de neurones est small world. Mais : [?] : différencie réseaux small world et réseaux hiararchique modulaires, et statue qu'un réseau peut etre "hiérarchique modulaire" même s'il n'est pas small world, mais possède une dimension topologique finie. [7] : statue que un réseau modulaire est small world, mais différencie les réseaux hiérarchiques modulaires, et statue que le cerveau est plutot hiérarchique modulaire. Donne des exemples de systèmes hiérarchiques modulaires (self similarity), notamment : cerveau

Modularité hiérarchique présente l'avantage de maintenir une activité dans le réseau sans que ca ne colonise tout ni ne s'eteigne, ce qui est nécessaire pour la computation.

- Définir small world vs hiérarchique modulaire?
- Exemples de réseaux small world, hiéarchiques?

#### réponse a un problème de contrainte physiques, énergétiques

- Parallelisme, calcul et small world networks : réponse a un problème de contrainte physiques,
énergétiques. - Calcul distribué - Automates cellulaires ?

### 1.3 Modularité et emergence

La modularité est liée a la complexité des systèmes, donc l'emergence de comportements chaotiques et/ou synchronisés.

### 1.3.1 Systèmes complexes

### 1.3.2 Modularité necessaire pour l'emergence d'un apprentissage ?

SYSTEMATIC GENERALIZATION: WHAT IS REQUIRED AND CAN IT BE LEARNED?: Our findings show that the generalization of modular models is much more systematic and that it is highly sensitive to the module layout, i.e. to how exactly the modules are connected.

## 1.4 Quelle définition de la modularité?

Il s'agit de tirer une définition claire de ce qu'on appelle modularité. Entre l'étude des systèmes biologiques et l'ingénieurie des réseaux de neurones, l'aspect modulaire des réseaux et plus généralement des systèmes peut se définir de plusieurs manières.

#### 1.4.1 Modularité structurelle vs fonctionnelle?

Définissons en premier lieu le système étudié. Cela peut être un réseau physique, comme c'est le cas dans les réseaux de neurones, mais aussi un système dynamique. Dans ce dernier cas, définir des propriétés de modules via la structure de ce système est plus difficile.

#### Réseaux modulaires

#### Définir la modularité par la fonction

### 1.4.2 Auto-organisation comme conséquence de la modularité ?

- Tour d'horizons des définitions : en bio, en ingénieurie. Auto-organisation, conséquence de la modularité ? - Taxonomie : fonctionnelle, stucture modulaire, emergence - Position de l'autrice du manuscrit sur la modularité, intéret des différentes modularités - Discussion : est ce que notre esprit modulaire veut trouver de la modularité a tout prix ? ( quand la mod est

fonctionnelle, peut etre biais de nos représentations? Mais, on observe assez objectivement des modules physiques via les connexions dans de nombreux réseaux. Evolution l'a fait comme ca, probablement une réponse globale a un problème. - Echelles de la modularité. - Activation d'autres modules - Mutli-modalité - un mot, rappel dans une autre partie

#### 1.5 Réseaux de neurones modulaires

- Challenges et intérêt potentiel des réseaux de neurones modulaires ? -> Evolution (wertmer, meunier) : pousser plus loin pour etre au jus sur les challenges actuels (voir du coté du deep : quelles sont les motivations et les challenges ?

A mettre dedans:

- Réseaux top down / modulaires ? définition, a quel point un réseau est modulaire, qu'est ce qu'on appelle réseau modulaire ? -

#### 1.5.1 Deep Learning

Grosse boite noire qui ont des performances remarquables sur le traitement des images, du langage etc; leur représentation est toujours un challenge.

- Réseaux qui apprennent a s'organiser en modules. Interet. Limites? Performances? [1, 6] "The NMN approach is intuitively appealing but its widespread adoption has been hindered by the large amount of domain knowledge that is required to decide (Andreas et al., 2016) or predict (Johnson et al., 2017; Hu et al., 2017) how the modules should be created (parametrization) and how they should be connected (layout) based on a natural language utterance. Besides, their performance has often been matched by more traditional neural models" (systematic generalization article) - Trouver des modules dans les réseaux pour les expliquer? [10, 4] are neural net modular: "it uses different modules for very different functions = Pspecialize," et "it uses the same module for identical functions that may have to be performed multiple times = Preuse" - Reconciling deep learning with symbolic artificial intelligence: representing objects and relations(2019) Pb du deep learning = Data inefficiency (comparé a l'humain); Poor generalisation; Lack of interpretability.

### 1.5.2 Réseaux auto-organisés

Plus qu'en deep learning, les réseaux de neurones auto-organisés - Auto-organisation prend une profonde inspiration biologique, tout comme les modules. - Exemple de réseaux auto-organisés modulaires : développer dans la partie suivante. -

# 1.6 Enjeux d'une architecture modulaire de SOMs

# Un réseau de neurones auto-organisé : les cartes de kohonen

// Kohonen : il faut surprendre encore ! Par quel bout le prendre ?  $\rightarrow$  Appuyer sur les cartes 1D  $\rightarrow$  Comment ca se fait qu'on les utilise pas de ouf ?  $\rightarrow$  Intérêt de la topologie de la carte. Dans une carte seule, est ce que c'est vraiment utile ?  $\rightarrow$  Questionnement informatique : qu'est ce qui se passe en fait dedans, mais c'est quand même rigolo.

# 2.1 Principe Général

Une carte de Kohonen est un graphe dans lequel chaque noeud possède un poids  $\omega$  appartenant à l'espace des entrées. L'algorithme repose ensuite sur l'adaptation de ces poids, en prenant en compte les connexions dans le graphe, afin de représenter les données d'entrées. Ainsi, n'importe quel graphe pourrait être considéré; le plus souvent, une grille 2D est utilisée.

# 2.2 Approche topologique des cartes de Kohonen

La notion de voisinage et de topologie est un élément clé des cartes de Kohonen. Le voisinage est en effet pris en compte lors de l'apprentissage et lors de l'interpretation des cartes. Cependant, ce voisinage est généralement défini, dans les applications des cartes, comme un bonus par rapport aux KMeans, une aide à la convergence et à la vitesse de dépliement. Pourtant c'est la l'essence même d'une carte de Kohonen: projeter des éléments sur un graphe, ce qui nous permet de faire des calculs sur des positions plutot que des données de grandes dimensions.

# 2.3 Principes d'organisation

### 2.4 A trier

De la biologie a la computation : patterns temporels des neurones impulsionnels vs SOM.

# Construction d'une architecture modulaire de cartes de kohonen

# 3.1 Description de l'algorithme

Description de l'algo

- 3.2 Choix des paramètres
- 3.3 Analyse de la relaxation
- 3.4 Implémentation

# Analyser l'organisation : une approche par variables aléatoires

Avant de présenter les performances d'un algorithme, il s'agit de définir plus précisément ce qu'on attend de ce système et comment le représenter. L'architecture CxSOM se présente comme une construction qui répond à un questionnement structurel des réseaux de neurones. Mais au juste, qu'attend t-on de ce réseau de neurones? De la prédiction, de l'organisation? Les cartes de Kohonen sont habituellement utilisées dans un objectif de clustering, ou associées à d'autres algorithmes de prédiction utilisant leurs propriétés structurelles. En étude préliminaire pour CxSOM, il s'agit de comprendre le comportement de l'architecture de cartes.

### 4.1 Cas d'utilisation : les entrées multimodales

### 4.1.1 Définition et inspiration biologique

#### 4.1.2 Formalisme

### 4.1.3 Perspectives

Le formalisme présenté, avec des entrées multimodale comme fonction de variable cachées n'est pas forcément général.

### 4.2 Représentation des entrées

# 4.3 Information apprise par une carte

Une idée est de déterminer si une carte a gagné de l'information sur le modèle générant les entrées. Dans le cas simple, ce modèle peut être entièrement reprénté par U; chaque carte peut être représentée par son BMU, considéré comme la seule sortie de la carte. En tracant U en fonction de  $\Pi$ , le BMU d'une carte, on observe directement si une carte a été capable de lever l'ambiguité sur le modèle en distinguant les entrées selon leur variable cachée U. Cette ambiguité est levée si U est une fonction de  $\Pi$ . Cette fonction est observée dans le cas des cartes jointes.

Cette propriété, dans le cas 1D, peut être calculée par l'information mutuelle entre U et  $\Pi$ . Plus précisément, par  $\frac{I(U,\Pi)}{H(U)}$ , avec H(U) l'entropie de U. En effet, dans le meilleurs des cas, U est une fonction parfaite de  $\Pi$  et donc  $H(U|\Pi)=0$ : en connaissant  $\Pi$ , on connait totalement U. Alors,  $I(U,\Pi)=H(U)-H(U|\Pi)=H(U)$ . Notre indicateur vaut alors 1 lorsque U est une fonction parfaite de  $\Pi$ . De plus  $\Pi$  est forcément une fonction de U car l'algorithme est déterministe: à une entrée correspond une sortie, toujours la même, donc  $(I(U,\Pi)=H(\Pi)$ .

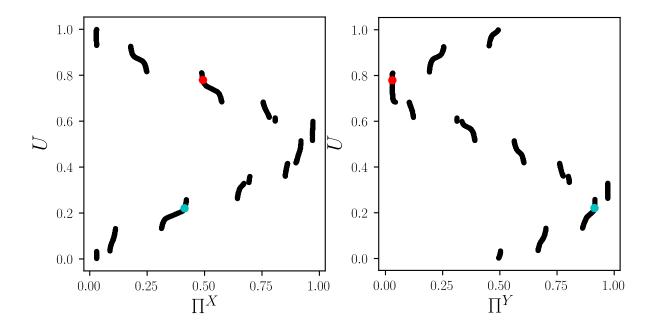


Figure 4.1: Pour l'échantillon de test, valeur de U en fonction des valeurs du BMU  $\Pi$  dans chacune des cartes. On voit que U est une fonction du BMU dans chaque carte, contrairement au cas ou les cartes apprendraient indépendamment sur les mêmes entrées, voir figure 4.2.

Notre indicateur estimant l'information portée par le BMU d'une carte sur la variable cachée du modèle U est donc

 $\frac{H(\Pi)}{H(U)}$ 

Cet indicateur doit être estimé en discrétisant les variables, donnant une entropie nécessairement positive et strictement supérieure à 0. L'évolution de l'indicateur au cours de l'apprentissage est donnée en figure 4.3. Cet indicateur est calculé en moyenne pour 100 réalisations de l'apprentissage, avec des poids initiaux différents.

#### Choses à faire

- Cette valeur est uniquement calculée pour un modèle connu, et en 1 dimension forcément. Peut on avoir des équivalents en plus de dimension ?
- Il existe des quantités mesurant l'information portée par un symbole sur une variable, une sorte d'info mutuelle locale. On sait que  $I(U,\Pi)=H(\Pi)$ , et on veut que  $I(U,\Pi)=H(U)$ , mais comment est elle répartie entre les BMUs ? Est-ce pertinent de se pencher sur ces quantités ?

# 4.4 Représenter une carte au sein d'une architecture

Représentation des poids, des entrées, des BMU - analyse

### 4.5 Prédiction d'entrée

Prédction sur des données jouets

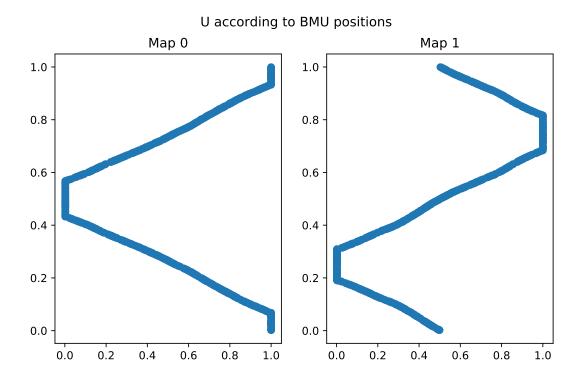


Figure 4.2: Pour l'échantillon de test, entrée sur un cercle, valeur de U en fonction des valeurs du BMU  $\Pi$  dans chacune des cartes, lorsque les cartes  $M_x$  et  $M_y$  ne sont pas connectée. Chacune des cartes n'a aucune information de plus que celle portée par son entrée sur l'état global du système U, et  $\Pi$  n'est donc pas une fonction de U dans chaque carte.

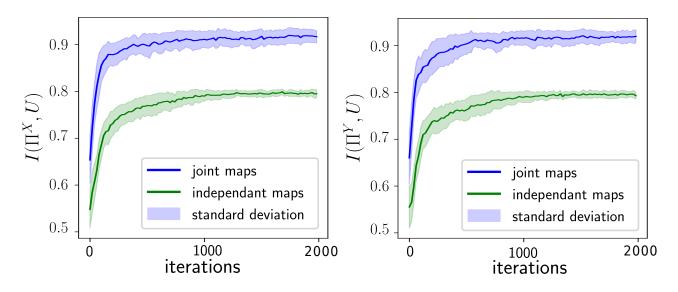


Figure 4.3: Evolution de l'indicateur relatif à l'information mutuelle entre  $\Pi$  et U dans chaque carte au cours de l'apprentissage. Cet indicateur est comparé à celui calculé dans le cas ou les cartes apprennent séparément.

Prédiction sur drone

Bien se placer dans le contexte "on va chercher a omprendre ce système dynamique".

Formaliser le problème en terme de variables aléatoires

# Conclusion

# Bibliography

- [1] Jacob Andreas, Marcus Rohrbach, Trevor Darrell, and D. Klein. Neural module networks. 2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), pages 39–48, 2016.
- [2] Tom Binzegger, Rodney J. Douglas, and Kevan A. C. Martin. Cortical architecture. In M. De Gregorio, V. Di Maio, M. Frucci, and C. Musio, editors, Brain, Vision, and Artifical Intelligence. Springer-Verlag, 2005.
- [3] Rodney A. Brooks. A robust layered control system for a mobile robot. IEEE J. Robotics Autom., 2:14–23, 1986.
- [4] R'obert Csord'as, Sjoerd van Steenkiste, and J. Schmidhuber. Are neural nets modular? inspecting functional modularity through differentiable weight masks. ArXiv, abs/2010.02066, 2021.
- [5] Daniel J. Felleman and David C. Van Essen. Distributed hierarchical processing in the primate cerebral cortex. 1991.
- [6] Louis Kirsch, Julius Kunze, and D. Barber. Modular networks: Learning to decompose neural computation. In NeurIPS, 2018.
- [7] D. Meunier, R. Lambiotte, and E. Bullmore. Modular and hierarchically modular organization of brain networks. Frontiers in Neuroscience, 4, 2010.
- [8] V. Mountcastle. The columnar organization of the neocortex. Brain, 120(4):701–722, April 1997.
- [9] Bram A. Siebert, C. Hall, J. Gleeson, and Malbor Asllani. Role of modularity in self-organization dynamics in biological networks. Physical review. E, 102 5-1:052306, 2020.
- [10] C. Watanabe, Kaoru Hiramatsu, and K. Kashino. Modular representation of layered neural networks. Neural networks: the official journal of the International Neural Network Society, 97:62–73, 2018.