

Nous observons ensuite l'organisation des cartes obtenue lorsqu'une valeur de $X^{(1)}$ correspond à plus de deux valeurs de $X^{(2)}$: 4 valeurs dans le cas de la courbe de Lissajous (Entrées **D**), tout l'intervalle $[0, 1]$ dans le cas du patch $[0, 1]^2$ (Entrées **E**) ou deux intervalles dans le cas de l'anneau (Entrées **F**). La représentation cartographique est tracée pour ces trois cas en figures 5.9, 5.10 et 5.11. Dans ces trois cas, les poids externes et contextuels présentent encore deux échelles d'organisation spatiale, les poids contextuels formant des pseudo-périodes. La disposition des BMU de ces cartes forment des zones distinctes, dont chacune encode des intervalles différents du modèle d'entrées. Chaque zone de BMU sur $M^{(1)}$ agit ici comme une sous-carte de toutes les valeurs possible de l'entrée $X^{(2)}$ qui correspondent aux valeurs de $X^{(1)}$ dans cette zone. Par exemple, en figure 5.10, chaque zone de BMU forme une carte de tout l'intervalle $[0, 1]$, ce qui correspond à la distribution de $X^{(2)}$ lorsque $X^{(1)}$ est fixé. Il est intéressant de noter que la forme des poids contextuels diffère entre toutes les dispositions d'entrées, mais que le nombre de pseudo-périodes formées par les poids contextuels reste similaire. Cette observation laisse penser que l'encodage à deux échelles est régulé par des paramètres de l'architecture, tandis que la disposition au sein des zones dépend ensuite des distributions d'entrées.

Nous voulons enfin observer comment est réalisée la quantification vectorielle de l'espace 2D ($X^{(1)}, X^{(2)}$) par les deux cartes. Nous prenons ici comme exemple la disposition d'entrées **E**. En figure 5.12, nous traçons la distorsion des poids externes des cartes. Il s'agit des valeurs $\omega_e(\Pi^{(1)})$ en fonction de $\omega_e(\Pi^{(2)})$, reliées selon l'ordre des connexions de $M^{(1)}$ (à gauche) ou de $M^{(2)}$ (à droite). Nous y observons que les cartes quantifient tout l'espace $[0, 1]^2$, mais par seulement 90 valeurs de ces vecteurs codes. Le patch est donc seulement quantifié en 90 valeurs, ce qui est plus faible que ce que nous pourrions attendre de deux cartes ayant chacune 500 noeuds. Ces valeurs sont définies par les zones de poids contextuels des cartes. L'apprentissage du modèle d'entrées dans chaque carte semble ainsi réduire la capacité de quantification vectorielle sur les entrées externes.

La dernière observation que nous avions relevée sur le cercle est que U est une fonction de la position du BMU dans chaque carte, ce qui montre que chaque carte de l'architecture a appris une représentation du modèle d'entrées. Le tracé de U selon Π a été effectué en figure 4.8 pour le cas des entrées **A**. Nous effectuons ce tracé pour les entrées **D** (courbe de Lissajous) en figure 5.13. Cette figure fait également apparaître U comme une fonction de la position du BMU dans chaque carte, ce qui étend l'observation réalisée sur le cercle. Nous reviendrons plus en détail sur l'utilisation de U dans l'analyse des réponses des cartes au chapitre 6.

Grâce à ces expériences, nous postulons que l'organisation de la carte en deux échelles spatiales est un comportement systématique de l'architecture CxSOM. Ces deux échelles sont marquées par une organisation pseudo-périodique des poids contextuels, qui s'organisent selon une échelle spatiale plus réduite que celle formée par les poids externes. Les BMU des cartes se répartissent alors en zones distinctes, séparées par des zones mortes. Une position de BMU se

5.2. Identification des mécanismes d'apprentissage dans une architecture de deux cartes

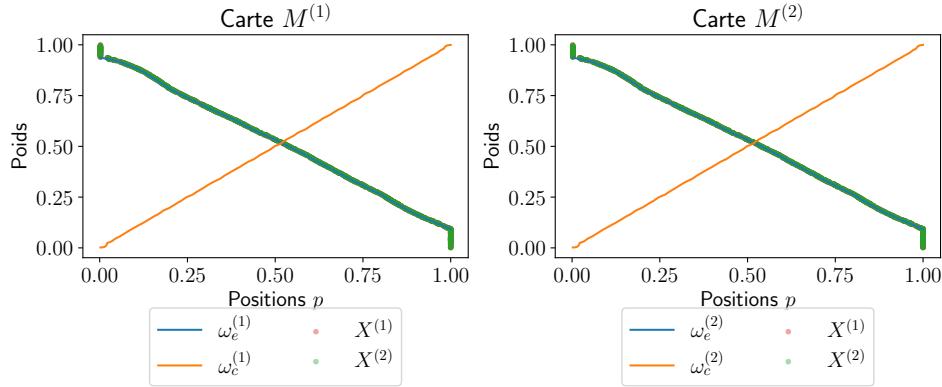


FIGURE 5.7 – Représentation cartographique des poids et entrées pour la disposition $X^{(1)} = X^{(2)}$ (**B**). Les entrées $X^{(1)}$ et $X^{(2)}$ sont identiques, et superposées. Les poids externes et contextuels s'organisent selon une seule échelle spatiale. Les deux cartes agissent comme deux cartes indépendantes qui apprendraient sur les mêmes entrées.

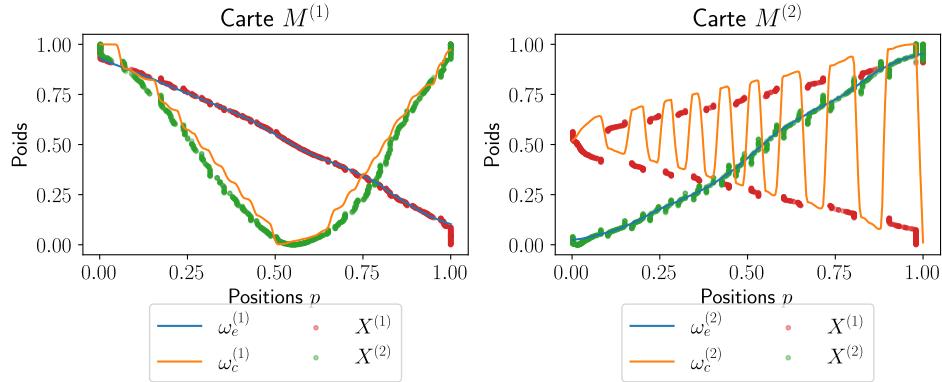


FIGURE 5.8 – Représentation cartographique des poids et entrées pour $X^{(2)} = \cos(X^{(1)})$ (**C**). Les poids contextuels de la carte $M^{(1)}$ forment une même échelle spatiale, car une valeur de $X^{(1)}$ correspond toujours à une seule valeur de $X^{(2)}$. Au contraire, les poids de la carte $M^{(2)}$ forment deux échelles d'organisation spatiale, permettant de gérer une distinction : pour une même valeur de $X^{(2)}$, deux $X^{(1)}$ sont possibles. Les BMU s'organisent alors en zones distinctes.

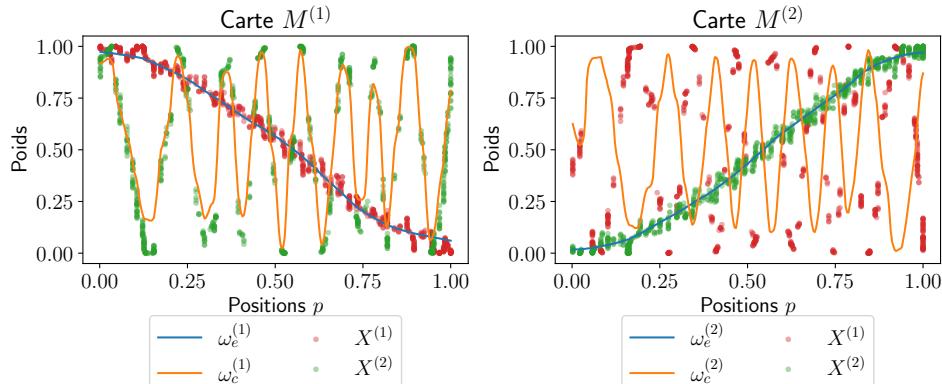


FIGURE 5.9 – Représentation cartographique des poids et entrées pour des entrées sur une courbe de Lissajous, **D**. Comme ci-dessus, les poids externes et contextuels forment deux échelles d'apprentissage et les BMU se répartissent en zones. Chaque zone de $M^{(1)}$ forme une carte organisée des entrées $X^{(2)}$ de l'architecture sur une sous-région des entrées $X^{(1)}$.

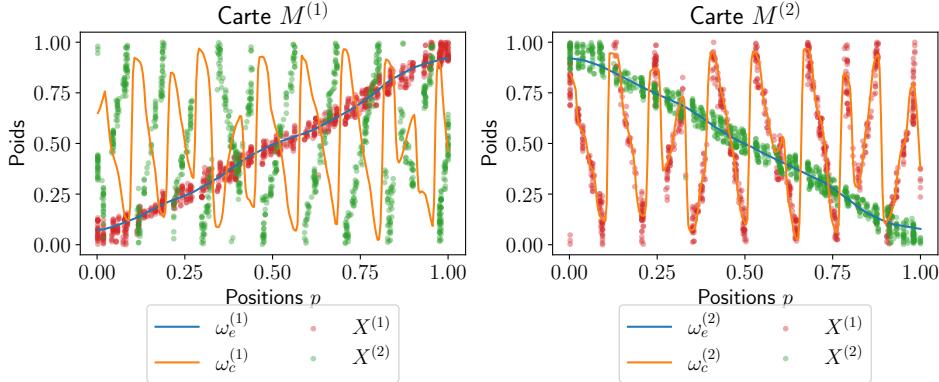


FIGURE 5.10 – Représentation cartographique des poids et entrées dans le patch $[0, 1]^2$, **E**. Les poids contextuels s'organisent de façon pseudo-périodique. Chaque zone de BMU définie par ces motifs forme une carte organisée des sous-régions de l'espace d'entrée externe.

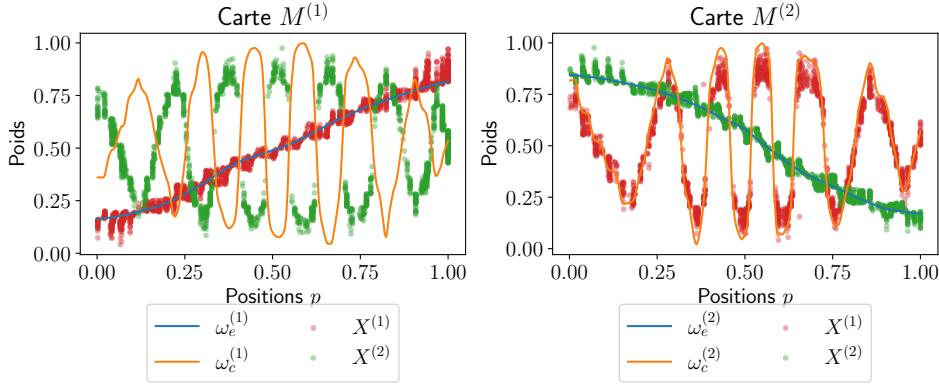


FIGURE 5.11 – Représentation cartographique des poids et entrées pour des entrées sur un anneau, **F**. La disposition des poids et la réponse des cartes est similaire à celle de l'architecture apprenant sur le cercle. Une architecture de cartes est robuste au bruit sur les entrées externes, ce qui étend les propriétés de robustesse au bruit d'une carte de Kohonen classique à CxSOM.

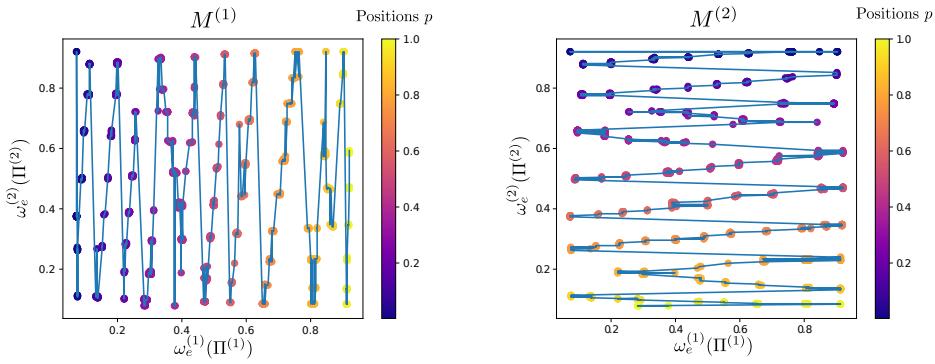


FIGURE 5.12 – Représentation de la distorsion des poids des deux cartes sur le modèle d'entrées **E**. Les cartes s'organisent de façon à représenter tout le patch $[0, 1]^2$, l'une selon les $X^{(1)}$, l'autre selon les $X^{(2)}$. Bien que chaque carte ait 500 nœuds, on observe seulement environ 90 valeurs possibles des paires $\omega_e(\Pi^{(1)})$, $\omega_e(\Pi^{(2)})$

5.2. Identification des mécanismes d'apprentissage dans une architecture de deux cartes

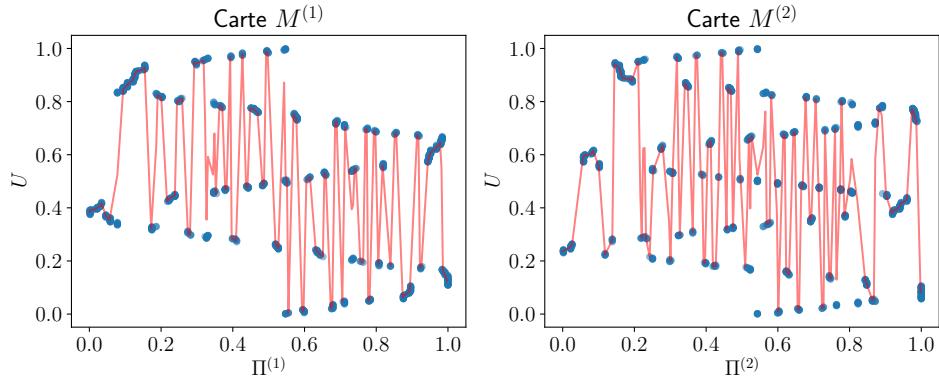


FIGURE 5.13 – Représentation de U selon le BMU $\Pi^{(i)}$ dans chaque carte (en bleu) pour des entrées sur une courbe de Lissajous \mathbf{D} . La courbe en rouge montre l'approximation du nuage de points par une fonction : U est ici une fonction de la position du BMU dans chaque carte, ce qui vérifie l'observation réalisée sur le cercle.

spécialise en fonction des deux entrées de l'architecture, encodant finalement une valeur du modèle d'entrées U . Une zone agit comme une sous-carte organisée, à $X^{(i)}$ fixé, des valeurs possible de l'autre entrée du modèle dans cette zone.

Ces deux niveaux d'indexation se forment de façon auto-organisée, mais émergent de l'organisation seulement lorsqu'il est nécessaire de pouvoir distinguer plusieurs valeurs du modèle U correspondant à la même entrée externe d'une carte dans le modèle d'entrées. Le nombre de zones reste similaire entre les expériences présentées, ce qui suggère que cette organisation est liée aux paramètres de l'architecture. La forme des zones et la réponse des cartes dépend ensuite de la relation entre les entrées.

Nous observons enfin que la quantification vectorielle globale de l'espace d'entrée choisit peu de valeurs de quantification, par rapport à ce qu'on pourrait attendre de cartes de taille 500. Chaque carte encode donc tout le modèle d'entrées et non seulement l'entrée externe, mais au détriment de la précision de la quantification vectorielle générale des entrées. Ce comportement était prévisible, du fait que l'architecture possède un nombre d'unités de calcul fixé correspondant au nombre de nœuds dans les cartes.

5.2.4 Étude des mécanismes de formation des deux échelles d'organisation spatiale

Nous nous intéressons maintenant aux paramètres des cartes influençant la formation des deux échelles d'organisation spatiales et des zones de BMU. Nous avons observé que la présence de zones est liée en particulier au rapport entre les rayons de voisinage externe et contextuel. Ces paramètres contrôlent l'élasticité de chaque couche de poids. Nous comparons dans cette section l'organisation obtenue sur plusieurs architectures ayant des couples de rayons de voisinage

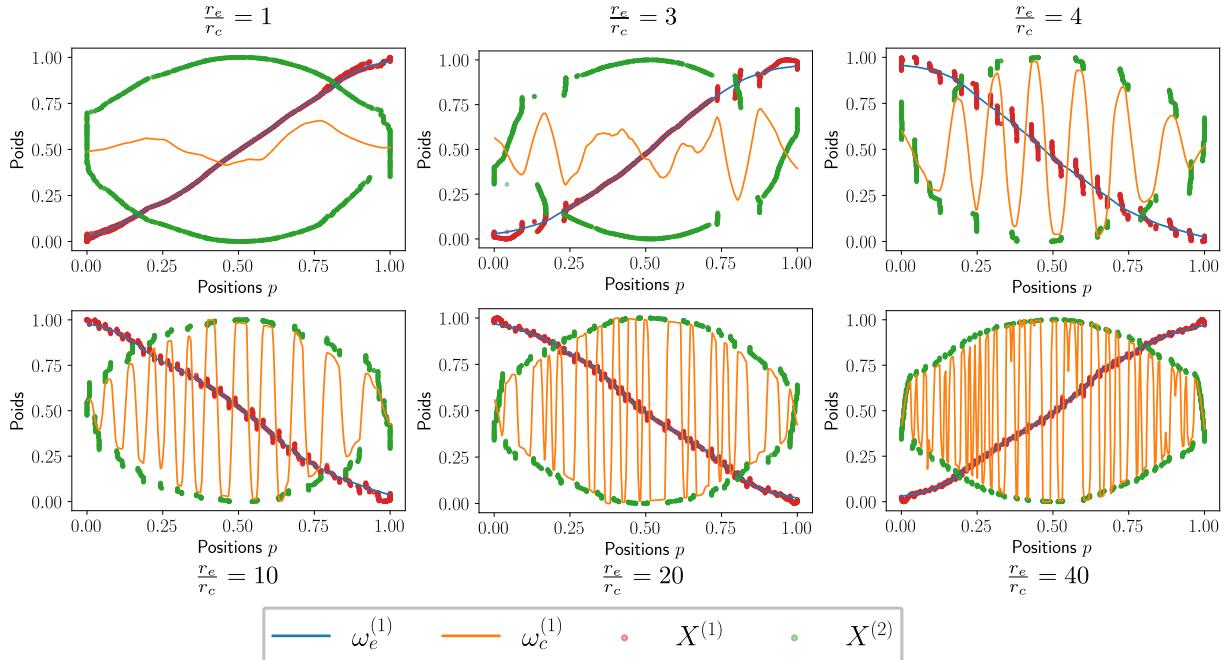


FIGURE 5.14 – Représentation cartographique de la carte $M^{(1)}$ pour différents rayons de voisinage contextuels, le rayon de voisinage r_e étant fixé à 0.2. Les entrées sont tirées dans le modèle **A**. Nous observons que la présence de zones dépend du rapport entre les rayons de voisinage. La carte définit des zones de BMU grâce à la forme des poids contextuels. Elles sont de plus en plus nombreuses et contiennent de moins en moins d'unités lorsqu'on augmente le rapport entre rayons de voisinage. La carte $M^{(2)}$, non représentée ici, se comporte de façon similaire.

contextuels et externes différents, sur une même disposition d'entrée.

Influence du rapport entre les rayons de voisinage sur la formation de zones de BMU

Nous reprenons les entrées **A**, en cercle et réalisons l'apprentissage de ce modèle par plusieurs architectures dans lesquelles le rapport $\frac{r_e}{r_c}$ est différent. Nous fixons pour cela r_e à 0.2 et faisons varier r_c de 0.2 à 0.005.

En figure 5.14, nous traçons la représentation cartographique de $M^{(1)}$ après apprentissage pour ces différents rayons de voisinages. Nous n'avons pas représenté $M^{(2)}$, mais son comportement est semblable à $M^{(1)}$ par la symétrie des entrées. Nous constatons que la disposition des BMU en zones intervient ici pour une valeur de $\frac{r_e}{r_c} < 3$. Pour $r_c = r_e$, les poids ω_c restent centrés autour de 0.5, moyennant les deux positions d'entrées contextuelles possibles pour chaque valeur de $X^{(1)}$.

Le nombre de zones de BMU augmente ensuite avec le rapport des rayons de voisinage. Plus il y a de zones, plus la quantification réalisée sur l'entrée externe est précise. La taille du rayon de voisinage contextuel est limité par la taille de la carte. Si celui-ci est trop faible, la notion de