

# **ALÉATOIRE – Cours 1**

## **Jeu du blackjack**

## Exercice (Jeu du blackjack)

Le **blackjack** est un jeu de **casino**, entre la « **banque** » et des **joueurs**. Il utilise un certain nombre de jeux de 52 **cartes**.

Voici une règle simplifiée, pour **un** seul **joueur**.

On utilise **un** seul jeu de 52 **cartes**. Chaque **carte** a une **valeur** :

- une de 2 à 10 : sa valeur **faciale**, ou **nominale** ;
- une **figure** (valets, dames, ou rois) : 10 points ;
- un **as** : 1 ou 11 points, au **gré** du joueur.

Rappelons que les quatre **enseignes** sont



La **banque** commence par distribuer 2 **cartes** au **joueur**, et **s'en** distribuer 2.

Le **joueur** peut ensuite demander à la **banque** des **cartes supplémentaires**, une à une.

Il **gagne** s'il **atteint** exactement 21.

Il **perd** s'il **dépasse** strictement 21 (on dit qu'il **crève** ou **saute**).

Sinon, il peut **s'arrêter** quand il veut, **avec** un **total**  $< 21$ . Alors, la **banque** se **distribue** des **cartes**, et s'arrête **lorsque** :

- soit son **total dépasse** strictement le **total** du **joueur** **sans dépasser** strictement 21, et alors le **joueur perd** ;
- soit son **total dépasse** strictement 21 (la banque **saute**), et alors le **joueur gagne**.

1. Donner la **probabilité** que les 2 premières **cartes** distribuées au **joueur** fassent un **total** de 21.

(On dit alors qu'il fait **blackjack**.)

2. Les 2 premières **cartes** distribuées au **joueur** sont une **dame** de ♠ et un 5 de ♣, et il **demande** une 3ème **carte**.

Donner la **probabilité** pour qu'il **perde** aussitôt.

Dans chaque cas, on commencera par donner un **espace de probabilité** fini correspondant à l'**expérience aléatoire**.

## Solution (Jeu du blackjack)

1. L'espace de probabilité est celui des tirages successifs de 2 éléments distincts parmi 52 (tirages sans remise), de cardinal

$$52 \times 51 = 2652 ,$$

muni de la probabilité uniforme.

Pour **obtenir** un **total** de

$$21 = 11 + 10 ,$$

les **cartes** distribuées doivent être

- un des 4 **as** ♥, ♦, ♣, ♠,
- et une des  $4 \times 4 = 16$  **cartes** valant 10,
- dans un des 2 **ordres** possibles.

Le **cardinal** de l'**événement** vaut donc

$$4 \times 16 \times 2 = 128 ,$$

et sa **probabilité**

$$\frac{4 \times 16 \times 2}{52 \times 51} = \frac{128}{2652} = \frac{32}{663} \approx 0,0483 .$$

2. L'**espace de probabilité** est celui d'un **tirage** parmi 50 éléments, muni de la **probabilité uniforme**.

Le **total** des 2 premières **cartes** vaut

$$10 + 5 = 15 .$$

Pour **dépasser** strictement 21, comme

$$22 - 15 = 7 ,$$

la 3ème **carte** doit valoir 7, 8, 9 ou 10 (un **as** pouvant valoir 1).

En tenant compte de la **dame** de ♠, le **cardinal** de l'**événement** vaut donc

$$7 \times 4 - 1 = 27 ,$$

et sa **probabilité**

$$\frac{27}{50} = 0,54 .$$