

ALEATOIRE

Introduction aux Probabilités



Georges de La Tour (1593-1652), le Tricheur à l'as de carreau, 1635

ALEATOIRE - Cours 1 - Séance 1

Introduction

Théorie des probabilités

Une théorie mathématique pour quantifier le HASARD.

A quoi tu penses ?

Je pense que,

*si en ouvrant un dictionnaire
au hasard, on tombait sur le mot hasard, ce serait un
miracle, alors que si on tombait sur le mot miracle, ce
serait un hasard.*

*H. Le Tellier, Les amnésiques
n'ont rien vécu d'inoubliable.*

Un défi de l'homme face au divin: la théorie des probabilités a mis beaucoup de temps à émerger.

- Très certainement d'origine arabe: **az-zahr**: le dé.
- En Inde, 4ème siècle, **existence d'une science du dé** et connaissance de ses **rapports étroits avec une évaluation de type sondage**. (Le Mahabharata)
- En Europe, aux 16-17èmes siècles, émergence d'une science du jeu de dé. **Cardan, Kepler, Galilée**.
Théorie rigoureuse: **Pascal**.
- Résolution de **controverses juridiques** (**Fermat, Leibniz**).
- Autre impulsion motivée par des **problèmes d'assurance** (**tables de mortalité et rentes viagères**).
- Développement des **Statistiques**: outil puissant pour les organismes de décision...

Les développements mathématiques

Les probabilités sont un outil privilégié de modélisation des comportements humains, mais deviennent aussi un grand champ de développement des Mathématiques.

- 19ème siècle et début 20ème siècle: Essor des probabilités grâce aux méthodes d'analyse.
 - Calcul intégral et différentiel (Laplace, Gauss)
 - Théorie de la mesure (Borel, Lebesgue).
- A partir du 20ème siècle: Etude de phénomènes aléatoires qui évoluent au cours du temps. Processus de Markov
 - Problèmes de Physique statistique, Mouvement Brownien.
 - Problèmes de démographie. Processus de branchement, Processus de Poisson.
 - Théorie statistique, biométrie.

Les développements mathématiques

Les probabilités sont un outil privilégié de modélisation des comportements humains, mais deviennent aussi un grand champ de développement des Mathématiques.

- 19ème siècle et début 20ème siècle: Essor des probabilités grâce aux méthodes d'analyse.
 - Calcul intégral et différentiel (Laplace, Gauss)
 - Théorie de la mesure (Borel, Lebesgue).
- A partir du 20ème siècle: Etude de phénomènes aléatoires qui évoluent au cours du temps. Processus de Markov
 - Problèmes de Physique statistique, Mouvement Brownien.
 - Problèmes de démographie. Processus de branchement, Processus de Poisson.
 - Théorie statistique, biométrie.

Aujourd'hui...

- Le modèle probabiliste actuel: Kolmogorov - 1933.

Calcul stochastique: Itô, à partir de 1945.

Calcul intégral lié au mouvement brownien.

- Très grand essor dans la deuxième moitié du 20ème siècle.
- Les probabilités interviennent dans de nombreux développements mathématiques récents.

Aujourd'hui...

- Le modèle probabiliste actuel: Kolmogorov - 1933.
Calcul stochastique: Itô, à partir de 1945.
Calcul intégral lié au mouvement brownien.
- Très grand essor dans la deuxième moitié du 20ème siècle.
- Les probabilités interviennent dans de nombreux développements mathématiques récents.

Aujourd'hui...

- Le modèle probabiliste actuel: Kolmogorov - 1933.
Calcul stochastique: Itô, à partir de 1945.
Calcul intégral lié au mouvement brownien.
- Très grand essor dans la deuxième moitié du 20ème siècle.
- Les probabilités interviennent dans de nombreux développements mathématiques récents.

La théorie des probabilités est fondamentale dans de nombreux domaines d'applications. Par exemple:

- Physique (physique quantique, physique des particules)
- Informatique et Réseaux de télécommunications
- Traitement du signal, de la parole
- Biologie, Ecologie
- Médecine, Imagerie médicale
- Economie, Finance, Assurance.
- Sociologie.

La théorie des probabilités est fondamentale dans de nombreux domaines d'applications. Par exemple:

- Physique (physique quantique, physique des particules)
- Informatique et Réseaux de télécommunications
- Traitement du signal, de la parole
- Biologie, Ecologie
- Médecine, Imagerie médicale
- Economie, Finance, Assurance.
- Sociologie.

La théorie des probabilités est fondamentale dans de nombreux domaines d'applications. Par exemple:

- Physique (physique quantique, physique des particules)
- Informatique et Réseaux de télécommunications
- Traitement du signal, de la parole
- Biologie, Ecologie
- Médecine, Imagerie médicale
- Economie, Finance, Assurance.
- Sociologie.

La théorie des probabilités est fondamentale dans de nombreux domaines d'applications. Par exemple:

- Physique (physique quantique, physique des particules)
- Informatique et Réseaux de télécommunications
- Traitement du signal, de la parole
- Biologie, Ecologie
- Médecine, Imagerie médicale
- Economie, Finance, Assurance.
- Sociologie.

La théorie des probabilités est fondamentale dans de nombreux domaines d'applications. Par exemple:

- Physique (physique quantique, physique des particules)
- Informatique et Réseaux de télécommunications
- Traitement du signal, de la parole
- Biologie, Ecologie
- Médecine, Imagerie médicale
- Economie, Finance, Assurance.
- Sociologie.

La théorie des probabilités est fondamentale dans de nombreux domaines d'applications. Par exemple:

- Physique (physique quantique, physique des particules)
- Informatique et Réseaux de télécommunications
- Traitement du signal, de la parole
- Biologie, Ecologie
- Médecine, Imagerie médicale
- Economie, Finance, Assurance.
- Sociologie.

La théorie des probabilités est fondamentale dans de nombreux domaines d'applications. Par exemple:

- Physique (physique quantique, physique des particules)
- Informatique et Réseaux de télécommunications
- Traitement du signal, de la parole
- Biologie, Ecologie
- Médecine, Imagerie médicale
- Economie, Finance, Assurance.
- Sociologie.

Modélisation, Abstraction, Simulation

Les probabilités sont en lien étroit avec la vie quotidienne.

- Innombrables situations où le hasard intervient, de natures très différentes: nécessité d'une **abstraction mathématique** pour donner un cadre général d'étude.

Le modèle probabiliste

- Les probabilités vont être utilisées à des fins numériques:
Méthodes de Monte-Carlo
 - Efficaces en grande dimension (mathématiques financières, météorologie, aérospatial)
 - résultats très rapides (en temps réel)
 - Simulation de phénomènes irréguliers.

Modélisation, Abstraction, Simulation

Les probabilités sont en lien étroit avec la vie quotidienne.

- Innombrables situations où le hasard intervient, de natures très différentes: nécessité d'une **abstraction mathématique** pour donner un cadre général d'étude.

Le modèle probabiliste

- Les probabilités vont être utilisées à des fins numériques:
Méthodes de Monte-Carlo
 - Efficaces en grande dimension (mathématiques financières, météorologie, aérospatial)
 - résultats très rapides (en temps réel)
 - Simulation de phénomènes irréguliers.

Le but de ce cours est de vous donner une approche élémentaire mais rigoureuse de la théorie probabiliste et de l'illustrer avec un certain nombre de simulations.

Nous souhaitons, à travers la découverte des probabilités, vous transmettre une démarche de mathématiques appliquées, qui se décline par les trois étapes suivantes:

- modélisation,
- résolution théorique,
- expérimentation numérique.