

# Giải thuật Tarjan

Giải thuật Tarjan (Robert Tarjan, 1972) sử dụng chiến lược duyệt đồ thị theo chiều sâu để xác định các thành phần liên thông mạnh của đồ thị có hướng. Ta cần một số biến hỗ trợ cho giải thuật:

- `num[v]`: lưu chỉ số của đỉnh `v` trong quá trình duyệt
- `min_num[v]`: lưu chỉ số nhỏ nhất của nút có thể đi đến được từ `v` (trong quá trình duyệt theo chiều sâu)
- `S`: ngăn xếp, lưu các đỉnh theo thứ tự được duyệt.
- `on_stack[v]`: `v` có đang ở trong Stack hay không.

Giải thuật bắt đầu từ 1 đỉnh `x`, gán chỉ số cho nó và đưa nó vào Stack. Sau đó xét các đỉnh kề của nó. Nếu đỉnh kề chưa được duyệt => gọi đệ quy để duyệt nó và cập nhật lại `min_num[x]` cho `x`. Ngược lại không cần làm gì cả.

Sau khi duyệt xong 1 đỉnh, nếu `num[x] = min_num[x]`, có nghĩa là ta đã tìm được 1 vòng lặp bắt đầu từ `x` và đi lòng vòng sau đó về `x`. Các đỉnh trong vòng này chính là một bộ phận liên thông mạnh. Ta sẽ loại bỏ các đỉnh này ra khỏi Stack. Đỉnh `x` được gọi là **đỉnh khớp** hay **đỉnh cắt**.

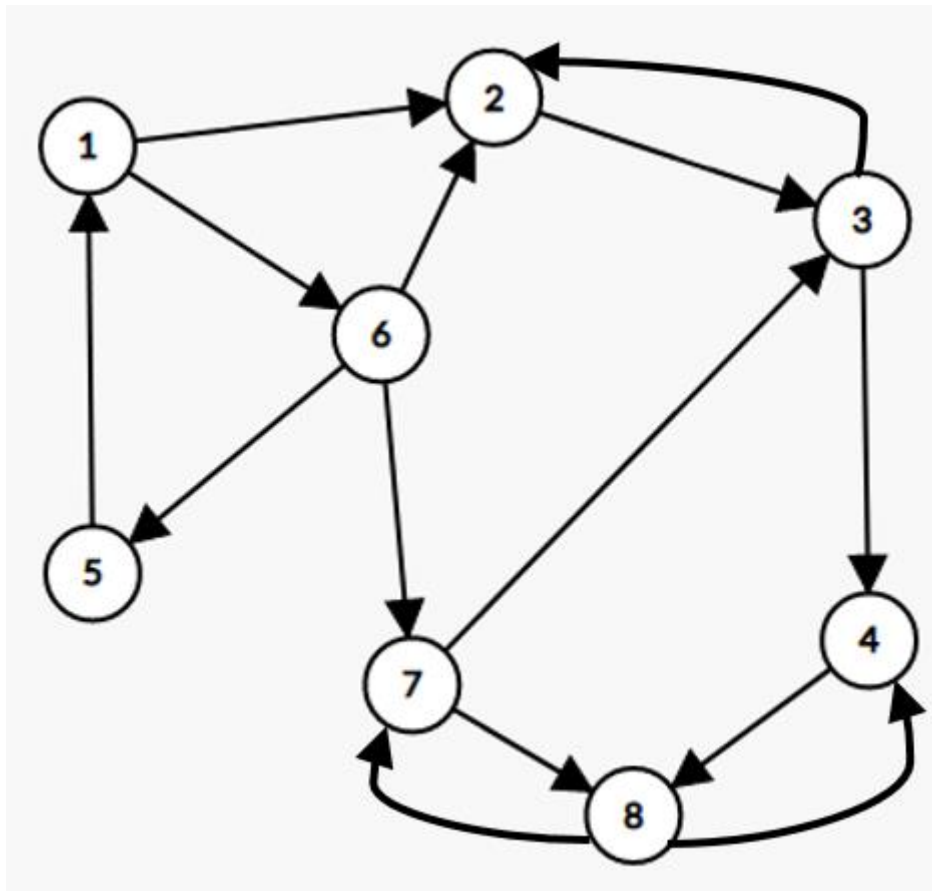
## Cài đặt giải thuật:

```
/* Duyệt đồ thị bắt đầu từ đỉnh x */
void strong_connect(Graph* G, int x) {
    num[x] = min_num[x] = k; k++;
    push(&S, x);
    on_stack[x] = 1;

    List list = neighbors(G, x);
    int j;
    /* Xét các đỉnh kề của nó */
    for (j = 1; j <= list.size; j++) {
        int y = element_at(&list, j);
        if (num[y] < 0) {
            strong_connect(G, y);
            min_num[x] = min(min_num[x], min_num[y]);
        } else if (on_stack[y])
            min_num[x] = min(min_num[x], num[y]);
    }
    printf("min_num[%d] = %d\n", x, min_num[x]);

    if (num[x] == min_num[x]) {
        printf("%d là đỉnh khớp.\n", x);
        int w;
        do {
            w = top(&S);
            pop(&S);
            on_stack[w] = 0;
        } while (w != x);
    }
}
```

**Bài tập:** Cho đồ thị có hướng như hình sau:



- Hãy vẽ sơ đồ tổ chức dữ liệu cho đồ thị trên bằng cách sử dụng phương pháp ma trận đỉnh đỉnh.
- Hãy chạy thủ công giải thuật Tarjan để tìm các bộ phận liên thông mạnh của đồ thị. Gợi ý: Ghi chi tiết từng bước chạy thủ công như đoạn code cài đặt thuật toán.
- Dựng cây duyệt theo chiều sâu của thuật toán Tarjan.
- Hãy cho biết số bộ phận liên thông mạnh và mỗi bộ phận liên thông mạnh gồm những đỉnh nào?