

## Tổng hợp 1 số công thức trong chương Khí lý tưởng - Nhiệt – VLDC 1 :

Ngu Ba Ly – IoT K65 ☺☺☺

### • Phương pháp thống kê , phân bố xác suất

- giá trị trung bình của vận tốc của hệ phân tử (giá trị trung bình của tốc độ) :

Xét hệ gồm  $n$  phân tử trong đó có :

$$\begin{cases} n_1 \text{ phantu co vantoc } v_1 \\ n_2 \text{ phantu co vantoc } v_1 \\ \dots \\ n_k \text{ phantu co vantoc } v_1 \end{cases}$$

$$\bar{v} = \frac{v_1 \cdot n_1 + v_2 \cdot n_2 + \dots + v_n \cdot n_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k} = \frac{\sum_{i=1}^k v_i \cdot n_i}{n}$$

- xác suất tìm thấy phân tử (hạt) có vận tốc là  $v_i$  :
- $$\begin{cases} P(v_1) = \frac{n_1}{n} \\ P(v_2) = \frac{n_2}{n} \\ \dots \\ P(v_k) = \frac{n_k}{n} \end{cases}$$

Khi đó ta có thể viết lại công thức tính giá trị trung bình của vận tốc phân tử như

$$\text{sau : } \bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^k v_i \cdot n_i}{n} = \left( \sum_{i=1}^k \left( \frac{n_i}{n} \right) \cdot v_i \right) = \sum_{i=1}^k P(v_i) \cdot v_i$$

- giá trị trung bình của 1 hàm theo vận tốc :  $\overline{f(v)}$

Ví dụ : Lấy hàm bậc 2 theo  $v$  :  $f(v) = v^2$  . Theo như các công thức ở trên ta có được:

$$\overline{v^2} = \frac{v_1^2 \cdot n_1 + v_2^2 \cdot n_2 + \dots + v_k^2 \cdot n_k}{n_1 + n_2 + \dots + n_k} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \cdot v_i^2}{n} = \left( \sum_{i=1}^k \left( \frac{n_i}{n} \right) \cdot v_i^2 \right) = \sum_{i=1}^k P(v_i) \cdot v_i^2$$

$$\Rightarrow \overline{f_n(v)} = \sum_{i=1}^k P(v_i) \cdot f_n(v_i)$$

$$\bullet \overline{v^2} \geq (\overline{v})^2$$

Proof:

Do  $P(v_i) \in [0;1]$  nên :  $P^n(v_i) \leq P(v_i), \forall m \leq n$  từ đó tự suy ra nhá :>

### • Phân bố Maxwell

Xét khối khí có  $n$  phân tử ở nhiệt độ  $T$  xác định , khi đó số phân tử khí (kí hiệu là

$d_n$ ) có thành phần vector vận tốc nằm trong đoạn:  $\begin{cases} [v_x; v_x + dv_x] \\ [v_y; v_y + dv_y] \\ [v_z; v_z + dv_z] \end{cases}$  chính bằng số hạt

nằm trong hộp chữ nhật có góc đặt tại  $M(v_x; v_y; v_z)$  với 3 kích thước  $\begin{cases} [v_x; v_x + dv_x] \\ [v_y; v_y + dv_y] \\ [v_z; v_z + dv_z] \end{cases}$

Tiếp theo chúng ta sẽ đi đến với dãy công thức :

• Số hạt thỏa mãn điều kiện trên là :

$$d_n = n \cdot \left( \frac{m}{2\pi \cdot k \cdot T} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{m}{2kT} \cdot (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} dv_x dv_y dv_z$$

Trong đó :

$$\begin{cases} m : \text{khối lượng của } \textcolor{red}{\text{mỗi phân tử}} : m = \frac{\mu}{n} (n : \text{Số phân tử, không phải là số mol} : v) \\ k : \text{Hằng số Boltzman} : k = \textcolor{red}{1,38} \cdot 10^{-23} \left( \frac{J}{K} \right) \\ T : \text{Nhiệt độ Kelvin} \end{cases}$$

Không được nhầm  $M$  (khối lượng của khối khí) với  $m$  (khối lượng của 1 phân tử)

Nếu ở đây ta đặt  $t = \frac{m}{2\pi kT}$  ta sẽ thu gọn được biểu thức trên thành :

$$d_n = n.t^{\frac{3}{2}}.e^{-\pi t.(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)} dv_x dv_y dv_z = n.t^{\frac{3}{2}}.e^{-\pi t.v^2} dv_x dv_y dv_z$$

• Số hạt ( $dn$ ) có độ lớn vận tốc thuộc đoạn  $[v, v + dv]$  bằng số hạt nằm trong vùng giới hạn bởi 2 vỏ cầu có bán kính  $v$  và  $v + dv$ .

→ Xác suất tìm thấy hạt có vận tốc thuộc đoạn  $[v, v + dv]$  :

$$P(v) = \frac{dn}{n} = \left( \frac{m}{2\pi.k.T} \right)^{\frac{3}{2}} . e^{-\frac{m}{2kT}.v^2} . 4\pi v^2 . dv$$

Khi đó hàm phụ thuộc theo vận tốc  $v$  có biểu thức:

$$F(v) = \left( \frac{m}{2\pi.k.T} \right)^{\frac{3}{2}} . e^{-\frac{mv^2}{2kT}} . 4\pi v^2 \text{ được gọi là hàm phân bố vận tốc}$$

• Tính số hạt thỏa mãn điều kiện trên bằng hàm phân bố :

$$dn = n.F(v)dv$$

Integral from  $v_1$  to  $v_2$  :

$$n_{\otimes} = \Delta n = \int_{v_1}^{v_2} F(v)dv$$

$$\text{If } \begin{cases} v_1 = 0 \\ v_2 \rightarrow \infty \end{cases} \Rightarrow n_{\otimes} = \Delta n = n = n \int_0^{\infty} F(v)dv$$

So :  $\int_0^{\infty} F(v)dv = 1$  (công thức chuẩn hóa xác suất)

• Khảo sát hàm số  $F(v)$  :

Khi khảo sát hàm số  $F(v)$  ta chỉ thu được 1 điểm cực trị và là điểm cực đại mặt khác :  $\lim_{v \rightarrow \infty} F(v) = 0$  thế nên hàm  $F(v)$  đạt giá trị lớn nhất tại điểm cực đại đó luôn .

Điểm cực đại của hàm số  $F(v)$  có tên gọi là “vận tốc xác suất” :  $v_{xs}$  , là vận tốc mà đa số phân tử nhận được .

Tính toán cho ta được kết quả :

$$v_{xs} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

- Công thức phân bố Maxwell :

$$\frac{dn}{n} = F(v)dv = \left( \frac{m}{2\pi \cdot kT} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \cdot 4\pi v^2 dv$$

Đặt:  $u = \frac{v}{v_{xs}} \Rightarrow du = \frac{dv}{v_{xs}}$  , khi đó ta viết lại công thức phân bố Maxwell :

$$\frac{dn}{n} = \left( \frac{1}{\pi v_{xs}^2} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-u^2} \cdot 4\pi \cdot u^2 \cdot v_{xs}^3 du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot u^2 \cdot e^{-u^2} du .$$

- Vận tốc trung bình :

$$\bar{v} = \sum_{i=1}^k P(v_i) \cdot v_i = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{n} \cdot v_i = \int_0^{\infty} \frac{v}{n} dn = \int_0^{\infty} v \cdot F(v) dv$$

Tính toán cho được kết quả sau cùng :  $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{m\pi}}$

- Trung bình của bình phương vận tốc :

$$\overline{v^2} = \int_0^{\infty} F(v) \cdot v^2 dv \Rightarrow \overline{v^2} = \frac{3 \cdot kT}{m}$$

- Vận tốc căn quân phương :  $v_c = \sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

- $v_{xs} < \bar{v} < v_c$ .

Liên hệ giữa 4 loại vận tốc :

$$\begin{cases} v_{xs}^2 = \frac{2kT}{m} \\ (\bar{v})^2 = \frac{8kT}{m\pi} \Rightarrow \frac{kT}{m} = \frac{v_{xs}^2}{2} = \frac{\pi(\bar{v})^2}{8} = \frac{v_c^2}{3} \\ \bar{v}^2 = v_c^2 = \frac{3kT}{m} \end{cases}$$

- Động năng tịnh tiến trung bình của 1 phân tử (hạt) :

$$\overline{W_d} = \frac{1}{2} m \cdot \overline{v^2} = \frac{3 \cdot kT}{2}$$

- Phương trình cơ bản của thuyết động học phân tử

*Trước khi đi đến phương trình này ta sẽ đi 1 số kiến thức cũ :*

- Phương trình trạng thái khí lí tưởng :

$$PV = n \cdot RT = \frac{M}{\mu} \cdot RT$$

Trong đó :

$\begin{cases} M : \text{khối lượng khối khí (kg)} \\ \mu : \text{khối lượng của 1 kmol khí (kg / kmol)} \\ n : \text{số mol khí (kmol)} \end{cases}$	$\begin{cases} P : \text{áp suất (Pa)} \\ R : \text{hằng số khí lí tưởng} \\ T : \text{nhiệt độ tuyệt đối (K)} \\ V : \text{thể tích khối khí (m}^3\text{)} \end{cases}$
---	--

Chúng ta sẽ đi sâu hơn về các thông số trong này :

- Áp suất ( $P$ ) : đại lượng vật lí , có giá trị bằng lực nén vuông vuông góc lên 1 đơn

vị diện tích :  $P = \frac{F}{\Delta S}$

Đơn vị :

- $Pa := \frac{N}{m^2}$

- milimet thủy ngân :  $mmHg$

- atmophe kĩ thuật :  $at = 9,81 \cdot 10^4 \left( \frac{N}{m^2} \right) = 736(mmHg)$

- atmophe vật lí :  $atm = 1,033(at) = 1,013 \cdot 10^5 \left( \frac{N}{m^2} \right)$

- Nhiệt độ : Đại lượng đặc trưng cho mức chuyển động hỗn loạn của phân tử.

Thang đo :

- Thang đo bách phân : Celcius ( $^{\circ}C$ )

- Thang đo tuyệt đối : Kelvin ( $K$ )

- Hằng số khí lí tưởng ( $R = const$ ) :

Xét 1 kmol khí :  $PV = n_o RT \Rightarrow R = \frac{PV}{n_o T}$

Thay :  $\begin{cases} P = P_o = 1(atm) = 1,033(at) = 1,013 \cdot 10^5 \left( \frac{N}{m^2} \right) \\ V = V_o = 22,4(m^3) \\ T = T_o = 273^0 K \end{cases}$

$$R = \frac{P_o V_o}{n_o T_o} = \begin{cases} \frac{1(atm) \cdot 22,4(m^3)}{1(kmol) \cdot 273(K)} = 0,082 \left( \frac{atm \cdot m^3}{kmol \cdot K} \right) = 0,082 \left( \frac{atm \cdot l}{mol \cdot K} \right) \\ \frac{1,033(at) \cdot 22,4(m^3)}{1(kmol) \cdot 273(K)} = 0,0848 \left( \frac{at \cdot m^3}{kmol \cdot K} \right) = 0,0848 \left( \frac{at \cdot m^3}{mol \cdot K} \right) \\ \frac{1,013 \cdot 10^5 \left( \frac{N}{m^2} \right) \cdot 22,4(m^3)}{1(kmol) \cdot 273(K)} = 8,31 \cdot 10^3 \left( \frac{N \cdot m}{kmol \cdot K} \right) = 8,31 \cdot 10^3 \left( \frac{J}{kmol \cdot K} \right) = 8,31 \left( \frac{J}{mol \cdot K} \right) \end{cases}$$

Thường thì quy đổi chuẩn đơn vị ở trong đa số các bài toán của tụi mình sẽ là:

$$\left\{ \begin{array}{l} P: \frac{N}{m^2} \\ V: m^3 \\ T: K \\ R: 8,31.10^3 \left( \frac{J}{kmol.K} \right) \\ n: kmol \\ M: kg \\ \mu: \left( \frac{kg}{kmol} \right) \end{array} \right.$$

- Khối lượng riêng của khối khí lí tưởng ( $\rho$ ) :

Từ phương trình trạng thái ta có được :

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{\mu \cdot p}{RT}$$

- Phương trình cơ bản của thuyết động học phân tử

$$P = \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{N}{V} \right) \cdot m \cdot \overline{v^2} = \frac{1}{3} \cdot n_o \cdot m \cdot \overline{v^2}$$

Trong đó :

- $N$ : Tổng số **phân tử** (hạt) (không phải là số mol) khí lí tưởng
- $V$ : Thể tích khối khí ( đơn vị :  $m^3$  )
- $m$ : Khối lượng của **1 phân tử** (hạt) (không phải là khối lượng của khối khí) ( $kg$ )
- $\overline{v^2} = \frac{3kT}{m}$  : trung bình của bình phương vận tốc của 1 phân tử
- $n_o$ : mật độ phân tử phân bố trong 1 đơn vị diện tích, số phân tử trong 1 đơn vị thể tích  $\left( \frac{so\ hạt}{m^3} \right)$

Biến đổi phương trình trên ta lại có 1 dạng khác:

$$P = \frac{1}{3} \cdot n_o \cdot m \cdot \overline{v^2} = \frac{2}{3} \cdot n_o \cdot \overline{W_d} \quad (\text{với : } \overline{W_d} \text{ là động năng tịnh tiến trung bình của 1 phân tử})$$

Như vậy, có 2 cách làm tăng áp suất khí là tăng số phân tử trong một đơn vị thể tích và tăng tốc độ (động năng) của các phân tử, chính là tăng nhiệt độ của khí.

- Mỗi liên hệ giữa hằng số lí tưởng và hằng số Boltzman :

Từ 2 phương trình :

$$\begin{cases} P = \frac{2}{3} n_o \cdot \overline{W_d} = \frac{2}{3} \cdot n_o \cdot \frac{3}{2} \cdot k \cdot T = n_o \cdot kT \\ P = \frac{n \cdot RT}{V} \end{cases}$$

(trong đó :  $n$  : số kmol của khối khí ,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  : hằng số Boltzman)

Ta có được :

$$\frac{n \cdot RT}{V} = n_o \cdot kT \Leftrightarrow \frac{N}{N_A} \cdot \frac{RT}{V} = n_o kT$$

(trong đó  $N$  : tổng số phân tử (hạt) trong khối khí ;  $N_A = 6,02 \cdot 10^{26}$  : số "Avorgadro")

$$\text{Lại có : } \frac{N}{V} = n_o \text{ thế nên : } \frac{n_o}{N_A} \cdot RT = n_o \cdot kT \Leftrightarrow R = k \cdot N_A$$

Vậy mối liên hệ giữa 2 hằng số là :  $R = k \cdot N_A$

Từ mối liên hệ này ta đi biểu diễn lại 1 số đại lượng mà ta đã xác định ở những phần trước :

$$\bullet \text{ Vận tốc xác suất : } v_{xs} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2k \cdot N_A \cdot T}{N_A \cdot m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot RT}{\mu}}$$

$$\bullet \text{ Vận tốc trung bình : } \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{m \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{8k \cdot N_A \cdot T}{m \cdot N_A \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}$$



- Trung bình của bình phương vận tốc :  $\overline{v^2} = \frac{3kT}{m} = \frac{3k \cdot N_A T}{N_A \cdot m} = \frac{3RT}{\mu}$

- Vận tốc căn quân phương :  $v_c = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3k \cdot N_A T}{m \cdot N_A}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$

- Động năng tịnh tiến trung bình của một phân tử :

$$\overline{W_d} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \cdot \frac{RT}{N_A}$$

- *Sự phân bố đều năng lượng :*

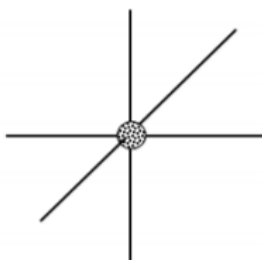
- Số bậc tự do của phân tử khí (*i*) : Là số tọa độ cần thiết để xác định vị trí của vật đó trong không gian :

Công thức : Tổng số bậc tự do = ( Bậc tự do tịnh tiến ) + ( Bậc tự do quay )

$$\Sigma i = i_{tt} + i_q$$

Tiếp theo là 1 số bậc tự do tụi mình hay gặp :

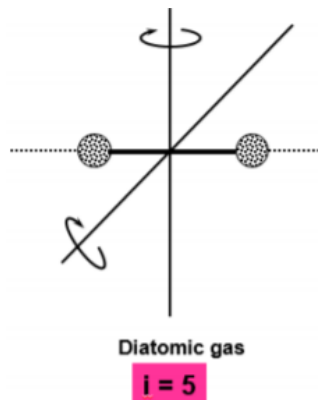
- Khí đơn nguyên tử (phân tử khí có một nguyên tử): ví dụ các phân tử khí hiếm như He, Ne, Ar... Các phân tử khí đơn nguyên tử chuyển động tịnh tiến theo ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz (tức có số bậc tịnh tiến là 3) . Chuyển động quay của phân tử khí đơn nguyên tử ứng với trục quay qua khối tâm của phân tử khí có năng lượng không đáng kể. Tóm lại, phân tử khí đơn nguyên tử có số bậc tự do: *i* = 3.



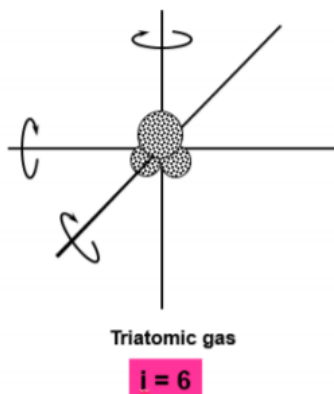
Monatomic gas

$$i = 3$$

- Khí hai nguyên tử (hay **lưỡng nguyên tử** là phân tử khí có hai nguyên tử): ví dụ khí  $O_2$ ,  $N_2$ , ... Các phân tử khí **lưỡng nguyên tử** có ba chuyển động tịnh tiến theo ba trục Ox, Oy, Oz và hai chuyển động quay quanh hai trục không đi qua khối tâm của hệ, một trục quay qua khối tâm của hệ có năng lượng không đáng kể. Tóm lại, phân tử khí lưỡng nguyên tử có số bậc tự do:  $i = 5 = 3i_t + 2i_q$ .



- Khí đa nguyên tử (phân tử khí có ba nguyên tử trở lên): Các phân tử khí đa nguyên tử có 3 chuyển động tịnh tiến và 3 chuyển động quay quanh 3 trục không đi qua khối tâm của hệ. Tóm lại, phân tử khí đa nguyên tử có số bậc tự do:  $i = 6 = 3i_t + 3i_q$ .



Đề ý : Các loại bậc tự do gồm : Bậc tự do tịnh tiến và bậc tự do quay thì ngoài 3 trường hợp ta đã liệt kê ở trên còn có những trường hợp mà bậc tự do  $i$  có giá trị lớn hơn nữa do có thêm năng lượng dao động giữa các nguyên tử, phân tử nhưng số lượng bậc tự do tịnh tiến luôn không đổi trong mọi trường hợp :  $i_t = 3$

- Sự phân bố đều năng lượng :

Từ công thức động năng tịnh tiến trung bình trên 1 phân tử khối lượng  $m$  :

$$\overline{W_d} = \frac{3}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} kT \Rightarrow \frac{3}{2} m (\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}) = \frac{3}{2} kT$$

Khi đó xét trên 1 chiều không gian : Ví dụ phân tử tịnh tiến dọc theo trục Ox:

$(\overline{v_x}, \overline{v_y}, \overline{v_z}) = (\overline{v_x}, 0, 0)$ , khi đó đẳng thức trên trở thành :

$$\rightarrow \overline{W_{dx}} = \frac{1}{2} m \overline{v_x^2} = \frac{1}{2} kT$$

Như vậy bậc tự do tịnh tiến theo Ox của phân tử sẽ đóng góp 1 phần năng lượng có độ lớn bằng  $\frac{1}{2} kT$  cho phân tử đó .

Mặt khác do phân tử chuyển động hỗn loạn nên ta có :

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$$

Tương tự như trên ta cũng có kết luận : Mỗi bậc tự do tịnh tiến theo 3 trục Ox, Oy, Oz sẽ đóng góp 1 phần năng lượng có độ lớn bằng  $\frac{1}{2} kT$  cho phân tử .

Một cách tổng quát , chúng ta có được khái niệm về sự phân bố năng lượng của hệ khí như sau :

- Động năng trung bình của các phân tử (khối khí) : được phân bố đều cho các bậc tự do ( bậc tịnh tiến + bậc quay) và năng lượng ứng với mỗi bậc tự do sẽ là:  $\frac{kT}{2}$  .

- *Nội năng của khí lý tưởng*

Nội năng của một hệ khí là năng lượng bên trong hệ bao gồm **động năng phân tử** (năng lượng do chuyển động tự do: chuyển động tịnh tiến và chuyển động quay của các phân tử), **thế năng tương tác** giữa các phân tử và **năng lượng bên trong mỗi phân tử, nguyên tử**. Đối với khí lý tưởng, ta có thể bỏ qua thế năng tương tác

giữa các phân tử và năng lượng bên trong mỗi phân tử do những năng lượng này nhỏ hơn rất nhiều so với năng lượng do chuyển động của chúng.

Như vậy nội năng của khí lí tưởng chính là tổng động năng của các phân tử khí .

Xét 1 phân tử của khí lí tưởng có  $i$  bậc tự do :

- Động năng trung bình của phân tử đó :

$$\overline{W_d} = \overline{W_{dt}} + \overline{W_{dq}} (*)$$

Từ sự phân bố đều năng lượng ta có được :

$$(*) \Leftrightarrow \overline{W_d} = i_t \cdot \frac{kT}{2} + i_q \cdot \frac{kT}{2} = \frac{(i_t + i_q) \cdot kT}{2} = \frac{i \cdot kT}{2} (J)$$

Do là khí lí tưởng nên động năng trung bình của phân tử đóng vai trò là nội năng của phân tử đó luôn . Mình gọi nội năng của 1 phân tử là nội năng đơn vị ( $U_e$ ) nhé.

- Động năng trung bình của cả khối khí (tức của cả  $N$  phân tử )  $\rightarrow$  cũng chính là nội năng của cả khối khí :

$$U = \sum \overline{W_d} = N \cdot U_e = N \cdot \frac{i \cdot kT}{2} (J)$$

Từ mối liên hệ giữa 2 hằng số mà ta đã biết ở trước :  $R = k \cdot N_A$

$\rightarrow$  Ta viết lại biểu thức nội năng của khối khí :

$$U = \frac{N}{N_A} \cdot \frac{i \cdot k \cdot N_A \cdot T}{2} = n \cdot \frac{iRT}{2} = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{iRT}{2} (J) (**)$$

(với  $n$  : số kmol của khối khí có khối lượng  $M$  và có khối lượng mỗi phân tử là  $\mu \left( \frac{kg}{kmol} \right)$  )

Ngoài ra ta cũng có nhiều kiểu biểu diễn khác của biểu thức nội năng của hệ khí :

$$U = N \cdot \frac{i \cdot kT}{2} = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} RT = \frac{i}{2} PV = \frac{M \cdot i}{6} \cdot v_c^2 = \frac{M \cdot i \cdot p}{2\rho} = \dots \text{ ( này để cho vui thôi nhé ! )}$$

Từ đẳng thức nội năng của hệ khí (\*\*\*)  $\rightarrow$  Nội năng phụ thuộc vào nhiệt độ  $T$  của hệ khí mà nhiệt độ là một biến trạng thái nên nội năng là một hàm trạng thái  $\sim$ .

Độ biến thiên nội năng của hệ khí lí tưởng khi hệ thay đổi 1 lượng nhiệt  $\Delta T$  :

$$\Delta U = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{iR}{2} \cdot \Delta T$$

- *Các hiện tượng động học trong chất khí (phần này không cần đọc cũng được)*

Các phân tử khí luôn chuyển động hỗn loạn và va chạm vào nhau. Khi mà trong khối khí có sự không đồng đều về các đại lượng như là : mật độ, nhiệt độ, vận tốc định hướng, ... thì sự va chạm giữa các phân tử sẽ làm mất dần sự không đồng đều đó. Lúc đó trong khối khí sẽ xuất hiện các quá trình chung gọi là : các hiện tượng truyền như : hiện tượng khuếch tán, hiện tượng nội ma sát, hiện tượng dẫn nhiệt ... các quá trình truyền là các quá trình không cân bằng, rất phức tạp. Do vậy, giả thiết hệ phân tử là khí lí tưởng và các quá trình diễn ra rất chậm được coi như là quá trình cân bằng.

- Quãng đường tự do trung bình của phân tử khí :

- Số va chạm trung bình : Khi chuyển động nhiệt, các phân tử luôn va chạm với các phân tử ở lân cận.

Quãng đường tự do  $\lambda$  là quãng đường giữa 2 lần va chạm liên tiếp của phân tử.

Do tính hỗn loạn nên sự va chạm là ngẫu nhiên thế nên quãng đường tự do của mỗi phân tử là khác nhau.

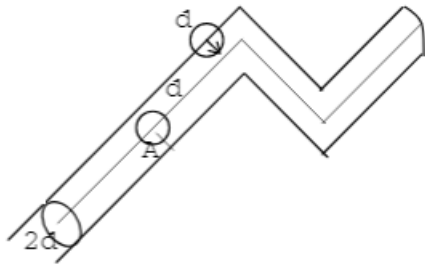
Xét trong một khoảng thời gian  $\Delta t$ , phân tử (A) có  $n$  va chạm thì số va chạm  $n$  bằng số quãng đường tự do của phân tử trong thời gian đó.

Khi đó ta có được quãng đường tự do trung bình của phân tử (A) :

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n}{n}$$

Gọi :  $\begin{cases} \bar{v} : \text{vận tốc trung bình của phân tử} \\ \bar{Z} : \text{số va chạm trung bình của phân tử trong 1 đơn vị thời gian} \end{cases}$  thì :  $\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{Z}}$

Nếu coi phân tử có dạng hình cầu bán kính  $r$  và giả thiết rằng phân tử  $A$  chuyển động với vận tốc  $\bar{v}$  còn các phân tử khác thì đứng yên. Thì trong 1 đơn vị thời gian phân tử  $A$  đã đi được quãng đường  $\bar{\lambda}$ . Trong thời gian này, nó va chạm với tất cả các phân tử có tâm nằm trong **hình trụ gấp khúc** có bán kính  $d = 2r$ , chiều cao  $\bar{v}$ . Hình vẽ dưới tương ứng với trường hợp chỉ có 1 nhánh gấp khúc, có thể có nhiều nhánh gấp khúc khác >:



Từ công thức xác định mật độ phân tử  $n_o$  ta xác định được số phân tử  $N$  có trong hình trụ gấp khúc trên :

$$N = n_o \cdot V_{tru} = n_o \cdot \pi d^2 \cdot \bar{v} = 4\pi n_o \cdot r^2 \cdot \bar{v}$$

Số phân tử  $N$  cũng chính là số lần va chạm trung bình  $\bar{Z}$  của phân tử  $A$

$$\rightarrow \bar{Z} = n_o V = 4\pi n_o \cdot r^2 \cdot \bar{v}$$

Kết quả này chỉ được xây dựng trong giả thuyết chỉ mỗi phân tử  $A$  chuyển động và các phân tử lân cận nó đứng yên, nhưng thực tế là các phân tử luôn luôn chuyển động hỗn loạn không ngừng thế nên ta phải thay  $\bar{v}$  của phân tử  $A$  bằng vận tốc tương đối trung bình  $\bar{v}_{td}$ .

Vậy thì xác định  $\bar{v}_{td}$  như nào ?

Xét hai phân tử đều chuyển động, thì động năng tịnh tiến trung bình của mỗi phân tử là :  $\overline{W_{dt}} = \frac{3}{2} \cdot kT$ , khi đó tổng động năng tịnh tiến trung bình của hệ 2 phân tử sẽ

$$\text{là : } \sum \overline{W_{dt}} = 2\overline{W_{dt}} = 3 \cdot kT$$

Như vậy nếu xét theo tính tương đối thì một phân tử đứng yên, còn một phân tử chuyển động tương đối so với phân tử kia, mang năng lượng tịnh tiến của cả hệ 2

phân tử thì động năng tịnh tiến trung bình của phân tử chuyển động phải bằng tổng động năng tịnh tiến trung bình của cả hệ hai phân tử , tức là :

$$\frac{1}{2}.m\overline{v_{td}^2} = 2.\frac{1}{2}.m.\overline{v^2} \Rightarrow \overline{v_{td}^2} = 2\overline{v^2} \Rightarrow \overline{v_{td}} = \overline{v}\sqrt{2}$$

Từ đó ta có được công thức tính số va chạm trung bình của 1 phân tử :

$$\overline{Z} = 4\pi.n_o.r^2.\overline{v_{td}} = 4\sqrt{2}\pi.n_o.r^2.\overline{v}$$

→ Công thức tính quãng đường tự do trung bình của 1 phân tử :

$$\lambda = \frac{\overline{v}}{\overline{Z}} = \frac{\overline{v}}{4\sqrt{2}\pi.n_o.r^2.\overline{v}} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi.n_o.r^2} = \frac{1}{n_o.V_{tru}.\sqrt{2}}$$

Ta có thể biểu diễn công thức tính quãng đường tự do trung bình 1 số biểu diễn khác :

$$\overline{\lambda} = \frac{\overline{v}}{\overline{Z}} = \frac{1}{n_o.V_{tru}.\sqrt{2}} = \frac{1}{\frac{P}{kT}.V_{tru}.\sqrt{2}} = \frac{kT}{P.V_{tru}.\sqrt{2}} = \frac{RT}{P.N_A.V_{tru}.\sqrt{2}} = \frac{kT}{4\sqrt{2}\sigma P} \dots$$

Trong đó :

$\sigma = \pi r^2$  : tiết diện hiệu dụng của 1 phân tử

Từ công thức xác định quãng đường tự do trung bình của 1 phân tử ta rút ra được nhận xét sau :

- Khi nhiệt độ  $T = const$  thì  $\overline{\lambda}$  tỉ lệ nghịch với  $P$
- Khi áp suất  $P = const$  thì  $\overline{\lambda}$  tỉ lệ thuận với  $T$  ( nếu nhiệt độ tăng thì quãng đường tự do trung bình của phân tử càng lớn )
- Hiện tượng khuếch tán

Hệ khối khí có mật độ khối lượng :  $\rho = \rho(x, y, z)$

( khối lượng riêng ) không đồng đều , có chỗ mật độ lớn , có chỗ mật độ nhỏ .



Khi đó do sự vận động nhiệt sẽ làm xảy ra quá trình cân bằng sự chênh lệch đó , quá trình này còn được gọi là quá trình khuếch tán .

Vậy: *hiện tượng khuếch tán* là hiện tượng truyền khối lượng khí từ nơi có mật độ khối lượng lớn sang nơi có mật độ khối lượng bé hơn.

Vì giới hạn kiến thức nên chong bài viết này tớ không đi chi tiết mấy cái hiện tượng này mà đưa thẳng công thức hem !

- Hệ số khuếch tán của 1 phân tử :  $D = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v}$

Từ đây ta có thể có nhiều biểu diễn khác của  $D$  .

- Hiện tượng dẫn nhiệt

Xét hệ khối khí có nhiệt độ  $T = T(x, y, z)$  không đồng đều :

Do sự vận động nhiệt , các phân tử ở vùng nhiệt độ khác nhau tương tác với nhau , tạo sự cân bằng về nhiệt độ . Khi đó cũng xuất hiện quá trình truyền nhiệt lượng từ lớp khí nóng sang lớp khí lạnh có nhiệt độ thấp hơn . Kết quả là 1 dòng nhiệt được truyền từ nơi có nhiệt độ cao sang nhiệt độ thấp.

- Hệ số dẫn nhiệt :  $\chi = \frac{1}{3} \cdot \rho \cdot \bar{\lambda} \cdot \bar{v} \cdot c_v$

Trong đó :  $c_v = \frac{C_V}{\mu}$  là nhiệt dung riêng đẳng tích còn  $C_V$  là nhiệt dung phân tử đẳng tích .

- *Phân bố Boltzman*

- Công thức khí áp : Xét hai phân tử của khối khí lí tưởng đặt trong trọng trường đều có độ cao  $z(A)$  và  $z + dz(B)$  so với mặt đất  $O$  , do có ngoại lực tác dụng nên áp suất chất khí không đồng đều nên giữa 2 điểm  $A, B$  có hiệu áp suất là  $dP$  .

Trong đó  $dP = -\rho \cdot g \cdot dz$  (độ lớn đại số của trọng lượng của một cột khí có chiều cao  $dz$  và đáy có độ lớn bằng 1 đơn vị thể tích ) .

Từ đẳng thức trên ta có biến đổi :



$$dP = -\rho \cdot g \cdot dz = -\frac{M}{V} \cdot g \cdot dz = -\frac{P \cdot \mu}{RT} \cdot g \cdot dz$$

$$\Leftrightarrow \frac{dP}{P} = -\frac{\mu g}{RT} dz$$

Lấy tích phân 2 vế từ  $0 \rightarrow z$ , tương ứng với cận áp suất từ  $P(O) \rightarrow P(z)$ :

$$\int_{P(O)}^{P(z)} \frac{dP}{P} = \int_0^z \frac{-\mu g}{RT} dz$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{P(z)}{P(O)} = \frac{-\mu g z}{RT}$$

$$\Rightarrow P(z) = P(O) \cdot e^{\frac{-\mu g z}{RT}} \quad (\text{phương trình khí áp})$$

Từ phương trình khí áp cho ta nhận xét về sự thay đổi của áp suất theo độ cao :

*Khi độ cao so càng lớn thì áp suất càng giảm.*

Từ phương trình khí áp cho ta biết được áp suất tại độ cao bất kì so với mặt đất.

Từ phương trình khí áp cho ta biết được liên hệ áp suất của 2 độ cao bất kì :

$$\begin{cases} P(z_1) = P(O) \cdot e^{\frac{-\mu g z_1}{RT}} \\ P(z_2) = P(O) \cdot e^{\frac{-\mu g z_2}{RT}} \end{cases} \Rightarrow \frac{P(z_1)}{P(z_2)} = e^{\frac{-\mu g}{RT}(z_1 - z_2)}$$

• Định luật phân bố Boltzman :

Gọi  $n_o(O)$  và  $n_o(z)$  là mật độ của phân tử khí tại áp suất  $P(O)$  và  $P(z)$

Từ phương trình cơ bản của thuyết động học phân tử :  $P = n_o \cdot kT$  ta có được :

$$\frac{n_o(z)}{n_o(O)} = \frac{P(z)}{P(O)}$$

Khi đó từ hệ thức khí áp ta cũng có được hệ thức phân bố :

$$n_o(z) = n_o(O) \cdot e^{-\frac{\mu g}{RT} \cdot z}$$

Từ đây ta rút ra được liên hệ về mật độ phân tử giữa 2 vị trí bất kì :

$$\frac{n_o(z_1)}{n_o(z_2)} = e^{-\frac{\mu g}{RT}(z_1 - z_2)}$$

Mặt khác ta có tỉ số sau của mỗi phân tử :

$$\frac{\mu}{R} = \frac{\mu}{k \cdot N_A} = \frac{m}{k}$$

Từ đây , đắp vào công thức phân bố Boltzman, ta có được hệ thức phân bố mật độ theo thế năng:

$$n_o(z) = n_o(O) \cdot e^{-\frac{mgz}{T}}$$

Từ đây ta rút ra được liên hệ giữa 2 vị trí :

$$\frac{n_o(z_1)}{n_o(z_2)} = e^{-\frac{\mu g}{RT}(W_{t1} - W_{t2})}$$



*Như vậy thế năng càng nhỏ thì mật độ phân tử càng lớn !*

- *Nhắc lại các định luật thực nghiệm về chất khí lí tưởng :*
- *Định luật Boyler Marriod: quá trình đẳng nhiệt :*

$$PV = const \Rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2$$

Ý nghĩa đồ thị : quỹ tích các điểm trạng thái thuộc quá trình đẳng nhiệt là nhánh hypebol (**C**) trên hệ tọa độ  $POV$  .

*Biểu thức khai thác (này cho vui thôi nhé ! )*

Từ biểu thức :  $P_1V_1 = P_2V_2 \Rightarrow \frac{P_1}{V_2} = \frac{P_2}{V_1} = \frac{P_1 \pm P_2}{V_2 \pm V_1}$

Từ:  $\begin{cases} PV = \text{const} \\ P > 0; V > 0 \end{cases} \Rightarrow PV = k > 0 \Rightarrow P = \frac{k}{V} \Rightarrow P' = -\frac{k}{V^2}$  hay nhánh quỹ tích các điểm trạng thái là nhánh nghịch biến ( đi xuống ) thuộc góc phần tư thứ nhất .

Với mọi điểm  $M_o \left( V_o, \frac{k}{V_o} \right) \in (C)$  luôn có tiếp tuyến với đồ thị tại chính nó :

$d: P = \frac{-k}{V_o^2} \cdot V + \frac{2k}{V_o}$  . Tiếp tuyến  $d$  cắt hai trục tọa độ  $OP, OV$  lần lượt tại

$$A \left( 0, \frac{2k}{V_o} \right); B(2V_o, 0) \Rightarrow d(O, AB) = \frac{2S_{OAB}}{AB} = \frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{2k}{\sqrt{V_o^2 + \left( \frac{k}{V_o} \right)^2}}$$

Khi đó sử dụng bất đẳng thức AM-GM tớ có được hai kết quả sau :

$$\begin{cases} \text{Max } d(O, AB) = \sqrt{2k} = \sqrt{S_{OAB}} \\ \text{Min } AB = \frac{2S_{OAB}}{\text{Max } d(O, AB)} = 2\sqrt{S_{OAB}} (*) \\ \text{Min } d(O, AB) \Leftrightarrow M_o = (\sqrt{k}, \sqrt{k}) \end{cases}$$

• Xét 1 hệ gồm các đường hypebol đẳng nhiệt , ta có nhận xét sau : đường đẳng nhiệt nào càng xa gốc tọa độ thì nhiệt độ càng lớn . Áp dụng kết quả của hệ (\*) trên ta rút ra được : Nếu  $k$  càng lớn thì đường đẳng nhiệt càng xa gốc tọa độ hơn tức nhiệt độ càng lớn hơn .

• Định luật Gay-Lussac : gồm quá trình *đẳng áp* và quá trình *đẳng tích*

Đối với quá trình đẳng áp :  $\frac{V}{T} = \text{const} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$  .

Đối với quá trình đẳng tích :  $\frac{P}{T} = \text{const} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$  .

Ý nghĩa đồ thị :

- quỹ tích các điểm trạng thái thuộc quá trình đẳng áp là đường thẳng song song với trục  $OV$  trên hệ tọa độ  $POV$
- quỹ tích các điểm trạng thái thuộc quá trình đẳng tích là đường thẳng song song với trục  $OP$  trên hệ tọa độ  $POV$

Ngoài ra còn có đồ thị của chúng trên hệ tọa độ khác nhưng mình không khảo sát ở đây !

- Phương trình trạng thái khí lí tưởng :

$$\frac{PV}{T} = \text{const} \Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}.$$

Phương trình Mendeleev & Clapeyron:

$$PV = \frac{M}{\mu} \cdot RT.$$

Bài toán 2 bình khí thông nhau :

$$\sum n = n_1 + n_2 \Leftrightarrow \frac{P(V_1 + V_2)}{RT} = \frac{P_1 V_1}{RT_1} + \frac{P_2 V_2}{RT_2} \Leftrightarrow \frac{P(V_1 + V_2)}{T} = \frac{P_1 V_1}{T_1} + \frac{P_2 V_2}{T_2}.$$

Khối lượng 1 kmol hỗn hợp khí khác nhau :

$$\bar{\mu} = \frac{M_1 + M_2 + \dots + M_n}{n_1 + n_2 + \dots + n_n} = \frac{\frac{M_1}{\mu_1} + \frac{M_2}{\mu_2} + \dots + \frac{M_n}{\mu_n}}{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{\mu_i}} = \frac{\sum_{i=1}^n M_i}{\sum_{i=1}^n \frac{M_i}{\mu_i}} \quad (\text{trong đó } M_i : \text{đo bằng đơn vị kg}).$$

- Nguyên lí thứ nhất của nhiệt động học

- Biểu thức năng lượng toàn phần của hệ :

Năng lượng toàn phần của hệ gồm :

- Động năng ứng với chuyển động có hướng của hệ
- Thế năng tương tác giữa các phân tử
- Nội năng ứng với chuyển động bên trong hệ

$$W = W_d + W_t + U$$

Như vậy nếu xét hệ không chuyển động, không đặt trong trường lực thì :

*Năng lượng của hệ chính là nội năng*

Khi đó do năng lượng là 1 hàm trạng thái nên nội năng cũng là 1 hàm trạng thái

*Thông thường giả thiết rằng  $U = 0$  tại  $T = 0K$ .*

Khi các hệ tương tác với nhau thì chúng trao đổi năng lượng với nhau qua 2 dạng truyền năng lượng :

- Công : Liên quan đến chuyển động có hướng, có trật tự
- Nhiệt : Liên quan đến chuyển động hỗn loạn

Mối liên hệ giữa công và nhiệt :

Công và nhiệt có thể chuyển hóa cho nhau :  $4,18(J) \sim 1(cal)$

- Công và nhiệt đều là các hàm quá trình !
- Biểu thức của nguyên lý thứ nhất trong nhiệt động học :

→ Độ biến thiên của năng lượng toàn phần  $\Delta W$  của một hệ trong quá trình biến đổi vĩ mô có giá trị bằng tổng công  $A$  và nhiệt lượng  $Q$  mà hệ **nhận** được :

$$\Delta W = A + Q$$

Nếu giả thiết rằng cơ năng của hệ không thay đổi, tức:  $(W_d + W_t) = const$  thì :

$$\rightarrow \Delta W = \Delta U$$

Khi đó ta phát biểu và viết lại biểu thức trên thành :

→ Độ biến thiên của nội năng  $\Delta U$  của một hệ trong quá trình biến đổi vĩ mô có giá trị bằng tổng công  $A$  và nhiệt lượng  $Q$  mà hệ **nhận** được :

$$\Delta U = A + Q$$

- Một số quy ước với công và nhiệt :

$$\left\{ \begin{array}{l} A : \text{công mà hệ nhận được} \rightarrow \rightarrow A' = -A : \text{công mà hệ sinh ra} \\ Q : \text{nhiệt lượng mà hệ nhận được} \rightarrow \rightarrow Q' = -Q : \text{nhiệt lượng hệ tỏa ra} \end{array} \right.$$

$$Q, A, \Delta U \in \mathbb{R}$$

$$\bullet \text{ Nếu : } \left\{ \begin{array}{l} A > 0 : \text{hệ nhận công} \\ Q > 0 : \text{hệ nhận nhiệt} \end{array} \right. \rightarrow \Delta U > 0 : \text{Nội năng của hệ thực sự tăng}$$

$$\bullet \text{ Nếu : } \left\{ \begin{array}{l} A < 0 : \text{hệ sinh công} \\ Q < 0 : \text{hệ tỏa nhiệt} \end{array} \right. \rightarrow \Delta U < 0 : \text{Nội năng của hệ thực sự giảm}$$

• Hệ quả từ nguyên lí thứ nhất :

• Nếu áp dụng nguyên lí thứ nhất cho hệ cô lập ( không chịu tác động từ bên ngoài ) , tức  $A = Q = 0$  khi đó  $\Delta U = 0 \Rightarrow W = U = \text{const}$  .

→ Nếu hệ cô lập gồm hai vật và chúng chỉ trao đổi nhiệt với nhau thì :

$$\sum Q = Q_1 + Q_2 = 0 \Leftrightarrow Q_1 = -Q_2$$

( với  $Q_1; Q_2$  là nhiệt lượng mỗi vật nhận được sau khi trao đổi với nhau ) → nhiệt lượng vật này tỏa ra bằng nhiệt lượng vật kia thu vào

• Nếu hệ biến đổi theo 1 chu trình ( kín ) tức sau 1 số dãy biến đổi hữu hạn , hệ quay lại trạng thái ban đầu thì :

$$\Delta U = 0 \Leftrightarrow A + Q = 0 \Leftrightarrow A = -Q \Leftrightarrow Q = -A$$

→ Trong một chu trình : Công hệ nhận được bằng nhiệt mà hệ tỏa ra hay công mà hệ sinh ra bằng nhiệt mà hệ thu vào

• Biểu diễn biểu thức nguyên lí 1 dưới dạng vi phân :

$dU = \delta A + \delta Q$  trong đó :  $dU$  là một vi phân toàn phần ,  $\delta A, \delta Q$  là các vi phân không toàn phần , để thể hiện rằng công và nhiệt là các hàm quá trình còn nội năng là hàm trạng thái !

• *Khảo sát các quá trình cân bằng từ việc áp dụng nguyên lí 1*

Về việc định nghĩa quá trình cân bằng là gì thì các bạn đọc file lí thuyết nhé !

Trên hệ tọa độ POV , đồ thị của quá trình cân bằng được biểu diễn bởi 1 đường cong liên tục.

- Công của áp lực trong quá trình cân bằng :

- *Biểu thức xác định*

Giả sử khối khí được biến đổi theo 1 quá trình cân bằng (quá trình nén khí trong xilanh lí tưởng ) , trong đó thể tích biến đổi từ  $V_1 \rightarrow V_2$  như sau : Xét 1 piston chịu một ngoại lực tác dụng  $F$  khi đó do có tác động của ngoại lực nên piston di chuyển một đoạn  $dl$  làm khối khí trong xi lanh bị nén lại thì khi đó khối khí **nhận** được một công vi phân :  $dA = -Fdl$  .

Do quá trình là cân bằng nên ngoại lực  $F$  có giá trị bằng lực khối khí tác động lên piston , từ đó :  $dA = -Fdl = -(P.S)dl$

Trong đó :  $P$  là áp suất khối khí tác động lên piston ,  $S$  là diện tích piston

Mà tích :  $S.dl = dV$  : thể tích của hình trụ có diện tích đáy bằng  $S$  , chiều cao  $dl$

Từ đó ta có công thức tính công của ngoại lực tác động vào hệ ( khối khí ) hay nói

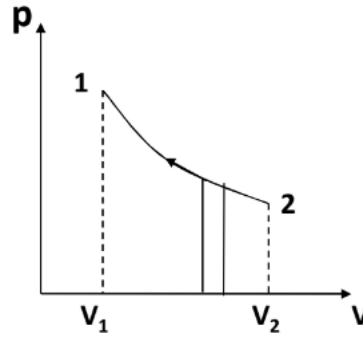
cách khác :  $\rightarrow$  Công mà hệ(khối khí) nhận được :  $dA = -PdV \Rightarrow A = -\int_{V_1}^{V_2} PdV$

Biểu thức trên là một hàm tích phân theo biến  $V$  vì thế , để xử lí tích phân này ta phải biểu diễn được quan hệ của  $P$  theo  $V$  trong quá trình biến đổi từ  $V_1 \rightarrow V_2$

- Đồ thị trên hệ tọa độ POV:

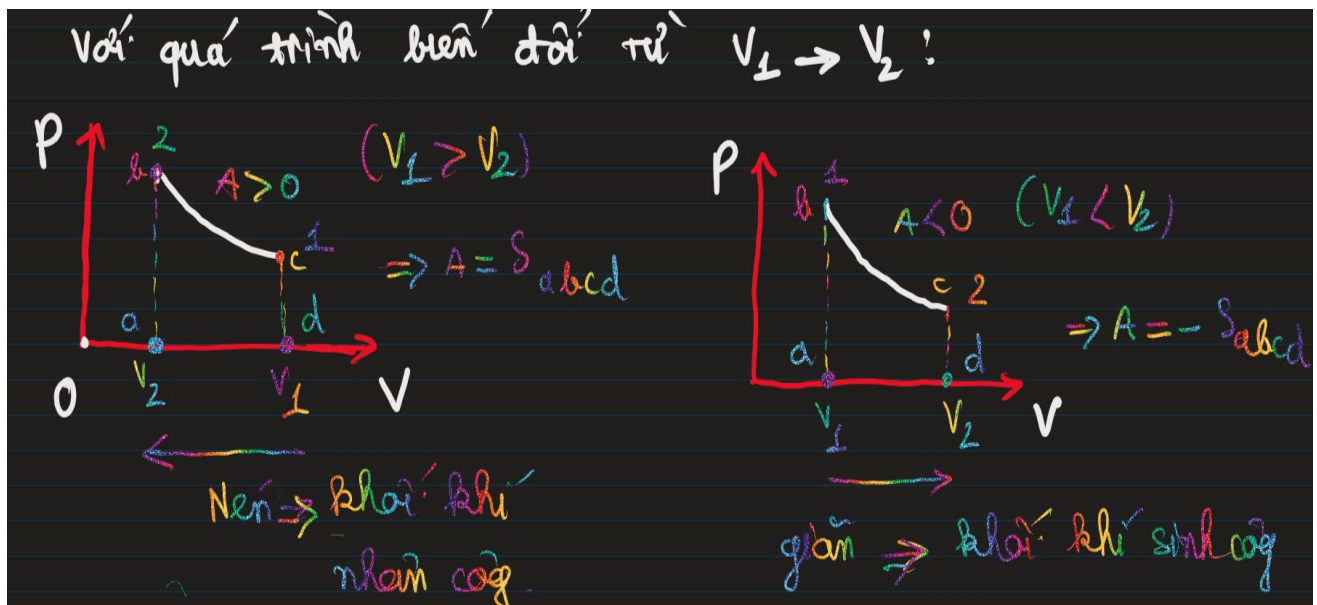
- Đối với quá trình không kín (đường cong không kín) :

Trị tuyệt đối của  $A$  (tức độ lớn của công mà hệ nhận được) bằng diện tích của hình thang cong giới hạn bởi các đường:



{ Đường cong biểu diễn quá trình cân bằng  
 Các đường thẳng  $V = V_1, V = V_2$   
 Trục  $OV$

Các dạng đồ thị có thể có được của công  $A$  mà khối khí nhận được :



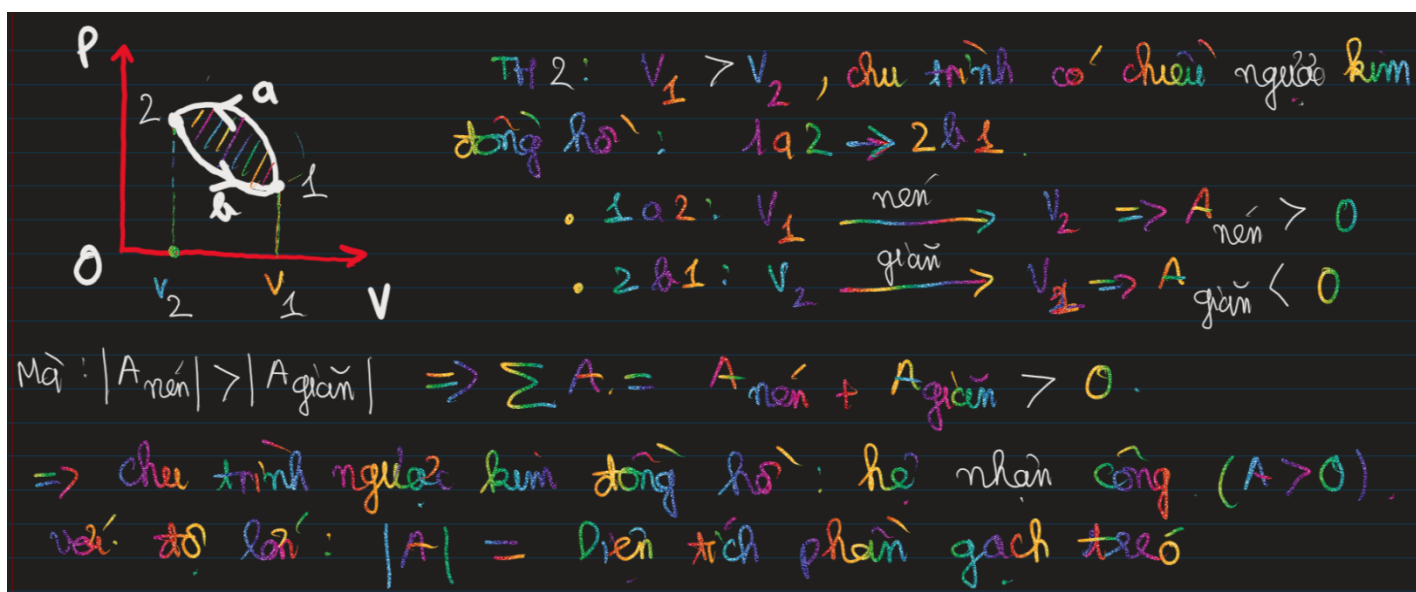
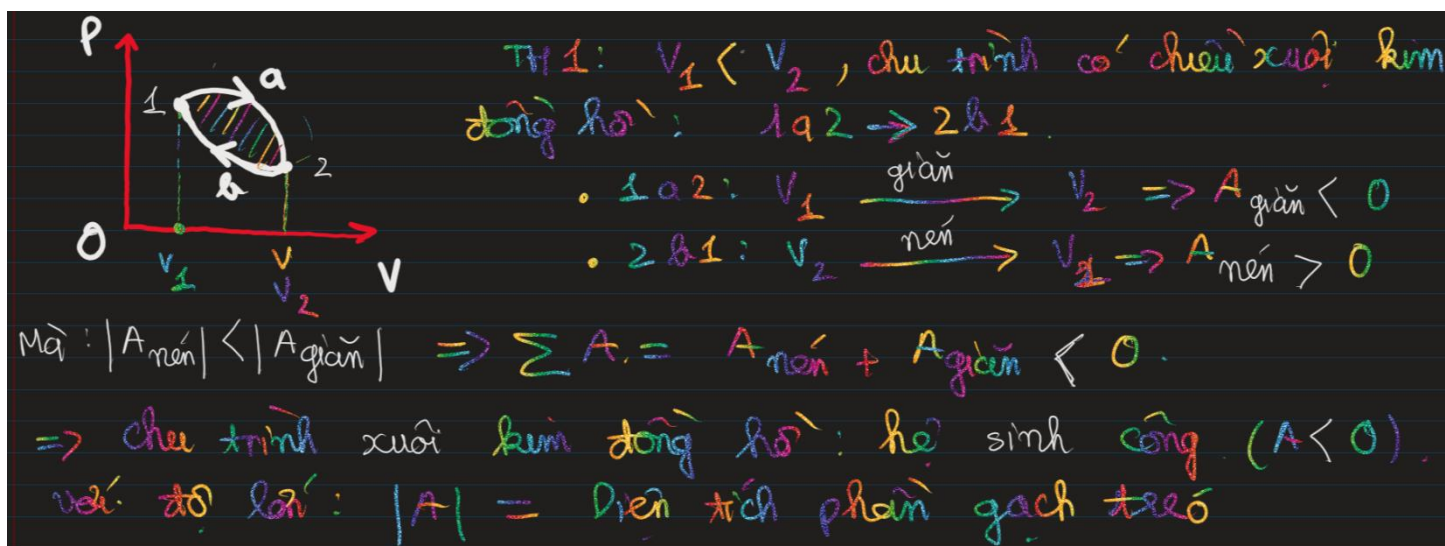
◦ Đối với quá trình kín ( chu trình ) :

Công  $A$  mà hệ nhận được có độ lớn bằng diện tích của miền được giới hạn bởi đường cong kín chu trình .

$$\Rightarrow A = \iint_D dPdV . \text{ Áp dụng công thức Green: } \Rightarrow A = \iint_D dPdV = \frac{1}{2} \oint_{(C)} VdP - PdV$$



Các dạng đồ thị : Xét chu trình biến đổi từ  $V_1 \rightarrow V_2 \rightarrow V_1$



• Nhiệt trong quá trình cân bằng :

• **Nhiệt dung riêng  $c$**  : đại lượng vật lí có trị số bằng lượng nhiệt cần thiết cho 1 đơn vị khối lượng của 1 chất để nhiệt độ của nó tăng thêm 1 độ .

Biểu thức xác định nhiệt dung riêng :

$$c = \frac{\delta Q}{M \cdot dT} \Rightarrow \delta Q = M \cdot c \cdot dT \quad . \text{Đơn vị của nhiệt dung riêng } c: \frac{J}{kg \cdot K}$$

Trong đó :  $\delta Q$  là nhiệt lượng vật có khối lượng  $m$  nhận trong quá trình cân bằng ,  
 $dT$  là độ biến thiên nhiệt độ trong quá trình cân bằng.

Do  $\delta Q$  không phải là 1 vi phân toàn phần nên nhiệt dung riêng  $c$  là 1 đại lượng không đơn giá , giá trị của  $c$  là tập số thực  $\mathbb{R}$  .

- *Nhiệt dung mol ( nhiệt dung phân tử )*  $C$  : đại lượng có trị số bằng nhiệt lượng cần truyền cho một kmol chất để nhiệt độ nó tăng lên một độ

Biểu thức xác định nhiệt dung phân tử :  $C = \frac{\delta Q}{n.dT} \Rightarrow \delta Q = n.C.dT = \frac{M}{\mu}.C.dT$

Đơn vị của nhiệt dung phân tử :  $C : \frac{J}{kmol.K}$

- *Liên hệ giữa nhiệt dung riêng và nhiệt dung phân tử :*

Từ hai biểu thức xác định trên ta suy ra được :  $\Rightarrow c = \frac{C}{\mu} \Rightarrow C = \mu.c$

Ngoài ra từ việc xác định  $\mu = m.N_A = \frac{\rho RT}{P} = \dots$  mà ta có thể có 1 số biểu diễn khác !

*Lưu ý : Nhiệt dung riêng chỉ phụ thuộc vào bản chất của chất khí nhưng mà có 1 số điều kiện mà nhiệt dung riêng có thể khác nhau trong cùng 1 chất khí !*

*Ta viết lại biểu thức nguyên lí 1 dưới dạng vi phân của  $\left(\frac{M}{\mu}\right)$  kmol khí :*

$$dU = \delta A + \delta Q = -PdV + \frac{M}{\mu}.C.dT$$

$$\Rightarrow C = \frac{\mu}{M.dT}(dU + P.dV) = \frac{\mu}{M.dT} \cdot \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R.dT + \frac{P.\mu}{M.dT}.dV = \frac{i}{2} R + \frac{P.\mu}{M.dT}.dV$$

$$\Rightarrow C = \frac{i}{2} R + \frac{P.\mu}{M.dT}.dV \text{ (công thức xác định nhiệt dung phân tử )}$$

- *Áp dụng nguyên lí thứ nhất vào 1 số biến đổi đặc biệt*

*Xét các quá trình biến đổi từ trạng thái thứ 1 đến trạng thái thứ 2 :*

- **Quá trình đẳng tích** :  $V = \text{const} \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$ .

Khi đó ta xây dựng các kết quả từ biểu thức nguyên lí 1 :

- **Công mà hệ nhận được** :  $A = - \int_{V_1}^{V_2} P dV$  mà do  $V = \text{const}$  thế nên :  $dV = 0$

$$\Rightarrow A = 0$$

- **Nhiệt lượng mà hệ nhận được** :

$$Q = \int_{(1)}^{(2)} \delta Q = \int_{T_1}^{T_2} \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot dT$$

Trong đó  $C_V$  : nhiệt dung phân tử ứng với quá trình đẳng tích còn có tên gọi khác là **nhiệt dung phân tử đẳng tích** . Từ công thức xác định nhiệt dung phân tử ở trên:

$$C = \frac{i}{2} R + \frac{P \cdot \mu}{M \cdot dT} \cdot dV, \text{ ta có được : } C_V = \frac{i}{2} R \text{ (do là quá trình đẳng tích nên : } dV = 0 \text{)}$$

$$\text{Nhu vậy : } Q = \int_{(1)}^{(2)} \delta Q = \int_{T_1}^{T_2} \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot dT = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{M}{\mu} \cdot C_V (T_2 - T_1) = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot \Delta T$$

Do quá trình nà đẳng tích nên từ phương trình trạng thái ta có được :

$$PV = \frac{M}{\mu} \cdot RT \Rightarrow \Delta T = T_2 - T_1 = (P_2 - P_1) \cdot \frac{\mu V}{M \cdot R}$$

Từ đây ta có thể có được dạng khác của nhiệt lượng hệ nhận được :

$$\Rightarrow Q = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot \Delta T = \frac{V \cdot C_V \cdot (P_2 - P_1)}{R} = \frac{iV}{2} \cdot (P_2 - P_1) \text{ (công thức thứ 2 dùng khi giả thiết cho biết thể tích)}$$

- **Độ biến thiên nội năng của hệ** :

$$\Delta U = A + Q = Q = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot (T_2 - T_1) = \frac{V \cdot C_V \cdot (P_2 - P_1)}{R} = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot \Delta T \text{ (đúng với công thức tính}$$

độ biến thiên nội năng của khí lí tưởng mà ta đã học ở trước ! )

**Nói chung đối với quá trình đẳng tích :**

Công mà hệ nhận được:  $A=0$

Nhiệt lượng mà hệ nhận được:  $Q = \frac{M}{\mu} C_V \cdot (T_2 - T_1) = \frac{V \cdot (P_2 - P_1) C_V}{R}$

Nhiệt dung phân tử đẳng tích :  $C_V = \frac{i}{2} R$

Độ biến thiên nội năng của hệ :

$$\Delta U = Q = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot (T_2 - T_1) = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R (T_2 - T_1) = \frac{V(P_2 - P_1) \cdot C_V}{R} = \frac{iV}{2} \cdot (P_2 - P_1)$$

• Dấu hiệu nhận biết quá trình đẳng tích : quá trình biến đổi được thực hiện trong bình kín , giãn nở kém ,....

• **Quá trình đẳng áp :**  $P = \text{const} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$

• Công mà hệ nhận được :  $A = - \int_{V_1}^{V_2} P dV = -P \cdot (V_2 - V_1) = P(V_1 - V_2)$

Từ phương trình trạng thái khí lí tưởng :  $PV = \frac{M}{\mu} \cdot RT \Rightarrow P(V_1 - V_2) = \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot (T_1 - T_2)$

Từ đó ta có được 1 dạng khác của công mà hệ nhận được :

$$A = P(V_1 - V_2) = \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot (T_1 - T_2)$$

• **Nhiệt lượng mà hệ nhận được :**

$$Q = \int_{(1)}^{(2)} \delta Q = \int_{T_1}^{T_2} \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot dT$$

Trong đó :  $C_P$  : nhiệt dung phân tử ứng với quá trình đẳng áp còn có tên gọi khác là **nhiệt dung phân tử đẳng áp** . Từ công thức xác định nhiệt dung phân tử ở trên và từ phương trình trạng thái khí lí tưởng :

$$\left\{ \begin{array}{l} C = \frac{i}{2}R + \frac{P \cdot \mu}{M \cdot dT} \cdot dV \\ PV = \frac{M}{\mu} \cdot RT \xrightarrow{\text{vi phân 2 ve}} P \cdot dV = \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot dT \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} C_P = \frac{i}{2}R + \frac{P \cdot \mu}{M \cdot dT} \cdot dV \\ \frac{dV}{dT} = \frac{M \cdot R}{P \cdot \mu} \end{array} \right. \\ P = \text{const} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow C_P = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{2} \cdot R$$

Như vậy nhiệt lượng hệ nhận được:  $Q = \int_{T_1}^{T_2} \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot dT = \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot (T_2 - T_1) = C_P \cdot \frac{P(V_2 - V_1)}{R}$

(công thức thứ 2 dùng khi giả thiết cho áp suất)

• *Độ biến thiên nội năng :*

$$*\Delta U = A + Q = P(V_1 - V_2) + C_P \cdot \frac{P \cdot (V_2 - V_1)}{R} = P(V_2 - V_1) \left( \frac{C_P}{R} - 1 \right) = \frac{i}{2} P \cdot (V_2 - V_1)$$

$$*\Delta U = A + Q = \frac{M}{\mu} \cdot R(T_1 - T_2) + \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot (T_2 - T_1) = \frac{M}{\mu} (C_P - R) \cdot (T_2 - T_1) = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot \Delta T$$

*Nói chung đối với quá trình đẳng áp :*

Công hệ nhận được :  $A = P(V_1 - V_2) = \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot (T_1 - T_2)$

Nhiệt lượng hệ nhận được :  $Q = \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot (T_2 - T_1) = C_P \cdot \frac{P \cdot (V_2 - V_1)}{R}$

Nhiệt dung phân tử đẳng áp :  $C_P = \frac{i+2}{2} R$

*Độ biến thiên nội năng của hệ :*

$$\Delta U = A + Q = \frac{M}{\mu} (C_P - R) \cdot \Delta T = P(V_2 - V_1) \left( \frac{C_P}{R} - 1 \right) = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot \Delta T$$

• Dấu hiệu nhận biết quá trình đẳng tích : quá trình biến đổi được thực hiện : giãn nở tự do ,....

• Tới đây ta đã tìm được các nhiệt dung phân tử tương ứng với các quá trình :

$$\begin{cases} \text{Nhiệt dung phân tử đẳng tích : } C_V = \frac{i}{2}.R \\ \text{Nhiệt dung phân tử đẳng áp : } C_P = \frac{i+2}{2}.R \end{cases}$$

Từ đây ta có các kết quả sau :

$$\begin{cases} \text{Hệ thức Mayer : } C_P - C_V = R \\ \text{Hệ số Poisson (chỉ số đoạn nhiệt): } \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i} \end{cases}$$

• **Quá trình đẳng nhiệt** :  $T = \text{const} \rightarrow P_1 V_1 = P_2 V_2$

• Công mà hệ nhận được :

$$A = - \int_{V_1}^{V_2} P dV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{M}{\mu} . RT . \frac{dV}{V} = \frac{M}{\mu} . RT \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)$$

Kết hợp với phương trình trạng thái ta có thể viết được biểu thức tính công thành 1 số dạng khác như sau :

$$*A = \frac{M}{\mu} . RT \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right) = \frac{M}{\mu} . RT \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$*A = \frac{M}{\mu} . RT \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right) = P_1 V_1 \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right) = P_2 V_2 \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right) = \frac{1}{2} \left( P_1 V_1 \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right) + P_1 V_1 \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right) \right) = P_1 V_1 \cdot \ln \sqrt{\frac{V_1 \cdot P_2}{P_1 \cdot V_2}}$$

• **Nhiệt lượng mà hệ nhận được** :

$$Q = \int_{(1)}^{(2)} \delta Q = \int_{T_1}^{T_2} \frac{M}{\mu} . C_T . dT$$

Trong đó  $C_T$  : nhiệt dung phân tử đẳng áp , được xác định từ hệ thức :

$$\Rightarrow C_T = \frac{i}{2} R + \frac{P \cdot \mu}{M \cdot dT} . dV$$

$$\Rightarrow Q = \int_{(1)}^{(2)} \delta Q = \int_{T_1}^{T_2} \frac{M}{\mu} \cdot C_T \cdot dT = \int_{T_1}^{T_2} \frac{M}{\mu} \cdot \left( \frac{i}{2} R + \frac{P \cdot \mu}{M \cdot dT} \cdot dV \right) dT = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{iR}{2} \cdot \int_{T_1}^{T_2} dT + \int_{V_1}^{V_2} P \cdot dV = -A$$

$$\Rightarrow Q = \frac{M}{\mu} \cdot RT \cdot \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{M}{\mu} \cdot RT \cdot \ln \left( \frac{P_1}{P_2} \right)$$

- *Độ biến thiên nội năng của hệ :*

$\Delta U = A + Q = 0$  ( điều này cũng đúng nếu như chúng ta áp dụng công thức ở chapter trước cho trường hợp đẳng nhiệt :  $\Delta T = 0$  ).

Như vậy trong quá trình đẳng nhiệt thì :

*Công mà hệ sinh ra bằng nhiệt lượng mà hệ thu vào ; công mà hệ nhận được bằng nhiệt lượng mà hệ tỏa ra !*

*Nói chung trong quá trình đẳng nhiệt thì :*

Công mà hệ nhận được :  $A = \frac{M}{\mu} RT \cdot \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right) = \frac{M}{\mu} RT \cdot \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = P_i \cdot V_i \cdot \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)$

Nhiệt lượng mà hệ nhận được :  $Q = -A = \frac{M}{\mu} RT \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{M}{\mu} RT \ln \left( \frac{P_1}{P_2} \right) = P_i V_i \cdot \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right)$

*Độ biến thiên nội năng :  $\Delta U = 0$*

1 số công thức nâng cao sẽ được đề cập ở mục khác nhé !

- **Quá trình đoạn nhiệt :** quá trình mà hệ không trao đổi nhiệt với bên ngoài

$$\Rightarrow Q = 0; \delta Q = 0$$

Khi đó :

$$\Delta U = A + Q = A$$

Thế nên :  $A = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot \Delta T$

- Phương trình biến đổi trạng thái trong quá trình đoạn nhiệt :

Xét trong 1 quá trình nhỏ :  $dU = \delta Q + \delta A$

Do là quá trình đoạn nhiệt nên :  $\delta Q = 0 \Rightarrow dU = \delta A$

$$\Leftrightarrow \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R dT = -P dV$$

$$\Leftrightarrow \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} R dT = -\frac{M}{\mu} \cdot RT \cdot \frac{dV}{V}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dT}{T} + \frac{R}{C_V} \cdot \frac{dV}{V} = 0$$

Từ hệ thức Mayer và hệ số Poisson :  $\begin{cases} C_P - C_V = R \\ \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{2} \Rightarrow \frac{R}{C_V} = \frac{C_P - C_V}{C_V} = \gamma - 1 \end{cases}$

Thay vào biểu thức vi phân ở trên ta được :

$$\rightarrow \frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \cdot \frac{dV}{V} = 0$$

Lấy tích phân 2 vế :

$$\rightarrow \ln T + (\gamma - 1) \ln V = \text{const}$$

( đây chính là phương trình quan trọng trong quá trình biến đổi đoạn nhiệt !)

$$\Rightarrow T \cdot V^{\gamma-1} = \text{const} \Rightarrow T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_2^{\gamma-1} \Leftrightarrow \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} = \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{V_1}{V_2}$$

( đây là phương trình liên hệ giữa  $T$  và  $V$  trong quá trình đoạn nhiệt)

Kết hợp với phương trình trạng thái :  $PV = \frac{M}{\mu} RT$  , ta có thể rút ra được 1 số

phương trình quan hệ khác :

- Phương trình liên hệ giữa  $P$  và  $T$  :



$$T.P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const} \Leftrightarrow T^\gamma . P^{1-\gamma} = \text{const} \Leftrightarrow T_1^\gamma . P_1^{1-\gamma} = T_2^\gamma . P_2^{1-\gamma} \Leftrightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^\gamma = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\gamma-1}$$

- Phương trình liên hệ giữa  $P$  và  $V$  :

$$P.V^\gamma = \text{const} \Leftrightarrow P_1.V_1^\gamma = P_2.V_2^\gamma \Leftrightarrow \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = \frac{P_2}{P_1}$$

Khá nà khó nhớ :

$$\begin{cases} T, V \text{ thì } V \text{ mũ } \gamma \text{ trừ } 1 \quad (TV^{\gamma-1}) \\ T, P \text{ thì tổng lũy thừa bằng } 1 \\ P, V \text{ thì } V \text{ mũ } \gamma \end{cases}$$

Dựa vào các biểu thức quan hệ trên ta viết lại biểu thức tính **công** trong quá trình đoạn nhiệt :

Ví dụ nếu sử dụng biểu thức liên hệ  $PV^\gamma = \text{const} \Rightarrow P_1.V_1^\gamma = P_2.V_2^\gamma$

Khi đó biểu thức công được viết lại :

$$\begin{aligned} *A &= \int_{V_1}^{V_2} -PdV = - \int_{V_1}^{V_2} P_1.V_1^\gamma . \frac{dV}{V^\gamma} = P_1.V_1^\gamma . \frac{1}{\gamma-1} . \frac{1}{V^{\gamma-1}} \Big|_{V_1}^{V_2} = \frac{P_1.V_1^\gamma}{\gamma-1} \left( \frac{1}{V_2^{\gamma-1}} - \frac{1}{V_1^{\gamma-1}} \right) = \frac{P_1.V_1}{\gamma-1} \left( \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} - 1 \right) \\ &= \frac{M}{\mu} \frac{RT_1}{\gamma-1} \left( \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} - 1 \right) \end{aligned}$$

$$*From: \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \frac{P_2}{P_1} . \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow A = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma-1}$$

- Đồ thị quá trình đoạn nhiệt trong hệ tọa độ **VOP** :

Nếu đồ thị quá trình đẳng nhiệt là 1 đường cong Hypebol có dạng :

$$P = \frac{k}{V}$$

Thì đồ thị của quá trình đoạn nhiệt cũng là 1 đường cong Hypebol có dạng :

$$P = \frac{k}{V^\gamma} \left( \text{trong đó: } \gamma = \frac{i+2}{i} > 1 \right)$$

So sánh độ dốc hai đồ thị :

Đồ thị đẳng nhiệt :  $PV = \text{const}$  . Lấy vi phân toàn phần :

$$\Rightarrow VdP + PdV = 0 \Rightarrow \frac{dP}{dV} = -\frac{P}{V} \Rightarrow \left| \frac{dP}{dV} \right| = \frac{P}{V}$$

Đồ thị đoạn nhiệt :  $PV^\gamma = \text{const}$  . Lấy vi phân toàn phần :

$$\Rightarrow V^\gamma dP + \gamma P V^{\gamma-1} dV = 0 \Rightarrow \frac{dP}{dV} = -\gamma \cdot \frac{P}{V} \Rightarrow \left| \frac{dP}{dV} \right| = \gamma \cdot \frac{P}{V}$$

Do  $\gamma > 1$  thế nên :  $\left| \frac{dP}{dV} \right| (\text{đẳng nhiệt}) < \left| \frac{dP}{dV} \right| (\text{đoạn nhiệt})$

Hay nói cách khác : Độ thay đổi của áp suất đối với độ thay đổi của thay đổi trong quá trình đẳng nhiệt chậm hơn  $\gamma$  so với quá trình đoạn nhiệt

Hoặc có thể nói theo ngôn ngữ toán học :

Giá trị lượng giác **tg** góc nghiêng của đồ thị đẳng nhiệt nhỏ hơn **tg** góc nghiêng của đồ thị đoạn nhiệt .

$\Rightarrow$  Đồ thị của đường đoạn nhiệt dốc hơn đồ thị của đường đẳng nhiệt .

**Nói chung trong quá trình đoạn nhiệt thì :**

$$\text{Công mà hệ nhận được : } A = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{i}{2} \cdot R(T_2 - T_1) = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \cdot \left[ \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} - 1 \right] = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1}$$

Nhiệt lượng mà hệ nhận được :  $Q = 0$

Độ biến thiên nội năng của hệ :  $\Delta U = A$

- 1 số công thức, thuật ngữ , dạng bài

**Luôn phải nhớ nà chỉ số đoạn nhiệt nà :  $\gamma = \frac{i+2}{i}$  chứ không phải nà  $\gamma = \frac{i+2}{2}$  nha !! Để cho đỡ nhầm lẫn các bạn nhớ luôn ba trường hợp của  $\gamma$  thường gặp**

**luôn nha :** 
$$\begin{cases} i=3 \Rightarrow \gamma = \frac{5}{3} \\ i=5 \Rightarrow \gamma = 1,4 \Rightarrow \gamma_3 > \gamma_5 > \gamma_6 \\ i=6 \Rightarrow \gamma = \frac{4}{3} \end{cases}$$

• Thuật ngữ : điều kiện chuẩn : Xét 1 kmol khí ở điều kiện :

$$P_o = 1(atm) = 1,013.10^5 (Pa); V_o = 22,4(m^3); T_o = 273K$$

Xét n kmol khí ở điều kiện tiêu chuẩn :

$$\begin{cases} T_{0n} = 273K \\ V_{0n} = \frac{M}{\mu} \cdot V_o = \frac{22,4M}{\mu} (m^3) \\ P_{0n} = \frac{M}{\mu} \cdot RT_{0n} \cdot \frac{1}{V_{0n}} = \frac{M}{\mu} \cdot \frac{RT_{0n}}{V_{0n}} = \frac{RT_o}{V_o} = P_o = 1(atm) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{\mu} = \frac{P_o \cdot V_o}{M \cdot T_o} = \frac{P_o}{\rho \cdot T_o}$$



• Nhắc lại các công thức:

– quá trình đẳng tích :  $V = const \Rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1 \pm P_2}{T_1 \pm T_2}$

Lúc đó từ giả thiết mình có thể biết được số liệu của 3 trong các thông số :

$$P_1; P_2; T_1; T_2; \frac{P_2}{P_1}; \frac{T_2}{T_1}; P_1 \pm P_2; T_1 \pm T_2 \text{ và nếu đề có bonus thêm cho bạn biết được } V \text{ thì có}$$

thể đi tính được các thông số khác

+ Công mà hệ nhận được :  $A = 0$

+ Nhiệt lượng hệ nhận được :

$$\left[ \begin{aligned} Q &= \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot (T_2 - T_1) = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot T_2 \left( 1 - \frac{P_1}{P_2} \right) = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} - 1 \right) \\ &= \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot T_2 \left( 1 - \frac{T_1}{T_2} \right) = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot T_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \\ Q &= \frac{i}{2} \cdot (P_2 - P_1) V \end{aligned} \right.$$

+ Độ biến thiên nội năng của hệ :  $\Delta U = Q$

Như vậy nếu :

◦  $P_2 > P_1 \leftrightarrow T_2 > T_1 \Rightarrow \Delta U = Q > 0$  ( hệ nhận nhiệt , nội năng tăng )

◦  $P_2 < P_1 \leftrightarrow T_2 < T_1 \Rightarrow \Delta U = Q < 0$  ( hệ tỏa nhiệt , nội năng giảm )

– quá trình đẳng áp :  $P = \text{const} \Rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1 \pm V_2}{T_1 \pm T_2}$

Lúc đó từ giả thiết mình có thể biết được số liệu của 3 trong các thông số :

$V_1; V_2; T_1; T_2; \frac{V_2}{V_1}; \frac{T_2}{T_1}; V_1 \pm V_2; T_1 \pm T_2$  và có thể biết thêm được  $P$  lại càng tốt !

$$\left[ \begin{aligned} A &= P(V_1 - V_2) \\ \text{+ Công mà hệ nhận được : } A &= \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot (T_1 - T_2) = \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot T_1 \left( 1 - \frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot T_2 \left( \frac{V_1}{V_2} - 1 \right) \\ &= \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot T_1 \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot T_1 \left( \frac{T_1}{T_2} - 1 \right) \end{aligned} \right.$$

+ Nhiệt lượng mà hệ nhận được :

$$\left[ \begin{aligned} Q &= \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot (T_2 - T_1) = \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot T_2 \left( 1 - \frac{V_1}{V_2} \right) = \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot T_1 \left( \frac{V_2}{V_1} - 1 \right) \\ &= \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot T_2 \left( 1 - \frac{T_1}{T_2} \right) = \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot T_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) \\ Q &= \frac{i+2}{2} \cdot P \cdot (V_2 - V_1) \end{aligned} \right.$$

+ Độ biến thiên nội năng của hệ :

$$\Delta U = A + Q = \frac{M}{\mu} \cdot T_1 \left( \frac{T_2}{T_1} - 1 \right) (C_P - 1) = \frac{M}{\mu} \cdot T_1 \left( \frac{V_2}{V_1} - 1 \right) (C_P - 1)$$

Như vậy : Nếu :

$$\circ T_2 > T_1 \leftrightarrow V_2 > V_1 \Rightarrow \begin{cases} A < 0 \\ Q > 0 \\ \Delta U > 0 \end{cases}$$

$$\circ T_2 < T_1 \leftrightarrow V_2 < V_1 \Rightarrow \begin{cases} A > 0 \\ Q < 0 \\ \Delta U < 0 \end{cases}$$



– quá trình đẳng nhiệt :  $T = \text{const} \rightarrow \frac{P_1}{V_2} = \frac{P_2}{V_1} = \frac{P_1 \pm P_2}{V_1 \pm V_2}$

+ Công hệ nhận được :

$$A = \frac{M}{\mu} RT \cdot \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right) = \frac{M}{\mu} RT \cdot \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right) = P_i V_i \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right) = P_i V_i \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right)$$

+ Nhiệt lượng hệ nhận được :

$$Q = -A = \frac{M}{\mu} \cdot RT \cdot \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{M}{\mu} \cdot RT \cdot \ln \left( \frac{P_1}{P_2} \right) = P_i V_i \cdot \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = P_i V_i \ln \left( \frac{P_1}{P_2} \right)$$

$$\Rightarrow Q \cdot A = - \left( \frac{M}{\mu} RT \cdot \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right) \right)^2 = - \left( \frac{M}{\mu} RT \cdot \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \right)^2 = -A^2 = -Q^2$$

+ Độ biến thiên nội năng :

$$\Delta U = A + Q = 0$$

Như vậy trong quá trình đẳng nhiệt thì công và nhiệt có được của vật là từ các quá trình “đổi lập” nhau :

- Hệ sinh công thì thu nhiệt
- Hệ nhận công thì tỏa nhiệt

Rõ hơn :

$$\circ V_1 > V_2 \leftrightarrow P_2 > P_1 \rightarrow \begin{cases} A > 0 (\text{nhan cong}) \\ Q < 0 (\text{toa nhiet}) \end{cases}$$

$$\circ V_1 < V_2 \leftrightarrow P_2 < P_1 \rightarrow \begin{cases} A < 0 (\text{sinh cong}) \\ Q > 0 (\text{thu nhiet}) \end{cases}$$

– quá trình đoạn nhiệt :  $Q = 0$

+ Phương trình biến đổi đoạn nhiệt :

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{C_V} \cdot \frac{dV}{V} = 0 \rightarrow \ln T + (\gamma - 1) \ln V = \text{const}$$

+ Các phương trình liên hệ :

$$\begin{cases} T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \\ P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma \\ T_1 P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \end{cases} \rightarrow \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \frac{T_2}{T_1}$$

+ Công mà hệ nhận được :

$$A = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} - 1 \right] = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right] = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[ \frac{T_2}{T_1} - 1 \right] = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\gamma - 1} = \frac{M}{\mu} \cdot R T_1 \cdot \frac{1}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{T_2}{T_1} \right) - 1 \right]$$

+ Độ biến thiên nội năng của hệ :

$$\Delta U = A$$

- Nguyên lý thứ hai của nhiệt động học

- Quá trình thuận nghịch và không thuận nghịch

*Xét 1 quá trình biến đổi của hệ từ trạng thái 1 sang trạng thái 2*

– Quá trình thuận nghịch: Là quá trình có thể tiến hành theo chiều ngược lại, và khi tiến hành theo chiều ngược lại thì quá trình đó đi qua những trạng thái trung gian của hệ như quá trình thuận.

⇒ quá trình thuận nghịch là quá trình cân bằng

*Quá trình thuận nghịch không thu công và nhiệt của môi trường*

Như vậy có thể coi 1 quá trình thuận nghịch nó như là 1 chu trình kín :  $\rightarrow \Delta U = 0$

$$\begin{cases} A_{\text{nghịch}} = -A'_{\text{thuận}} \\ Q'_{\text{nghịch}} = -Q_{\text{thuận}} \end{cases}$$

– Quá trình không thuận nghịch : Là quá trình có thể tiến hành theo chiều ngược lại nhưng khi tiến hành theo chiều ngược lại thì quá trình đó chỉ đi qua 1 số các trạng thái trung gian ban đầu ( quá trình thuận nghịch không hoàn toàn) .

*Quá trình không thuận nghịch thì thu công và nhiệt của môi trường thì mới xảy ra*

*Như vậy quá trình thuận nghịch chính là quá trình có lợi nhất về công và nhiệt*

- Máy nhiệt : 1 hệ hoạt động tuần hoàn có :

– Bộ phận :

- Tác nhân : các chất vận chuyển trong máy nhiệt . Gồm có :

- + Nhiệm vụ : Biến công thành nhiệt or biến nhiệt thành công

- + Đặc điểm : Tác nhân bị biến đổi ( về số lượng , chất lượng ,...) theo chu trình do máy nhiệt là 1 hệ hoạt động tuần hoàn.

- Nguồn nhiệt : Nguồn nóng , nguồn lạnh

– Phân loại :

- Động cơ nhiệt (Biến nhiệt thành công)
- Máy lạnh (Biến công thành nhiệt)
- Động cơ nhiệt
  - Chức năng : Biến nhiệt thành công
  - Tác nhân : Hơi nước , khí cháy ,....
  - Nguồn nóng : Nồi Súp De , xi lanh chứa khí cháy ,...
  - Nguồn lạnh : Bình ngưng hơi , không khí ,...
  - Chiều chu trình : Thuận chiều kim đồng hồ  $\rightarrow$  sinh công  $A'$
- Hiệu suất động cơ nhiệt :

Trong 1 chu trình : Tác nhân nhận từ nguồn nóng 1 nhiệt lượng  $Q_1 > 0$  và nhả cho nguồn lạnh 1 nhiệt lượng  $Q'_2 < 0$  và sinh công  $A'$  lúc đó :

Nhiệt lượng thực sự mà tác nhân nhận được :  $Q = Q_1 - Q'_2$  lượng nhiệt này chính bằng công  $A'$  mà tác nhân sinh ra do mình đang xét trong 1 chu trình !

Hiệu suất của động cơ nhiệt ( $\eta$ ) : Tỷ số giữa công  $A'$  sinh ra và nhiệt lượng nhận vào từ nguồn nóng  $Q_1$  : 
$$\eta = \frac{A'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q'_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q'_2}{Q_1}$$

- Nguyên lí 2 nhiệt động học :

a) Phát biểu của Claudius : *Nhiệt không thể tự động truyền từ vật lạnh sang vật nóng hơn*

Hay là : *Không thể thực hiện được 1 quá trình mà kết quả duy nhất là truyền năng lượng dưới dạng nhiệt từ vật lạnh sang vật nóng hơn.*

b) Phát biểu của Thompson : *Không thể chế tạo được máy làm việc tuần hoàn : biến đổi liên tục nhiệt thành công nhờ làm lạnh 1 vật mà xung quanh không chịu 1 sự thay đổi đồng thời nào*

Hay là : *Không thể tạo được động cơ vĩnh cửu loại 2*



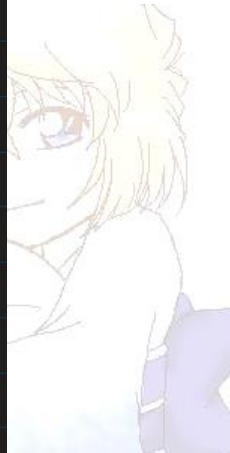
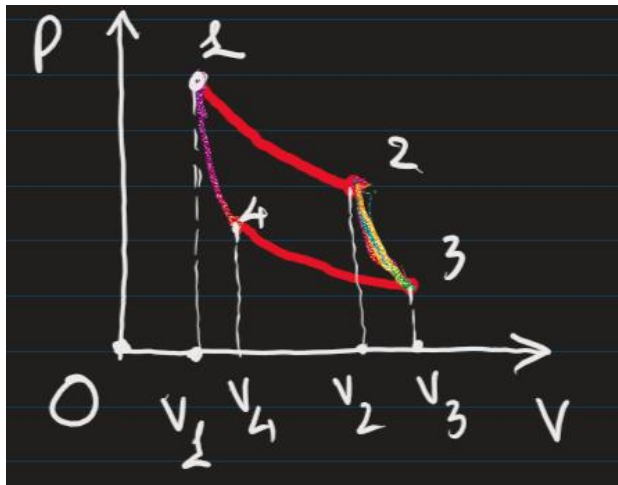
Ý nghĩa của nguyên lí 2 :

- + Cho biết chiều diễn biến của các quá trình vĩ mô trong thực tế
- + Đánh giá được chất lượng nhiệt
- + Cho biết quy luật biến đổi giữa  $Q$  và  $A$

• *Chu trình Carnot*

Đó là chu trình gồm :

$$\begin{cases} 2 \text{ quá trình đẳng nhiệt thuận nghịch } (1-2), (3-4) \\ 2 \text{ quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch } (2-3), (4-1) \end{cases}$$



- Từ  $1 \rightarrow 2$  : **giãn nở đẳng nhiệt** ở nhiệt độ  $T_1$  , tác nhân lúc này nhận nhiệt lượng  $Q_1$  từ nguồn nóng
- Từ  $2 \rightarrow 3$  : **giãn đoạn nhiệt** , nhiệt độ giảm từ  $T_1 \rightarrow T_2$  ,  $Q=0$
- Từ  $3 \rightarrow 4$  : **nén đẳng nhiệt** ở nhiệt độ  $T_2$  , tác nhân lúc này tỏa ra nhiệt lượng  $Q_2'$  cho nguồn lạnh
- Từ  $4 \rightarrow 1$  : **nén đoạn nhiệt** , nhiệt độ tăng từ  $T_2 \rightarrow T_1$  ,  $Q=0$

Khi đó ta hiệu suất của chu trình Carnot ( $\eta_C$ ) :

$$\eta_c = \frac{A'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q'_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q'_2}{Q_1}$$

Trong đó :

•  $Q_1$  : nhiệt lượng mà tác nhân nhận được trong quá trình **giãn đẳng nhiệt** ở nhiệt

độ  $T_1$  . Khi đó  $Q_1$  được xác định :  $Q_1 = \frac{M}{\mu} \cdot RT_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

•  $Q'_2$  : nhiệt lượng mà tác nhân nhả ra cho nguồn lạnh trong quá trình **nén đẳng nhiệt**

ở nhiệt độ  $T_2$  . Khi đó  $Q'_2$  được xác định :  $Q'_2 = -Q_2 = \frac{M}{\mu} RT_2 \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)$

Mặt khác do các quá trình  $(2-3);(4-1)$  là các quá trình đoạn nhiệt nên ta có các mối liên hệ sau :

$$\begin{cases} T_1 \cdot V_2^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_3^{\gamma-1} \\ T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_4^{\gamma-1} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

Khi đó ta viết lại công thức hiệu suất :  $\eta_c = \frac{A'}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q'_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q'_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$

$$\Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q'_2}{T_2} = \frac{Q_1 - Q'_2}{T_1 - T_2} = \frac{A'}{T_1 - T_2}$$

→ Hiệu suất của chu trình Carnot chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ của nguồn nóng và nguồn lạnh

→ Định lí Carnot : Hiệu suất của mọi động cơ thuận nghịch chạy theo chu trình Carnot với cùng nguồn nóng và nguồn lạnh thì đều bằng nhau và không phụ thuộc vào : tác nhân , cách chế tạo máy

→ Hiệu suất của mọi động cơ không thuận nghịch thì nhỏ hơn hiệu suất của động cơ thuận nghịch

- Hiệu suất của 1 chu trình thuận nghịch bất kì không lớn hơn hiệu suất của chu trình Carnot thuận nghịch thực hiện giữa 2 nguồn có nhiệt độ cực trị của tác nhân trong chu trình thuận nghịch đó :  $\eta \leq \eta_C = 1 - \frac{T_{\min}}{T_{\max}}$

→ Hiệu suất của mọi chu trình thực hiện giữa nguồn nóng và nguồn lạnh có nhiệt độ xác định không thể lớn hơn hiệu suất của chu trình Carnot thuận nghịch thực hiện giữa nguồn nóng và nguồn lạnh ở trên

- Nhận xét rút ra từ định lí Carnot:

1) Nhiệt không thể biến hoàn toàn thành công :

Xét động cơ lí tưởng :  $\eta_C = \frac{A'}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} < 1 \Rightarrow A' < Q_1$

→ Công mà tác nhân sinh ra luôn nhỏ hơn nhiệt mà tác nhân nhận vào

2) Hiệu suất của động cơ nhiệt càng lớn nếu nhiệt độ của nguồn nóng càng lớn và nhiệt độ của nguồn lạnh càng thấp

→ Nhiệt lượng lấy ra từ vật có nhiệt độ cao hơn sẽ có chất lượng cao hơn nhiệt lượng lấy từ vật có nhiệt độ thấp hơn

3) Muốn tăng hiệu suất của động cơ nhiệt :

+ Tăng nhiệt độ nguồn nóng ( $T_1$ ) , giảm nhiệt độ nguồn lạnh ( $T_2$ )

+ Chế tạo động cơ gần giống như động cơ thuận nghịch

- Biểu thức định lượng của nguyên lí 2 :

$$\begin{cases} \eta = \frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1} \\ \eta \leq \eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1} \leq 1 - \frac{T_2}{T_1} \Leftrightarrow \frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

- Thiết lập biểu thức tổng quát :

Xét chu trình gồm :  $\begin{cases} 2 \text{ quá trình đẳng nhiệt} \\ 2 \text{ quá trình đoạn nhiệt} \end{cases}$

$$\frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1} \leq \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\Rightarrow \frac{Q_2'}{Q_1} \geq \frac{T_2}{T_1} \Leftrightarrow \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} \leq 0 (*)$$

Đẳng thức xảy ra khi các quá trình trên là các quá trình thuận nghịch , lúc đó chu trình của mình chính là chu trình Carnot.

Tổng quát cho chu trình gồm:  $\begin{cases} n \text{ quá trình đẳng nhiệt} \\ n \text{ quá trình đoạn nhiệt} \end{cases}$

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \dots + \frac{Q_n}{T_n} \leq 0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

Nếu trong chu trình hệ biến thiên liên tục thì đánh giá trên được viết lại thành :

$$\sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{T_i} \leq 0 \Leftrightarrow \oint_{(C)} \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

Đẳng thức xảy ra khi các quá trình biến đổi đều và các quá trình thuận nghịch.

Một số thuật ngữ , dạng toán :

- Nhiệt lượng thu được sau 1 chu trình : Chính là nhiệt lượng thực sự mà tác nhân nhận được sau khi đã nhả 1 phần nhiệt lượng của nguồn nóng cho nguồn lạnh . Nhiệt lượng này bằng công mà tác nhân sinh ra :

$$Q = Q_1 - Q_2' = A'$$

- Hiệu suất của động cơ nhiệt:

Động cơ chạy theo chu trình bất kì :

$$\eta = \frac{A'}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1} = \frac{A'}{A' + Q_2'} \text{ trong đó :}$$

–  $\begin{cases} Q_1 \\ Q_2' \end{cases}$  là các nhiệt lượng (đơn vị **cal** or **kcal**)

–  $A'$  : công mà tác nhân sinh ra đơn vị chính xác là **J** or **kJ** , nhưng do đại lượng hiệu suất là 1 đại lượng thứ nguyên thế nên cần phải chuyển đơn vị của  $A'$  sang đơn vị của nhiệt lượng với qua liên hệ sau : **1cal ~ 4.18J**

Động cơ chạy theo chu trình Carnot :

$$\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{P_1 V_1} \text{ trong đó : } \begin{cases} T_1 : \text{nhiệt độ nguồn nóng} \\ T_2 : \text{nhiệt độ nguồn lạnh} \end{cases}$$

Các đại lượng  $T_1; T_2$  phải đổi ra đơn vị Kelvin (**K**) nếu bạn để nguyên đơn vị Celsius mà đem chia nà sai đó !

Công cực đại sinh ra :

→ khi động cơ làm việc theo chu trình Carnot thuận nghịch với hiệu suất lí tưởng :

$$\eta = \frac{A'}{Q_1} \leq \eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow A' \leq Q_1 \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \Rightarrow A'_{\max} = Q_1 \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right)$$

Công , công suất sinh ra khi động cơ chạy theo chu trình Carnot thuận nghịch khi đã có được nhiệt độ 2 nguồn xác định :

$$\eta = \frac{A'}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow A' = Q_1 \left( 1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \Rightarrow P = \frac{A'}{\Delta t} . \text{ Trong đó : } Q_1 \text{ là nhiệt lượng mà tác nhân}$$

nhận được từ nguồn nóng trong quá trình giãn đẳng nhiệt ,  $\Delta t$  : thời gian 1 chu trình

$$Q_1 = \frac{M}{\mu} \cdot R T_1 \cdot \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{M}{\mu} \cdot R T_1 \cdot \ln \left( \frac{P_1}{P_2} \right) = P_1 V_1 \cdot \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = P_1 V_1 \ln \left( \frac{P_1}{P_2} \right)$$

$$\Rightarrow A' = Q_1 \cdot \eta_C = Q_1 \cdot \frac{P_1 V_1 - P_2 V_2}{P_1 V_1} = (P_1 V_1 - P_2 V_2) \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = (P_1 V_1 - P_2 V_2) \ln \left( \frac{P_1}{P_2} \right)$$

Tới đây tùy vào giả thiết của bài toán mà ta sẽ chuyển đại lượng  $\frac{V_2}{V_1}$  or  $\frac{P_1}{P_2}$  về 1 hàm theo  $f(T_1; T_2)$  dựa vào các mối liên hệ giữa các quá trình đoạn nhiệt như vậy giả thiết phải cho đủ kiện móc nối giữa quá trình (1-2) và (3-4) .

Ví dụ như :  $P_2 = kP_3; V_1 = mV_4; \dots$

**Nhiệt hóa hơi riêng** : Lượng nhiệt cần thiết cung cấp cho 1 đơn vị khối lượng của 1 chất lỏng để biến nó thành hơi mà không làm tăng nhiệt độ của chất lỏng .

Kí hiệu :  $L$  . Đơn vị  $\frac{kcal}{kg}; \frac{cal}{kg}; \frac{kJ}{kg}; \frac{J}{kg}$

→ Nhiệt lượng cần để hóa hơi :  $Q_{hh} = M.L(kcal)$

**Nhiệt nóng chảy riêng** : : Lượng nhiệt cần thiết cung cấp cho 1 đơn vị khối lượng của 1 chất rắn để biến nó thành chất lỏng mà không làm tăng nhiệt độ của chất rắn.

Kí hiệu :  $\lambda$  . Đơn vị :  $\frac{kcal}{kg}; \frac{cal}{kg}; \frac{kJ}{kg}; \frac{J}{kg}$

→ Nhiệt lượng cần để nóng chảy :  $Q_{nc} = M.\lambda(kcal)$

*Bài toán chu trình gồm : 2 quá trình đẳng tích và 2 quá trình đoạn nhiệt*

*Giả sử chu trình của mình có chiều hướng như sau :*

• Quá trình từ 1 → 2 : hơi nóng đẳng tích ở thể tích  $V_1$  → Tác nhân nhận từ nguồn

nóng 1 nhiệt lượng  $Q_1 = \frac{M}{\mu}.C_V(T_2 - T_1)$

• Quá trình từ 3 → 4 : làm lạnh đẳng tích ở thể tích  $V_2$  → Tác nhân nhả ra cho

nguồn lạnh 1 nhiệt lượng  $Q'_2 = \frac{M}{\mu}.C_V.(T_3 - T_4)$

• 2 quá trình (2-3);(4-1) là hai quá trình đoạn nhiệt nên tác nhân không nhận nhiệt và không tỏa nhiệt đồng thời ta có được các mối liên hệ sau :

$$\begin{cases} T_2 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_3 \cdot V_2^{\gamma-1} \\ T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_4 \cdot V_2^{\gamma-1} \end{cases} \Rightarrow \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}$$

Từ đó ta có được công thức tính hiệu suất :

$$\eta = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1} = 1 - \frac{T_3 - T_4}{T_2 - T_1} = 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1}$$

Ngoài ra còn 1 số chu trình khác như :

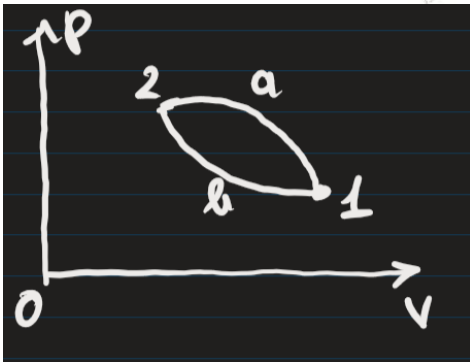
(2 đẳng áp ,2 đoạn nhiệt) ; ( 2 đẳng tích ,2 đẳng nhiệt ) ; ( 2 đẳng áp ,2 đẳng nhiệt)

Các bạn tự xây dựng nhé :>

### • Hàm Entropy

Xét 1 hệ biến đổi theo chu trình thuận nghịch , khi đó ta đã có kết quả :  $\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$

Xét sự biến đổi trạng thái của hệ từ trạng thái (1) sang trạng thái (2) bằng 2 quá trình thuận nghịch khác nhau  $1a2$  và  $1b2$  . Khi đó :



Do  $1b2$  là quá trình thuận nghịch nên hệ có thể tiến hành theo chiều ngược lại  $2b1$  sao cho hệ vẫn đi qua được hết các trạng thái trung gian như chiều thuận . Kết hợp với quá trình  $1a2$  ta được 1 chu trình  $1a2b1$  .

Khi đó theo kết quả trên ta có được :

$$\oint_{1a2b1} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\Rightarrow \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} = - \int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1b2} \frac{\delta Q}{T}$$

Hay nói cách khác : Tích phân đường  $\int_{12} \frac{\delta Q}{T}$  không phụ thuộc vào đường đi mà chỉ phụ thuộc vào trạng thái đầu và cuối .

Khi đó như ta đã học trong tích phân đường:  $\int_{12} \frac{\delta Q}{T} = S(2) - S(1)$

(  $S$  là 1 hàm số có biểu thức vi phân không hoàn toàn là biểu thức dưới dấu tích phân )

Khi đó ta có được định nghĩa của **hàm Entropy** :

**Hàm Entropy** là hàm trạng thái  $S$  sao cho : độ biến thiên ( $\Delta S$ ) của nó từ trạng thái (1) sang trạng thái (2) theo 1 quá trình thuận nghịch có giá trị bằng tích phân  $\int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T}$

Khi đó đại lượng :  $\Delta S = S_{(2)} - S_{(1)} = \int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T}$  được gọi nà : **độ biến thiên Entropy**

**Vi phân của hàm entropy** :  $dS = \frac{\delta Q}{T}$

- Tính chất của hàm Entropy :

- $S$  là 1 hàm trạng thái :

*{ Mọi trạng thái có một giá trị xác định*

*{ Không phụ thuộc vào quá trình biến đổi của hệ từ trạng thái này sang trạng thái khác*

- $S$  là đại lượng có tính cộng tính : Entropy của 1 hệ bằng tổng entropy của từng phần riêng biệt



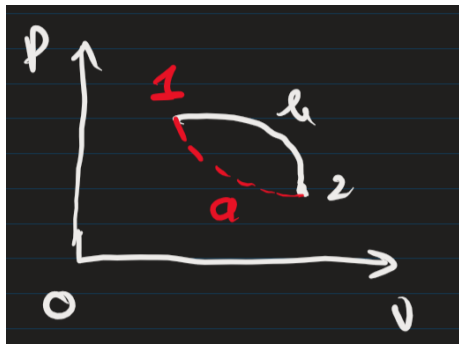
- $S$  được xác định sai khác 1 hằng số cộng : Từ biểu thức vi phân  $ds = \frac{\delta Q}{T}$

$$\Rightarrow S = \int \frac{\delta Q}{T} + S_0 \text{ ( với } S_0 \text{ : thường là giá trị entropy chọn làm gốc tính toán )}$$

Thường quy ước :  $S_0 = 0$  ở trạng thái có  $T = 0K$  và tại đó thì  $S$  đơn trị

Đơn vị của hàm Entropy :  $\left( \frac{J}{K} \right)$

- Viết lại biểu thức định lượng của nguyên lí 2 theo hàm Entropy



Xét 1 chu trình không thuận nghịch gồm :

$$\begin{cases} 1 \text{ quá trình thuận nghịch } 1b2 \\ 1 \text{ quá trình không thuận nghịch } 2a1 \end{cases}$$

Khi đó theo biểu thức tổng quát : Do là chu trình không thuận nghịch nên

$$\oint \frac{\delta Q}{T} < 0$$

$$\Leftrightarrow \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2b1} \frac{\delta Q}{T} < 0 \Leftrightarrow \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} - \int_{1b2} \frac{\delta Q}{T} < 0 \Leftrightarrow \int_{1a2} \frac{\delta Q}{T} < \int_{1b2} \frac{\delta Q}{T}$$

Do quá trình  $1b2$  là 1 quá trình thuận nghịch nên đại lượng  $\int_{1b2} \frac{\delta Q}{T}$  có giá trị bằng

$$\Delta S$$

Như vậy :  $\int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T} < \Delta S$  hay  $\int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T} < \Delta S$  với quá trình biến đổi từ trạng thái (1) sang trạng thái (2) là 1 quá trình không thuận nghịch

Kết hợp với định nghĩa hàm Entropy ta có được :

$\int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T} \leq \Delta S$  với quá trình biến đổi từ trạng thái (1) sang trạng thái (2) là 1 quá trình bất kì .

Đẳng thức xảy ra khi quá trình biến đổi đó là quá trình thuận nghịch.

Biểu thức  $\int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T} \leq \Delta S$  là biểu thức định lượng của nguyên lí 2 viết dưới dạng hàm Entropy

Lấy vi phân 2 vế ta thu được đánh giá :  $dS \geq \frac{\delta Q}{T}$

- Nguyên lí tăng Entropy :

Biểu thức :  $\Delta S \geq \int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T}$  đúng với mọi hệ dù cô lập hay không cô lập

- Với hệ không cô lập: Hệ có thể trao đổi nhiệt với bên ngoài

→  $\delta Q$  có thể âm , có thể dương , có thể bằng không

→  $S$  có thể giảm, tăng , không đổi

Rõ hơn :

- Nếu nhiệt độ tăng :  $\Delta S > 0 \rightarrow$  Entropy của hệ đơn điệu tăng
- Nếu nhiệt độ giảm :  $\Delta S < 0 \rightarrow$  Entropy của hệ đơn điệu giảm
- Với hệ cô lập : Hệ không trao đổi nhiệt với bên ngoài

$$\rightarrow \delta Q = 0 \Rightarrow \int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta S \geq \int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

→ Hàm Entropy luôn đồng biến ( đơn điệu tăng )

Như vậy trong một hệ cô lập :  $\Delta S \geq 0$

- Với quá trình diễn biến thuận nghịch thì  $\Delta S = 0 \Rightarrow S = \text{const}$
- Với quá trình diễn biến không thuận nghịch thì  $\Delta S > 0 \Rightarrow S$  là hàm đơn điệu tăng

→ Một hệ đạt trạng thái cân bằng khi hàm Entropy đạt cực đại

**Nguyên lý tăng Entropy:** Với quá trình nhiệt động học thực tế xảy ra trong một hệ cô lập , entropy của một hệ luôn tăng.

• *Entropy của khí lí tưởng :*

Xét 1 quá trình biến đổi trạng thái cân bằng từ trạng thái (1) sang trạng thái (2) :

$$\text{Khi đó độ biến thiên Entropy của hệ là : } \Delta S = \int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T}$$

– Quá trình đoạn nhiệt : Hệ không trao đổi nhiệt với bên ngoài :  $\rightarrow \delta Q = 0$

$$\Rightarrow \Delta S = 0 \Rightarrow S = \text{const}$$

Quá trình đoạn nhiệt được gọi là : quá trình đẳng Entropy

– Quá trình đẳng nhiệt :  $T = \text{const}$

→ độ biến thiên Entropy của hệ là :

$$\Delta S = \int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T} \cdot \int_{1 \rightarrow 2} \delta Q = \frac{Q}{T}$$

$$= \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot \ln \left( \frac{P_1}{P_2} \right) = \frac{P_i V_i}{T} \cdot \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{P_i V_i}{T} \cdot \ln \left( \frac{P_1}{P_2} \right)$$

– Quá trình là bất kì:

Từ biểu thức nguyên lí 1 ở dạng vi phân :

$$\rightarrow \delta Q = dU - \delta A \Rightarrow \Delta S = \int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1 \rightarrow 2} \frac{dU - \delta A}{T} = \int_{1 \rightarrow 2} \frac{dU}{T} - \int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta A}{T}$$

Mặt khác :

$$+ \int_{1 \rightarrow 2} \frac{dU}{T} = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \int_{1 \rightarrow 2} \frac{dT}{T} = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$+ \int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta A}{T} = - \int_{1 \rightarrow 2} \frac{PdV}{T} = - \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot \int_{1 \rightarrow 2} \frac{dV}{V} = \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta S = \int_{1 \rightarrow 2} \frac{dU}{T} - \int_{1 \rightarrow 2} \frac{\delta A}{T} = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) - \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot \ln \left( \frac{V_1}{V_2} \right) = \frac{M}{\mu} \cdot \left[ C_V \cdot \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) + R \cdot \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \right]$$

Mặt khác theo phương trình trạng thái khí lí tưởng :

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \left( \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{V_2}{V_1}$$

Khi đó ta viết lại biểu thức độ biến thiên Entropy :

$$\Rightarrow \Delta S = \frac{M}{\mu} \cdot \left[ C_V \cdot \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) + R \cdot \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) \right] = \frac{M}{\mu} \cdot \left[ C_V \cdot \left( \ln \frac{P_2}{P_1} + \ln \frac{V_2}{V_1} \right) + R \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \right] = \frac{M}{\mu} \cdot \left[ C_P \cdot \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) + C_V \cdot \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right) \right]$$

Nếu không nhớ công thức thì chúng ta sẽ đi xây dựng công thức từ biểu thức vi

phân hàm Entropy :  $dS = \frac{\delta Q}{T}$

- Với quá trình đẳng tích :  $\delta Q = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot dT$

$$\Rightarrow dS = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot \frac{dT}{T} \Rightarrow \Delta S = \int_{1 \rightarrow 2} dS = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot \ln \left( \frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right)$$

- Với quá trình đẳng áp :  $\delta Q = \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot dT$

$$\Rightarrow dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot \frac{dT}{T} \Rightarrow \Delta S = \int_{1 \rightarrow 2} dS = \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

– Với quá trình đẳng nhiệt :

$$\delta Q = \frac{M}{\mu} \cdot C_T \cdot dT = \frac{M}{\mu} \cdot \left( \frac{i}{2} R + \frac{P \cdot \mu}{M \cdot dT} \cdot dV \right) \cdot dT = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot dT + P \cdot dV$$

$$\Rightarrow dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot \frac{dT}{T} + \frac{P}{T} \cdot dV = \frac{M}{\mu} R \cdot \frac{dV}{V} \quad (\text{do } dT = 0)$$

$$\Rightarrow \Delta S = \int_{1 \rightarrow 2} dS = \int_{1 \rightarrow 2} \frac{M}{\mu} R \cdot \frac{dV}{V} = \frac{M}{\mu} R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \frac{M}{\mu} R \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right)$$

Để ý một điều ở quá trình đẳng nhiệt :

Độ biến thiên entropy ( $\Delta S$ ) bằng  $\left(\frac{Q}{T}\right)$  trong đó  $Q$  là nhiệt lượng mà hệ nhận vào :

– Với quá trình đoạn nhiệt :

$$\delta Q = 0 \Rightarrow dS = \frac{\delta Q}{T} = 0 \Rightarrow \Delta S = 0$$

Như vậy tui tóm gọn lại hen :

– Đẳng tích :  $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1}$

$$\Rightarrow \Delta S = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \quad (\text{Đẳng tích thì không có } \frac{V_2}{V_1})$$

– Đẳng áp :  $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$

$$\Rightarrow \Delta S = \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad (\text{Đẳng áp thì không có } \frac{P_2}{P_1})$$

– Đẳng nhiệt :  $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}$



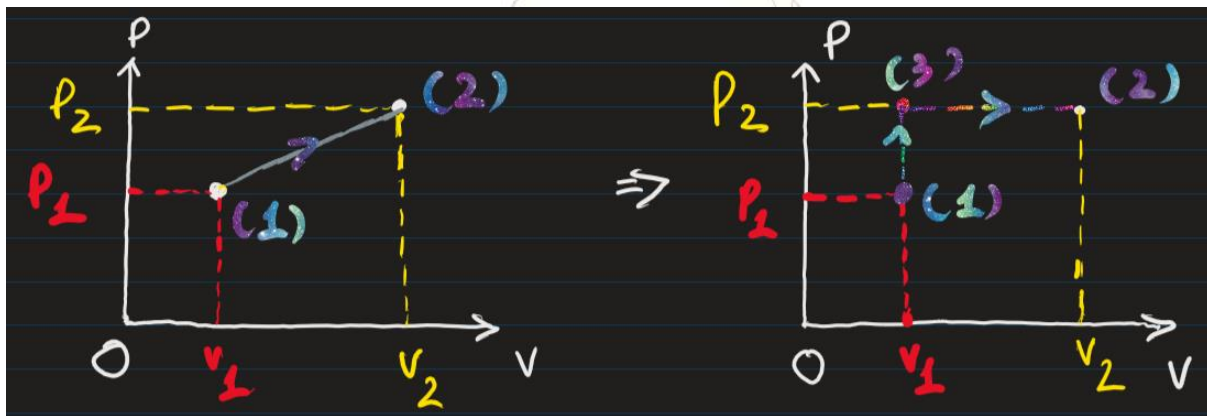
$$\Rightarrow \Delta S = \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \frac{M}{\mu} \cdot R \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \quad (\text{biểu thức không chứa biến } T)$$

– Đoạn nhiệt :  $\Delta S = 0$

Do độ biến thiên Entropy chỉ phụ thuộc vào trạng thái đầu, không phụ thuộc vào quá trình biến đổi từ trạng thái đầu đến trạng thái cuối nên ta có thể “chọn đường đi” đặc biệt cho  $(1) \rightarrow (2)$  thành :  $(1) \rightarrow (3) \rightarrow (2)$  trong đó  $(1 \rightarrow 3); (3 \rightarrow 2)$  ta có thể chọn nó là các quá trình đặc biệt như đẳng tích, đẳng áp, đẳng nhiệt, đoạn nhiệt

Ví dụ : Bài toán tính độ biến thiên entropy của khí lí tưởng từ thể tích  $V_1$ , áp suất  $P_1$  cho tới thể tích  $V_2 > V_1$ , áp suất  $P_2 > P_1$

Ta tách quá trình  $(1 \rightarrow 2)$  thành 2 quá trình  $(1 \rightarrow 3); (3 \rightarrow 2)$  trong đó có thể chọn :



•  $(1 \rightarrow 3)$  : quá trình hơi nóng đẳng tích, áp suất tăng từ  $P_1 \rightarrow P_2$

•  $(3 \rightarrow 2)$  : quá trình giãn đẳng áp, thể tích tăng từ  $V_1 \rightarrow V_2$

Khi đó :

$$\begin{aligned} \Delta S &= \Delta S_{1 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 2} = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot \ln\left(\frac{P_3}{P_1}\right) + \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_3}\right) = \frac{M}{\mu} \cdot C_V \cdot \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) + \frac{M}{\mu} \cdot C_P \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \\ &= \frac{M}{\mu} \cdot \left[ C_P \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + C_V \cdot \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \right] \end{aligned}$$

Lưu ý : Luôn đổi đơn vị của độ biến thiên entropy ( $\Delta S$ ) ra :  $\frac{J}{K}$

### *Bài toán tính độ biến thiên Entropy trên đoạn giữa 2 quá trình đoạn nhiệt của chu trình Carnot*

Rõ ràng 1 điều là đoạn giữa 2 quá trình đoạn nhiệt của chu trình Carnot chính là quá trình biến đổi đẳng nhiệt  $T = \text{const}$ .

Chúng ta có thể sử dụng công thức đã trình bày ở phần trên ( dành cho quá trình đẳng nhiệt ) nếu như biết được trạng thái đầu và cuối .

Ngoài ra chúng ta có thể tính theo cách khác :

Như tớ có trình bày ở trên :

Độ biến thiên Entropy trong quá trình đẳng nhiệt có mối liên hệ với Nhiệt lượng mà hệ nhận vào là :  $\Delta S = \frac{Q}{T}$

Mặt khác từ công thức hiệu suất của chu trình Carnot:

$$\frac{Q_1 - Q_2'}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2'}{T_2} = \frac{Q_1 - Q_2'}{T_1 - T_2} = \frac{A'}{T_1 - T_2}$$
$$\Rightarrow \Delta S_{(1) \rightarrow (2)} = \frac{Q_1}{T_1} = \frac{A'}{T_1 - T_2}$$

Đây chính là công thức liên hệ giữa độ biến thiên Entropy trên 1 đường đẳng nhiệt của chu trình Carnot với công mà tác nhân sinh ra .

### *Bài toán liên quan đến phương trình cân bằng nhiệt :*

Khi mình cho 2 vật có nhiệt độ khác nhau tiếp xúc với nhau thì sẽ dẫn đến sự trao đổi nhiệt lượng , làm hàm entropy biến thiên . Tính độ biến thiên hàm entropy

Bài toán này sẽ dựa trên nguyên lý truyền nhiệt :

Khi có hai vật truyền nhiệt với nhau thì:

- + Nhiệt tự truyền từ vật có nhiệt độ cao hơn sang vật có nhiệt độ thấp hơn.
- + Sự truyền nhiệt xảy ra cho đến khi nhiệt độ của hai vật bằng nhau thì ngừng lại.
- + Nhiệt lượng do vật này thu vào bằng nhiệt lượng do vật kia tỏa ra.

Giả sử : Cho vật 1 có nhiệt độ  $T_1$  , nhiệt dung riêng  $c_1$  tiếp xúc với vật 2 có nhiệt độ  $T_2 > T_1$  , nhiệt dung riêng  $c_2$

Khi đó vật 1 sẽ nhận nhiệt từ vật 2 để tăng nhiệt độ từ  $T_1$  đến  $T_3 \in (T_1; T_2)$ , khi đó vật 1 nhận 1 nhiệt lượng  $Q_1 = M_1.c_1.(T_3 - T_1)$

Vật 2 sẽ tỏa nhiệt từ nhiệt độ  $T_2$  xuống  $T_3 \in (T_1; T_2)$  khi đó vật 2 tỏa một nhiệt lượng  $Q'_2 = -M_2.c_2.(T_3 - T_2) = M_2.c_2.(T_2 - T_3)$ .

Khi đó ta có phương trình cân bằng nhiệt :

$$Q_1 = Q'_2$$

$$\Leftrightarrow M_1.c_1.(T_3 - T_1) = M_2.c_2.(T_2 - T_3)$$

$$\Leftrightarrow T_3(M_1.c_1 + M_2.c_2) = M_1.c_1.T_1 + M_2.c_2.T_2$$

$$\Leftrightarrow T_3 = \frac{M_1.c_1.T_1 + M_2.c_2.T_2}{M_1.c_1 + M_2.c_2} = \frac{a_1.T_1 + a_2.T_2}{a_1 + a_2}$$

Khi đó độ biến thiên Entropy của hệ :

$$\sum \Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

Trong đó :

+  $\Delta S_1$  : Độ tăng entropy của vật 1 từ nhiệt độ  $T_1$  lên nhiệt độ  $T_3$  ( $\Delta S_1 > 0$ )

+  $\Delta S_2$  : Độ giảm entropy của vật 2 từ nhiệt độ  $T_2$  xuống nhiệt độ  $T_3$  ( $\Delta S_2 < 0$ )

Ta đi tính từng thành phần độ biến thiên Entropy

$$\bullet \Delta S_1 = \int_{T_1 \rightarrow T_3} dS = \int_{1 \rightarrow 3} \frac{\delta Q_1}{T} = M_1.c_1 \int \frac{dT}{T} = M_1.c_1 \cdot \ln\left(\frac{T_3}{T_1}\right)$$

$$\bullet \Delta S_2 = \int_{T_2 \rightarrow T_3} dS = \int_{2 \rightarrow 3} \frac{\delta Q_2}{T} = M_2.c_2 \int \frac{dT}{T} = M_2.c_2 \cdot \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right).$$

$$\Rightarrow \sum \Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = M_1.c_1 \cdot \ln\left(\frac{T_3}{T_1}\right) + M_2.c_2 \cdot \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right)$$

Với  $T_3$  đã được xác định ở hệ thức trước .



Đặc biệt : Đối với bài toán cho nước đá ( $T_1 = 0$ ) vào nước nóng có nhiệt độ  $T_2 > 0$  thì quá trình hấp thụ nhiệt của vật (1) (nước đá) nó lại có thêm 1 cái nữa :

Ban đầu nước đá cần hấp thụ một nhiệt lượng nhất định để chuyển từ thể rắn sang thể lỏng hoàn toàn , sau đó thể lỏng hấp thụ nhiệt lượng để đạt đến quá trình cân bằng như bài toán tổng quát bên trên .

Khi đó nhiệt lượng vật 1 nhận vào sẽ gồm :

$$Q = Q_1 + Q_\lambda$$

Trong đó :

•  $Q_1$  : nhiệt lượng vật 1 thu vào để chuyển từ nhiệt độ  $T_1$  lên nhiệt độ  $T_3$

$$Q_1 = M_1 \cdot c_1 \cdot (T_3 - T_1)$$

•  $Q_\lambda$  : nhiệt lượng vật 1 cần thiết để nóng chảy hoàn toàn :  $Q_2 = M_1 \cdot \lambda$

Trong đó :  $\lambda$  : hệ số nhiệt ẩn ( ở bài toán đặc biệt này thì  $\lambda$  : nhiệt nóng chảy riêng của nước đá)

Khi đó viết lại phương trình cân bằng nhiệt :

$$M_1 \cdot \lambda + M_1 \cdot c_1 \cdot (T_3 - T_1) = M_2 \cdot c_1 \cdot (T_2 - T_3)$$

$$\Rightarrow T_3 \cdot (M_1 c_1 + M_2 c_1) = M_1 c_1 T_1 + M_2 c_1 T_2 - M_1 \cdot \lambda$$

$$\Rightarrow T_3 = \frac{M_1 c_1 T_1 + M_2 c_1 T_2 - M_1 \cdot \lambda}{M_1 c_1 + M_2 c_1}$$

Khi đó độ biến thiên Entropy của cả hệ :

$$\sum \Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

Trong đó :

+  $\Delta S_1 = \Delta S_{inc} + \Delta S_{1 \rightarrow 3}$  :gồm độ tăng entropy của vật 1 từ nhiệt độ  $T_1$  lên nhiệt độ  $T_3$  ( $\Delta S_{1 \rightarrow 3} > 0$ ) và độ tăng do nóng chảy từ thể rắn thành thể lỏng

+  $\Delta S_2$  : Độ giảm entropy của vật 2 từ nhiệt độ  $T_2$  xuống nhiệt độ  $T_3$  ( $\Delta S_2 < 0$ )

Ta đi tính từng thành phần độ biến thiên Entropy

$$\bullet \Delta S_1 = \int \frac{\delta Q}{T} + \int_{1 \rightarrow 3} \frac{\delta Q_1}{T} = \frac{M_1 \lambda}{T_1} + M_1 c_1 \int \frac{dT}{T} = \frac{M_1 \lambda}{T_1} + M_1 c_1 \cdot \ln \left( \frac{T_3}{T_1} \right)$$

$$\bullet \Delta S_2 = \int_{T_2 \rightarrow T_3} dS = \int_{2 \rightarrow 3} \frac{\delta Q_2}{T} = M_2 c_2 \int_{2 \rightarrow 3} \frac{dT}{T} = M_2 c_2 \cdot \ln \left( \frac{T_3}{T_2} \right).$$

$$\Rightarrow \sum \Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{M_1 \lambda}{T_1} + M_1 c_1 \cdot \ln \left( \frac{T_3}{T_1} \right) + M_2 c_2 \cdot \ln \left( \frac{T_3}{T_2} \right)$$

(Hết phần 1)



