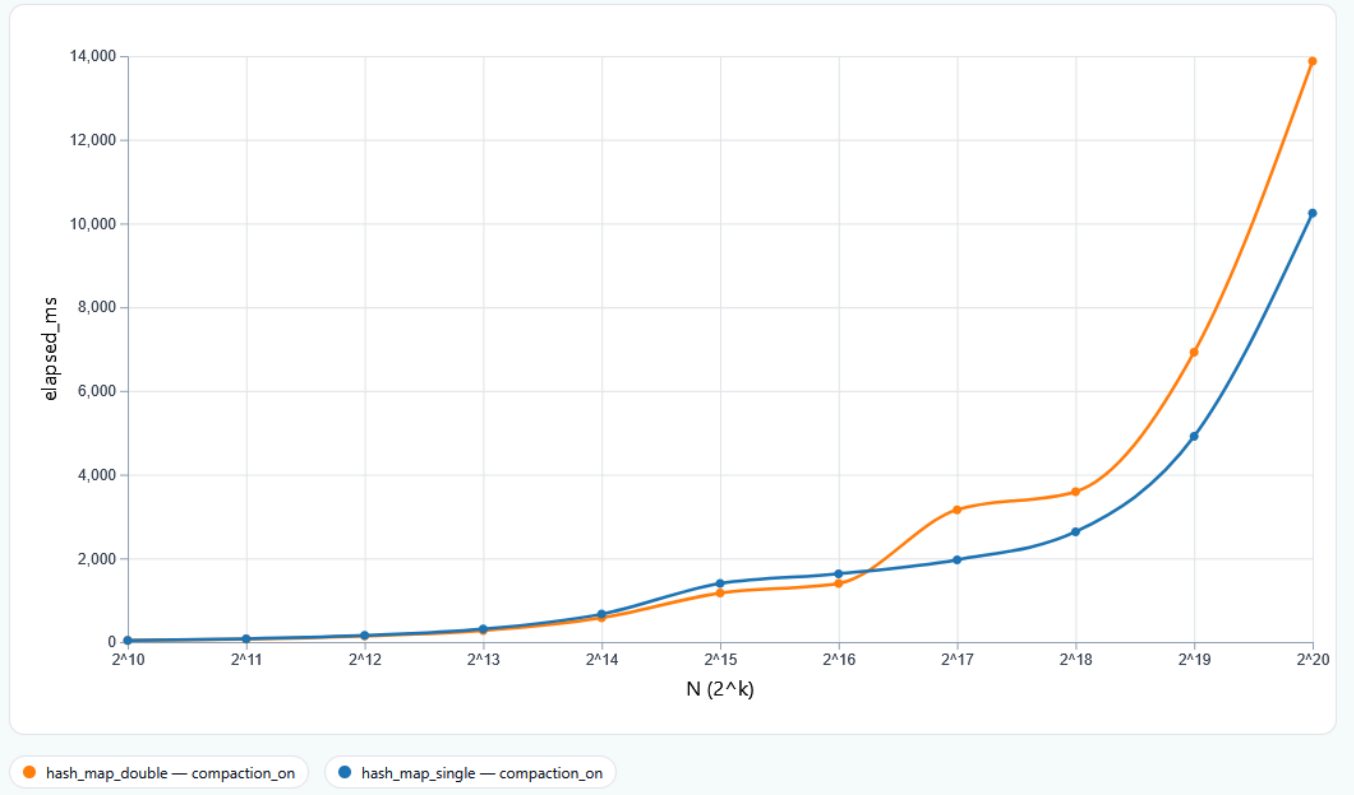
Nick Guevara
CS315
12/4/25

Project 5 Part 2 - Empirical Analysis - Least Recently Used Profile / Hash Table

Expectations vs. Observations

For small N, I expected double probing to be faster because single probing tends to create long runs of occupied slots in the table, which increases the number of comparisons per operation. Double probing is more likely to create shorter clusters. For large N, I expected double probing to remain faster and for the gap to widen. In a larger table, single probing causes those runs to become extremely long, making each insertion much more expensive, while double probing continues to form smaller, more scattered clusters.

For N below 2^16^, double probing does show a small advantage as expected: about 19% faster at 2^15^ for example, with 1172 ms for double and 1399 ms for single, but the gap remains narrow. Above that point, single probing regains the performance advantage and becomes increasingly faster, with the gap widening as N increases, which disagrees with my expectations. The absolute separation is largest for the largest N, 2^20^, where double probing is about 40% slower, with 13880ms for double and 10249ms for single.



"Work" per operation vs. wall-clock time

Fewer probes do not consistently correlate with lower time in my data. In the range I found a performance advantage for double probing, the average probes do seem to correlate, because in that range the averages probes for single-probing is increasing with N, and staying close to constant for double probing, explaining the small performance advantage in that range. However, at larger N > 2^17^, both methods showed a similar number of average probes. At N = 2^20^, 3.379 for single and 3.256 for double, but the performance advantage had flipped decisively to single probing as mentioned. I did find a metric that could explain the mismatch, latency, which is milliseconds per operation. As N increased, at N = 2^20^, double probing cost 0.000649 ms/op, and single probing cost 0.000479 ms/op, which is about 35% faster. This indicates that hashing overhead for double probing is expensive, and that cost becomes significant at high values of N.

Hashing cost and memory locality

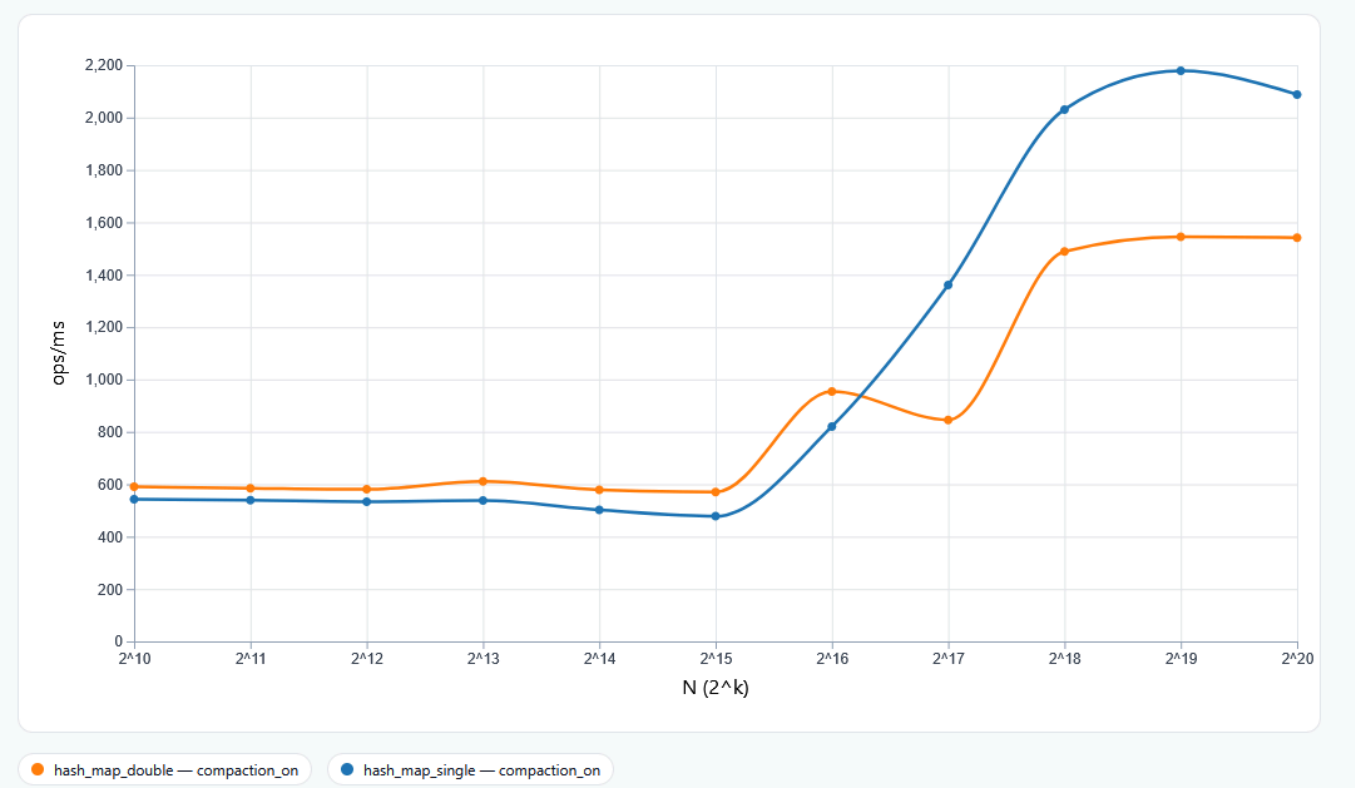
The primary hash is computed for every operation regardless, but in double probing an additional hash is computed, so the per-operation hashing costs is double the work for double probing. I expect this constant factor to matter for the largest N, because as already shown the number of probes becomes similar in that range, so the constant factor of the hashing costs will dominate. The data mentioned above regarding ms/op at N=2^20^ does support this.

Single probing has better locality due to the clustering, so whenever its probe count is similar to double, it tends to perform well because it traverses short, contiguous clusters that are cache friendly. This is obvious at N = 2^20^, where the probe counts are nearly identical, but single probing is ~35% faster. The broken, short cluster pattern of double probing helps most in the mid-range N. For N = 2^15, double probing has average probes of 6.613, where single probing average probes is 20.457, a huge relative difference. In that region we saw double probing pull slightly ahead because reducing probe length still outweighs the extra hashing cost and weaker locality with regards to memory.

Compaction Effects

Compactions only occur for N < 2^17^. In that range, double probing triggers more compactions at each N, for example at N = 2^12^ double probing triggers 24 compactions where single probing triggers only 19. It doesn't align precisely with tombstone%, which is 15% for double and 8% for single at N = 2^13^. The compactions tend to align with effective load factor%, which remains higher for double probing at all N > 2^12^. Runs with more compactions do not reliably show higher elapsed times, so the correlation is weak. For example, at N=2^14^, double probing has 23 compactions and 577.6ms elapsed, but single probing has 18 compactions and 666.2ms elapsed; single is slower, even with fewer compactions. Although compaction does have a cost, it seems to be outweighed by other factors, specifically hashing

overhead at high N and probe count at low N. Before compaction, the map shows long runs of active slots with almost no available gaps, leading to very long probe chains. After compaction, these long runs fracture and more slots are available more often, which is to say the clusters become smaller. This structural change directly reduces average probe lengths, because insertion operations encounter available slots much sooner.



Throughput and Latency

Comparing throughput and latency, which are inverses of each other, to elapsed time, they all tell a consistent story; the crossover point at N=2^17^ where throughput of single probing surpasses double is precisely the point where the elapsed time shifts in favor of single probing. At N = 2^20^, single probing achieves 2088 ops/ms, while double probing achieves only 1541 ops/ms, a gap of ~35%, even though their average probe counts are nearly identical (3.379 vs 3.256). This lines up perfectly with the previously observed gap in elapsed times, but as a metric throughput stands out because it directly shows how much useful work each method produces per millisecond.

Occupancy

There is not much change in the occupancy measures like load factor, effective load factor, and tombstone% across N, they are roughly the same for both single and double at each N. There is a significant spike in tombstone% at N= 2^17^, which was previously noted as the crossover point, where single tombstone% spikes to 35% and double to 46%. The time gap is greatest at N = 2^20^, where all three measures don't really differ at all: effective load factor for single is 10% and for double it is 11%. The explanation must be that occupancy factors are not a large

influence on elapsed time. Since the average probes are also similar there, this is more evidence for the conclusion that the per-operation cost dominates at large N.

Before / After Compaction Structure

Before compaction, the run-length distribution had a long right tail, with many medium and large run lengths, indicating significant clustering and accumulated tombstones. After compaction, the histogram shifted sharply left: long runs disappeared, the maximum run length dropped significantly, and most runs became short. This structural cleanup greatly reduces the length of the average probe.

Maps + Histograms

Snapshots of 0/1 Maps:

```
double_probing 4096

1111111111111010111111111111111111111100111111111111111111110111111111111111
11111111110111111111
1110011111011111111111111111011111111101111111111111101111111101111111111111
11111111111111110111111
1111111111111111101101111111101111111111111111111111111101111111011111111111
10011101111111111111111
1111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
10111111111101111111111
1110111111111001111111111111111111111111111101111111111101111111111111111111
11111111011110111111110
1111111101111011111111111111111101111111111111111111111111111111111111111111
10111111111111111101111
1111111101111111111111111111111101111101111111111111101110111111111111111111
11111111111111111101
1110111111011101111111111111111101111111111111111101111111111111111111111111
11001111111111111111111
1111111111111111111111111111111111111111101111111111111101111011111111011101011
11111111110111111111111
1111110111111111111111111111111111111101111111111101111111111111111110111111111111
11011111111111111111111
1111111111011111111111110111111111101110111111111111111111101101111111111111
11111111111111110101111
1111111101011011111101111101111111111111111111111111111111111111111101111111111111
11111111111111111101111
1111111111111111111101111101111111111111111111111101111111111111111111111101111
11011111111111111111111
1111101111111111111111111111111111111111010111111111111111101111111111111111111
11111111111111111101111
```

1111101111111111111101111111101111101111111111111111111111111111111111111111
11110111111111111111
1111111111111111111111111111111111111111111111111111101111111101111111111111
11111111011111110111111
1101111111111111111111111111111111111111111111101111111111111111011111111111
11111111111101101111111
1111111111111111111111111101111101111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111110111
1110111110111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111101111110
1111011111111111011110110111111111111111111111101111101111111110111111011111
11111101111111111111111
1111111111111111101111111111111111010111111111111111111111111111111111010111111
11111111111111111011110
1111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111011111111111
11101110011111111111101
1111111111111111111111111010111111111111111111111111111111111111111111110111
11111111111111111111011
1111111111111111111111111111111111111111111111111111101101111111111111111111
11111111111111010111111
1011111111111111111111111111111101110111111111111111111111111111111111111011
11110111111111111111111
1111111011011111111111111111111111111111111111111111101111011111111111111111
10111111111111111111011
1111111111111111111111011111111111111111011111111111111111111111111111111101
11111111111111111011111
1111111110111111111111111111111111111111111111111111111111111111101111110111
11111111011111111111111
1111111011111110111111111111111111111111111111111111101111111111111111101011011
11101111111111111111111
0111111111101111111111111111111111111111111111001111111111111111111111110111111
11111111111111111111111
1111111111111110111111111001111111111111111111111111111101111111111101110111111
11111111101111111111111
1111111111111111111111111111111111111001111111111111111111111111111111111111111
11111111011111111111111
1111111111111111111111111111111111111111111111111111101111111111111011111111111
11111111111111111111111
1110111111111111011111111111111111111101111111111111111111111111111111111111110
11111111101111111111111
1111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111101011111
11011111111111111111111
1111111111111111111101111111111111111111111111111111111111111111111111111011111111
11111101111111111111111
1111111111111111111111111111111011110111111111011111111111111111111111111111111111
11111011111111111111111

1111111111111101111111111111111111111111111101111111111111101111111110111111
11111111111111111011
1111111111110111111111011111111111111011111111110111111111111011111111111111
11111011111011011111111
1111111111111111111111101111111101111111011111111111111101111111111111111110
11111111111111111111
1111110101111111111111111111111101111111111111111111111111111101111111111111
11111110111111111111
1011111111111111111101011011111111111111111111111111111111111111111111110111
11111111111111101110111
1101011111111111111111111111111111101111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111101
1111111111011111111111111101111111111111111111111111111111101111111111111111
11111110111111111111
1111101011111111111111111111111111111111111111111111111111101111111111111111
11111101111111111111
1110111111111111111111111111111111101111111111111111111111111111111111110111
11111111111111111111
1111111111011111111111101111111111111111111101111111111111101111111111111110
11111111111111111111
1111111111111111111111111111111111111111111111101111111111111111111111110111
11111111111111111111
0111111110111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111011111
1111111111111111111111111111111111111111101111111111111111111111111111111111
11111111111111111111
1111111111111111011111111111111111111111111111111111111111101111111111111111
11011111111111111111
1
```

```
1111110111011010110111101011100010001101111101111111110111111111010111111101011
00111101111110110111101
0100011100011101111100110111011011111001011011110111101101110101101111111110111
11110111011111011100011
1111111111111111001001111110011101111110111111111111001111111111011111111110101
10001101111111111111011
1110111101111110111011101111110011101111011110101111111110111101011111111111111
10111110110100111011111
1111111111000001110110111111111101111111011000110110101111101111111101111110110
00110111011111111111110
1111111011111010101111111111111011101110011110111111011111111011111111101101110111
10111111111011111111111
1111111110111110111011011111101000111100111111111111110000111111011001011111111110
11001111011101111111111
1110010111011111111111010111101011111101111111011000111111111111111101111111110
11101111011111111111111
```
```

01111011001110111011100110111100010110000110001010111110111111111111011011011
11111111110001100101 1
11111110101101011110101111111111010111111110110110111101110101110011111101000 1
10111001111111111110101
11100101110111101111000111111111110100011011101111111111111011110111111110111 1
11110101111110111111111
11111111011000010111111111000111111111111101111001111111110111010111111111000 1
11011011101111111011111
01100011111111111111101110101001111111101111111011011101011111111111111001011
11011111101111010110011
11111011111110111000111111111111111111111011101111101111001001111111111111111
11001011101111110111110
01110110011111111011101111111110110110110101111011110100111011011111111111011111
01010110111011111110111
01111111111011111001010101110111111111111011111001111100111111101100001101111 1
11110111001110111011100
11111111011101011110111111111010111111111101110111111111111010100111011110111 11
11011111101110101111101
01111111111111111111011110100101110101011111101101101111101111111111111110111011
11110010111011111110111
11001101101011011111011011101111011111110001101111111101110000110010111111001 1
11001111111101101111111
10010110111111111010010110001111111111111010111111000111110101110101111101100101
11010101111110011110111
11010111101111111111011111111111111111111111011101011111111011111101110101111 1
10100101101110001111110
11011011111111100111111110111111111010101111111111111111111011101101111111111111
11101111010111111010101
11111011111111111111011011101110011111110011100111111101101011101111111010111110 1
11110100111111111111111
11111111111110111111110101110111111111111111011111111111011001011111111110111010110
11001111110111101111111
10101101011111111100100011111001110101110101011011111110011111111111111010011011
11111110111111111110110
11101110111111111111011011111111101111111111111111111011000111111111111011011101
10111110111111111111001
11011111111110111111111011100111111011101100111111111111101111100111111011110101
11101111101110111111111
11100101111111111111101011111110111111111111111011100111001111001111110110111011 1
10011111011011111111110
10111010101110101101110111111111100111111101010111011101111111101111111011011
11101111111111111111110
01110011111011111101101111111110111111111111111100110111011101100111111111111111
11110111101111111101101
10011111110111101011010110111111111111111101010111111111111101111111011101110011
11111111110111011010011

```
1111011111111011111011101110010111111010111111110111110111001111011111111111011
11111111111011111111
0101111111101111101111011111111111111111110100111111111111111101111111011011111
1111100111111111011111
1000111111011011011011111111011110111101011011101111110111001111110111010110110
11111111110110111110111
1111111110111111101111111110110111111101011011101111101111111111111011000001110
1101111101110011111111
1111011111111110111011110111111101110111101111111111110011111111111111011101101
1110111011111111111111
1111101111111011011111111011111111111111111101111111111111111111111111111101101
11111110111111111111101
1110011111111000111111111011111110111010111111011111111111111011000011111111111
1111110110101111111101
1111111111110111111111011111111101111011111110100111111101110111111101011110110
1111101101011001010111
1011111111111011111110110111011101100111101111110110111011100101111111111111010
11111111101111111111
1111110101101011111101111111111101101111010101110111011001111100111111110111111
1111111100111110111111
1011111111111111111101011111101111111111111111111111101111111011101110110011101
1101011111111101110100
1111011111101011111010111111111111111011101001111111111111111011111011011011011
0010111111111111111101
0111111111111111011111101110111001101111111001111101101110000111101100100101100
1011101011111011111111
1111111111101111111011111111111111111111111111111101111111011010011111011110101
11111011111111011111101
0110101111101111111111111100111111110110101101110111011110011111101111110111001
1111110110111111111111
1111111110011011011011110111111010111011101110101111011111001101111111111111110
1111101111101011100111
1110011111111111110111011111111111111111111111111011111111111111001101111111110111
1100110111110111111111
1111111111111011001111111111111000101111101111101110111111111111101111111101101
1011111111111111111111
1111111111111111111111111111111111111111101001011110111111111111111111111111111
11111111111111111110111
1111101111101111011111110111111111111111111011111011101111111111111111111111111
1101111111111011011111
1
```

```
double_probing 16384

11111111111111111111111111101111111111111111111111111111111101111111111111111
```

11111111011111111111
01111111111111111111111111111111111110111111111111111111111110111111111111
11111111001111101111111
11111111111111111011011111111111111101101111111111110111111111111111111111
11111111111011111111
11111111111110111111101111111111111110111111111111111101011111111111111111
11111111111111111111
11111111111111111110101111111111111011111001111111111111111110111111111111
11111111111111111111
11111111111111111111111111111111111111111111111111111011111111111011111101
11111111111111111111
11111111110111111111111111111111111111111111111011101111111111111111111011111
10110011111111111111
11111111111111111111111111111111111111111111111111111011111111111011101111111
11111111111011001111111
11111111111111011111101111111111111111111111111111100111111111101111111111111
11111111011110111111111
11110111101111111110101111111111111111111111111111111111111111111111011011111111110
11111011111111111111111
11111111111111111111111111111111101111111110111111111111111111111111111111111111
11111111111110111110111
11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111100101
10111110111111111111111
01111111111011111111111111111111111111111111111111101111110111111111111111111111
11111111101111011111110
11111111111111111111111101101111111111111100111111111111011111111111111011111111
11111111111111111111111
11111111111111101101111111111111111111111111111111101111111011111111111111111111
11110111111111111111111
11111111011111111111111111111111111111111111111111111111111111111111011011111111011
11111111111111111111101
11111111110111010111111111110111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111011111111
11111111111111111111111111111111111111111111101111111111111111111111111111111111111
11111111111011111111111
11111111111011111111111111111111111111111111111111111111111111111111111101111111
11111011111111111111111
11110111111111111111111111111111101111111111111111111111111011111111111111111111111
11111110110111111111101
11111111111111010111111111101111111101110111111111111111111111111111111111101111
11111011111011111111111
11111001111111011111111111111111011111111111111011111111111111111111111111111111111
10111111011111111111101
11111111111111111111111101111111111111111111110111111111111111011111111111111111
01111111111011111101111
11111111110011111111111111111111111101111111111111111111011111111111011111111111

11111111111111110111
1111111111101111111111111111111111101111111111110111111111111111111111111111
11111101111111111111
01111110111111111101111111111111111111111111111111101111010111111111111101111
11111111111111111111
11111111110111111110111111111111111111111111111111101111111111011111111111
11111111111111111111
11110111111111111101111111111110111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111
11111111111111111111101110111111001111111111111111111111101111011111111010
11111111111111111111
11111110111111111111111111111111111101011111111111111111111111111111110111
11111110111111100111111
11011111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111011111011
11111111111101111111111
10111111111111111111011111111110111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111011111
11111111111111111001111111101111111111111111111111101011111110011111111111011
11111111111111111111
11111111111111011111111111110111111111101111111111110111111111011111011111111
11111111111111111111
11111111111111111111111111111111111111111111111101111111111101111111100111111
11111111111111010011
11101111111011111111111111111111111111111111101111111111111010110111011101111
11111111101111110111111
11111111111111111111111111111111111111111111101110111111111101111111111111111
11111111111111111111
11111111111111111111111111101111111100111011111011111111111111111111111011011
11111111011111100111111
11111111111111111101011111111111111111111111111111101111110111111111101111111
11111111101111111111
11111111111111111110111111111110111111111111111111111111111111111111111111111
11010111111111111111
11111111110111111111110111111111110111111111111111111111111111111111111110111
11111111111111111011111
11111110111111111111111111111111111111111111111101111111111011111111111111111
11111110111110111111
11011111111111111111111111111111111111111101111111110111111111111101111010111
11111111111111111111
11011111011111111110111111111111111111111111111111111111111101111111111111111
11111111111111110111111
11111111111111111111100110111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111110111111111
11101111101111111111111111111111101111101111111111110111111110111111111111111
11111110110110110011111
11101111110111111111111111111111101111111111111111111101111111010111111111

```
11111111111111111011
1101111101111111111011111011111111100110111111111111111111111111111110101
11111111111111111111
11111111111110101111111111111111111111111111111111111111111111111000111111101111
10111111111111101111111
11111111111111011111110111111111111111111111111111111111111111111111110111011
11111111111111101111111
11111111111111111111111111011111111111111111111111101111111111111111111111111
11111011101011111111111
11111111111111111011111111111111111111111100111111101111111111111111111110111
11111111111111111011111
11111111111111111111111111111111111111111111011111111101101010111101011111110
11111111111111111111
11111110111111111111111111111111111111111111011111111110111111110111111111111
11111111111111111001
10111101111111110111111111111101111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111
11111111111111111111111111111111111111011111111110110101111111110111111101111
11111111111111110111111
11111111111111111111110111101111111111111111111101111111111111111111111111111
01111110111111111111110
11111111111111101111111111111111111111111111111111111111111111111110111010111111
10111111111111111111111
11111111111111111111111111111111011110101111111101111111111111111011111110111111
11111111111111111011
01111111011111111111111111111111111111111111111111111111111111111011100111011111
11111101111110111111111
11111011111111111111111111111111111101011111111111111111111111111101011111111111
11111111111111111111111
11111111111111111111111111111111111111011111101111111111111111111111111111111111
11011111111111111111111
11111111111111111111111111111111111111011111111111111111111111111111111111101111
01111111111111111111111
11111101111111111111111111111111111101111111111101111111111111111011111111110111
11111111111111001111111
11111111111111111111111111111111111101111111111101011111111111111111111111101111
10101110111111111111111
01111111111111101111101011111111111101111111111111111111111111111111111111111111
11111111001111111111111
11110111011111111111111111111111111111011111111111111111111111111111111111101111
11111111111111011111111
11110111111111011111111011111111010011111111111111111111111111111111111001110111111
11111111111111111111111
11111111111110111111111011001111111111111111111111111111111111111111111110101011111
11111111111011111111111
11111111111111111111111111011111111111111111111111111111111111111111111111101111111
```

```
11111111111101111111111
1111111111111111111111111111111111101111111101111011111011111111111111111111
10111110111111111111101
11111111111111011111111110111111110011111111111111111111111111111111111101111111
11111111111111111011
11111111111111111101111111101111111101111111101111111111111111111111111111111111
11111111111101110111111
11111111111111111111111111111111111111111111111101111111111111111101111111111111
11111111111111111111
11111111111111111111111111111111111111111111111101111111111111111111111111111111
11111111111101111111111
11111111111111110011111111111111111101111111111110111111111111111111111111111011
11111111111111111111
11111011111111011111111111111111111111111111111111111111111111111101101111101110111011
11111111111111111111
11111111111111111111111111111111111101111111111111111111111111111111111111111111
11101111101011111111110
11111111111111111111111111111111111111111111111111111101111111011111101111111001
11111111011111111111111
11111111111111101111101111111111111111101111111111111111111111111111111111111111
11111101111011111111111
11110011011011111111111101111110111111111111010111111111111111111111111111111011
11101111111101111111101
11111111111111111111111111111111111111111111111101111111111111111111111111111111
11111111111111111111111
01111111101011111111111111111111111101111111111111011111111111111111111111111111
01111110111011111111101
11111110111111010111111001111111111111111111111111111111111111111111111111011111111
11111111111111110101111
11111101111111111111110111111111111111111111111111111111111111111101111011111111111
11111111101111111111111
11111111111111110111111111110110111111111111110111111111111111111101111111111111111
11111111111111111111111
11111111111111111111111111111111111111111101111101111111011011111111111111111111111
11101111111111111111111
11111111111011011111101111111111111111111111011011111111111111111011111111111111111
11111111111111111111111
00101111111111111111111111111101111011101111111111011111111111111111011111111111111
11111111111111011111111
11111111111111111111101111111111111111011011111111111111111111111101111111111111111
11111111111011111111111
10110111111111111111111011111111111111111111010111101111111111111111111111111111111
11110111111111011111111
11111101111111111011111110111111111111111111111111111111111101111111111011111111001
11111111111011111111101
11111111111111111111111111111011111111111111111111111111111111111111111111011111101111
```

11100111111111111010111
10111111111111111111111111111101111111111101111111111111110101111111111111111111
11111111111111111111
11110111111101111111111111111111111101111111111111101111111111111111111110111
11111011111111111111
11111011111110111111111111111111111111111111111111111111111111111111111011010111
11111111101111011111111
11111111111111111111111111111111111111101001101111111110101111111111111111111
11111111111111111111
11111111111111111101111111111111111111011111111111111111101111111111111111111
11111011111111111101011
10111111111111111111111111111111111111111111101011111111111111111111111111111111
11111111111111111111
11111111111111111111111111111111111111111111101111101111111111111111111111111111
11111111111111011111011
11111111111111111111111111101111111110111111111111111111111111111111110110111
11111111111111111111
11111110111111111111111111111101111111111111111111111111101111011011111111111111111
11111111111111111111
11111111111111011111111111101111111111111111111111111111111111111111111111111111
01111110111111111101111
11111111111111111101111111111111111111111111111111111111111111101111111111111111111
11111011111111111111111
10101011111111101111111111111100110111101111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111
11111011111110111111111111111111111111111111111111111111101111111101111100111111111
11111111111111111111
11111111110111111111111101111110111111111111110110111111110101111111111111111111111
11111111111111111111
11111111111011111111111111111111111111111111101111111111011011111111111111111111111
11111011110011111111101
11111111111111011111110111111111111111111111111101111111111111111111111111111111111
11111111111110111111110
11111111111111011111111011111111111111111111111011101111111111111111111111111111111
11111111111111111101
11101111111111101111111101111111111111111111111111111111111111111111111101111111111111
11111111111111011110111
11111111111111111111111111111111111111101111111111111111111111111111111101111110
11011111111111111111
11111110111111110111101111101011110111111111111111111111111111111011111111111111111111
11111111111111111011111
11111111110111111111111111111111011111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111
11101111111111111001111111111111111111111011111111111111111011111111111111111111
11111111011111111111
11111111011111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111011111

```
11111101111111111111111
11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111
01101111111011111111111111111111111111111111111111111111111111111111011111111111111011
11111111111111111110111
11111111111011111011111111111111111111111111111111111111111111111011111111111111011
11111110111111111111111
11111110101111111101111111111111111111111101111111101111111111111111111111111111111
11111111111101110111111
11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111101111111111101111
11111111111111111111111
11111111111111111111111111111111011111111101111111101111111111111111111111111110111
11111111111111111111111
10111111101111111111111111111111111111111111111111111111111111111101111111111111111
11111111111111111111111
11111111111111111111111111111111111111111111101111111111001111111111111111111111111
01111111101111111111111
11111101111111111111111111111101111111111111111111111111111111111111111111111110111111
11011111111101111111111
11111101111111111111111111111111001111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111111
11111111111111111111101111111111111111101111111111111111111111111111111111111111010111
11111111111111111111110
11111101111111111111111101111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111111
01111111111111111111011111111111111101111111111111111111111111111011111101111111111111
11101111111111011111111
11111111111011111111111101111111111111111111111111111111111111111101111111111111111111
11111111111111111101111
11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111111
11111111111111111111111111111111111111111111101101111111111111111111111111111111101111
11111111111111111111111
11111111111111111111101111111111111111111111101111111111111101111111111111111111111111
11111111111111111111110
11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11101111111111111111111
11111011111111111111101111111111111111111111111101111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111111
11100111101111110111111111111111011111110111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111111
10111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111101111111111111100
```

```
11111111111111110111111
11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111101111111111111111
11110111111111111111111
11111111111111111101111111111111111111101111110111111111111111111111111111101
10111111111011111111011
11111111111111111111111111111111111111111111111111111011111111111111111111111
11111111111111111111
11111111111111111111111111111111111111111111101111111111111111111111111111111
11111111111111111111
11111111111111111101111111101110111111111111111111111111111111111111101111111111111
11111111111111110111111
11111111111111111111111111111111111111111101111111111111111111111111101111111111111
11111111111111111101
11111111111111111111111111101111111111111111111111101111111111111111111111111101
11111111111111111101
11111111111111111101111111111101111111110111111111111111111111111111101111101111
11111111101111111111111
11111111111111111111111101111011111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111101111111111111
11111111011111111111111101111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111011111111101111111
00111111011111111111101111111111111111111111111111111111111011111111111111111111
11111111111111111111111
11111111111111111111111111111111111111001111111111111111111111111111111110111111111
11111111111111111111111
11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111010111111111
11111111111011111111111
11111111110111111111111111111101111111111111111111101010111110111111111111111111
11011111101011111111111
11111111111111111111111001111111111111111111101111111111111111111111111110110011
10111111111111111111111
10011111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111111
01111111111111111111101111111111111111111111111111111011111111111111111111011011
11011111111111011111111
11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111110111111
11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111011111111111011
11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111101101
11111110111101111111111111111111111111111111111111111101111111111111111111111111
11111111111111111111111
11011111111111111010011111111110111111111111101111111110111011111110111111111
```

11111111111111111111
11101111111111111111011111111111111111111111110111111111111111111111111111
11110111111111111111
11111111011111111111011111111111111111111110111111111111111111111111101111
11111111101111111111
11101111011111011111111111111110110111111111111111111111111111111111110111111111
11111111111111111111
11101111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
01111111111111110111111
11111111111111111111010111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111100111111101111
11111111011111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111101111
11101111101111111111
11111111101111111111111111111110111111111111111110111111111111111111111111111111
11101011111111111111111
11111111111111101111111011111111111111111111111111111110111111111111111111111111
11111111111111110111101
11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111
01111111111111111111111111111111111111111111111111111110111111111111111111111111
11111111111111111111
11111111100111111111111111111111111101111111111101111111111111111111111111111111
11111111111111111011101
11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111110
11111111111101111111111
11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111101111111111111
11111111111111111110
11111111111111111111111111111111111111111111111111111101111111111111111111101
01110111011111111111111
11111111110111111111111111111111111111101111111111111111111111111111111111111111
11111111101111111111
11111111111111101111111111111111111111111111111111111111111111111111001111111111
11111111101111111111
11111101111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111
11111111111111111101111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111101101111111
11101111111111101111111111111111111111111111111111111111111111111111111111110111111
11111110111111111111111
11111111111111111111111111101111111111111111101111111111111111111111111111111111
11111111111111111111
11111111111111111101111111111111111111101111111111111111111111111111110111111111
11111111111111111101
11111111111111111110111111111111111101111111111111011111111111111111111111111111
11111111111111111111
11111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111

```
11111111111111111111
1111111110110111111110111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111011111
1111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
01111111111111111111
1111111111101111111111111111111111111101011111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111
1111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111101111111111111
11111101111111111111
1111111111110011111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111
1111111111111111111111111101110111011111111111011111111111111111111111111111111111
11111111111101011110
1111111111011111111111111111110101111111110111111111111111111111101111111111111111
11111111111111111101
1111111111111111111111111111111101111111111111111111111111111111111111110101
11111111111110111111111
1110111111101111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111101111101111111101
1111111111111111111111111111111110101111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111
1111111111111111111111111101111111111111111111111111111101111111011111111111
01111111111111111111
1111111011111111111111111111111101111111111111111111101111111111111111101111111110
11111111111111111101
1101011111111111111111111111111111101111111111110111111111111111111111111111111111
11111110111111111111
1111111111111110111111111011111101111111111111110111111111111111111111111111111111
01111111111111111111
0111111111111111111111111111111111111111111111111101111111111111111110111111
11111111111111111111
1111111110111111101111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
10111111101111111111
1111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111
11111111111111111111
1111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111110
11111111111111101111111
1111111101111111111111111111111111111111111111111111111111001111111111111111111111
11111110111111111011111
1111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111111101111111111
0

1111110111111010111111111011101101001100101101111011111000111011111111111010001
11111111010101111110110
0111101110111111100111111111111111111100101111111111010110010110111011110011000011
11011110111111110011111
```

```
1110101111110111111101101101110100010010111011111111101110101010110100101101111
11111100011111111110111
1111111110111010011110111011111010111111000111011111111011111011111011011011110
011111011111111111101100
0100111101101111101101111110101001110111110011111111111110101001011110111101001
011110111011110011111 0
1111101111101111101001111110101111111011010101111010011101011011101010111111111
1111111110111101111111
1111111111111111011110011111110101110010101101111011101101111001111001001100
1011111111111111001110
1111111011111111101111101011011001111111101111110011111101100100110011101110 11
1101110111111110101110
1111101110111110011110111011111111101110111110111111110111101111110111011111111
1111011001101001111111
1101010110110010111011110111111101101110110110011011001111010101101110110111 0
1100111010110110111110
1101011110111110111111111011011110001111010011101110111111101011111101110111 10
111011011110011111111
1011111011010100011111111111111011111111011111111111100111011101011011101001111
1111011111111111111101
1111111010100110111010101100111101101111110111101110111000111111111011111111111
1110011011010000110110
1101111111101111100011111010011101111111100101111110110111111110111101010111 1
11010111011010111 01111
1101111111101111010110111111110111101111111111111111111110111011111110111111111
1111001111001011100111
1111001101101111111111110011111111111111111111110111111111101111011110101111001
01111011111111111111101
100101111101110000111100111101111111001111110110101111111111110111101001111101
1000111011011111111111
0110011010001101111111111111101111111101111111111110111111011111111111110111111 1
01111110111101011 10101
1111111110110111001111111111111111110110111111011101110111101111101101101111111
1111101101111111111101
1101011110100010001111011101111111011110101101111100101111101111101111111111111
111111010111011 0001111
1111111111101110011101111101000101111110111100110101101111110111111111111111111 0
1100001111011110110111
1011101001110011111111111111111111111100111101100111001111111011011011111111011
1011111101110111011100
1011110111111111101111011101010111001010111110011101111111111111111111111101110101
011101111010101 0111111
111111011111111111101111111111111101001111010111111101110101110111101110110100 0
11111111101011 0110111
1111011111100101111111101101011110111001010101111011110111111111011110111111111
111100001111101011 1111
```

00111110111111111101111011111111111101111110111111111111101111111111111111011
01111001111111111110101
11111111011010111110000110110111111011011101111111111011110111111111111111111
11111111111111011111110
11010111111101100110111111001111111110111110111111111111011111111111111110111111
11110101110111011111110
11111111011101111111111101111111010011110011110011010111110100101111011001101
10101110111111011110100
11011100111101011100101111111111101110010111011111110011111111111110001110101111
11111111111111110110111
11010011111001110011111111101111001101010111011111111011101111101101100111011111
11111111101111111110111
10111101111111111111111111110011111111011010001110111011111111011111011101111101
11010101111111111110001
10111011011111000110111111111100100111111111111101111011111110011010111111111011
11111111010111111011111
00011111111101101111111111111110110101111101011111111111111101111010111100111101
11111111111011111110111
10111111111111111101011111111101001111111101111101111111111110111111011001011111
11011110000101110100111
01000111111110111111011011110111001111110111111101100011011111110110111011101111
01111001111110111001110
11111111111111101010110101111011111001111111111011101111111111110001111110101011
01111110101110111111011
11101111111111111111011111111001110110111100111110111101111010111111101111011111
10101111011101100111101
01111100111111111110101011011011110011111111011101101011111101111100100110101111
11010110111011111111011
11100111111110110111110111101110000101111111011111101101101110010111110111101111
11110111111111100111111
11111111111101111111111010101011111111011101111111111100011110101000111101001111
11001011001111111010111
00110110111111111011101111010011110000111110111111011101111110011101111111111111
11111111110011011101110
10011111011000111011111110111101110110111101111111011111011101111001110100100010
01011101011110011011111
00011001111010111110111111110111111111110111001011111110111110110111111111011111
11101101111111010110110
01111111111111001011111111011111000111101001001111111111111011111101111111111111
11100111111101011111011
11010111110101011111111010111110111111111101111111111101110010100111111111101111
11111101111111110011101
01101111110111000101111111011111111011110110110111101011000110101110111111111111
11011111111100011111111
11011110111111111111111111011111110111111111111011111100111111001011011111111101
11111111110101110111111

1111110110111101111011111101111111111111110101110111111111111111010111100011001011111111110000111111
1111111111111001111111110100011111111110101111111111001001111011111111100110000111111111111111111111
0111111111011101001111
1111110111101111110101100111111111111111111111011011110111110111111111111111111111
1011111100101111101101
1110101111111101101110101100101111101101001101110111011111111111100111111100011111111100111111111111
1011111111111111111111
1100101010111111111111111101111111111111110101110011111110111011111011111111111111111111101101
0110101011110111011101
1111111101111111111101111001111111111100111111111101000101110111111101111011111111
0111111011101011111110
0111111111101111011110011110101110101111110111011100101111011111111111011111010
1110001011011111111111
1111111011111110111111111101111110101011111111011111111111111111011101100111111011
0011011101111101111111
1111111110111110111111111111011010110110101011111010110101011101011111101111001
1111111101111111011111
0011111111111010101111111000111111111111111110110111111111111111111001110111110111
1111110111100101101110
0111111111111111111011101111010111110010011101111111001001101101111011111011111
1111101111111110111101
1000101111010101111110010101111011110111111111001101111111110101000111110111100
0101011111101110001111
1111001110000111011011110101100101110011111111111101011111111100111111010111111
0110001111001101011101
1111110011110111011111110000111101101011111001101101111111111011110111111111111
0111101111001011001111
1111101111111111111011110111111111110111111110101111011011111111111111011111110
0010111010110111111111
0011011111101110111111001101110001111110111110011110101111111111111111011101111
1111111111111110111110
1011011111111011111101001111111111111110111011101011111011101111011111001111
1111011111101011111001
1111011101111011010010001110111111011110011111111111111111011111011101111111001
0111111111111001111111
1111111001110111111111001100111111110111110100111101111011110111110010101111111
1111111111011011111111
1101101110110110111101111110110111001110011110111010111111101111101110011011111
1111111111010111111101
1101111111111111101111111011010111110111011011100010111111011111111110111111111
1010011110101111011101

01111110111111011111111100111011110111111001101111110110011100111111111100101101
11010111111101101111111
10110101101111111010111111111101010100010111011101010111111011101011011110101
11101111101111111111111
10111111110111011111111111111011111101110111101011111011011011011011011110010111
11111010111111011111110
11001111111111111111111111001111111011111111111100101011110011111111110111111111111
11110110111111111111100
11110111101011110011111101111101011011101111111001101111110111111011011111110101
11101100111111111101111
11101011111011011011111111110110111111101110111011110101111111101001111111001110
11111111110011011101111
11111101110111111111011111111111001110110101101111111111111111111111111111111111111
11011111101111111111110
11111111111111111101111111111101111111111101011111101011011010111110101111101111
11111111011101101111111
10111111111110111010110111111111111011111011110100111111011111111110111111111101
10001100010111111111000
11110011001011111101111100101100111111111101010111111111011111111111111011011010
11101111111111111111101
11111110001111011101011111111010011101110111100011111111111111111111111111111111
11110111111110111111011
11111111110111101100111111011110000111001111110011111011111101001101110110111111
01111011011111111111101
11011110110110011111101000101111101111111110110111011111001111111111010010111111111
11111011111111110000111
01111101100110010111101111011101001110010110111101111111111010101011111111111111
11111111100111101101111
01111101111011111100110111001011111111010001001111011110111011011101110111011111111
11110111111110111110111
11110111111011110111111111110111101010001111101010110111101110111011101111011111111
11100111111111010111110
11111101111001001111111111000111111010111110110110111110011001110101101010100011
11111111111110111110111
01000110111111111110111110111011010111011111011110101111011111111100110010111010
11010111111101011110110
11011111111111101111011101101111010110110011111010111111111001111001111111111101
11101011101011111111111
10011011101111111011101001111111111111101111111110100110101011110110110111111111
11110111111111011111111
11111101111111100111111111001111010111110011110101111011111110110111101110111
11111111101111111001001
11111110101111000111111111101011101111111011110111111111111111111111011111101110
11111111100000100111101
10101111011111111101111111101001101111111011111111011011111011111111111111110
11110111101111111011111

11110110111101101111110010011011111110111011111111101011011011111111111111101
11111011101111111101
11011011100111111101111111101011111111111010110111111110110011111101100011011
11111111110111111111
01011111111111111011111111111101011110101001011101111101011111101111111101111
11000111111111111011
01110111101101110101101110110101111110011111111111101111101101110111111111011
01111111111111111001011
00111111110101111111011101101111011110001111101111111100111110101110011101000 1
10111111111010111111
11111110111101111111111011111110111011111111111111111111111111101111011101011 11
11110111011111110101011
01111110101011111111111111110110111111111011110111110111111101110100110101001 10
10101111111111101101100
11111011110111111111011110011100101111011111111010111111110100111101011001101 11
11101110111111111111
11111101110111011111110111111111011111111110111011111111011111001010111111111 11
10111110111111001001011
11110111111111111111111011101101101111011100101111000011011110101111011000111 01
11110101111111111111110
10101111001101100111110111110101101011101101111101111011111111110111001110111 11
11101001101110111101111
11111101111111111011011111011101111111111111111111111100111101111101100101111 11
10011101110011111110111
11101111110111011011111011110010111110111111111101111110101010101111011110011 11
11110111111110111111101
01100111101011101101111111011111111001110011011111101011011101101110110111011 11
11111111110111111110100
11110111001110111110001111111011111011110111111111111111011111101111101011111 0
00111101111111111111100
11111111111111111011101111111111111111101010111111011111111001111110111111111 1
00111000111110010110111
11101111111100111111110111111111111011111111111111010101011110000110110111110 011
11111111101110111111011
01111110110011110111100111111111101010101111001111111101111111111010111111111 000
10010111011111111110111
10011101111011101111011111010111011001110111111110111111111011110011111101111 111
11110101011111011111101
00111111111111011111100110111111011111011110010110111111100111110101111110111 1110
00101111010111111111110
11101110110111100001101011111111101011111111111011101001111101011111111011101 1011
11111110101011111111111
11111111111110111111111111011111111111111111111011001111111111111111111111010 101
11111100111111111110111
11111111011111111011110011111111110111011100111110111111011011101111101010010 0110
11010111111111011111111

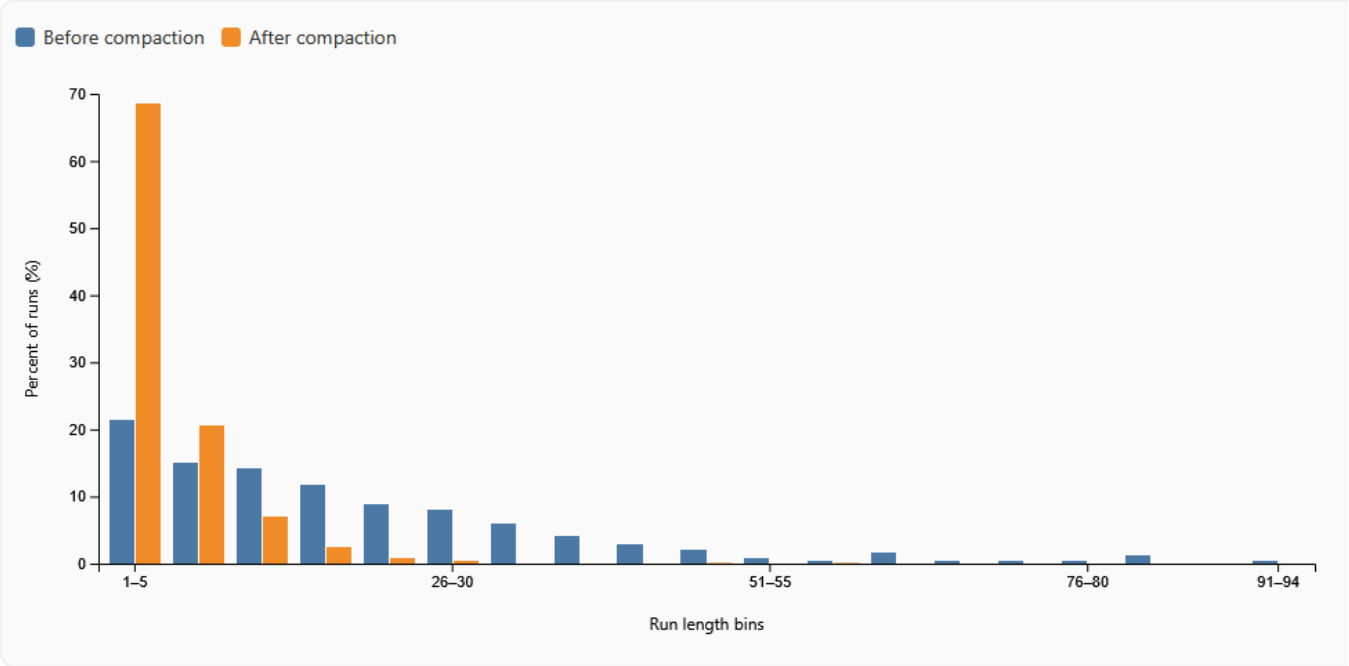
11101111011101111110100011001111011011111110111111111101110011100111111111111011
00011111110110111010111
01111110111011111011001111111011111111100011111111110111111011111101111110101001
11110100111011111101111
11011110111110101011111110111011011010111011101111101011011110011011101010110
11111110111110011011111
11111111111110111111101101101111011110111001010111110111111011111110111101011
11111111101111111001
11111111111110011111111111111111110101110111111001101111111101101111111111111110
01011111111111110111111
11010111101111111110111111110111111101011101110110111111110111011011110101111111
10110011100111111111111
01111111111011100111111111110110110101111110111011111100111101011111010110110111
01111111100101111111011
11111001111111111101011110010011001111111111111111111111111111111101111111010100 1
11111111111111111111111
01110101111110010111101111111111100111111001111111011111111101111101111111111111
11111111011111110111011
10110111000110111111011111110111011101011001010111111110101101101101111101111 1
11101111111101111111110
11111001011011111111110111111111011011011101111011101111110101011011111110110
01011111110101111111110
01111011111111111111111111111110100111111111101111101111111111111111011111110011
10111111111111111101101
11111011111011111101111010111101111110110101011011111111111111011111111111111011
11111011011111111011111
11011010111011111110100111001111010111100100010011001101110111111111110111101111
11111111110011101101110
11111111111111101011111110111011111110101110111111011111111111111111111111011111
11111111111011111111111
11001111101111111110111111010111011111011101111111101111111111111111111101011011
11111111101111110111111
11111111111111011111111110011111111011111001100111111111110110011111111111010110 1
11101101011111111011110
11011110101111011011011100111111111101101111111101111111011010111111110111101111
11111111111111011111111
11111100111111111111101101111011011111111111111111111111111011101111101111111010111
11101010111111101111111
11101111111101001011001111101011111011101111100101111011011111111111011101111111
11111111111111111111111
11100111101111011111111101101110111111011011111011111111111011111011011011111
11011111011110111101111
10111110111110111111111111111111011111111111111100111101110111111011101101111101
01111001111111110110111
11110101011111110011111110111011101101110111111111010011111111111111111111111111
10010111111011101110111

111100111101111100011111101011111101101101111111000111010111111111010010111011001011111101110110010
110111110101110011011111111111111111111010111100111111101010111101111111010101
011111111111111111001110
100111111111110011111010101111101111011110101001011101111111001111110111011101
111010111101111110111
110101111111110110111011111001111101111011011110101111011101111011111111101
111111010111101010101 1
111101111111111111111101010111111101011101110111100111111111111001101111111111
000111101111111010111101
111111011111110111011111111011111111111111011111000110111111010111111111111101
111111001111011111000 1
111111111111011111111101111110101110111011111011111011101011111111010011101111
110111101011111111011111
110111111110101111111001101010011100011101111011111111001111110110101010100111
111111110111110011101 1
111011101111111101111111111111111111101111100111111111111111111111111010110111
111101111011111110111
111111110111011010111000111101101011111111110011111111101011111111111111110111
111111101111011011111
111111100111101111111110111111111110111111011111110111111111110011111111110011
111111011101111011111
011101111111110001011110011110011010011111111111101111111111011111111111011111
111101111111011101101
111111111111111110111110111011111110111111101111110100101101100111100011111111
100111011010111111110111
111111101101011111111110110101110010111111011100011101100100111111111010101101
101111110010111111111101
111010111111111111111110001011011111101111110101110011111111001111111110110011
100101110111111010111
110111111101111111111111111011101101100111111111111111011101111101111111101110
110111110111111111111101
011011111111011111101011111110111111111111101110011110100111111011111111111111
010110110111100110110111
111111011111111011111111111111111111011011111101111111111111111111101111111111
001111101111111010111111
111111111111011110111111111111111111111101111111111111011111110100111111000101
111010010111111111110111
111110001111011111011111111111111001111110111111011111111011110111111111011111
111111111010111111101101
110111100111011111010111011100101110111111111111101111111111011101110111101111
011111111111111111011111
110101111111110010100110111111100111111111110011111011101100111111110101011111
111111111111010111111110
110011011111111111101101111101111111111111111110100101101111111110111111111111
111101101010111111110 0

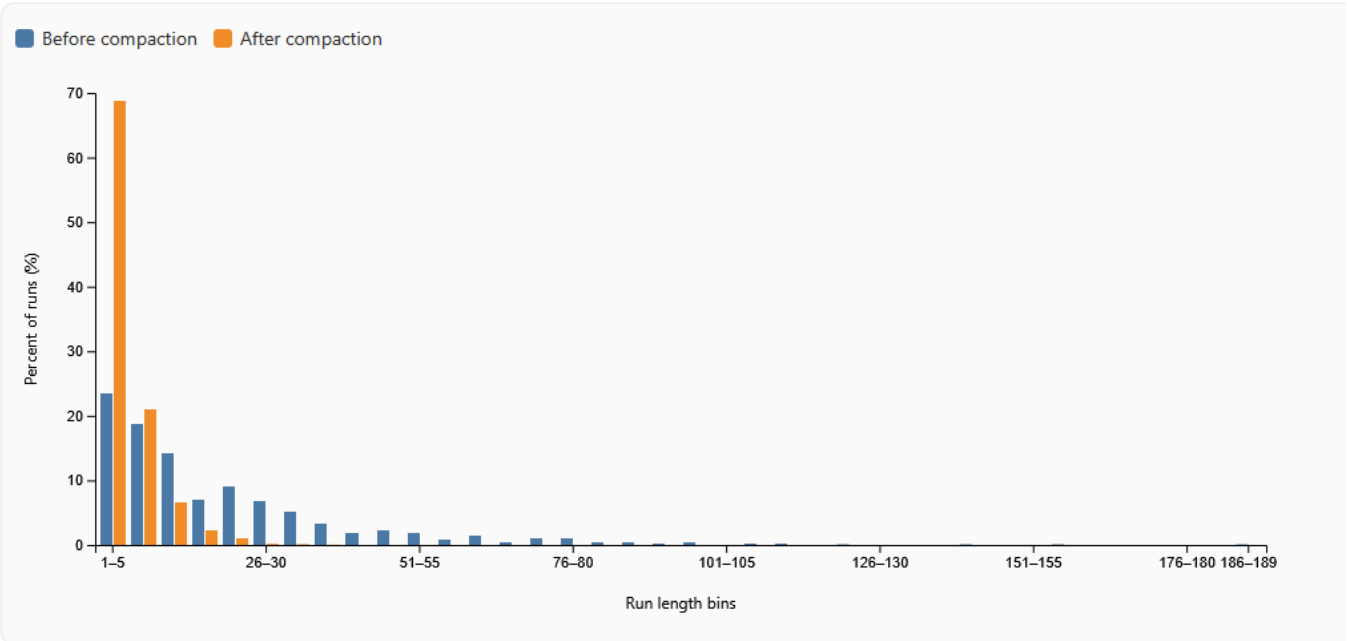
1101110111101111111111110101110111110110010011010110111110111111011011111101111
11111101101101111111101
1100011011101100111110011111100111111111111101111101001111111111011011111111011
11111011111111111111111
1110111001010111111111111111111111111110001101111111111111101111011111111111011
11111111111111110111011
1111111101111111101111001110101111101111111111111111111101011111011111010011111
11111111000111111011111
0111111011111101110111111111101011111111100111011111111111111011111110111100110 1
11101111101010111011111
0111111110101111111111111100010010111101110111110111111111111111101111111101111
11101011011111111111111
1111101111011101111110101110101111111110111111111011101100111111111111001100111
11111111100110101101101
1111111111110111111111111110011101101011101111101110111111101101111101111111110
11110111011111110111111
0111111111111111111111011111101011101111011111111111101111111110111100101111111
10111101011100011111111
1011000111011010111111101000001101111011111111111101011111111111111111111111111
11101001111101110111111
0111011111011101011011111111111111101011111111111111111011101111111111110110
11111101011010110111111
0110111011111111111011111011111111111101111101101111101111111111011111011111111
11111111111111101110110
1110111111111111101111111111111111111111111111111011111101111010111111101101101
11110101011110111111110
1011111111011110111111111111111111111111100101111111111111111111111111101000110
11011101010111011111101
1111011110111101111111101111100111100110111111111111111011111111011011111111111
11111111111111101011111
1101101111101111111011101111110111111111111111111101011111111011111011111111101
11101101111111111111111
1111111101100110111000101111111111110111011111111111111010111011101110111011101
11111011111011111111111
0110111111111010111101101101111111111110011111011110011011111111111011110111101
00100110111110111011111
0111111111111011111111010111111111111011111011111011101011011010111101110111011
11111110111111111111111
1110111111011101110111011111111101111100111111111111111111101111110010111010111
11111111111111111111101
1111111111111111111111011111111011101111010111111111011101110111101011111111111
11111111111111111011111
1111111101101001111011011111111111111111111111011111111111111111011110001101111011
10101001111111111111111
1101111111011111111111111111111111111100111101111111111011101111111111111101101
11111111101111111011111

1111111111101111111111110111101111110111010101010111011111110101111110011111110111111101011111111111
0101111111110111111100111011111111111111111111101111101111111101111111111111111
0111001111111111110111
1101001111111011111111111111101111011110111111111111111111111111111111101101111111
1101111011011110111011
1111111011110011101110011111111111111011111111111010111111111011111111111111111
1011111010111111011111
1111111111111111111111111101110111111111111101111111101111111111111110111111111
1110111111111111001110
1111111111011101110111111001111101011111111111101111110111101111011111111111110
1110111111101111111111
1110011101111111111111111111111111011111111100111111111111001111011001111111100
1111111110100111111111
1110111110010110101111110111101011101111111111101110111111111111111110101111111
1111111011110101111000
1110111100111110110110111111101111101011101111111101010101110111011111111111
1110111111111110110111
1111111111110111111101111111100111111101010101111110011111011001110111111111111
0011111111111111011111
1111111011011101011110111111111111011111111111111011100011111001111000111111111110
1111101110110111111101
1101010111100111011011111111111011111111011101111101110111111111100111111111011
1111100101111110110011
1111111011111110010111111011111101111111111111111011110011111111111111011110111
0111111101111110111110
1111111011111001110111100111111111111111111111011111011111111110101111111111111011
1111111111101111111101
1111111011101110111011111111110111111111111111111100110111111111111111111111110110
1011110110111111101111
1011110111011111111011111011111111011110011110101111111011111110111011111110011
1110111111111111111111
1111110111011101111110010111111111111111111101111111111111101111111111111111110
1111111111111100111111
1101111011111101111111101110011111111111111111111011111110011110111111111111100
1111010011111111011011
1101110111111001111000011111111111111111111111101110111001111101111011111111
0

Header: double_probing 4096 — parsed lengths: before=5101 bits, after=5101 bits



Header: double_probing 16384 — parsed lengths: before=20479 bits, after=20479 bits



Before compaction, the longest runs appear as a few very large blocks with few gaps, shown by the tail of the histogram. Double and single probing show visibily different clustering. Double probing produces more scattered medium-length clusters, and single probing produces longer runs. Compaction tends to break up these long runs, fracturing them into small clusters and removing the long stretches. After compaction, the long runs shrink. The max run length decreases and most runs fall into the smallest buckets. Long runs directly correspond to higher probe counts. Removing tombstones and breaking the clusters lowers average probes, which

reduces elapsed ms as discusses previously. After compaction, tombstone_pct drops, effective load decreases, and the histogram shows shorter runs.