

# Лабораторная работа 1.4.5

## "Изучение колебаний струны"

Учащийся 1 курса ЛФИ Гусаров Николай

Октябрь 2020

### 1. Цель лабораторной работы

Изучение поперечных стоячих волн на струне; определение собственных частот колебаний струны; исследование зависимости скорости распространения поперечных волн на струне в зависимости от её натяжения.

### 2. Оборудование

Закрепленная на станине стальная струна, набор грузов, электромагнитные датчики, звуковой генератор, двухканальный осциллограф, частотомер.

### 3. Теория

Струна – однородная тонкая гибкая упругая нить. Гибкость обусловлена малостью поперечных размеров в сравнении с длиной. Поперечная упругость – способность сопротивляться изменению формы без изменения объема. При вертикальном смещении произвольного элемента струны, возникают силы, действующие на соседние элементы, и в результате вся струна приходит в движение в вертикальной плоскости, т.е. возбуждение «бежит» по струне. Скорость распространения волны:

$$u = \sqrt{\frac{T}{\rho l}} \quad (1)$$

Стоячая волна может быть получена как сумма двух гармонических бегущих волн с равной амплитудой, двигающихся навстречу. Стоячая волна может быть описана выражением  $y(x, t) = 2a \sin kx * \sin \omega t$ . Точки струны, где  $\sin kx = 0$  в любой момент времени неподвижны – они называются узлами. Остальные точки совершают гарм. колебания в вертикальной плоскости с частотой  $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{u}{\lambda}$ . Т.к. амплитуда распространяется вдоль струны по закону  $y_0(x) = 2a \sin kx$ , то она максимальна в точках – пучностях, – где  $\sin kx = 1$ . Т.к. точки крепления струны – узлы, то длина струны:

$$L = \frac{\lambda_n}{2} n \quad (2)$$

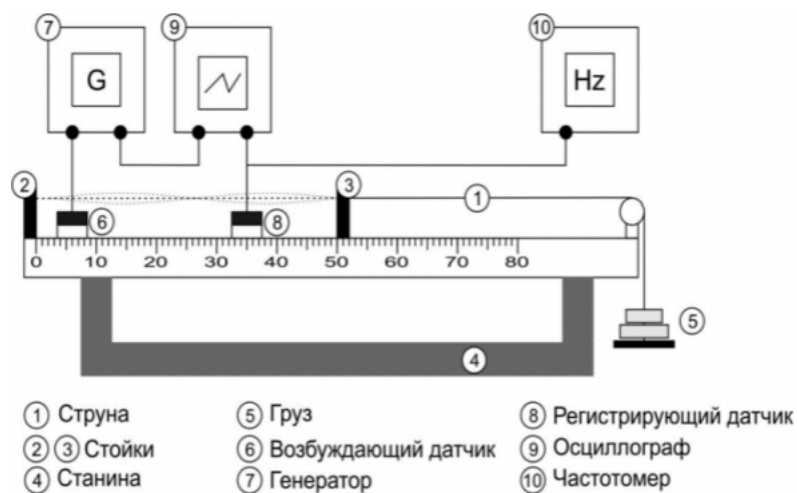
А потому

$$\nu_n = \frac{u}{\lambda_n} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho l}}, n \in N \quad (3)$$

Наименьшая частота  $\nu_1$  называется также основным тоном (или первой гармоникой), а остальные ( $\nu_2 = 2\nu_1$ ,  $\nu_3 = 3\nu_1, \dots$ ) – обертонами (высшими гармониками).

Для эффективной раскачки колебаний используется явление резонанса – вынуждающая частота  $\nu$  должна совпадать с одной из собственных частот струны  $\nu_n$  (9)). Когда потери энергии в точности компенсируются энергией, поступающей от вибратора, колебания струны становятся стационарными и на ней можно наблюдать стоячие волны. Если потери энергии за период малы по сравнению с запасом колебательной энергии в струне, то искажение стоячих волн бегущей волной не существенно – наложение бегущей волны малой амплитуды на стоячую визуально приводит к незначительному «размытию» узлов. Для достижения максимального эффекта от вибратора, его следует располагать вблизи узловой точки.

### 3.1. Экспериментальная установка



## 4. Визуальное наблюдение стоячих волн

### 4.1. Теор. оценка для массы груза = 1 кг

По (1) и (3) и из  $\rho_l = 568,4 * 10^{-6} \text{ кг/м}$ , а  $T = mg = 1 * 10 = 10$ :

$$u = \sqrt{\frac{T}{\rho_l}} = \sqrt{\frac{10}{568,4 * 10^{-6}}} = 132,6 \text{ м/с} \quad (4)$$

$$\nu_1 = \frac{u}{\lambda_1} = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\rho_l}} = \frac{1}{1} \sqrt{\frac{10}{568,4 * 10^{-6}}} = 132,6 \text{ Гц} \quad (5)$$

### 4.2. Измерение при массе груза = 1 кг

Гармоники

n	$\nu_n, \text{ Гц}$
1	132,5
2	264,4
3	396,6
4	529,8
5	664,0

Экспериментальные данные хорошо соотносятся с (5).

## 5. Регистрация стоячих волн с помощью осциллографа

**5.1.**  $L = 50 \text{ см}, T = 0,482 \text{ кг} * 10 \text{ м/с}^2 = 4,82 \text{ Н}$

Нечетные гармоники

n	$\nu_n, \text{ Гц}$
1	103,3
3	319,0
5	519,0
7	660,0
9	840,0

Четные гармоники

n	$\nu_n, \text{ Гц}$
2	190,7
4	380,3
6	570,7
8	760,1
10	945,4

**5.2.**  $L = 50 \text{ см}, T = 1 \text{ кг} * 10 \text{ м/с}^2 = 10 \text{ Н}$

Нечетные гармоники

n	$\nu_n, \text{ Гц}$
1	131,8
3	395,7
5	661,3
7	931,8
9	1207,0

Четные гармоники

n	$\nu_n, \text{ Гц}$
2	263,9
4	529,7
6	804,7
8	1069,3
10	1343,2

**5.3.**  $L = 50 \text{ см}, T = 1,460 \text{ кг} * 10 \text{ м/с}^2 = 14,60 \text{ Н}$

Нечетные гармоники

n	$\nu_n, \text{ Гц}$
1	161,2
3	488,3
5	816,1
7	1145,0
9	1472,0

Четные гармоники

n	$\nu_n, \text{ Гц}$
2	325,9
4	652,0
6	977,5
8	1309,1
10	1640,6

**5.4.**  $L = 50 \text{ см}, T = 1,960 \text{ кг} * 10 \text{ м/с}^2 = 19,60 \text{ Н}$

Нечетные гармоники

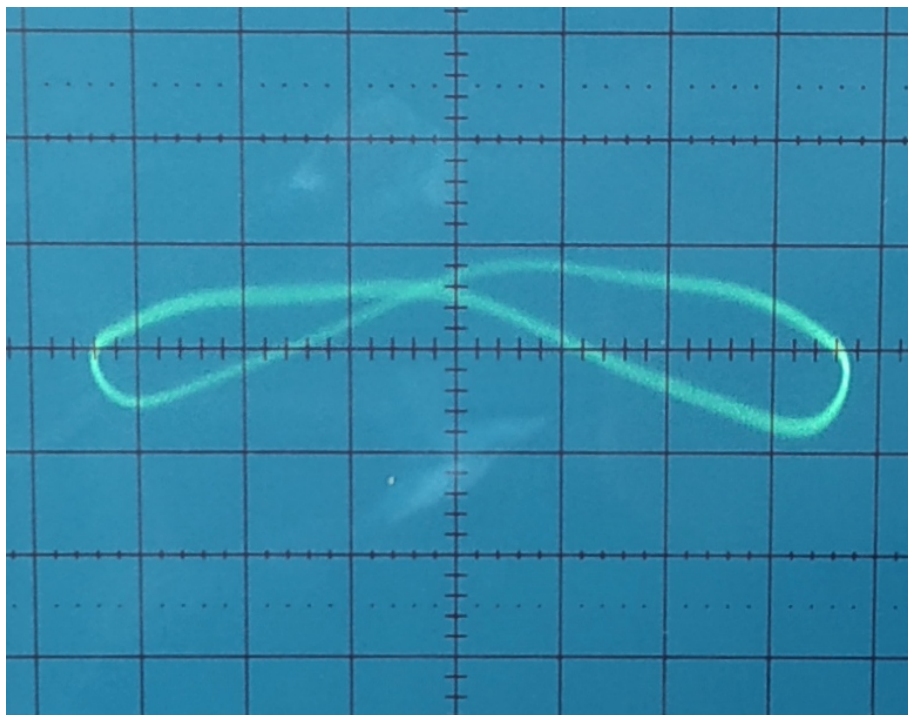
n	$\nu_n, \text{ Гц}$
1	185,8
3	558,0
5	933,0
7	1303,3
9	1675,0

Четные гармоники

n	$\nu_n, \text{ Гц}$
2	372,2
4	744,9
6	1118,5
8	1490,3
10	1860,9

## 5.5. Наблюдение фигуры Лиссажу

Настроим установку на наблюдение основной гармонике и выставим на генераторе  $\nu = \nu_1/2$ . Получим фигуру Лиссажу с одним самопересечением:



Данная фигура появляется на экране при подаче на два канала осциллографа сигналов с отношением частот 1:2. Кажется, что при этом струна совершает колебания с частотой  $\nu_1$ , а генератор выдает частоту  $\nu$ .

## 5.6. Определение добротности струны как колебательной системы

### 5.6.1. $m = 0,428$ кг

$\nu_{\text{рез}} = 103,300$  Гц,  $\nu = 103,410$  Гц для при амплитуды, составляющей 0,7 от амплитуды в резонансе. Добротность:

$$Q = \frac{\nu_{\text{рез}}}{\Delta\nu_{\text{рез}}} = \frac{103,300}{103,410 - 103,300} = 939$$

### 5.6.2. $m = 1$ кг

$\nu_{\text{рез}} = 134,428$  Гц,  $\nu = 134,342$  Гц для при амплитуды, составляющей 0,7 от амплитуды в резонансе. Добротность:

$$Q = \frac{\nu_{\text{рез}}}{\Delta\nu_{\text{рез}}} = \frac{134,428}{134,428 - 134,342} = 1563$$

### 5.6.3. $m = 1,462$ кг

$\nu_{\text{рез}} = 414,600$  Гц,  $\nu = 414,678$  Гц для при амплитуды, составляющей 0,7 от амплитуды в резонансе. Добротность:

$$Q = \frac{\nu_{\text{рез}}}{\Delta\nu_{\text{рез}}} = \frac{414,600}{414,678 - 414,600} = 5315$$

### 5.6.4. $m = 1,960$ кг

$\nu_{\text{рез}} = 554,100$  Гц,  $\nu = 554,210$  Гц для при амплитуды, составляющей 0,7 от амплитуды в резонансе. Добротность:

$$Q = \frac{\nu_{\text{рез}}}{\Delta\nu_{\text{рез}}} = \frac{554,100}{554,210 - 554,100} = 5037$$

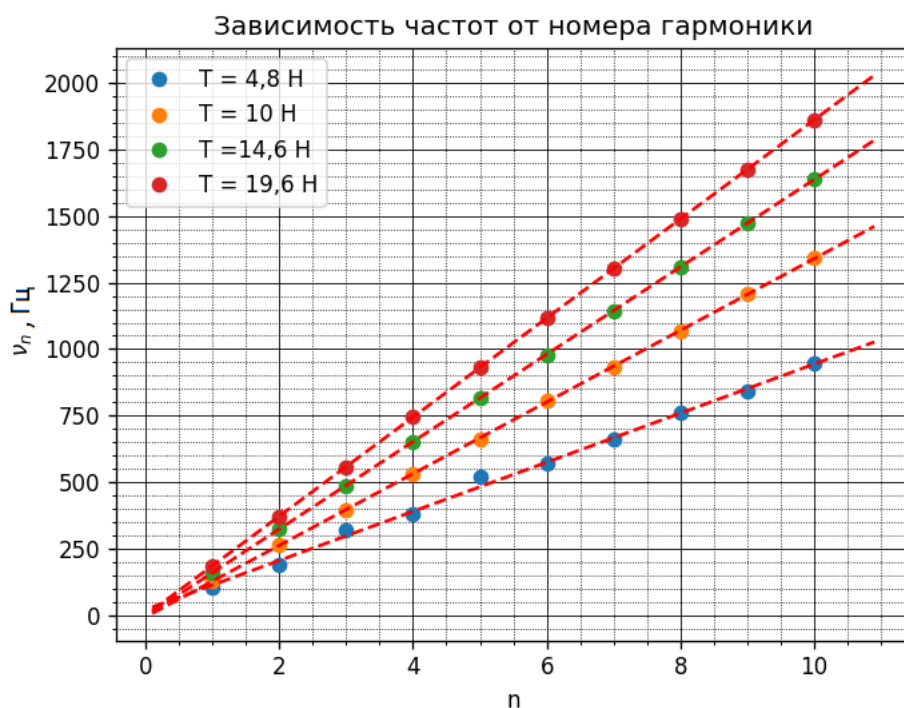


## 6. Обработка результатов измерений

### 6.1. Сравнение частот визуального наблюдения и с помощью осциллографа

Частоты различаются на несколько герц из-за разности положения регистрирующего датчика (8).

### 6.2. Определение скорости волн, бегущих по струне



Из (1), (2), (3):

$$\nu_n(n) = \frac{n}{2L} * u$$

То есть  $u$  можно выразить через коэффициент  $k$  угла наклона прямой и  $L = 50$  см:

$$u = k * 2L$$

Приняв  $\sigma_k = 1\%$  Погрешность определим так

$$\sigma_u = \frac{2 * \delta_L}{L} + \sigma_k = 2\%$$

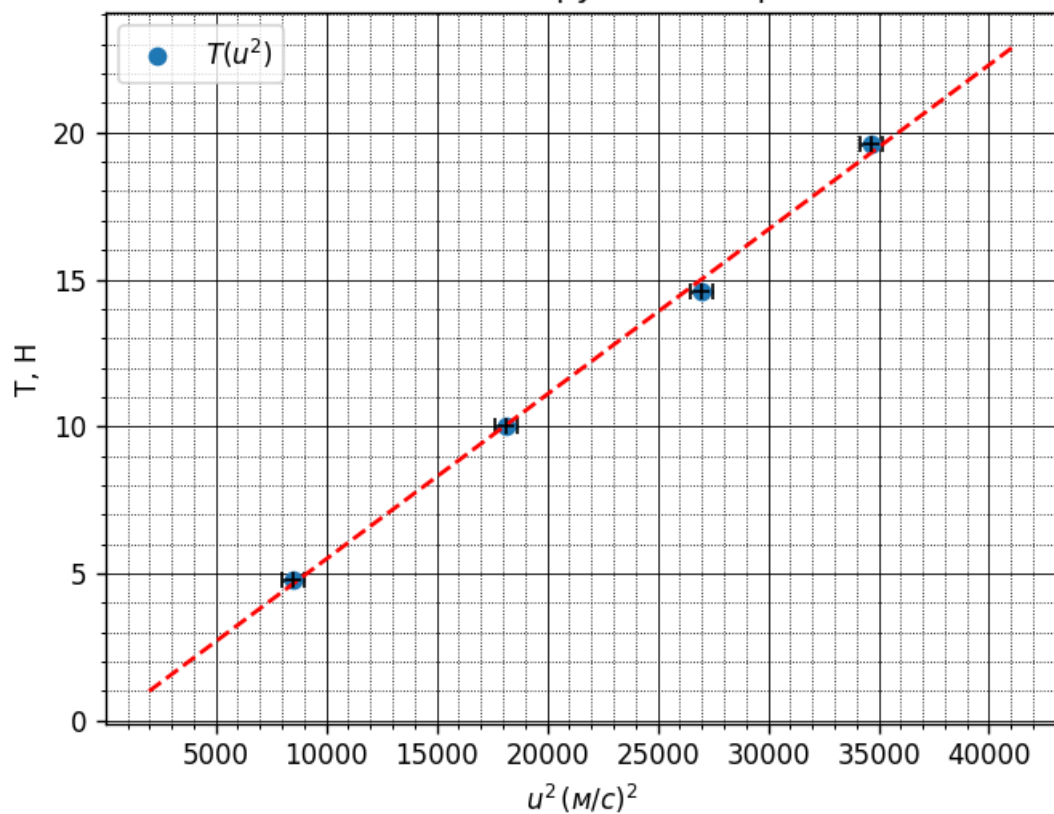
T, Н	k, c <sup>-1</sup>	u, м/с	$\delta_u$ , м/с
4,8	92,3	92,3	1,9
10,0	134,7	134,7	2,7
14,6	164,2	164,2	3,3
19,6	186,2	186,2	3,7

### 6.3. Определение $\rho_l$

По (1):  $T(u) = \rho_l * u^2$  По данным 6.2 рассмотрим  $T(u^2)$

T, Н	$\delta_T$ , Н	$u^2$ (м/с) <sup>2</sup>	$\delta_{u^2} = 2\sigma_u * u^2$ , (м/с) <sup>2</sup>
4,8	0,04	8519,3	340,5
10,0	0,04	18144,1	735,6
14,6	0,04	26961,6	1050,1
19,6	0,04	34670,4	1356,4

Зависимость силы натяжения струны от скорости волны в квадрате



Из графика  $\rho_l = k = 560,3 * 10^{-6}$  кг/м, что соотносится с данной изначально величиной.  $\sigma_{\rho_l} = \sigma_T + 2\sigma_u$ .  $\Delta_{\rho_l} = 28 * 10^{-6}$  кг/м

## 7. Заключение

Нам удалось изучить поведение поперечных стоячих волн на струне. Определить собственные колебания струны. Также мы исследовали зависимость скорости распространения поперечных волн на струне в зависимости от её натяжения и получили погонную плотность стали, из которой сделана струна с достаточно хорошей точностью:

$$\rho_l = (560,3 \pm 28,0) * 10^{-6} \text{ кг/м}$$