

3.1.3. Измерение магнитного поля Земли.

Гусаров Н.Н.

6 октября 2021 г.

Цель работы: определить характеристики шарообразных неодимовых магнитов и, используя законы взаимодействия магнитных моментов с полем, измерить горизонтальную и вертикальную составляющие индукции магнитного поля Земли и магнитное наклонение.

В работе используются: 12 одинаковых неодимовых магнитных шариков, тонкая нить для изготовления крутильного маятника, медная проволока диаметром (0,5 – 0,6) мм, электронные весы, секундомер, измеритель магнитной индукции АТЕ-8702, штангенциркуль, брусок из немагнитного материала (25*30*60 мм³), деревянная линейка, штатив из немагнитного материала; дополнительные неодимовые магнитные шарики (20 шт.) и неодимовые магниты в форме параллелепипедов (2 шт.), набор гирь и разновесов.

Теория

Точечный магнитный диполь

Простейший магнитный диполь может быть образован витком с током или постоянным магнитом. По определению, магнитный момент \vec{P}_m тонкого витка площадью S с током I равен

$$\vec{P}_m = \frac{I}{c} \vec{S} = \frac{I}{c} S \vec{n},$$

где $\vec{S} = S \vec{n}$ – вектор площади круга контура. Если размеры контура с током или магнитной стрелки малы по сравнению с расстоянием до диполя, то соответствующий магнитный диполь называют элементарным или точечным.

Магнитное поле точечного диполя определяется по формуле, аналогичной формуле для поля элементарного электрического диполя:

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{P}_m, \vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{P}_m}{r^3}$$

В магнитном поле с индукцией B на точечный магнитный диполь действует механический момент сил:

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}.$$

Под действием вращающего момента \vec{M} виток с током или постоянный магнит поворачивается так, чтобы его магнитный момент выстроился вдоль вектора индукции магнитного поля. Это — положение устойчивого равновесия: при отклонении от этого положения возникает механический момент внешних сил, возвращающий диполь к положению равновесия. В положении, когда \vec{P}_m и \vec{B} параллельны, но направлены противоположно друг другу, также имеет место равновесие ($M = 0$), но такое равновесие неустойчиво: малейшее отклонение от этого положения приведёт к появлению момента сил, стремящихся отклонить диполь ещё дальше от начального положения.

Магнитный диполь в магнитном поле обладает энергией:

$$W = -(\vec{P}_m, \vec{B})$$

В неоднородном поле на точечный магнитный диполь, кроме момента сил, действует ещё и сила:

$$\vec{F} = (\vec{P}_m, \vec{\nabla}) \vec{B}$$

Используя формулы для момента силы, силы и энергии, не сложно выяснить, как ведёт себя свободный магнитный диполь в неоднородном магнитном поле: он выстраивается вдоль

силовых линий магнитного поля и, кроме того, под действием результирующей силы, возникающей из-за неоднородности поля, втягивается в область более сильного магнитного поля, т.е. в область, где он обладает меньшей энергией.

Зная магнитные моменты $P_1 = P_2 = P_m$ двух небольших постоянных магнитов, можно рассчитать силу их взаимодействия:

$$F = P_m \frac{\partial B}{\partial r} = -6 \frac{P_m^2}{r^4}.$$

Неодимовые магнитные шары

В настоящей работе используются неодимовые магниты шарообразной формы. Для нас важно то, что:

- 1) шары намагничены однородно;
- 2) вещество, из которого изготовлены магниты, является магнитожёстким материалом.

Полный магнитный момент \vec{P}_m постоянного магнита определяется намагниченностью \vec{p}_m вещества, из которого он изготовлен. По определению, намагниченность – это магнитный момент единицы объёма. Для однородно намагниченного шара намагниченность равна:

$$\vec{p}_m = \frac{\vec{P}_m}{V}.$$

Намагниченность — важная характеристика вещества постоянных магнитов, определяющая, в частности, величину остаточной магнитной индукции $B_r = 4\pi p_m$. Индукция магнитного поля \vec{B}_p на полюсах однородно намагниченного шара связана с величиной намагниченности и остаточной магнитной индукцией формулами

$$\vec{B}_p = \frac{8\pi}{3} \vec{p}_m = \frac{2}{3} \vec{B}_r.$$

Описание работы

Определение величины магнитного момента магнитных шариков

Метод А Величину магнитного момента одинаковых шариков можно рассчитать, зная их массу m и определив максимальное расстояние r_{max} , на котором они ещё удерживают друг друга в поле тяжести. При максимальном расстоянии сила тяжести шариков равна силе их магнитного притяжения:

$$\frac{6P_m^2}{r_{max}^4} = mg \Rightarrow P_m = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}}$$

Метод Б Если сила сцепления двух одинаковых шаров диаметром d с магнитными моментами P_m равна:

$$F_0 = \frac{6P_m^2}{d^4}$$

то минимальный вес цепочки, при которой она оторвётся от верхнего шарика равен: $F \approx 1.08F_0$. Тогда

$$P_m = \sqrt{\frac{Fd^4}{6.48}}$$

Определение величины магнитного поля Земли

Горизонтальная составляющая Магнитная «стрелка» образована из n сцепленных друг с другом противоположными полюсами шариков и с помощью Λ -образного подвеса подвешена в горизонтальном положении. При отклонении «стрелки» на угол θ от равновесного положения в горизонтальной плоскости возникают крутильные колебания вокруг вертикальной оси, проходящей через середину стрелки. При малых амплитудах уравнение колебаний стрелки имеет вид:

$$I_n \frac{d^2\theta}{dt^2} + P_0 B_h \theta = 0,$$

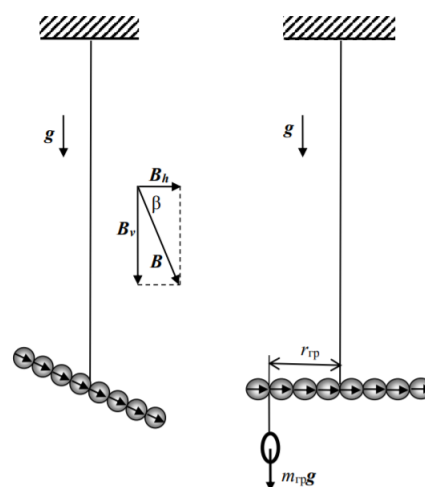
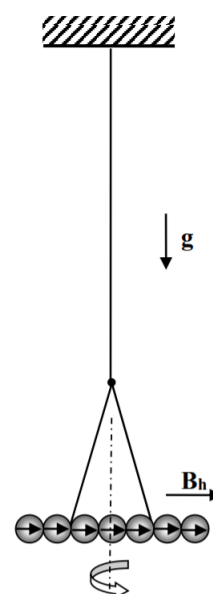
где P_0 – магнитный момент стрелки, B_h – горизонтальная составляющая магнитного поля Земли, $I_n \approx \frac{1}{12} n^3 m d^3$, тогда период колебаний $T = kn$, где $k = \pi \sqrt{\frac{m d^2}{3 P_m B_h}}$. Измеряя зависимость $T = T(n)$, находится B_h :

$$B_h = \frac{\pi^2 m d^2}{3 k^2 P_m}$$

Вертикальная составляющая Магнитная «стрелка», составленная из чётного числа шариков и подвешенная на тонкой нити за середину, расположится не горизонтально, а под некоторым, отличным от нуля, углом к горизонту. Это связано с тем, что вектор \vec{B} индукции магнитного поля Земли в общем случае не горизонтален, а образует с горизонтом угол β , зависящим от географической широты φ места, где проводится опыт. Величина угла β называется магнитным наклоном.

С помощью небольшого дополнительного грузика «стрелку» можно «выровнять». Момент M силы тяжести уравновешивающего груза пропорционален числу n шариков, образующих магнитную «стрелку» $M(n) = An$, $A = P_m B_v$, то есть

$$B_v = \frac{A}{P_m}$$



1 Ход работы

Погрешности приборов:

1. Весы – 0.005 г
2. Секундомер – 0.2 с
3. Штангенциркуль – 0.01 см
4. Измеритель магнитной индукции – 5% ед. СГС

1.1 Определение магнитного момента, намагниченности и остаточной магнитной индукции вещества магнитных шариков

Диаметр шариков измеряется методом рядов (26 шариков) с помощью штангенциркуля: $d = 0,592 \pm 0,004$ см.

Масса шариков измеряется на весах, но для того, чтобы магнитное поле шариков не влияло на показания весов, сделаем толстую подложку из легкого материала – бумаги. Измерим массу 28 шариков, чтобы найти массу одного $m = 0,84425 \pm 0,00004$ г.

С помощью магнитометра измерим $B_p = 4500 \pm 10$ Гс на полюсах шарика.

Проложим между двумя магнитными шариками брусок из немагнитного материала и, подкладывая между бруском и верхним магнетиком листы бумаги, определим, на каком максимальном расстоянии r_{max} шарик удерживают друг друга в поле тяжести Земли.

$$r_{max} = 2,30 \pm 0,01 \text{ см}$$

Величина магнитного момента магнетика P_m :

$$P_m = \sqrt{\frac{mgr_{max}^4}{6}}$$

$$P_m = 62,1 \pm 0,5 \text{ эрг/Гс}$$

Составим цепочку из шариков, с помощью неодимовых магнитов в форме параллелепипедов подсоединим цепочку к гире и разновесам так, чтобы общая масса системы составила приблизительно 275 г. Далее подберём минимальный вес системы цепочки с гирей, при котором она отрывается от верхнего шарика. Взвесим оторвавшуюся цепочку с гирей.

$$m_{min} = 274,969 \pm 0,005$$

Рассчитаем силу сцепления двух шаров и по ней определим магнитный момент шарика P_m .

$$F_0 = \frac{6P_m^2}{d^4}$$

$$F = m_{min}g = F_0(1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots) \approx 1.08F_0$$

$$P_m = \sqrt{\frac{d^4 m_{min}g}{6 \cdot 1.08}}$$

$$P_m = 71,66 \pm 0,09 \text{ эрг/Гс.}$$

Полученные значения магнитных моментов отличаются. Это может быть связано с большой погрешностью методики эксперимента, а так же неточным взаимным расположением магнитных моментов из-за силы трения. Погрешность второго способа меньше. Величину намагниченности материала шариков рассчитаем по формуле $p_m = \frac{P_m}{\frac{\pi}{6}d^3}$, остаточную индукцию магнитного поля $B_r = \frac{3}{2}B_0$.

$$p_m = 570 \pm 12 \text{ эрг/Гс см}^3, B_r = 7163 \pm 156 \text{ Гс} \quad (1)$$

Табличное значение B_r для соединения $Nd_2Fe_{14}B$: $B_r = 12200$ Гс. Мы получили сильно отличающуюся от табличной величину в силу большой погрешности предложенных методов (основное) и примесей. Теоретическое значение индукции B_p у полюсов шарика с помощью формул должно равняться $B_p = 4777 \pm 10$ Гс и $B_p = 5509 \pm 11$ Гс, однако прибор показал значение на меньше, что, вероятно связано с резким убыванием магнитного поля

вблизи полюсов. Таким образом, более достоверными являются значения, полученные из формул (даже при условии не совпадения величин в пределах погр-тей).

1.2 Горизонтальная составляющая поля Земли

1.2.1 Свободные крутильные колебания

Соберём установку для измерения горизонтальной составляющей магнитного поля Земли. Перед непосредственным измерением проверим, можно ли пренебречь упругостью нити при измерении периода колебаний. Для этого сделаем из 12 шариков кольцо, чтобы магнитный момент был нулевым, и посмотрим на его период колебаний $T = 131 \pm 1$ с. Такой большой период колебаний указывает на то, что упругостью можно пренебречь.

1.2.2 Магнитные колебания

Исследуем период крутильных колебаний

n	t, с	$\frac{t}{T}$	T, с	Δt , с	ΔT , с
12	103,3	30	3,44	0,3	0,01
11	93,4	30	3,11	0,3	0,01
10	83,6	30	2,79	0,3	0,01
9	75,6	30	2,52	0,3	0,01
8	66,7	30	2,22	0,3	0,01
7	58	30	1,93	0,3	0,01
6	49,5	30	1,65	0,3	0,01
5	40,9	30	1,36	0,3	0,01
4	31,4	30	1,05	0,3	0,01
3	23,4	30	0,78	0,3	0,01

Таблица 1:

Построим искомую зависимость:

Погрешность определим из крестов погрешностей, не учитывая упругость нитки.

$$J_n \ddot{\theta} + (P_{mn} B_{\parallel}) \theta = 0, J_n \approx \frac{1}{12} n^2 m d^2 \Rightarrow T_n = 2\pi \sqrt{\frac{m d^2 n^2}{12(P_m B_{\parallel})}}$$

По значению углового коэффициента рассчитаем величину горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.

$$\frac{T_n}{n} = 2\pi \sqrt{\frac{m d^2 n^2}{12(P_m B_{\parallel})}} = 0,29 \pm 0,01 \text{ с}, B_{\parallel} = \frac{\pi^2 m d^2 n^2}{3 T_n^2 P_m} \approx 0,18 \pm 0,01 \text{ Гс}$$

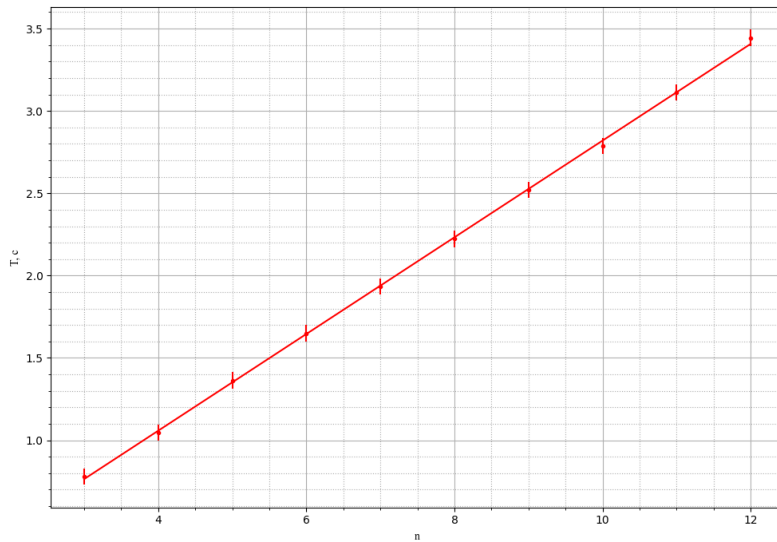


Рис. 1: Зависимость периода колебаний от числа магнитов магнитной стрелки.

1.3 Вертикальная составляющая поля Земли

Исследуем дополнительный момент сил тяжести для выравнивания стрелки.

n	k	m', г	L, ·	$\Delta m'$, г	ΔL , ·
12	5	0,128	372	0,001	40
10	4	0,131	305	0,001	33
8	3	0,137	239	0,001	26
6	2	0,162	188	0,001	20
4	1	0,214	124	0,001	13

Таблица 2: k – плечо в диаметрах шариков. $L = mgkd$



Рис. 2: Зависимость момента сил для выравнивания от числа шариков.

Коэффициент наклона $a = 30,6 \pm 2,1 \text{ г(см / с)}^2$. Из линейности видно, что приближе-

ние аддитивности магнитных моментов для используемых в работе магнитов применимо. По значению углового коэффициента аппроксимирующей прямой рассчитаем величину вертикальной составляющей B_{\perp} магнитного поля Земли.

$$B_{\perp} = \frac{a}{P_m} \approx 0,49 \pm 0,03 \text{ Гс}$$

2 Погрешности

$$\varepsilon_{P_{m_1}} = \left(\frac{\Delta m}{m} \right) + 4 \left(\frac{\Delta r_{max}}{r_{max}} \right) \approx 4\%$$

$$\varepsilon_{P_{m_2}} = \left(\frac{\Delta d}{d} \right) + 4 \left(\frac{\Delta r_{min}}{r_{min}} \right) \approx 6\%$$

$$\varepsilon_{B_{\parallel}} = \left(\frac{\Delta m}{m} \right) + 2 \left(\frac{\Delta d}{d} \right) + \left(\frac{\Delta P_m}{P_m} \right) + 2 \left(\frac{\Delta \frac{T_n}{n}}{\frac{T_n}{n}} \right) \approx 5\%$$

$$\varepsilon_{B_{\perp}} = \left(\frac{\Delta a}{a} \right) + \left(\frac{\Delta P_m}{P_m} \right) \approx 6\%$$

3 Выводы

В ходе работы с большими погрешностями (в силу выбранных методов) были получены значения для вертикальной и горизонтальной составляющих вектора магнитного поля Земли в районе города Москвы.

$$B = 0,52 \pm 0,04 \text{ Гс}$$

В действительности магнитное поле Земли в нашем районе принимает значения около 0,05..0,1 Гс.

Используя результаты измерений B_{\perp} и B_{\parallel} , получим значение β – угла наклона вектора поля:

$$\beta = \arctan \frac{B_{\perp}}{B_{\parallel}} = (69,7 \pm 3,3)^{\circ}$$

Теоретически (α, ϕ) – наклон Земли отн маг. полюсов и широта:

$$\beta = \frac{B_{\perp}}{B_{\parallel}} = \frac{\frac{-2m_3 \sin(\phi - \alpha)}{r^3}}{\frac{-m_3 \cos(\phi - \alpha)}{r^3}} = \arctg(2tg(\phi - \alpha)) \approx 53^{\circ}$$

Магнитный момент P_m Земли равен около $7,72 \cdot 10^{25} \text{ Гс} \cdot \text{см}^3$. По данным эксперимента он равен $9,20 \cdot 10^{25} \text{ Гс} \cdot \text{см}^3$.

Поскольку установка находится в железобетонном здании, магнитное поле в нём сильно отличается от поля Земли. Так же на показания влияет наличие поблизости электронных приспособлений связи.