

INFORME DE LABORATORIO 1 DE ALGORITMOS NUMÉRICOS:
MÉTODOS NUMÉRICOS

NICOLÁS GUTIÉRREZ

Profesor: Óscar Rojas Díaz.

Santiago - Chile
21 de noviembre de 2018

TABLA DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE FIGURAS.....	v
ÍNDICE DE CUADROS	vi
CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN	7
CAPÍTULO 2. MÉTODOS NO LINEALES.....	9
2.1 ECUACIONES DE UNA VARIABLE	9
2.2 ECUACIONES MULTIVARIABLES	11
CAPÍTULO 3. MÉTODOS LINEALES.....	13
CAPÍTULO 4. RESULTADOS	15
4.1 RESULTADOS MÉTODOS NO LINEALES DE UNA VARIABLE . . .	15
4.1.1 Función 1	15
4.1.2 Función 2	19
4.2 RESULTADOS METODOS NO LINEALES MULTIVARIABLE . . .	23
4.2.1 Sistema de ecuación 1	23
4.2.2 Sistema de ecuación 2	24
4.3 RESULTADOS METODOS LINEALES	25
4.3.1 matriz 289x289	25
4.3.2 matriz 1084x1084	26
4.3.3 matriz 4225x4225	28
CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	31

5.1	MÉTODOS NO LINEALES UNA VARIABLE	31
5.1.1	Análisis para la función 1	31
5.1.2	Análisis para la función 2	33
5.1.3	Síntesis de análisis para ecuaciones no lineales de 1 variable . . .	35
5.2	MÉTODOS NO LINEALES VARIAS VARIABLES	35
5.2.1	Sistemas de ecuación 1	35
5.2.2	Sistemas de ecuación 2	36
5.3	MÉTODOS LINEALES	36
CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES		39
CAPÍTULO 7. BIBLIOGRAFÍA.....		41
CAPÍTULO 8. ANEXOS.....		43

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1: Grafico de funciones (1) y (2)	11
Figura 2-2: Sistema de ecuación (1)	11
Figura 2-3: Sistema de ecuación (2)	11
Figura 4-1: Formula para cálculo de error	15
Figura 4-2: Grafico general de convergencia de función 1.	16
Figura 4-3: Grafico de convergencia de función 1.	17
Figura 4-4: Grafico general de errores de función 1.	18
Figura 4-5: Grafico de errores de función 1.	19
Figura 4-6: Grafico general de convergencia de función 2.	20
Figura 4-7: Grafico de convergencia de función 2.	21
Figura 4-8: Grafico general de errores de función 2.	22
Figura 4-9: Grafico de errores de función 2.	23
Figura 4-10: Grafico de errores del sistema de ecuaciones 1	24
Figura 4-11: Grafico de errores del sistema de ecuaciones 2	25
Figura 4-12: Grafico de errores de matriz de 289x289	26
Figura 4-13: Grafico de tiempo de ejecución de matriz de 289x289	26
Figura 4-14: Grafico de errores de matriz de 1084x1084	27
Figura 4-15: Grafico de tiempo de ejecución de matriz de 1084x1084	28
Figura 4-16: Grafico de errores de matriz de 1084x1084	29
Figura 4-17: Grafico de tiempo de ejecución de matriz de 4225x4225	29
Figura 5-1: Grafico de Iteraciones por métodos función 1	32
Figura 5-2: Grafico de Iteraciones por métodos función 2	34

ÍNDICE DE CUADROS

Tabla 2.1: Valores iniciales para función 1.	10
Tabla 2.2: Valores iniciales para función 2.	10
Tabla 4.1: Aproximación final, error e iteraciones de función 1.	15
Tabla 4.2: Aproximación final, error e iteraciones de función 2.	19
Tabla 4.3: Aproximación final de las variables con sus errores e iteraciones para el sistema de ecuaciones 1.	23
Tabla 4.4: Aproximación final de las variables con sus errores e iteraciones para el sistema de ecuaciones 2.	24
Tabla 4.5: Tabla errores , iteraciones y tiempo de ejecución de matriz 289 . . .	25
Tabla 4.6: Tabla errores, iteraciones y tiempo de ejecución de matriz 1084 . . .	27
Tabla 4.7: Tabla errores , iteraciones y tiempo de ejecución de matriz 4225 . . .	28
Tabla 5.1: Table de raices para sistema de ecuación 1	35
Tabla 5.2: Table de raices para sistema de ecuación 2	36

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

Un método numérico es un procedimiento mediante el cual se obtiene, casi siempre de manera aproximada, la solución de ciertos problemas realizando cálculos puramente aritméticos y lógicos mayormente de forma iterativa. Una buena razón para estudiar el análisis numérico es mejorar nuestra comprensión de los conceptos de matemáticas observando como algunos de ellos deben modificarse necesariamente en las matemáticas computacionales.

En el presente informe se muestra el desarrollo de 6 métodos numéricos que solucionan problemas no lineales en MATLAB; *Bisección*, *Secante*, *Regula Falsi*, *Punto Fijo*, *Newton-Rhapson* y *Newton-Raphson* con el fin de estudiar el comportamiento de estos y ver qué tan eficientes son.

El objetivo principal de este laboratorio es analizar las características de los 6 métodos presentados, considerando la rapidez con que convergen a la solución y el tamaño del error de cada uno de ellos, tomando en cuenta todas las iteraciones realizadas. Para esto, es necesario programar los algoritmos revisados en las clases de cátedra, consiguiendo manejo básico de la programación en MATLAB; y utilizando los gráficos que puede realizar este programa para de esta forma, consolidar los conocimientos obtenidos en las clases teóricas.

Aparte de los 6 métodos para problemas no lineales, se verá también 5 métodos para resolver problemas lineales; *Gauss-Jacobi*, *Gauss-Seidel*, *Doolittle*, *Cholesky* y *QR*.

En este informe se presentan las funciones cuya solución será aproximada con cada uno de los métodos. En la parte ya netamente de desarrollo se muestran los gráficos correspondientes del error y de la aproximación de cada uno de los métodos. Para continuar, se presenta un análisis de los gráficos obtenidos como resultados, para de esta forma poder comparar cada uno de los métodos y de la rapidez con que convergen a la aproximación de la solución. Finalmente, se presentan algunas conclusiones del trabajo realizado.

CAPÍTULO 2. MÉTODOS NO LINEALES

En este capítulo se presentan los métodos para resolver ecuaciones no lineales. En este punto, es necesario definir con que ecuaciones se está trabajando. Se presentarán en particular dos gráficos por cada función; Grafico de convergencia (valores vs iteraciones) y Grafico de errores (errores vs iteraciones). Es importante destacar que para todos los métodos se ha utilizado una tolerancia de 10^{-15}

2.1 ECUACIONES DE UNA VARIABLE

En esta seccion se trabajará con 2 ecuaciones que serán resueltas por 5 métodos distintos. La descripción de cada método se puede encontrar en el Anexo, por lo que si se necesita saber cómo trabajan cada uno de los métodos, es recomendable ir a esa seccion para informase.

Las ecuaciones que serán utilizadas son:

1. $f(x) = 2x - 2^{-x}$

2. $f(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 2$

Puesto que el método de punto fijo requiere de una función contractiva $x = g(x)$, se describen las funciones contractivas para ambas funciones:

1. $x = 2^{-(x+1)}$

2. $x = -(x^3/7) + (x^2/2) + (1/7)$

Dado que los métodos necesitan ser evaluados en ciertos puntos, a continuación, se muestran los puntos en donde las funciones han sido evaluadas.

Método	a	b
Bisección	-5	10
Secante	-5	10
Regula Falsi	-5	10
Punto Fijo	2	-
Newton R.	-5	-

Tabla 2.1: Valores iniciales para función 1.

Los valores para la función 2 son:

Método	a	b
Bisección	-5	10
Secante	-5	10
Regula Falsi	-5	10
Punto Fijo	2	-
Newton R.	-5	-

Tabla 2.2: Valores iniciales para función 2.

El punto de escogido para el método de punto fijo es diferente ya que este método tiene una restricción la cual es $|g'(x)| < 0$, siendo $g(x)$ la función contractiva de las $f(x)$ mencionadas anteriormente.

Es importante destacar que el comportamiento de las funciones es completamente distinto, por lo que los puntos fueron escogidos graficando las funciones.

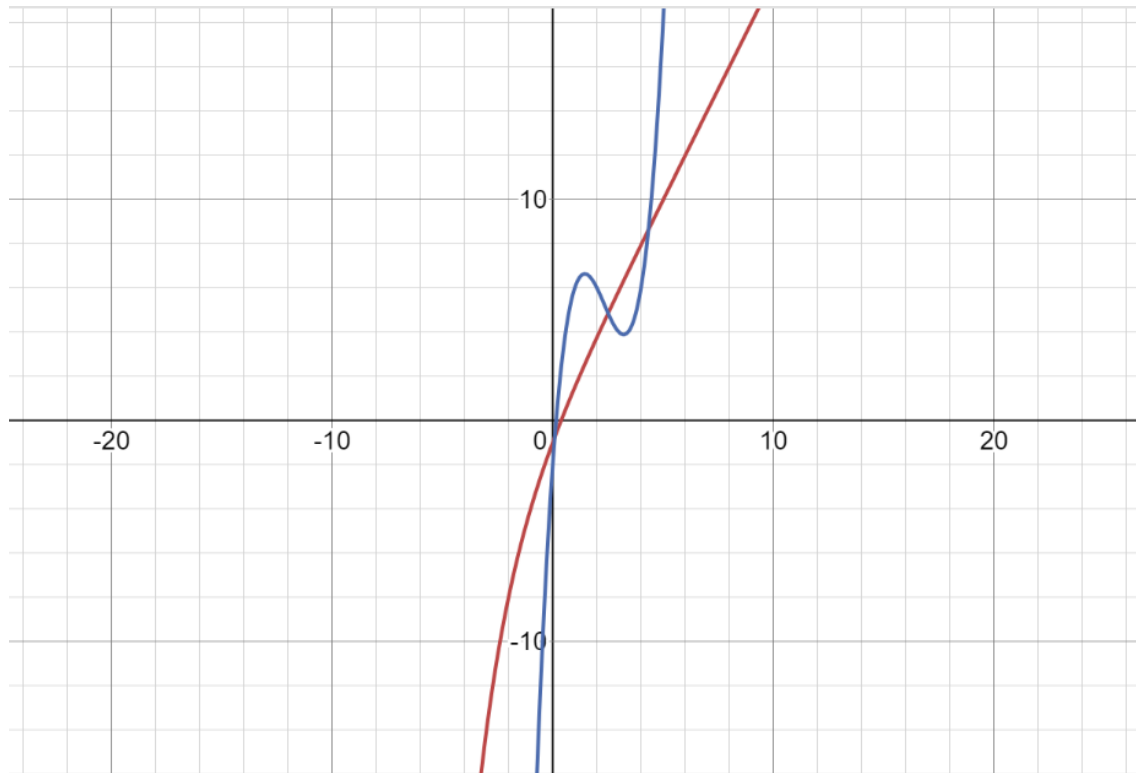


Figura 2-1: Grafico de funciones (1) y (2)

En la figura se puede ver de color rojo la función (1) y de color azul la función (2). Se puede ver que las raíces de ambas funciones se encuentran en los intervalos $[a = -5, b = 10]$

2.2 ECUACIONES MULTIVARIABLES

Uno de los métodos numéricos que logra dar con las soluciones de un sistema de ecuaciones, es el método de Newton-Rhapson para múltiples variables. Para este laboratorio se han dado dos sistemas de ecuaciones:

$$\begin{cases} x_1^2 - 10x_1 + x_2^2 + 8 = 0 \\ x_1x_2^2 + x_1 - 10x_2 + 8 = 0 \\ X_{(0)} = (0, 0)^T \end{cases}$$

Figura 2-2: Sistema de ecuación (1)

$$\begin{cases} x_1^2 + x_2 - 37 = 0 \\ x_1 - x_2^2 - 5 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - 3 = 0 \\ X_{(0)} = (0, 0, 0)^T \end{cases}$$

Figura 2-3: Sistema de ecuación (2)

Para este caso, los valores iniciales están definidos todos en 0.

CAPÍTULO 3. MÉTODOS LINEALES

Son métodos que logran resolver ecuaciones lineales, para este laboratorio se trabajara con estos métodos en forma de matrices:

1. Gauss-Jacobi
2. Gauss-Seidel
3. Doolittle (LU)
4. Cholesky (LLT)
5. QR

Es importante hacer una distinción en estos métodos, ya que existen los métodos iterativos (Gauss-Jacobi y Gauss-Seidel) y los métodos directos (Doolittle, Crout, Cholesky y QR). Se recomienda ver los Anexos para informarse sobre estos métodos.

Para poder ver el funcionamiento correcto de estos métodos, se ha facilitado 3 sistemas de matrices de diferentes tamaños:

1. 289×289
2. 1084×1084
3. 4225×4225

El fin de estas matrices de diferentes tamaños es ver el comportamiento de los métodos ya en forma de algoritmos, en el sentido de cuanto pueden llegar a demorar y si logran resolver los sistemas de ecuaciones lineales.

En próximos capítulos se darán los resultados de estos métodos.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos a través de la programación de los métodos en MATLAB, de esta forma se han podido generar gráficos para cada función. Este capítulo se divide en distintas secciones que abordan cada tópico.

Antes de pasar a describir los resultados de los métodos se debe dar la fórmula para el cálculo de error:

$$\epsilon_r = \frac{Xi - Xv}{Xv} = \frac{|\Delta x|}{Xv}$$

Dónde:

Δx = Cociente de error Absoluto

X_v = Valor real de la Magnitud

Figura 4-1: Formula para cálculo de error

4.1 RESULTADOS MÉTODOS NO LINEALES DE UNA VARIABLE

4.1.1 Función 1

Para la función $f(x) = 2x - 2^{-x}$ se han obtenido los siguientes resultados:

Método	Aproximación	Error	iteraciones
Bisección	0.383332347981062	8.326672684688674e-16	54
Punto Fijo	0.383332347981062	1.448120711012897e-16	29
Secante	0.383332347981062	1.448120711012897e-16	10
Regula Falsi	0.383332347981063	2.316993137620623e-15	92
Newton R.	0.383332347981062	0	8

Tabla 4.1: Aproximación final, error e iteraciones de función 1.

La tabla muestra los valores finales junto con su error y las iteraciones para llegar a un error menor que la tolerancia. Si ahora se ve cómo va convergiendo cada método al valor final, se puede mostrar el siguiente gráfico.

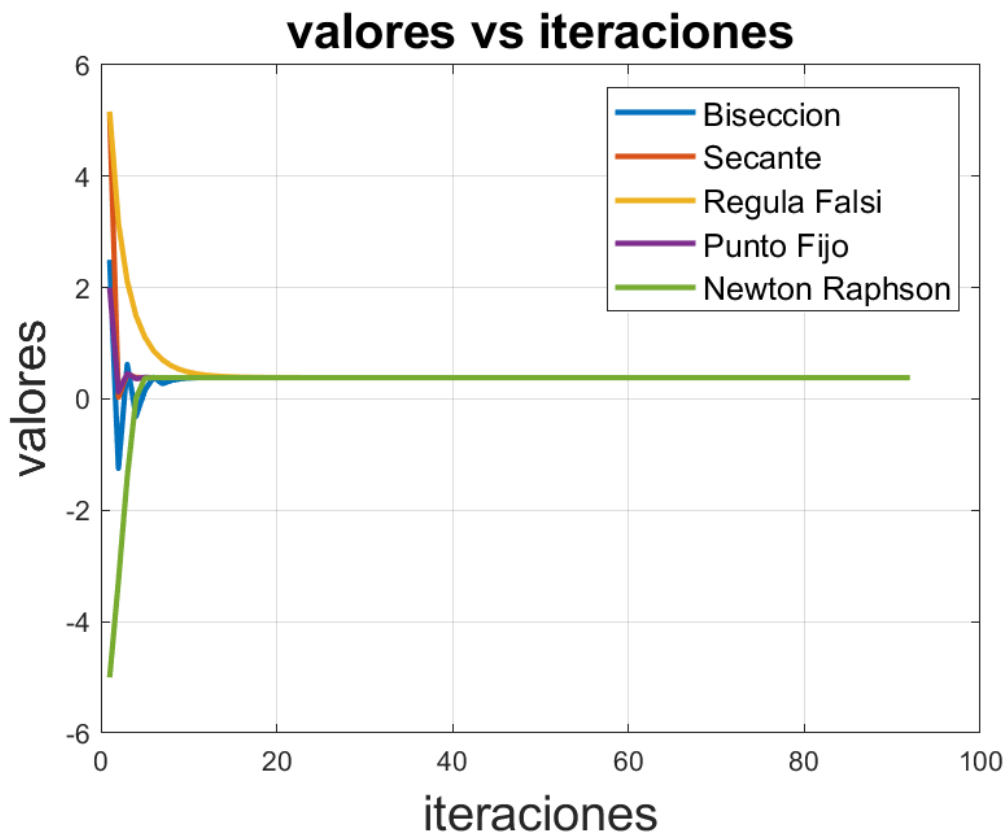


Figura 4-2: Grafico general de convergencia de función 1.

Se puede notar que después de llegar al valor con la tolerancia dada, el valor sigue constante. Si se hace un zoom al grafico se pue ver como actual los métodos;

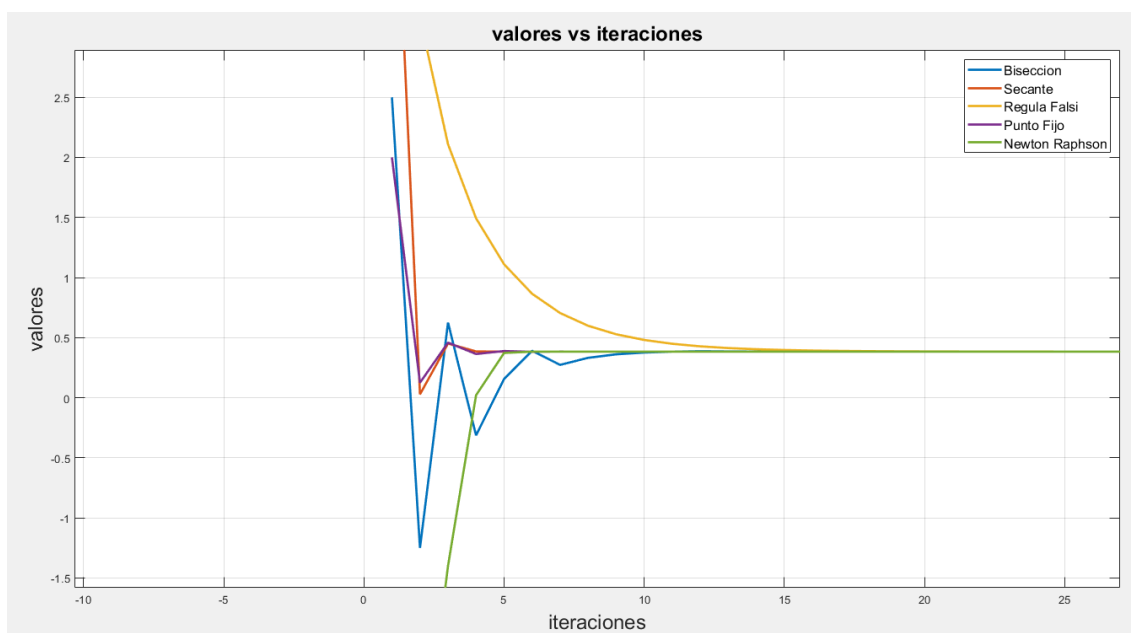


Figura 4-3: Grafico de convergencia de función 1.

Si ahora se estudia la evolución de los errores respecto a las iteraciones:

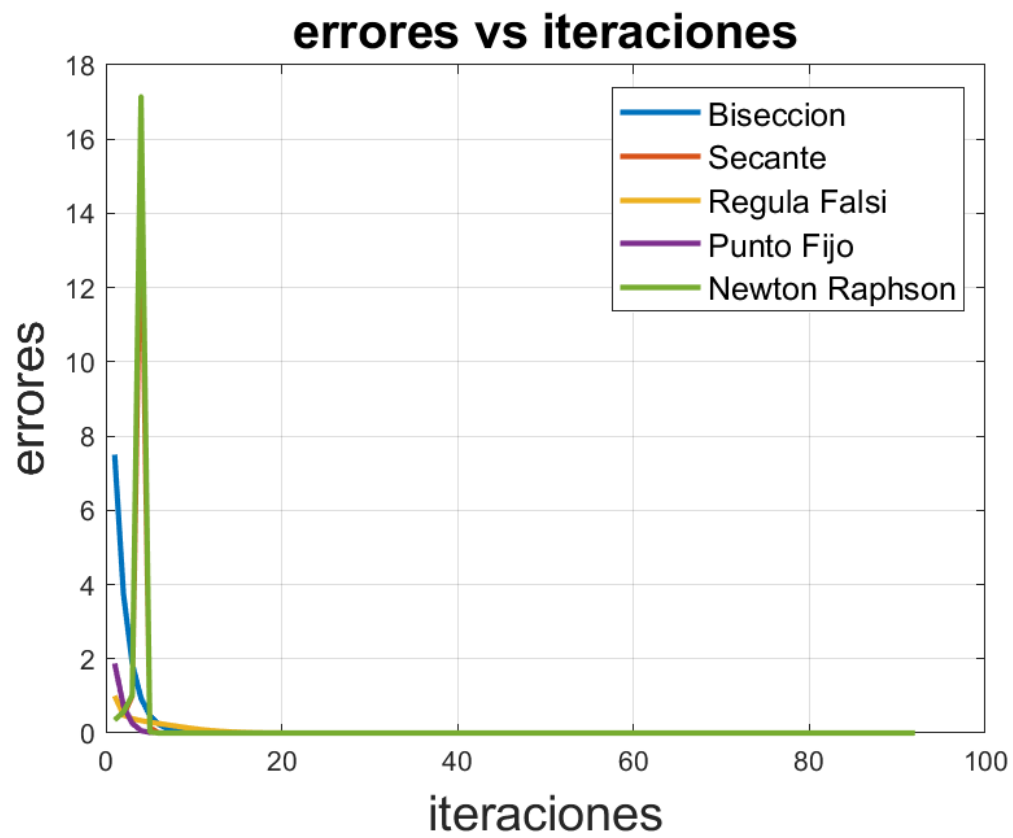


Figura 4-4: Grafico general de errores de función 1.

Se puede ver que los errores convergen a 0 antes 20 iteraciones. Si ahora se ve un zoom a este gráfico:

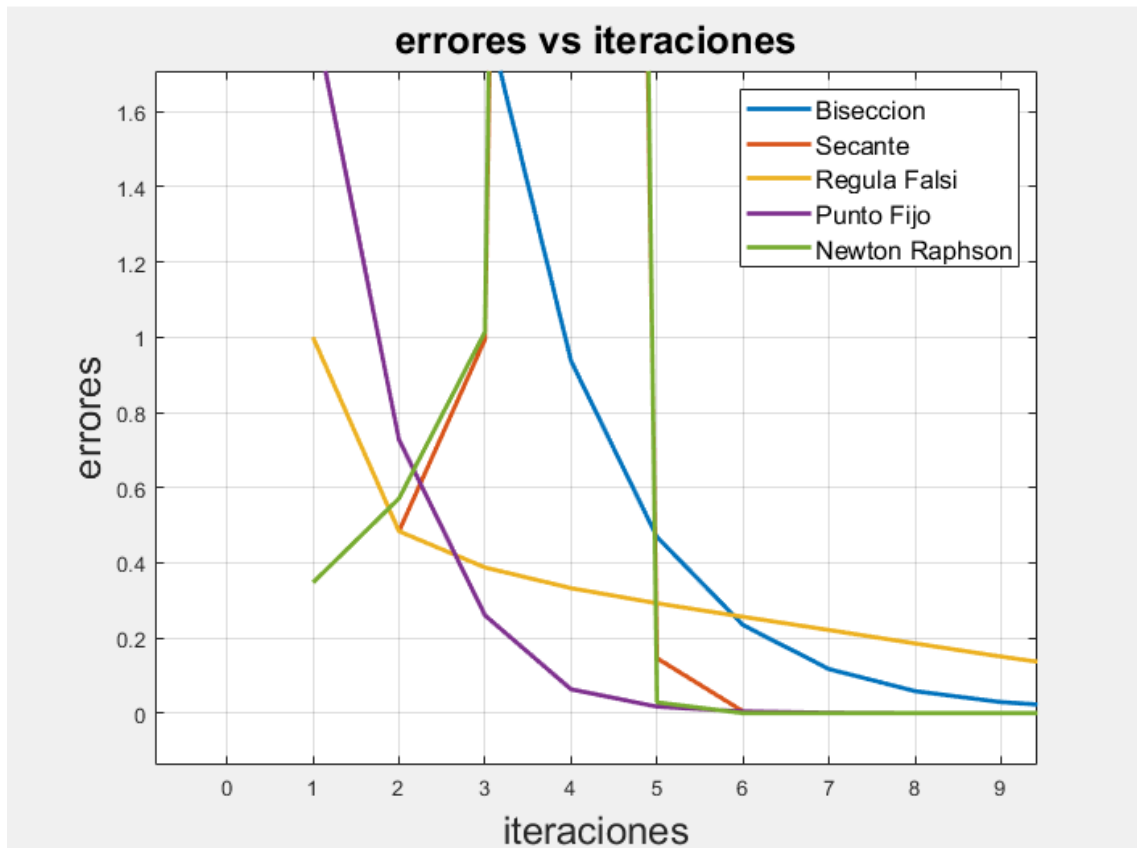


Figura 4-5: Gráfico de errores de función 1.

4.1.2 Función 2

Para la función $f(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 2$ se han obtenido los siguientes resultados:

Método	Aproximación	Error	iteraciones
Bisección	0.154533908564068	8.326672684688674e-16	54
Punto Fijo	0.154225906490042	5.399010370042031e-16	22
Secante	0.154533908564067	1.526670715346805e-14	12
Regula Falsi	0.154533908564069	5.747466222482071e-15	197
Newton R.	0.154533908564067	0	10

Tabla 4.2: Aproximación final, error e iteraciones de función 2.

La tabla muestra los valores finales junto con su error y las iteraciones para llegar a un error menor que la tolerancia. Si ahora se ve cómo va convergiendo cada método al valor final, se puede mostrar el siguiente gráfico.

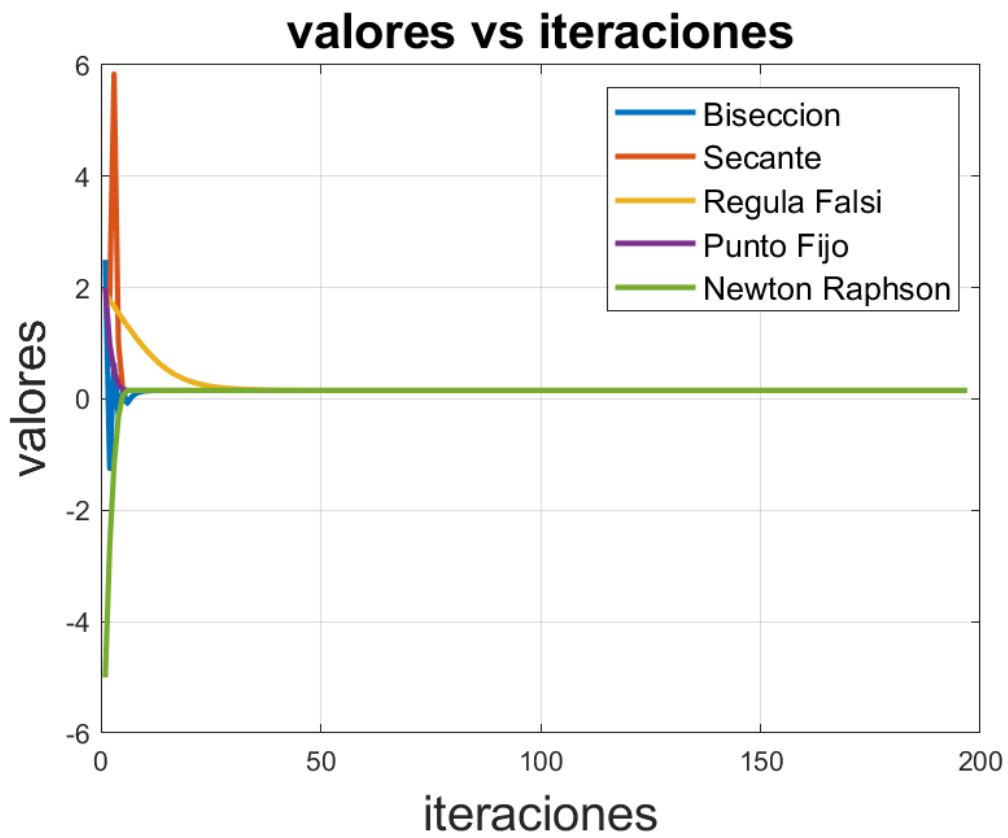


Figura 4-6: Grafico general de convergencia de función 2.

Se puede notar que después de llegar al valor con la tolerancia dada, el valor sigue constante. Si se hace un zoom al grafico se pue ver como actual los métodos;

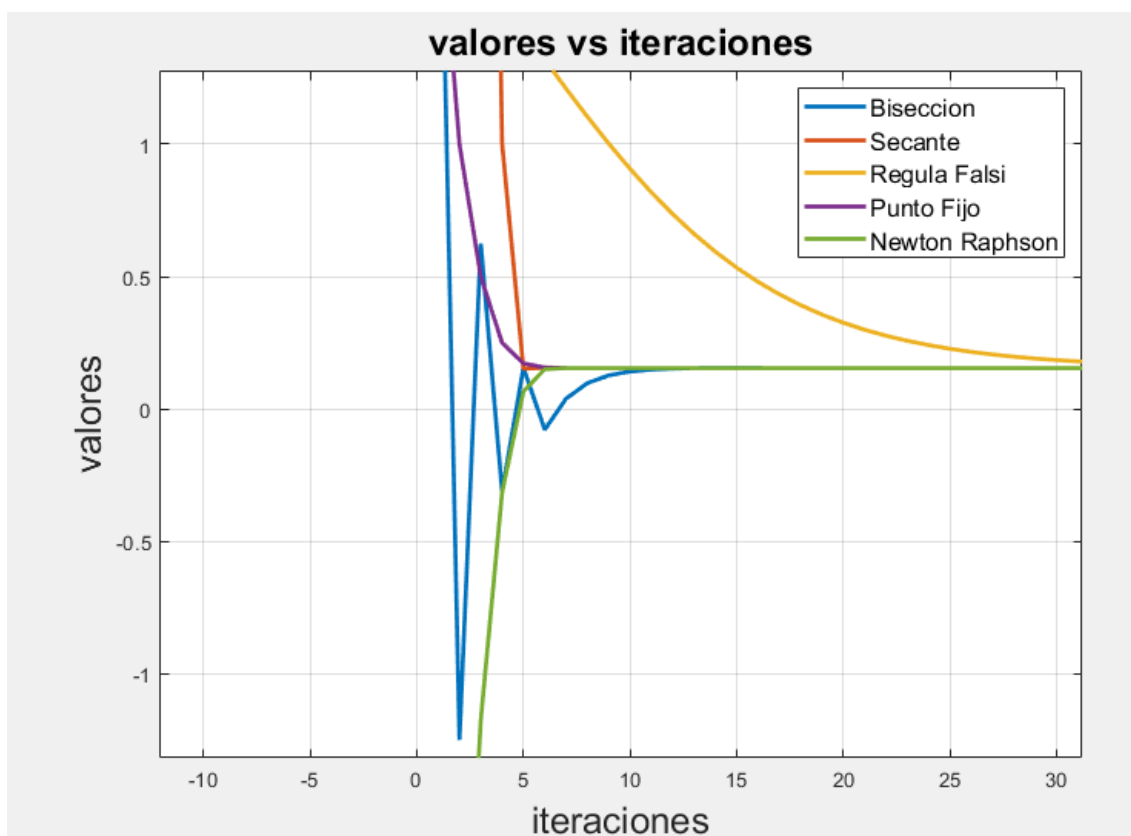


Figura 4-7: Grafico de convergencia de función 2.

Si ahora se estudia la evolución de los errores respecto a las iteraciones:



Figura 4-8: Grafico general de errores de función 2.

Si ahora se ve un zoom a este gráfico:

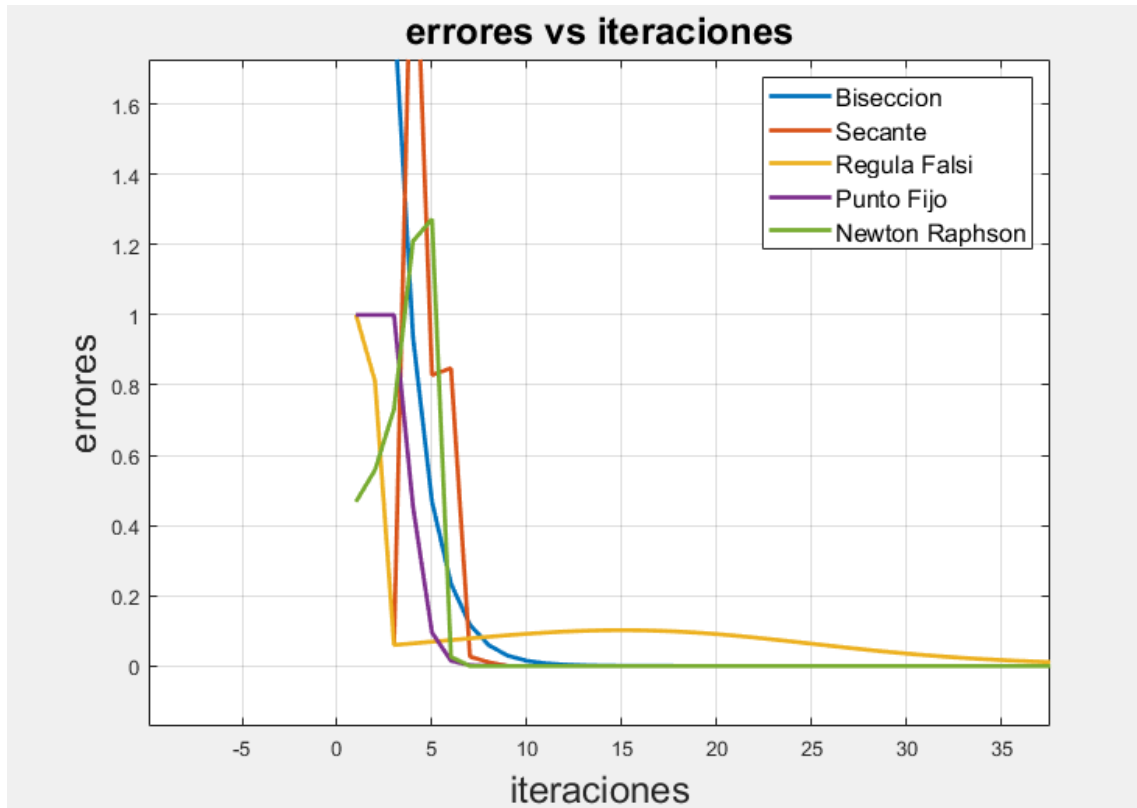


Figura 4-9: Grafico de errores de función 2.

4.2 RESULTADOS METODOS NO LINEALES MULTIVARIABLE

4.2.1 Sistema de ecuación 1

Utilizando el método de newton Rhapsom para el sistema de ecuaciones 1, se obtuvieron los siguientes resultados:

X1	X2	Error	iteraciones
8.813590390641403	0.578800358595995	9.951730048070020e-16	710

Tabla 4.3: Aproximación final de las variables con sus errores e iteraciones para el sistema de ecuaciones 1.

Si se ve la evolución del error de este método:

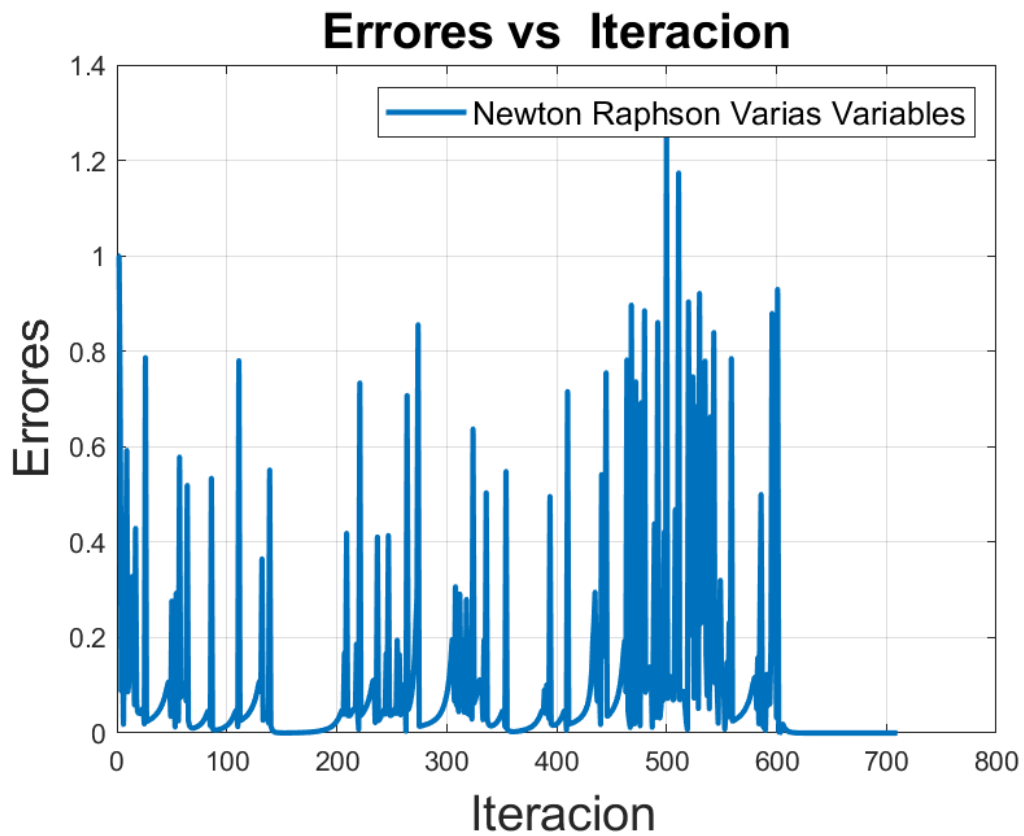


Figura 4-10: Grafico de errores del sistema de ecuaciones 1

4.2.2 Sistema de ecuación 2

Utilizando el método de newton Rhapson para el sistema de ecuaciones 2, se obtuvieron los siguientes resultados:

X1	X2	X3	Error	iteraciones
-6.003481325250978	0.041642504816078	16.604669490165570	0.001273178797966	1000

Tabla 4.4: Aproximación final de las variables con sus errores e iteraciones para el sistema de ecuaciones 2.

Si se ve la evolución del error de este método:

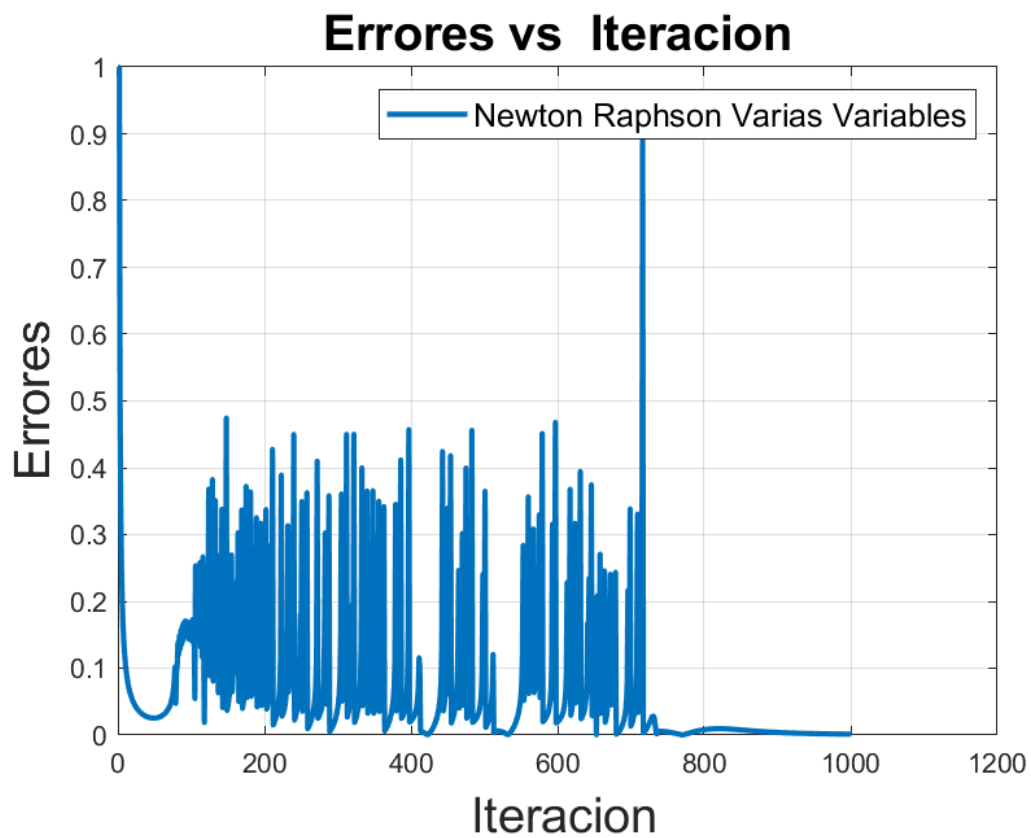


Figura 4-11: Grafico de errores del sistema de ecuaciones 2

4.3 RESULTADOS METODOS LINEALES

4.3.1 matriz 289x289

Método	error	iteraciones	tiempo
Gauss-Jacobi	6.430994017484909e-21	1000	0.4392
Gauss-Seidel	1.833115334423967e-20	96	0.3542
Doolittle	2.206155357251216	-	0.0485
Cholesky	3.151068107105793	-	0.1513
QR	2.980605662730484e-15	-	0.0807

Tabla 4.5: Tabla errores , iteraciones y tiempo de ejecución de matriz 289

Para los métodos iterativos, Gauss-Jacobi y Gauss-Seidel, se obtuvo el siguiente gráfico de error:

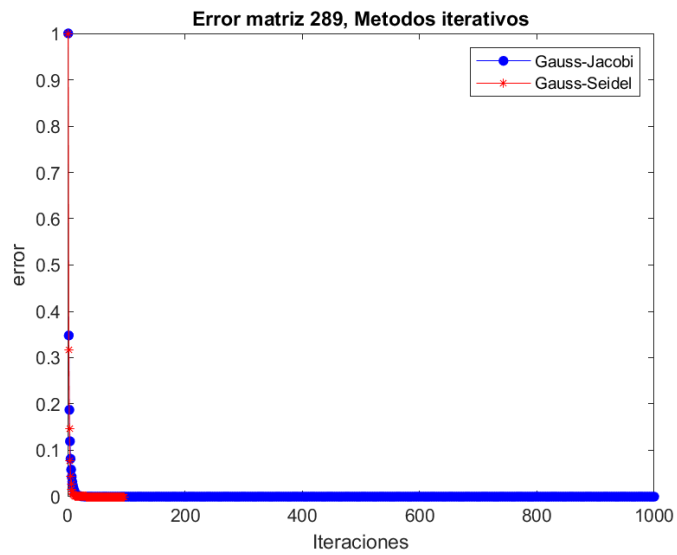


Figura 4-12: Grafico de errores de matriz de 289x289

Para estos mismos métodos, se obtuvo un gráfico de eficiencia con la métrica de tiempo de ejecución de cada método:

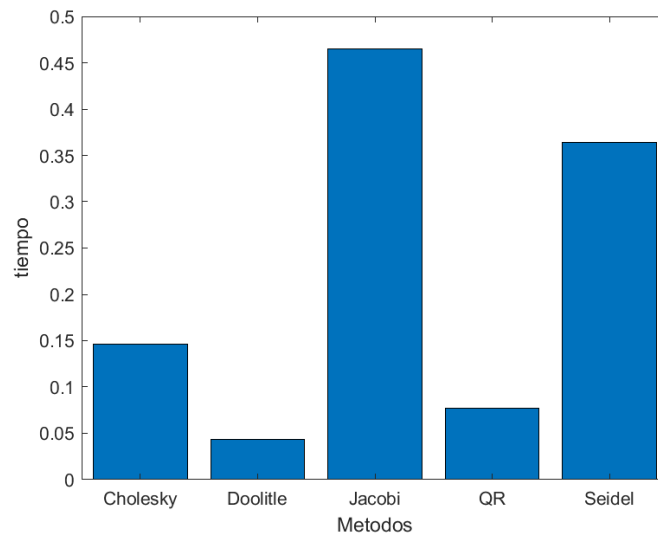


Figura 4-13: Grafico de tiempo de ejecución de matriz de 289x289

4.3.2 matriz 1084x1084

Método	error	iteraciones	tiempo
Gauss-Jacobi	2.051437648093872e-20	704	14.3817
Gauss-Seidel	1.146788508185048e-21	355	14.4872
Doolittle	13.549748057885855	-	6.1512
Cholesky	5.283192595769841	-	3.1422
QR	1.160573078913017e-14	-	2.3405

Tabla 4.6: Tabla errores, iteraciones y tiempo de ejecución de matriz 1084

Para los métodos iterativos, Gauss-Jacobi y Gauss-Seidel, se obtuvo el siguiente gráfico de error:

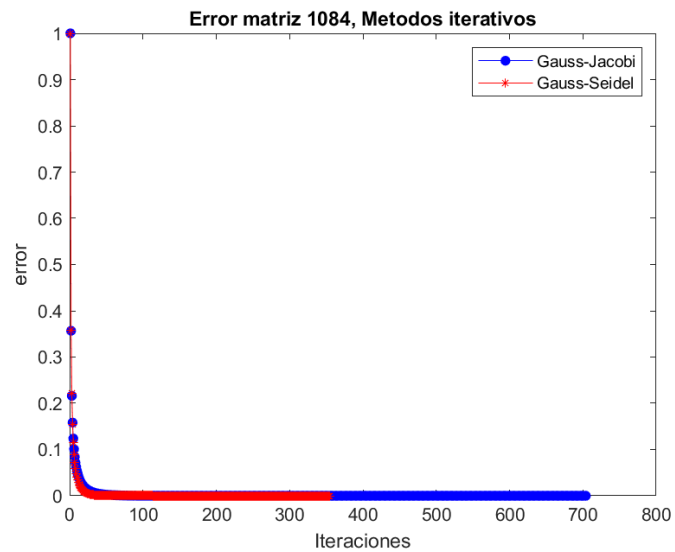


Figura 4-14: Gráfico de errores de matriz de 1084x1084

Para estos mismos métodos, se obtuvo un gráfico de eficiencia con la métrica de tiempo de ejecución de cada método:

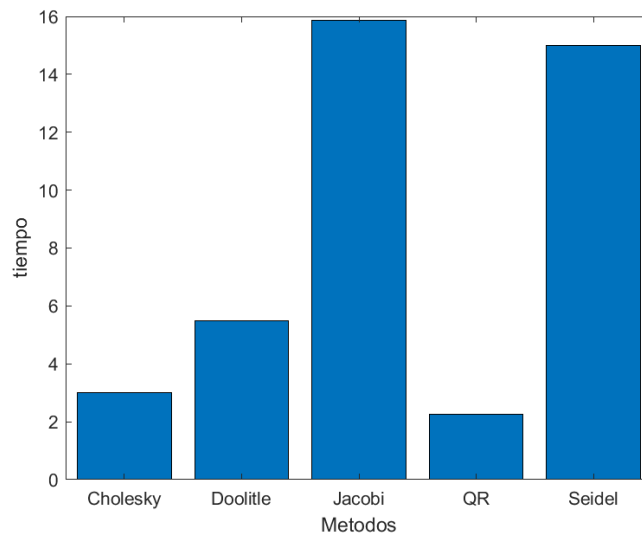


Figura 4-15: Grafico de tiempo de ejecución de matriz de 1084x1084

4.3.3 matriz 4225x4225

Método	error	iteraciones	tiempo
Gauss-Jacobi	7.323042684815082e-09	1000	283.8027
Gauss-Seidel	1.311922240774453e-14	1000	284.4582
Doolittle	65.130340483177250	-	566.4486
Cholesky	27.307890152161580	-	97.9417
QR	8.407772055268296e-14	-	217.2127

Tabla 4.7: Tabla errores , iteraciones y tiempo de ejecución de matriz 4225

Para los métodos iterativos, Gauss-Jacobi y Gauss-Seidel, se obtuvo el siguiente gráfico de error:

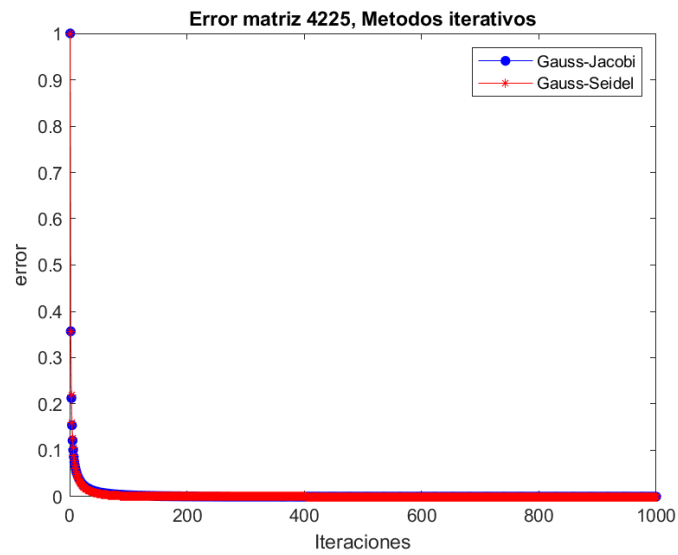


Figura 4-16: Grafico de errores de matriz de 1084x1084

Para estos mismos métodos, se obtuvo un gráfico de eficiencia con la métrica de tiempo de ejecución de cada método:

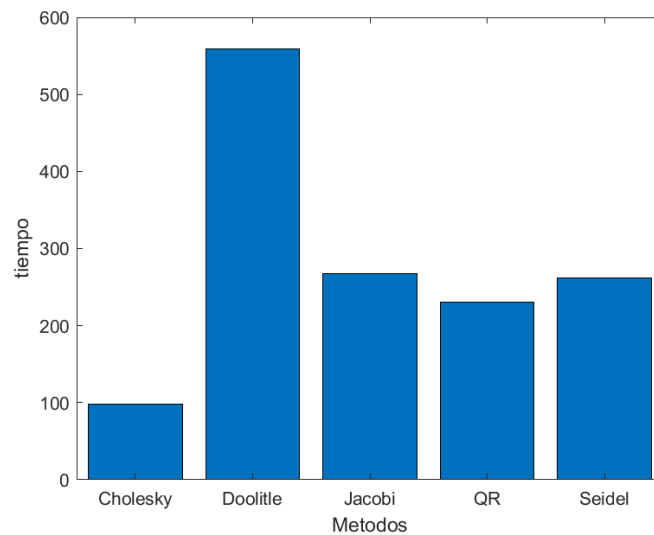


Figura 4-17: Grafico de tiempo de ejecución de matriz de 4225x4225

CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para analizar los resultados de forma más ordenada y entendible, este capítulo se divide en secciones de acuerdo a cada una de las funciones, y, además, se divide de acuerdo a cada uno de los gráficos presentados (de aproximación o de error).

5.1 MÉTODOS NO LINEALES UNA VARIABLE

En esta parte se analizará los métodos no lineales para las funciones o sistemas de funciones presentados en capítulos anteriores.

Se debe recordar que en esta sección se analizará el comportamiento de los métodos:

- Bisección
- Regula Falsi
- Punto fijo
- Secante
- Newton R.

5.1.1 Análisis para la función 1

Recordar que la función 1 es $f(x) = 2x - 2^{-x}$.

Para esta función se obtuvo que el valor de la raíz es: $x = 0,383332347981062$, pero, ¿Cómo saber si este valor es correcto? Basta con reemplazar este valor en la función original lo que, si se hace con una calculadora, el valor de la función será un número muy cercano a 0 (o 0 por el truncamiento de la calculadora).

Ahora si se analiza la cantidad de iteraciones que necesita cada método para llegar a un valor con un error menor a una tolerancia de 10^{-15} , se tiene el siguiente gráfico:

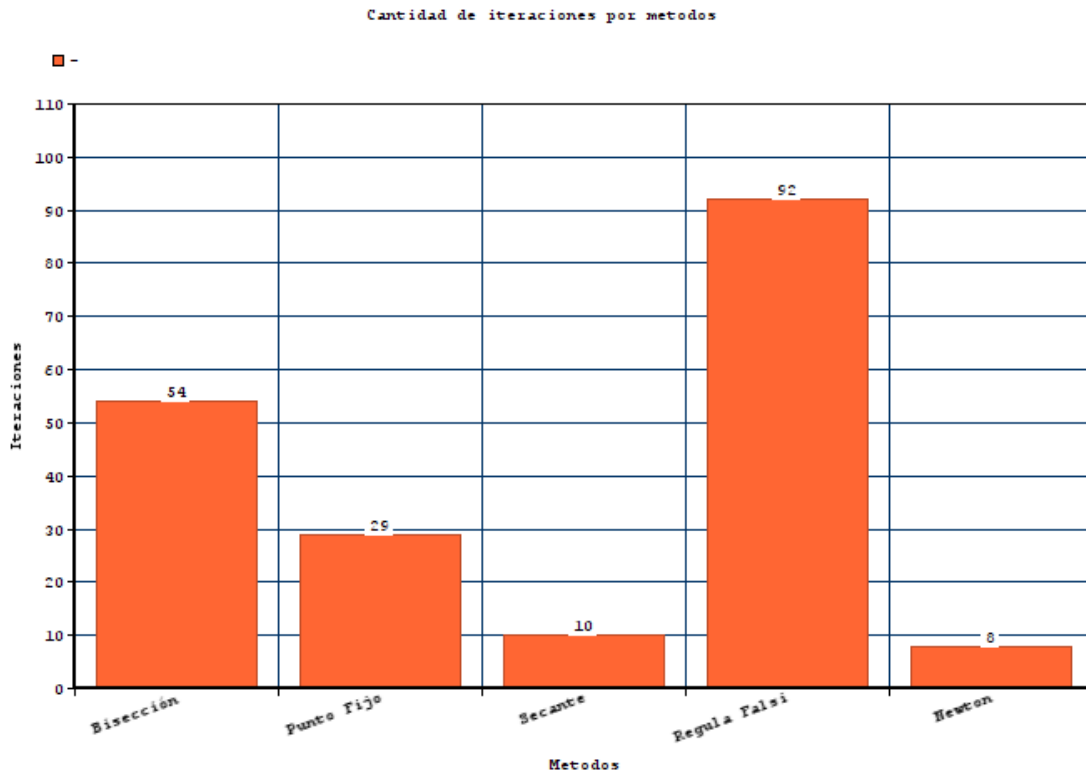


Figura 5-1: Grafico de Iteraciones por métodos función 1

Como se puede ver en el gráfico, el método que le tomó más iteraciones para llegar a un valor con error menor a la tolerancia, fue el método de Regula Falsi. Esto se debe a la naturaleza de la función. Como se pudo ver en el capítulo 2, la función 1, es creciente de forma exponencial, por lo que si se tiene que evaluar en los números negativos crecerá (negativamente) muy rápido, por lo que no se necesitan muchos X para que la función tome un valor absoluto muy alto. Como regula falsi va evaluando la función y sacando los valores de X donde esta esa función, la diferencia entre esos X va a ser muy pequeña, es decir, no habrá mayor cambio de una iteración a otra. En este sentido, necesitará más iteraciones para aproximar la X.

De este Grafico también se obtiene que Newton Raphson es el metodo mas rápido en tema de iteraciones ya que solo se ha demorado 8 iteraciones para llevar a un valor cercano. Si se analiza el por que, se tiene que el metodo posee un error que crece de forma

cuadrática respecto a su iteración anterior por lo que va a converger más rápido que otros métodos. Hay que notar también que el error en la última iteración es 0, esto se debe a un error de truncamiento de MATLAB ya que el error en la última iteración posee un exponente negativo muy grande por lo que termina convergiendo a 0.

Al revisar los métodos de Newton-Raphson y el de la secante, se puede ver en el gráfico que son bastante similares en cuanto a su cantidad de iteraciones, esto claramente explicado por la forma que se expresa la secante, que es casi igual a la pendiente. Esto explica el por qué estos dos métodos son bastante similares en cuanto a la aproximación que logran en las iteraciones mostradas.

Estos resultados muestran claramente lo que se ha visto en cátedra, que los métodos de aproximación convergen mucho más lento a la aproximación de la solución, comparado con métodos como el de Newton-Raphson.

Si se analiza ahora el error que hay en las aproximaciones, a medida que las iteraciones van avanzando, el error va disminuyendo, es decir, cada vez se acerca más a la solución real. Para la mayoría de los métodos, antes de la iteración 10, el error era bastante cercano a 0.

5.1.2 Análisis para la función 2

Recordar que la función 2 es $f(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 2$.

Para esta función se obtuvo que el valor de la raíz es: $x = 0,154533908564067$, pero, ¿Cómo saber si este valor es correcto? Basta con reemplazar este valor en la función original lo que, si se hace con una calculadora, el valor de la función será un número muy cercano a 0 (o 0 por el truncamiento de la calculadora).

Ahora si se analiza la cantidad de iteraciones que necesita cada método para llegar a un valor con un error menor a una tolerancia de 10^{-15} , se tiene el siguiente gráfico:

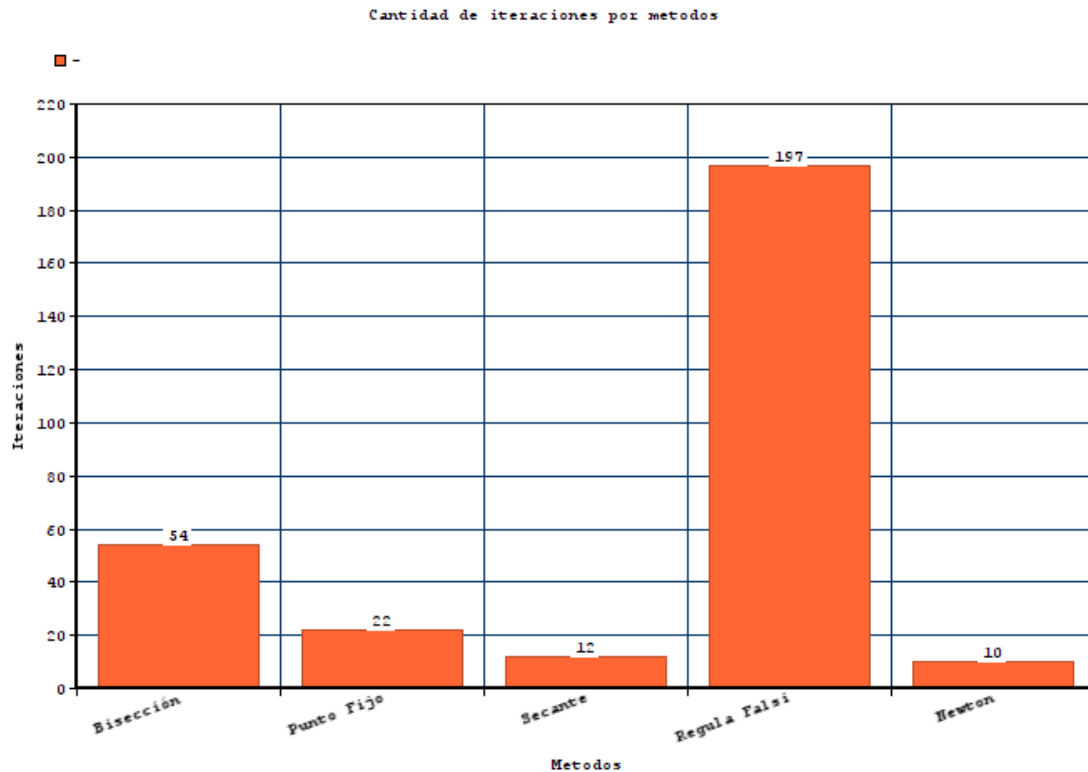


Figura 5-2: Grafico de Iteraciones por métodos función 2

En primer lugar, se analiza lo que ocurre con las aproximaciones de la raíz de esta función, se vuelve a notar la tendencia clara de que Regula Falsi toma más iteraciones para conseguir la aproximación de la raíz con la tolerancia requerida. En este caso, llega a las 197 iteraciones para conseguir una aproximación con la tolerancia requerida. El por que se repiten, es debido a la naturaleza de la ecuación, del mismo modo que la ecuación 1, esta ecuación también es exponencial (crece muy rápido a medida que avanza el eje de las abscisas)

Del mismo modo que la función anterior, los métodos de Newton R. y Secante son los que más rápido aproximan la solución tomando 10 y 12 iteraciones respectivamente. Siendo Newton R. la más rápida y precisa.

El método que converge más rápido es el método Newton-Raphson de segundo orden, demorándose solamente 2 iteraciones en encontrar la aproximación con la tolerancia

pedida.

Si se analiza el error de la aproximación, se nota claramente la tendencia que se dio en la función 1, donde la bisección es la que tiene el mismo error y la misma cantidad de iteraciones.

5.1.3 Síntesis de análisis para ecuaciones no lineales de 1 variable

El comportamiento de los métodos fue similar para ambas funciones esto está dado ya que los puntos que se escogieron fueron iguales para ambos casos. Dado que las funciones se comportan similar en estos puntos, (ambas son crecientes y para los números negativos toman valores muy grandes).

El método más rápido para ambos casos fue el de Newton R. seguido por Secante. Esto quiere decir que los métodos cumplen con su cometido ya que dan los valores aproximados correctos a la raíz de las funciones.

5.2 MÉTODOS NO LINEALES VARIAS VARIABLES

En este caso solo se debe analizar el método de Newton-Raphson multivariable. Cabe destacar que para este laboratorio el método fue aplicado sin utilizar la función *jacobian()* de MATLAB, sin embargo se ha utilizado la función de *diff()* para el cálculo de derivadas

5.2.1 Sistemas de ecuación 1

Para este sistema se tuvieron los resultados : $x_1 = 8,813$, $x_2 = 0,57$ Si ahora se reemplazan en el sistema de ecuaciones 1, se pueden ver que los resultados son completamente distintos a 0, no cumpliendo con el sistema. Si se resuelve el sistema con otros métodos (no iterativos) de forma convencional se tiene que los resultados son:

X1	X2
1	1
2.19344	3.02047

Tabla 5.1: Table de raíces para sistema de ecuación 1

Claramente los valores obtenidos por este método son completamente distintos lo que se traduce a que el método no ha funcionado como se esperaba.

Esto se puede comprobar viendo el grafico de error obtenido por este metodo donde se puede ver una irregularidad a medida que avanzan las iteraciones. Esto provoca un desfase en cada iteración perdiendose el valor que se iba aproximando. Esto puede explicar los valores anormales en el resultado.

Si bien los valores convergieron a uno donde el error fue menor a la tolerancia, este valores no son correctos lo que dice que no hay que solo fijarse en el la convergencia del error a 0 ya que como la formula del error solo nos dice que tanto se vario del valor anterior, si el valor anterior termina convergiendo a un numero, este no necesariamente sea la solución.

5.2.2 Sistemas de ecuación 2

Para este sistema se tuvieron los resultados : $x_1 = -6,003$, $x_2 = 0,0416$, $x_3 = 16,604$ Si ahora se rempazan en el sistema de ecuaciones 1, se pueden ver que los resultados son completamente distintos a 0, no cumpliendo con el sistema. Si se resuelve el sistema con otros metodos (no iterativos) de forma convencional se tiene que los resultados son:

X1	X2	X3
6	1	-4
6.17107	-1.08216	-2.08891

Tabla 5.2: Table de raices para sistema de ecuación 2

Al igual que el caso anterior, los valores no son los correctos de la solucion del sistema de ecuaciones. Esto a su vez tambien nos da un grafico de error donde la variacion en la iteración 1000 fue haciendose mas pequeña.

En sintesis y para ambos casos , el metodo de Newton-Rhapson no fue efectivo.

5.3 MÉTODOS LINEALES

En esta sección se describen los metodos lineales aplicados a las matrices de diferentes tamaños. No se hara la separacion entre los tamaños ya que el comportamiendo fue similar (exeptuando por los tiempos)

Si se analizan los valores de los errores, estos fueron convergiendo a 0 (para los metodos iterativos) llegando a valores de error del orden de 10^{-20} . Dado que el cambio de

los errores fue constante y no vario o hubo una recta irregular, las soluciones para las ecuaciones lineales fue efectivo en todos los casos (para los 3 tamaños)

Sin embargo donde hay diferencia es en el tiempo de ejecución de los metodos.

Se puede ver que el metodo de Doolittle es rápido para tamaños de matrices pequeñas, a medida aumentan su tamaño, el metodo de Doolittle se dispara en costo. Esto se debe a la gran cantidad de iteraciones que debe hacer este metodo (multiplicacion de matrices, suma de valores, obtener soluciones, transformar las soluciones, invertirlas ,etc) como el metodo LU lo aplican Doolittle y Crout, el comportamiendo para ambos debe ser muy similar.

Para matrices pequeñas los metodos iterativos tienden a ser mas costosos que los directos tardando mas del doble . Pero si se hace una comparación entre estos metodos, el que resulta mas rápido es Gauss-Seidel y esto tiene sentido ya que este metodo tiende a ser una mejora de Gauss-Jacobi.

Para la matriz de 4225x4225 los tiempos obtuvidos fueron aceptable donde el mayor tiempo tomado por el metodo de Doolittle fue de casi 10 min.

CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES

Luego del análisis de los resultados, presentado en el capítulo anterior, se puede apreciar claramente que hay muchas diferencias en los métodos numéricos que se aplican para aproximar la solución de la misma ecuación. Como cada método tiene características definidas, cada uno de ellos aproxima una solución con mayor o menor error.

claramente el comportamiento de la función va a ser clave para el comportamiento de los propios métodos, sin embargo a los métodos que más afectan el tipo de función son los métodos de Regula Falsi y punto fijo ya que estos métodos dependen de cómo es la función para poder operar. punto fijo necesita que exista una función contractiva que se pueda utilizar y no siempre existe alguna que cumpla con la condición. Para el caso particular de este laboratorio, fue costoso encontrar una función contractiva que cumpliera.

Algunas consideraciones importantes fueron la elección de puntos iniciales que es determinante a la hora de la cantidad de iteraciones necesarias para poder aproximar una solución de acuerdo a la tolerancia que se solicite. Para esto es necesario elegir bien los puntos, pudiendo usar como referencia la gráfica de la función para saber qué intervalo contiene a la raíz buscada. Además, otra forma de seleccionar un punto inicial adecuado es mediante la Regla de Fourier, que indica el punto adecuado de un intervalo para iniciar el proceso iterativo mediante el análisis de la primera y segunda derivada de la función. Además la tolerancia requerida juega un papel importante ya que es el nivel de error que se puede obtener al momento de iterar.

Para sintetizar el desarrollo realizado, se puede indicar que cada uno de los métodos tiene sus ventajas y desventajas, y que dependiendo de lo que se desea solucionar, se debe seleccionar el método adecuado, también en el posible gasto computacional que conlleva la aplicación de los métodos en algún lenguaje de programación específico.

Se podría decir que el objetivo del laboratorio se cumplió para los métodos no lineales de una variable y los métodos lineales, sin embargo para el método de Newton-Raphson multivariable no. Este método presentó sus fallas, esto se debe a cómo fue implementado y la cantidad de pasos que se hizo para poder programarlo. Otro punto importante dentro de esta línea es el intento de la creación de la función Ranking, esta función presentó

graves fallas al momento de escoger el un ponderado de puntajes dados por el usuario para discriminar los metodos segun su eficiencia y eficacia en torno a los costos e iteraciones. La funcion para ciertos metodos funcionaba pero a medida que se iban alternando los valores daba como solución valores anormales y claramente que escapaban al uso de esta función.

CAPÍTULO 7. BIBLIOGRAFÍA

Cobos, F. (2002). *Apuntes de Cálculo Numérico*. Universidad de Sevilla.

plaza, S. (2007). *Metodos Numericos*. Universidad de Santiago de Chile.

CAPÍTULO 8. ANEXOS