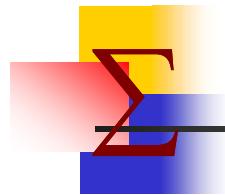
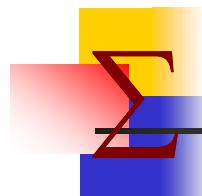


Đại Số Tuyến Tính



§4: PHÉP BIẾN ĐỔI TRỰC GIAO



§4: PHÉP BIẾN ĐỔI TRỰC GIAO



4.1 Định nghĩa. Toán tử tuyến tính f trên kg Euclide E được gọi là phép biến đổi trực giao nếu:

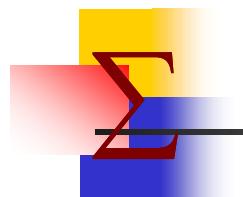
$$\langle f(x), f(y) \rangle = \langle x, y \rangle, \quad \forall x, y \in E$$

Tính chất.

$$(i) \quad \|f(x)\| = \|x\|$$

$$(ii) \quad (\widehat{f(x)}, \widehat{f(y)}) = (\widehat{x}, \widehat{y})$$

§4: PHÉP BIẾN ĐỔI TRỰC GIAO



4.2.ĐL. Toán tử tuyến tính f là trực giao khi và chỉ khi nó biến một cơ sở trực chuẩn thành một cơ sở trực chuẩn.

4.3.Đ/n Ma trận A được gọi là ma trận trực giao nếu

$$A^t = A^{-1} \text{ hay } A^t A = E$$

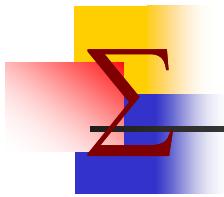
4.4. ĐL Toán tử tuyến tính f trên kg Euclide E là phép biến đổi trực giao nếu ma trận của nó theo một cơ sở trực chuẩn nào đó là ma trận trực giao.

§4: PHÉP BIẾN ĐỔI TRỰC GIAO



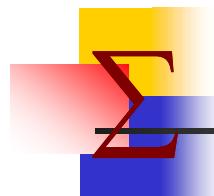
Hệ quả. Ma trận chuyển cơ sở từ một cơ sở trực chuẩn sang một cơ sở trực chuẩn khác là một ma trận trực giao. Ngược lại, mọi ma trận trực giao đều có thể xem là ma trận chuyển cơ sở từ cơ sở trực chuẩn này sang cơ sở trực chuẩn khác.

VD. $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$



Đại Số Tuyến Tính

§5: TOÁN TỬ ĐỐI XỨNG



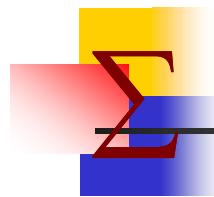
§5: TOÁN TỬ ĐỐI XỨNG



5.1 Đn. Toán tử tuyến tính f trên kg Euclide E gọi là toán tử đối xứng nếu

$$\langle f(x), y \rangle = \langle x, f(y) \rangle$$

5.2 DL. Toán tử tuyến tính f trên kg Euclide E là toán tử đối xứng nếu ma trận của nó đối với một cơ sở trực chuẩn là đối xứng.

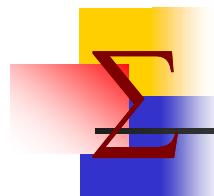


§5. TOÁN TỬ ĐỐI XỨNG



5.3 DL. Nếu A là ma trận đối xứng thì A có các tính chất dưới đây.

- (i) Mọi giá trị riêng của A đều là thực
- (ii) Pt đặc trưng có đủ n nghiệm (kể cả bội)
- (iii) Các vecto riêng ứng với các trị riêng khác nhau trực giao với nhau.
- (iv) A chéo hóa được.



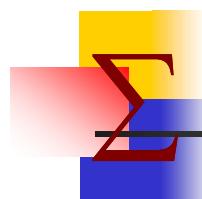
§5. TOÁN TỬ ĐỐI XỨNG



5.3 Đ/n. Mtr A gọi là chéo hóa trực giao được nếu tồn tại mtr trực giao T sao cho $T^t A T$ là mtr chéo.

5.4 ĐL. Mtr A chéo hóa trực giao được khi và chỉ khi A là mtr đối xứng.

§5. TOÁN TỬ ĐỔI XỨNG

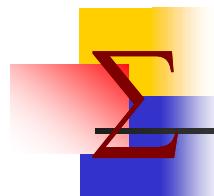


5.5. Thuật toán chéo hóa trực giao mtr đối xứng A

Bc 1. Tìm các trị riêng $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ của A tương ứng có các bội d_1, d_2, \dots, d_k với $d_1+d_2+\dots+d_k=n$.

Bc2. Với mỗi trị riêng λ_i , ta tìm một cơ sở trực chuẩn của kg riêng $P_{\lambda_i}(A)$ bằng thuật toán Gram-Smith. Khi đó, ta sẽ có một cơ sở trực chuẩn là các vectơ riêng của A.

Bc3. Lập mtr T có các cột là các vectơ trong các cơ sở trực chuẩn, ta được T là mtr trực giao, làm chéo hóa A.



§5. TOÁN TỬ ĐỐI XỨNG

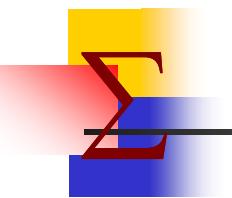
Đại Số Tuyến Tính

VD 1. Tìm mtr trực giao T làm chéo hóa các mtr sau

$$a) \quad A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$b) \quad A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad (\text{Đề IV-K49})$$

§5. TOÁN TỬ ĐỔI XỨNG



VD 2. Cho ma trận

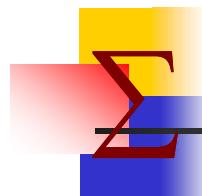
$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

i) Tìm mtr trực giao P và ma trận chéo D sao cho

$$P^{-1}AP = D$$

ii) Tính A^{10} (Đề IV-K54)

D/s: Các GTR là -5, 1, 1



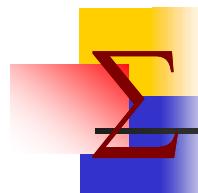
§5. TOÁN TỬ ĐỐI XỨNG



5.6. Đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc bằng phương pháp chéo hóa trực giao

G/s A, A' tương ứng là mtr của dạng toàn phương φ với cơ sở trực chuẩn E và B. Nếu T là ma trận chuyển cơ sở từ E sang B thì T là ma trận trực giao và $A' = T^t A T$.

Nếu A' có dạng chéo thì với cơ sở B, φ có dạng chính tắc.



§5. TOÁN TỬ ĐỔI XỨNG



Thuật toán:

Cho dạng toàn phương $\omega(x) = \omega(x_1, x_2, x_3)$

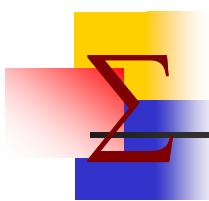
Step 1: Xác định ma trận A của dạng toàn phương.

Step 2: Chéo hóa trực giao ma trận A.

Step 3: Giả sử T là ma trận trực giao làm chéo hóa A. Khi đó $[y] = T[x]$, ta có

$$\omega(y) = \omega(y_1, y_2, y_3)$$

có dạng chéo.



§5. TOÁN TỬ ĐỐI XỨNG

Đại Số Tuyến Tính

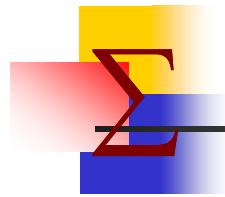
Đưa các dạng toàn phương về dạng chính tắc bằng phương pháp chéo hóa trực giao

$$(i) \quad q = -5x_3^2 - 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 6x_2x_3 \quad (\text{Đề I-K55})$$

$$(ii) \quad q = 4x_3^2 + 2x_1x_2 + 6x_1x_3 + 6x_2x_3 \quad (\text{Đề I-K55})$$

$$(iii) \quad q = 3x_1^2 + 3x_2^2 + 6x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 - 2x_2x_3 \quad (\text{Đề III-K56})$$

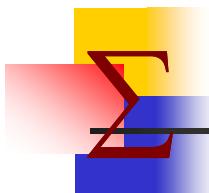
$$(iv) \quad q = 2x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - 2x_1x_2 - 4x_1x_3 - 4x_2x_3 \quad (\text{Đề IV-K56})$$



Đại Số Tuyến Tính

§6: KHÔNG GIAN HÌNH HỌC EUCLIDE

§6: KG HÌNH HỌC EUCLIDE



6.1 Định nghĩa.

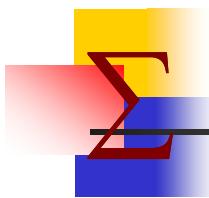
G/s E là một kg Euclide n- chiều trên trường số thực.

D/n. Tập U được gọi là ***không gian hình học Euclidean*** nếu mỗi cặp $(M, N) \in U \times U$ tương ứng với một véctơ của E, ký hiệu là \overrightarrow{MN} thỏa mãn 2 tiên đề sau:

$$(i) \quad \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}, \quad \forall M, N, P \in U$$

$$(ii) \quad \text{Với mỗi } M \in U \text{ và } \vec{a} \in E \text{ tồn tại duy nhất } N \in U \text{ để } \overrightarrow{MN} = \vec{a}$$

§6: KG HÌNH HỌC EUCLIDE



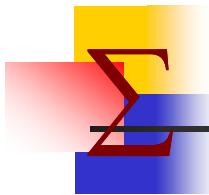
Khi U là không gian hình học Euclidean thì các phần tử của U được gọi là các **điểm**.

VD1. - Mặt phẳng hình học thông thường là một không gian hình học Euclidean hai chiều.

- Không gian hình học thông thường là một không gian hình học Euclidean ba chiều.

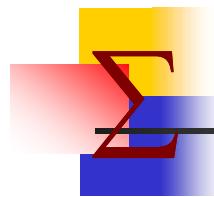
VD2. Với mỗi $M(x_1; x_2; \dots; x_n), N(y_1; y_2; \dots; y_n) \in R^n$ ta
cho tương ứng với vectơ $\overrightarrow{MN} = (y_1 - x_1, y_2 - x_2, \dots, y_n - x_n) \in \mathbb{R}^n$
Khi đó, R^n là một kg hình học Euclidean.

§6: KG HÌNH HỌC EUCLIDE



D/n 2. U là một kg hình học Euclide tựa trên E, G là một điểm của U; $\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ là một cơ sở trực chuẩn của E thì bộ $[G, (f_1, f_2, \dots, f_n)]$ được gọi là hệ tọa độ trực chuẩn của U với gốc tọa độ G.

Khi đó, với mỗi điểm M của U, tọa độ của véc tơ \overrightarrow{GM} đối với cơ sở trực chuẩn trên gọi là tọa độ của M theo hệ tọa độ $[G, (f_1, f_2, \dots, f_n)]$.



§6: KG HÌNH HỌC EUCLIDE

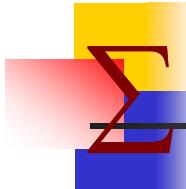


Ví dụ.

1. Hệ tọa độ Đề các Oxy trong mặt phẳng.
2. Hệ tọa độ Đề các Oxyz trong không gian.



§6: KG HÌNH HỌC EUCLIDE



6.2 Siêu phẳng và đường thẳng.

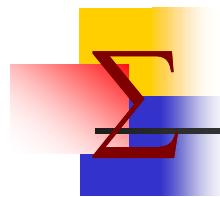
D/n 1. Cho kg Euclide U tựa trên E. Tập con

$$P = \{M(x_1, x_2, \dots, x_n) \in U \mid a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b\}$$

với $(a_1, a_2, \dots, a_n) \neq (0; 0; \dots; 0)$ gọi là một siêu phẳng của U.

Khi đó, $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$ gọi là phương trình của P.

Ví dụ. Đường thẳng trong mặt phẳng, mặt phẳng trong không gian.



§6: KG HÌNH HỌC EUCLIDE



Đn 2.

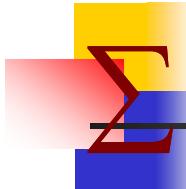
Đường thẳng D của không gian Euclidean U là tập con của U có dạng

$$D = \left\{ M(x_1, x_2, \dots, x_n) \middle| \begin{cases} x_1 = x_1^0 + a_1 t \\ x_2 = x_2^0 + a_2 t \\ \dots \\ x_n = x_n^0 + a_n t \end{cases} \right\}$$

với $(a_1, a_2, \dots, a_n) \neq (0; 0; \dots; 0)$



§6: KG HÌNH HỌC EUCLIDE

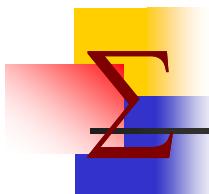


6.3 Măt bâc hai.

D/n 1. Tập con S trong kg hình học Euclide n chiều U tựa trên E được gọi là một măt bâc hai, nếu với mỗi hệ tọa độ trực chuẩn $[G, (f_1, f_2, \dots, f_n)]$ của U thì

$$S = \left\{ M(x_1, x_2, \dots, x_n) \in U \mid \sum_{i,j=1}^n a'_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n b_i x_i + c = 0 \right\}$$

trong đó a'_{ij} không đồng thời bằng 0 và b_1, b_2, \dots, b_n, c là các hằng số xác định.



§6: KG HÌNH HỌC EUCLIDE



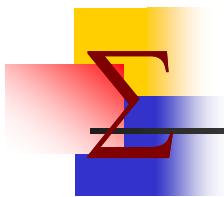
VD1. Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn, các đường conic là một mặt bậc 2:

$$(C) (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

$$(E) \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (H) \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (P) y = ax^2$$

VD2. Trong không gian Oxxyz, mặt cầu là một mặt bậc 2:

$$(C) (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$$



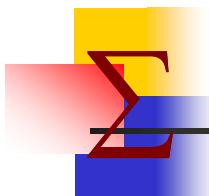
§6: KG HÌNH HỌC EUCLIDE



NX. Nếu đặt $a_{ij} = \frac{1}{2}(a'_{ij} + a'_{ji})$ thì $A = [a_{ij}]$ là một ma trận đối xứng và

$$\sum_{i,j=1}^n a'_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n b_i x_i + c = [\mathbf{x}]^t A[\mathbf{x}] + \sum_{i=1}^n b_i x_i + c$$

§6: KG HÌNH HỌC EUCLIDE



Bài toán đặt ra.

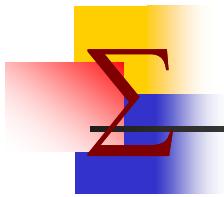
Cho S là một mặt bậc hai trong kg Euclide n chiều U tựa trên E. G/s trong một hệ tọa độ trực chuẩn $[G, (f_1, f_2, \dots, f_n)]$, S có pt:

$$[x]^t A[x] + \sum_{i=1}^n b_i x_i + c = 0$$

Ta cần tìm một hệ tọa độ mới trong U để trong hệ tọa độ đó pt của S là

$$\sum_{i=1}^r \lambda_i x_i^2 + \sum_{i=r+1}^n c_i x_i + d = 0$$

được gọi là dạng chính tắc của S.

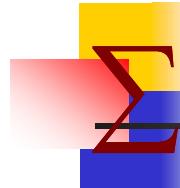


Đại Số Tuyến Tính

§7: ĐƯA MẶT BẬC HAI VỀ DẠNG CHÍNH TẮC TRONG KHÔNG GIAN HÌNH HỌC EUCLIDE.

§7: ĐU'A MẶT BẬC HAI VỀ DẠNG CHÍNH TẮC

Đại Số Tuyến Tính



7.1.Đưa phương trình bậc hai về dạng chính tắc.

Bài toán: G/s S là mặt bậc hai trong kg hình học Euclide U, có phương trình

$$[x]^t A [x] = c \quad (A^t = A)$$

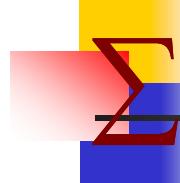
trong hệ tọa độ trực chuẩn $[G, (e_1, e_2, \dots, e_n)]$.

Cần tìm một hệ tọa độ trực chuẩn mới gốc G để trong hệ đó S có phương trình dạng chính tắc

$$\sum_{i=1}^r \lambda_i x_i^2 = c$$

§7: ĐUẨA MẶT BẬC HAI VỀ DẠNG CHÍNH TẮC

Đại Số Tuyến Tính



Lời giải cho bài toán.

G/s T là mtr trực giao làm chéo hóa A . Khi đó

$$T^t A T = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

§7: ĐUẨA MẶT BẬC HAI VỀ DẠNG CHÍNH TẮC

Đại Số Tuyến Tính



Đặt $[x] = T[y]$ thì S có pt:

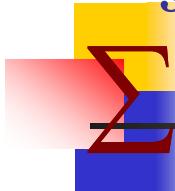
$$[x]^t A[x] = [y]^t T^t A T[y]$$

$$=[y]^t \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} [y] = \sum_{i=1}^n \lambda_i x_i^2$$

Hệ tọa độ trực chuẩn mới của U để S có dạng chính tắc là $[G, (f_1; f_2; \dots; f_n)]$ với $[f_1 \ f_2 \ \dots \ f_n] = [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_n] T$

§7: ĐUẨA MẶT BẬC HAI VỀ DẠNG CHÍNH TẮC

Đại Số Tuyến Tính



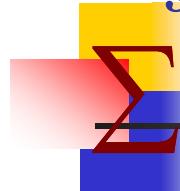
Ví dụ. Trong không gian tọa độ trực chuẩn $[O, (e_1; e_2; e_3)]$, đường cong S có phương trình

$$(S) 2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3 + 2x_3x_1 = 5$$

Hãy tìm một hệ tọa độ trực chuẩn gốc O để trong hệ tọa độ đó, S có pt ở dạng chính tắc.

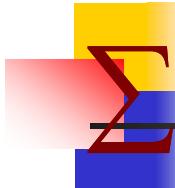
§7: ĐUẨA MẶT BẬC HAI VỀ DẠNG CHÍNH TẮC

Đại Số Tuyến Tính



Nhận xét. Nếu chỉ để nhận dạng mặt bậc hai thì chỉ việc dùng các phép biến đổi không suy biến, chẳng hạn phương pháp Lagrange và Jacobi. Nhưng như thế, thực chất nó đã bị biến dạng (elip thành đường tròn, hình cầu thành elipsoid,...). Trong thực tế đôi khi người ta không chỉ quan tâm đến dạng của mặt mà còn kích cỡ của nó, nên người ta phải dùng đến phép biến đổi trực giao để đưa nó về dạng chính tắc.

§7: ĐU'A MẶT BẬC HAI VỀ DẠNG CHÍNH TẮC



7.2.Đưa mặt bậc hai về dạng chính tắc trong không gian hình học Euclide.

Bài toán: G/s S là mặt bậc hai trong kg hình học Euclide U, có phương trình

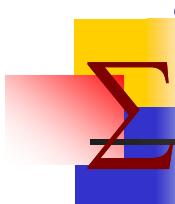
$$[x]^t A[x] + \sum_{i=1}^n b_i x_i + c = 0$$

trong hệ tọa độ trực chuẩn $[G, (e_1, e_2, \dots, e_n)]$.

Cần tìm một hệ tọa độ trực chuẩn mới để trong hệ đó S có dạng chính tắc.

§7: ĐU'A MẶT BẬC HAI VỀ DẠNG CHÍNH TẮC

Đại Số Tuyến Tính



Bước 1: Tìm mtr trực giao T làm chéo hóa A. Tìm hệ tọa độ $[G; (f_1; f_2; \dots; f_n)]$ tương ứng với T và phép biến đổi $[x] = T[y]$ như trong mục 7.1

Khi đó, pt của (S) sẽ là

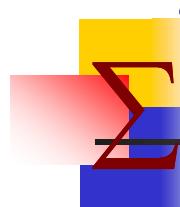
$$\sum_{i=1}^r \lambda_i y_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n c_i y_i + c = 0 \quad (\lambda_i \neq 0, \forall i = \overline{1, r})$$

Bước 2: Rút gọn

$$\sum_{i=1}^r \lambda_i \left(y_i + \frac{c_i}{\lambda_i} \right)^2 + 2 \sum_{i=r+1}^n c_i y_i + c - \sum_{i=1}^r \frac{c_i^2}{\lambda_i} = 0$$

§7: ĐU'A MẶT BẬC HAI VỀ DẠNG CHÍNH TẮC

Đại Số Tuyến Tính



Bước 3: Chọn điểm $I \in U$ có tọa độ là

$$\left(\frac{-c_1}{\lambda_1}, \frac{-c_2}{\lambda_2}, \dots, \frac{-c_r}{\lambda_r}, 0, \dots, 0 \right)$$

trong hệ tọa độ $[G, (f_1; f_2; \dots; f_n)]$. Khi đó, trong hệ tọa độ $[I, (f_1; f_2; \dots; f_n)]$, S có pt chính tắc

$$\sum_{i=1}^r \lambda_i y_i'^2 + 2 \sum_{i=r+1}^n c_i y_i' + c - \sum_{i=1}^r \frac{c_i^2}{\lambda_i} = 0$$

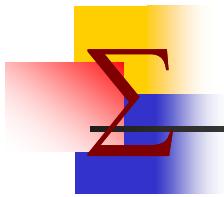
§7: ĐUẨA MẶT BẬC HAI VỀ DẠNG CHÍNH TẮC

Đại Số Tuyến Tính

Ví dụ. Trong không gian tọa độ trực chuẩn $[O, (e_1; e_2; e_3)]$, đường cong S có phương trình

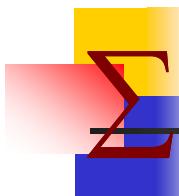
$$(S) \quad 2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_2x_3 + 2x_3x_1 + \\ + 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 5$$

Hãy tìm một hệ tọa độ trực chuẩn gốc O để trong hệ tọa độ đó, S có pt ở dạng chính tắc.



Đại Số Tuyến Tính

§8: PHÂN LOẠI ĐƯỜNG BẬC HAI TRONG MẶT PHẲNG



§8: PHÂN LOẠI MẶT BẬC HAI



Bằng việc biến đổi hệ trực tọa độ, ta luôn đưa một đường bậc 2 (C) về dạng chính tắc, bao gồm các dạng sau đây:

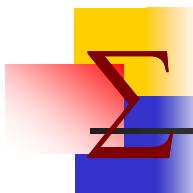
Dạng 1. (elip) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Dạng 2. (hyperbol) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

Dạng 3. (parabol) $x^2 = 2py$



§8: PHÂN LOẠI MẶT BẬC HAI



Dạng 4. (cặp đường thẳng cắt nhau) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$

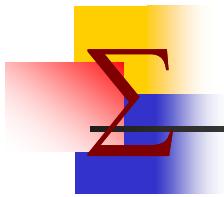
Dạng 5. (một điểm) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 0$

Dạng 6. (cặp đường thẳng song song) $\frac{x^2}{a^2} = 1$

Dạng 7. (cặp đường thẳng trùng nhau) $\frac{x^2}{a^2} = 0$

Dạng 8. (elip ảo) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$

Dạng 9. (cặp đường thẳng ảo song song) $\frac{x^2}{a^2} = -1$



Đại Số Tuyến Tính

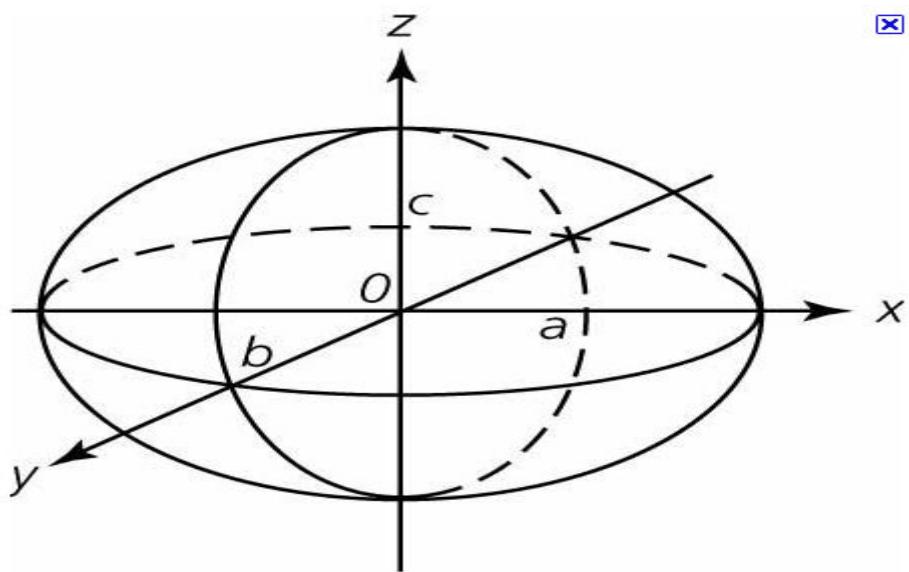
§9: PHÂN LOẠI MẶT BẬC HAI TRONG KHÔNG GIAN

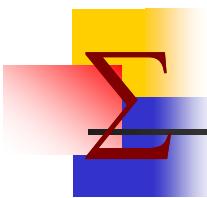
§9: PHÂN LOẠI MẶT BẬC HAI

Đại Số Tuyến Tính

Bằng việc biến đổi hệ trực tọa độ, ta luôn đưa một mặt bậc 2 (S) về dạng chính tắc, bao gồm các dạng sau đây:

Dạng 1. (elipsoid) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$

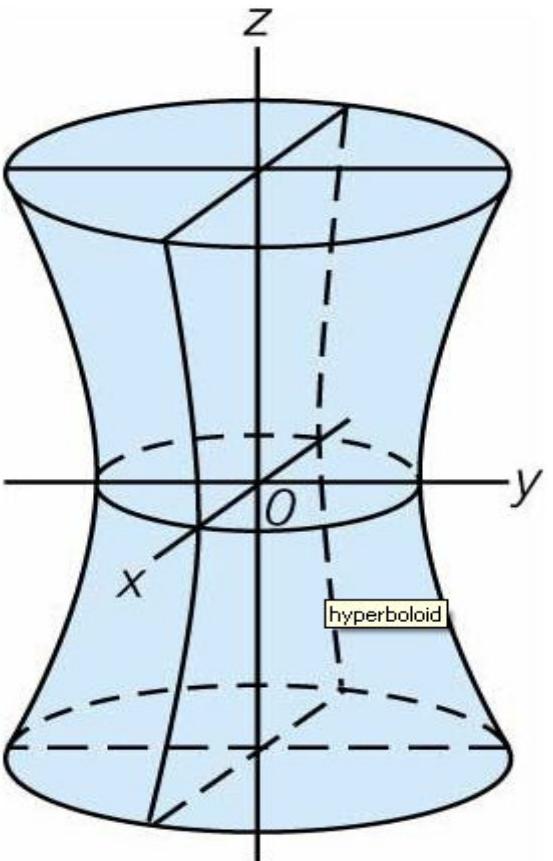




§9: PHÂN LOẠI MẶT BẬC HAI

Đại Số Tuyến Tính

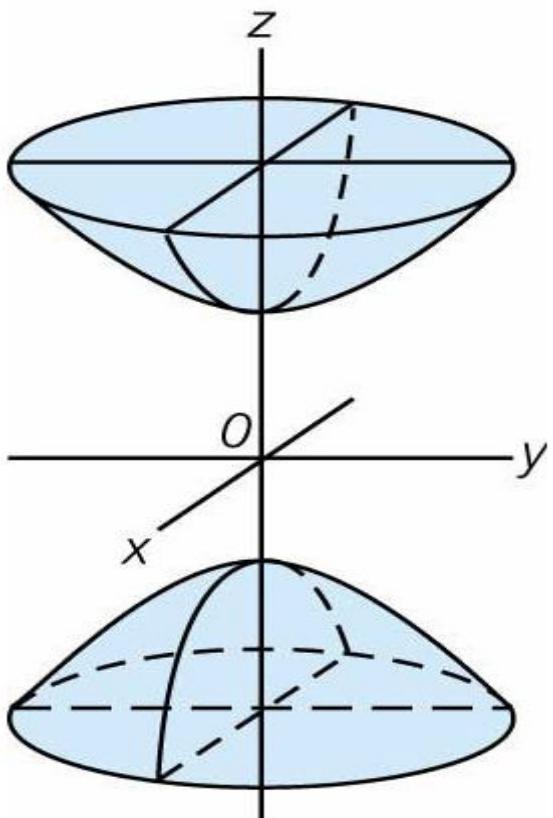
Dạng 2. (hypcaboloid- một tầng) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$



§9: PHÂN LOẠI MẶT BẬC HAI

Đại Số Tuyến Tính

Dạng 3. (hypcaboloid- hai tầng) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$

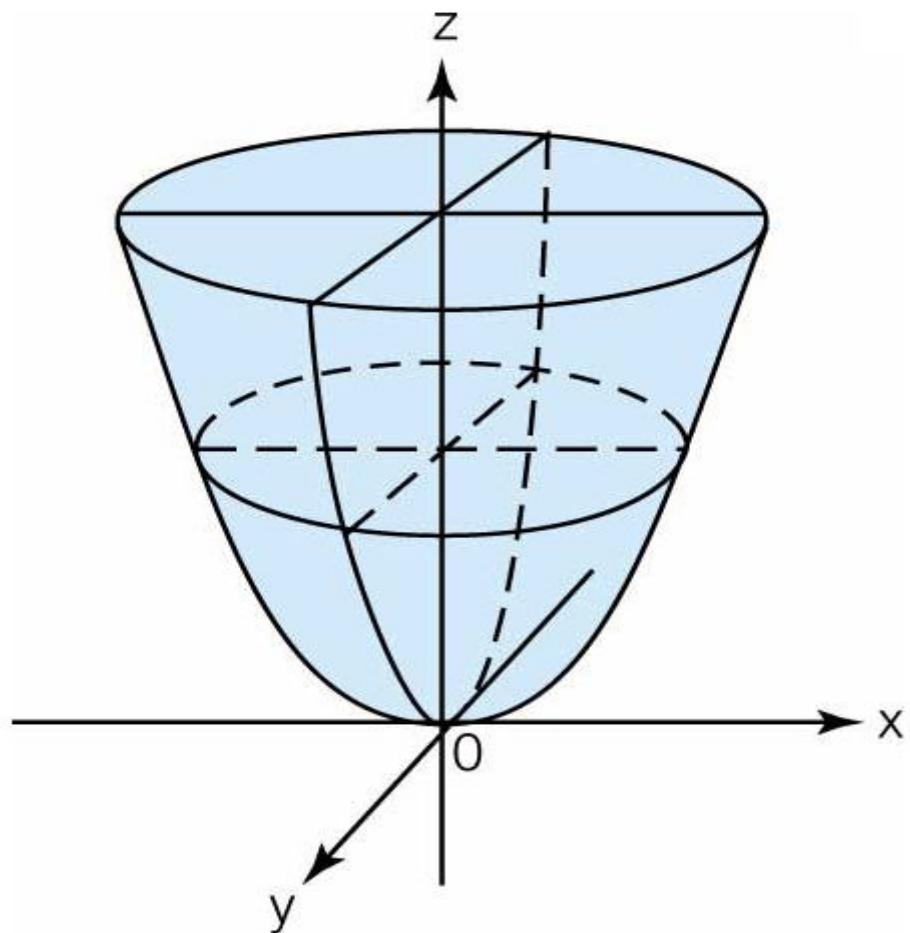


§9: PHÂN LOẠI MẶT BẬC HAI

Đại Số Tuyến Tính

Dạng 4. (Paraboloid- elliptic)

$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$

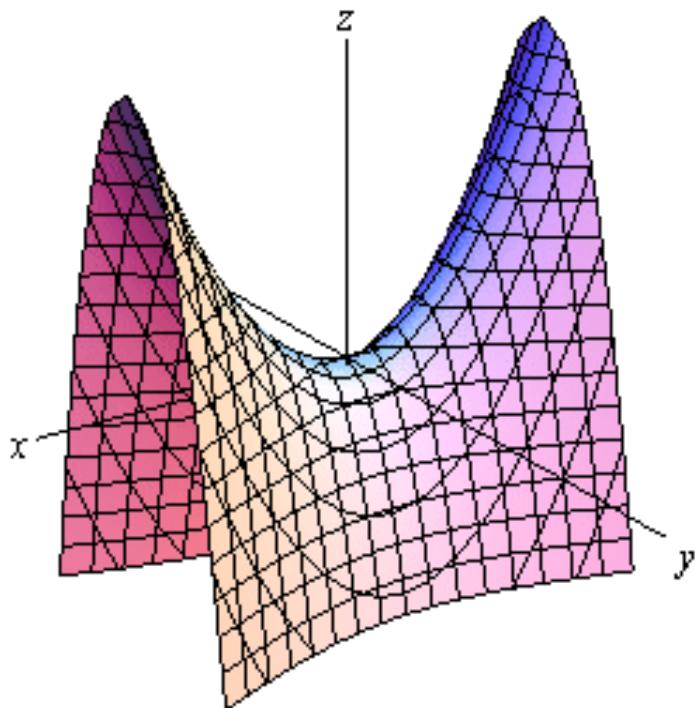


§9: PHÂN LOẠI MẶT BẬC HAI

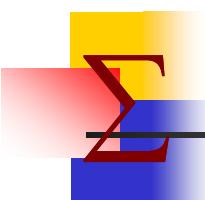
Đại Số Tuyến Tính

Dạng 5. (Paraboloid- hyperbolic)

$$z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$$



Mặt yên ngựa

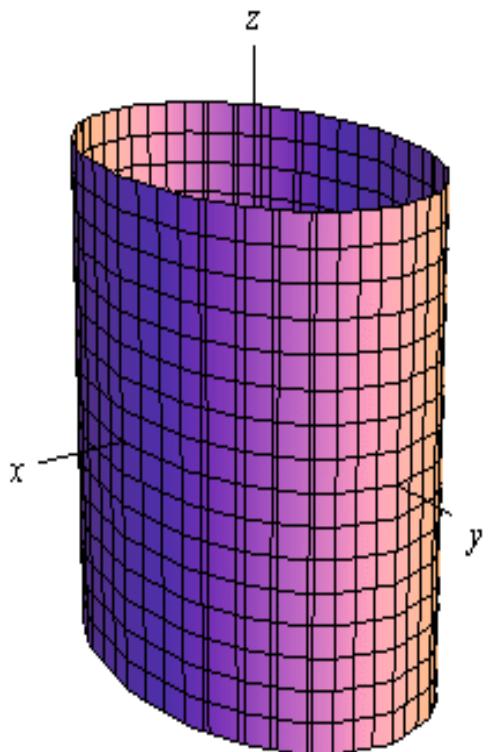


§9: PHÂN LOẠI MẶT BẬC HAI

Đại Số Tuyến Tính

Dạng 6. (các mặt trụ)

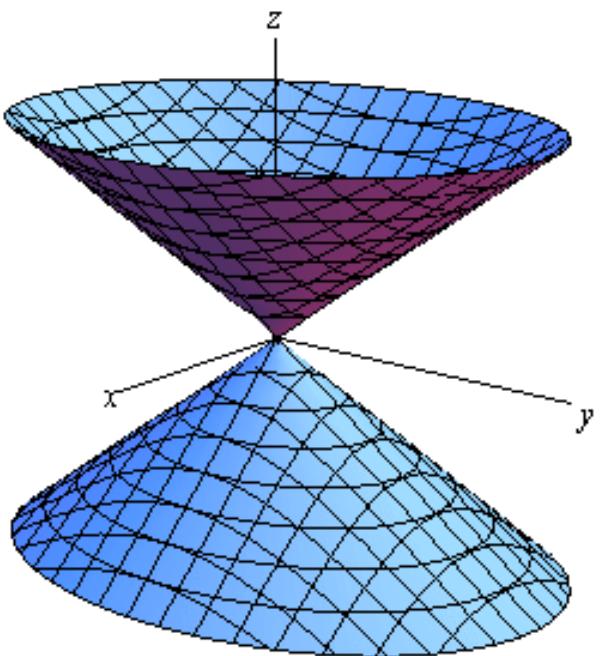
- Trụ elliptic $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
- Trụ hyperbolic $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$
- Trụ parabolic $\frac{x^2}{a^2} - py = 0$
- Nhị diện $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$

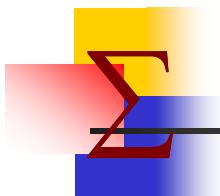


§9: PHÂN LOẠI MẶT BẬC HAI

Đại Số Tuyến Tính

Dạng 7. (Mặt nón) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$



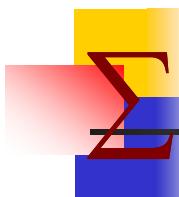


§9: PHÂN LOẠI MẶT BẬC HAI



Dang 8. (cặp mặt phẳng song song) $\frac{x^2}{a^2} = 1$

Dang 9. (cặp mặt phẳng trùng nhau) $\frac{x^2}{a^2} = 0$



§9: PHÂN LOẠI MẶT BẬC HAI

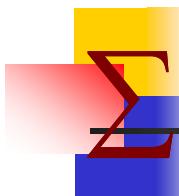


Dạng 10. (Các dạng ảo)

a) Elipsoid ảo $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = -1$

b) Trụ elipsoid ảo $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = -1$

c) Các mặt phẳng ảo song song $\frac{x^2}{a^2} = -1$



§9: PHÂN LOẠI MẶT BẬC HAI



Ví dụ 1. Nhận dạng các đường bậc hai sau

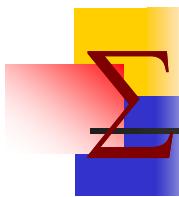
a) $x_1^2 - x_2^2 - x_1x_2 + x_1 = 1$

b) $2x_1^2 - 3x_1x_2 - x_2 = 0$

Ví dụ 2. Nhận dạng các mặt bậc hai sau

a) $x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2 - x_1x_2 - x_2x_3 - x_3x_1 = 10$

b) $x_1^2 - 2x_2^2 - x_1 - 3x_2 - 4x_3 - x_1x_2 = 0$



§9: PHÂN LOẠI MẶT BẬC HAI

Đại Số Tuyến Tính

VD3. Trong \mathbb{R}^3 xét tích vô hướng thông thường, cho dạng toàn phương

$$\omega(x_1; x_2; x_3) = x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 + 3x_3^2$$

- i) Tìm một cơ sở trực chuẩn của \mathbb{R}^3 để dạng toàn phương có dạng chính tắc.
- ii) Xác định tên của mặt bậc hai sau

$$\omega(x_1; x_2; x_3) = 1$$

(Đề 3-K52)