



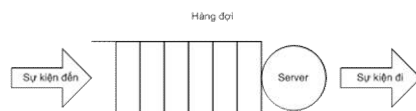
## Nội dung

- Giới thiệu lý thuyết hàng đợi
- Các tiến trình ngẫu nhiên
- Mô hình hàng đợi

## Hàng đợi và đặc điểm (1)

- **Hệ thống điện thoại:** khi số lượng lớn khách hàng quay số để kết nối đến một trong những đường ra hữu hạn của tổng đài.
- **Mạng máy tính:** khi mà gói tin được chuyển từ nguồn tới đích và đi qua một số lượng các nút trung gian. Hệ thống hàng đợi xuất hiện tại mỗi nút.
- **Hệ thống máy tính:** khi các công việc tính toán và tuyến làm việc của hệ thống yêu cầu dịch vụ từ bộ xử lý trung tâm và từ các nguồn khác.

## Hàng đợi và đặc điểm (2)



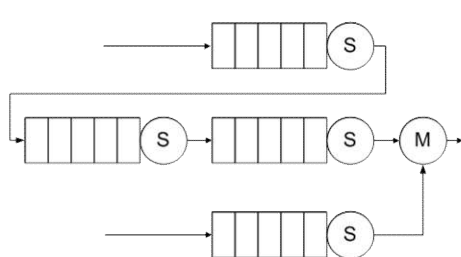
- Miêu tả của tiến trình đến
- Miêu tả của tiến trình phục vụ
- Số lượng server
- Số lượng các vị trí đợi
- Các quy tắc hàng đợi đặc biệt:
- Quy tắc phục vụ (FCFS, LCFS, RANDOM)
  - Thời gian rỗi (phân bố thời gian rỗi, khi mà thời gian rỗi bắt đầu)
  - Mức độ ưu tiên
  - Những luật khác

## Hàng đợi và đặc điểm (3)

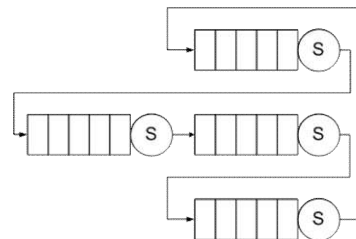
Sự kết hợp giữa các hàng đợi

- Chiến lược định tuyến:
  - Xác định (Deterministic)
  - Dựa vào một lớp
  - Thống kê
- Xử lý nghẽn mạng (khi bộ đệm tại đích bị đầy)
  - Số lượng khách hàng bị suy giảm
  - Hàng đợi gốc bị nghẽn
  - Tái định tuyến

### Hàng đợi và đặc điểm (4)



Mạng hàng đợi mở



Mạng hàng đợi đóng

### Hàng đợi và đặc điểm (5)

- *Phân tích hệ thống hàng đợi hoặc mạng hàng đợi bao gồm:*
  - Phân tích giải tích
  - Quá trình mô phỏng
  - Cả hai phương pháp trên
- *Kết quả giải tích đạt được:*
  - Yêu cầu ít tính toán
  - Đưa ra kết quả chính xác

### Hàng đợi và đặc điểm (6)

- *Những kết quả thu được (các thông số dịch vụ) được chia thành hai nhóm lớn:*
  - Dành cho người sử dụng
  - Dành cho các nhà cung cấp phục vụ

### Hàng đợi và đặc điểm (7)

- Thông số quan trọng cho người sử dụng:
  - Trễ hàng đợi
  - Tổng trễ (bao gồm trễ hàng đợi và trễ phục vụ )
  - Số lượng khách hàng trong hàng đợi
  - Số lượng khách hàng trong hệ thống (gồm khách hàng chờ và khách hàng đang được phục vụ )
  - Xác suất nghẽn mạng (khi kích thước bộ đệm hữu hạn)
  - Xác suất chờ để phục vụ

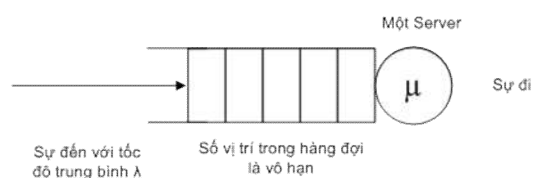
### Hàng đợi và đặc điểm (8)

- Thông số quan trọng cho các nhà cung cấp dịch vụ:
  - Khả năng sử dụng server
  - Khả năng sử dụng bộ đệm
  - Lợi ích thu được
  - Lợi ích bị mất

### Hàng đợi và đặc điểm (9)

- Đáp ứng nhu cầu của người sử dụng
  - Chất lượng dịch vụ (QoS):
  - Tổn thất (PDF, mean)
  - Trễ (PDF, mean)
  - Jitter (PDF, mean)
- *Đưa ra các thông số trên để thu được:*
  - Hàm phân bố xác suất
  - Các giá trị trung bình
  - Đo được các thời điểm cực đại, cực tiểu

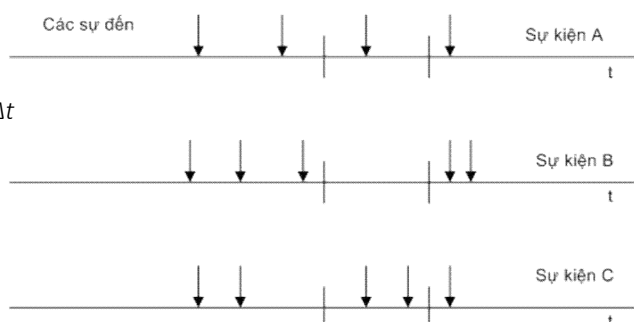
## Tham số hiệu năng trung bình(1)



$\lambda$  - tốc độ đến trung bình, thời gian đến trung bình  $-1/\lambda$   
 $\mu$  - tốc độ phục vụ trung bình, thời gian phục vụ trung bình  $1/\mu$   
 Với kích thước của bộ đệm là vô hạn, quy tắc phục vụ là FCFS

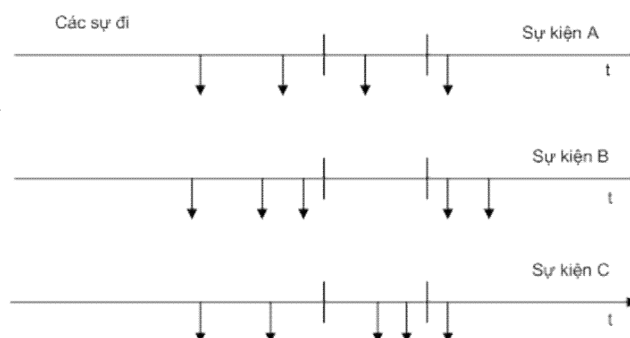
## Tham số hiệu năng trung bình(2)

- Sự kiện A: Có 1 sự kiện đến trong  $\Delta t$
- Sự kiện B: không có sự kiện đến trong  $\Delta t$
- Sự kiện C: Có nhiều hơn 1 sự kiện đến trong  $\Delta t$
- Giả sử rằng  $\Delta t \rightarrow 0$ .  $Pr\{A\} = \lambda \Delta t$ ,  $Pr\{B\} = 1 - \lambda \Delta t$ ,
- Giả thiết  $Pr\{C\} = 0$ ,



### Tham số hiệu năng trung bình(3)

- Sự kiện A: Có 1 sự kiện đi trong  $\Delta t$
- Sự kiện B: không có sự kiện đi nào trong  $\Delta t$
- Sự kiện C: Có nhiều hơn 1 sự kiện đi trong  $\Delta t$
- Giả sử rằng  $\Delta t \rightarrow 0$ .  $Pr\{A\} = \mu\Delta t$ ,  $Pr\{B\} = 1 - \mu\Delta t$
- Giả thiết  $Pr\{C\} = 0$



### Tham số hiệu năng trung bình(4)

- $D$  là sự kiện của 1 hoặc nhiều sự kiện đến AND với sự kiện của 1 hoặc nhiều sự đi trong khoảng  $\Delta t$ 
  - Giả sử  $Pr\{D\} = 0$ , (2-1)
  - Thực ra, nó chỉ ra rằng khi  $\Delta t$  nhỏ, sự kiện nhân (vừa đi vừa đến) là không xảy ra.



### Tham số hiệu năng trung bình(5)

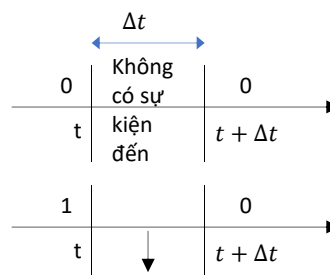
- Các giả thiết sau:
  - Tiến trình đến là tiến trình Poisson với tham số  $\lambda$
  - Khoảng thời gian đến phân bố theo hàm mũ với tham số  $1/\lambda$
  - Tiến trình đến là độc lập với tiến trình phục vụ

### Tham số hiệu năng trung bình(6)

- Trạng thái hệ thống tại  $t = N(t) =$  Số lượng khách hàng tại thời điểm  $t$
- $p_N(t) = Pr\{N(t) = N\}$ 
  - $p_N(t)$  là ký hiệu của trạng thái thứ  $N$  của hệ thống tại thời điểm  $t$ .
  - $Pr\{N(t) = N\}$  là xác suất có  $N$  khách hàng trong hệ thống tại thời điểm  $t$ .

### Tham số hiệu năng trung bình(7)

- Xét các trạng thái có thể của hệ thống  $\{0,1,\dots\}$  tại thời điểm  $t$  ta có thể tìm trạng thái của hệ thống tại thời điểm  $t+\Delta t$
- Xét  $N=0$



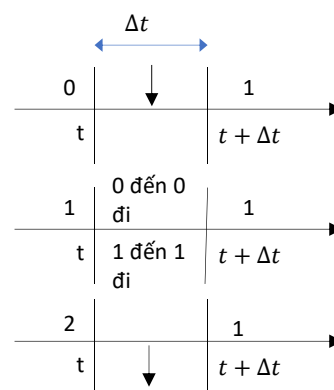
- $p_0(t+\Delta t) = p_0(t)(1-\lambda\Delta t) + p_1(t)\mu\Delta t \quad (1)$

### Tham số hiệu năng trung bình(8)

- Xét  $N=1$
- $p(0 \text{ đến } 0 \text{ đi}) = (1-\lambda\Delta t)(1-\mu\Delta t)$   
 $= 1 - \lambda\Delta t - \mu\Delta t + \lambda\Delta t \cdot \mu\Delta t$   
 $= 1 - \lambda\Delta t - \mu\Delta t + p(D)$   
 $= 1 - \lambda\Delta t - \mu\Delta t$

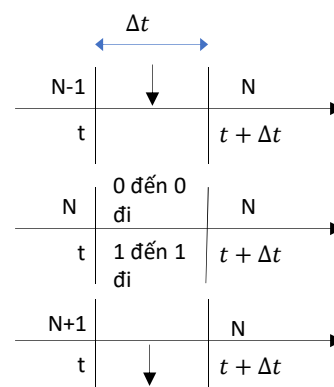
- $p_1(t+\Delta t) = p_1(t)(1-\lambda\Delta t - \mu\Delta t) + p_0(t)\lambda\Delta t + p_2(t)\mu\Delta t \quad (2)$

- 



## Tham số hiệu năng trung bình(9)

- Xét  $N > 1$



- $p_N(t+\Delta t) = p_N(t)(1-\lambda\Delta t-\mu\Delta t) + p_{N-1}(t)\lambda\Delta t + p_{N+1}(t)\mu\Delta t$  (3)

## Tham số hiệu năng trung bình(10)

- Từ (1)  $p_0(t+\Delta t) = p_0(t)(1-\lambda\Delta t) + p_1(t)\mu\Delta t$  ta có
- $\frac{p_0(t+\Delta t) - p_0(t)}{\Delta t} = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t)$
- khi  $\Delta t \rightarrow 0$  và có phương trình vi phân:
- $\frac{dp_0(t)}{dt} = -\lambda p_0(t) + \mu p_1(t)$  (\*)

## Tham số hiệu năng trung bình(11)

- Làm tương tự với (2) ta có
- $\frac{dp_1(t)}{dt} = -(\lambda + \mu)p_1(t) + \lambda p_0(t) + \mu p_2(t)$  (\*\*)
- Làm tương tự với (3) ta có
- $\frac{dp_N(t)}{dt} = -(\lambda + \mu)p_N(t) + \lambda p_{N-1}(t) + \mu p_{N+1}(t)$  (\*\*\*)

## Tham số hiệu năng trung bình(12)

- Bây giờ ta xét giải pháp trạng thái ổn định (equilibrium solution),  $t \rightarrow \infty$ . Khi đó ta có:

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = 0, \quad N = 0$$

$$\frac{dp_N(t)}{dt} = 0, \quad N > 0$$

- Vì vậy,
- $p_0(t) = p_0$  với  $N=0$
- $p_N(t) = p_N$  với  $N>0$

### Tham số hiệu năng trung bình(13)

- Từ (\*) ta có  $-\lambda p_0 + \mu p_1 = 0 \Rightarrow p_1 = \frac{\lambda}{\mu} p_0$
- đặt  $\rho = \lambda / \mu$  ta có:  $p_1 = \rho p_0$
- Từ (\*\*) ta có:  $-(\lambda + \mu)p_1 + \mu p_2 + \lambda p_0 = 0 \Rightarrow (\lambda p_0 - \mu p_1) + (-\lambda p_1 + \mu p_2) = 0$
- $\Rightarrow -\lambda p_1 + \mu p_2 = 0$
- $\Rightarrow p_2 = \frac{\lambda}{\mu} p_1 = \rho p_1 = \rho^2 p_0$
- Từ (\*\*\*) làm tương tự ta có  $p_{N+1} = \rho^{N+1} p_0$  với  $N > 1$

### Tham số hiệu năng trung bình(14)

- Ta có

$$\sum_{i=0}^{\infty} p_i = 1 \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=0}^{\infty} p_0 \rho^i = 1 \quad \Rightarrow \quad p_0 \sum_{i=0}^{\infty} \rho^i = 1$$

- Mà ta có

$$\sum_{i=0}^{\infty} \rho^i = \frac{1}{1-\rho} \text{ với } \rho < 1 \quad \Rightarrow \quad p_0 = 1 - \rho$$

$$p_{N+1} = \rho^{N+1} (1 - \rho)$$

## Tham số hiệu năng trung bình(15)

- Số lượng trung bình của khách hàng trong hệ thống

$$E(N) = \sum_{i=0}^{\infty} i p_i = \sum_{i=0}^{\infty} i \rho^i (1 - \rho) = \rho(1 - \rho) \sum_{i=1}^{\infty} i \rho^{i-1}$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \rho^i = \frac{1}{1 - \rho} \text{ với } \rho < 1 \Rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} i \rho^{i-1} = \frac{1}{(1 - \rho)^2} \text{ với } \rho < 1$$

$$\Rightarrow E(N) = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

## Tham số hiệu năng trung bình(16)

- Số lượng trung bình của khách hàng trong hàng đợi
- Ta thấy  $N_Q = N - 1$  nếu  $N \geq 1$
- $N_Q = 0$  nếu  $N = 0$

$$E[N_Q] = \sum_{i=1}^{\infty} (i-1) p_i = \sum_{i=1}^{\infty} i p_i - \sum_{i=1}^{\infty} p_i = \frac{\rho}{1 - \rho} - (1 - p_0) = \frac{\rho}{1 - \rho} - \rho = \frac{\rho^2}{1 - \rho}$$

## Tham số hiệu năng trung bình(17)

- *Thời gian trung bình trong hệ thống*

- Thời gian này có thể được phân chia thành
  - Thời gian đợi
  - Thời gian phục vụ

$$E[T] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{\mu} p_k + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\mu} p_k = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k+1}{\mu} p_k = \frac{1}{\mu(1-\rho)}$$

## Tham số hiệu năng trung bình(18)

- Thời gian trung bình trong hàng đợi (thời gian đợi để được phục vụ)

- Hoặc có thể tính

$$E[T_Q] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k}{\mu} p_k = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$$

$$E[T_Q] = E[T] - \frac{1}{\mu} = \frac{1}{\mu(1-\rho)} - \frac{1}{\mu} = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$$

## Tham số hiệu năng trung bình(19)

- Xác suất khách hàng phải chờ để được phục vụ
  - Lượng khách hàng đến luôn phải đợi để được phục vụ nếu số lượng khách hàng lớn hơn 0 trong hệ thống.
  - Vì vậy,  $P_{wait}=1-p_0=\rho$
- Sử dụng server:
  - Ý nghĩa vật lý của tham số hiệu năng là nó đưa ra khoảng thời gian khi server bận.
  - vì vậy,  $P_{busy}=1-p_0=\rho$



**HUST**

TRÂN TRỌNG  
CẢM ƠN!