



# HUST

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI  
HANOI UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

ONE LOVE. ONE FUTURE.



TRƯỜNG ĐẠI HỌC  
BÁCH KHOA HÀ NỘI  
HANOI UNIVERSITY  
OF SCIENCE AND TECHNOLOGY



## LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

ONE LOVE. ONE FUTURE.

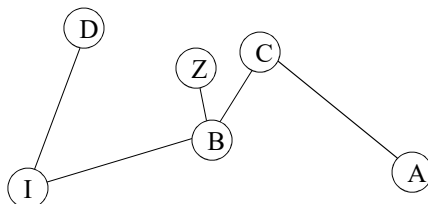
## Nội dung

- Các khái niệm
- Đồ thị có trọng số
- Hàm giá
- Cách biểu diễn đồ thị



## Đồ thị

- Đồ thị bao gồm một tập các đỉnh ( hay nút)  $V$  và tập các cạnh  $E$  hoặc cung  $A$



## Đồ thị (2)

- **Cạnh:** Cặp đỉnh không sắp xếp thứ tự
- **Cung:** Cặp đỉnh có sắp xếp thứ tự
- **Đồ thị vô hướng:** đồ thị có chứa cạnh
- **Đồ thị có hướng:** đồ thị có chứa cung

## Một số định nghĩa (1)

- **Các điểm cuối:** Tập của một hoặc hai đỉnh của một cạnh
- **Vòng ( loop):** cạnh mà điểm cuối là giống nhau. Còn được gọi là tự lặp
- **Cạnh song song:** Tập hợp của hai hay nhiều cạnh có cùng hai điểm cuối. Còn được gọi đa cạnh
- **Một đồ thị đơn giản** là đồ thị không có vòng hay cạnh song song

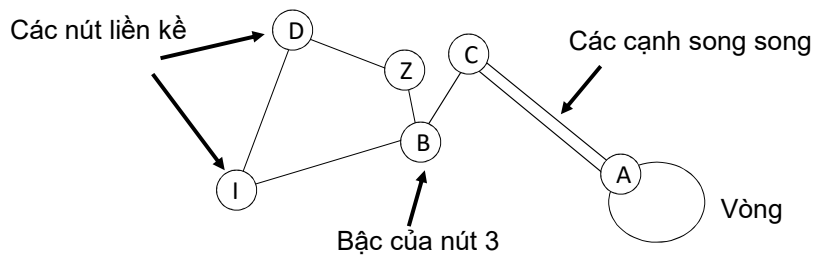
## Một số định nghĩa (2)

- **Bậc** của một đỉnh là số cạnh trong đồ thị có nút đó là một điểm cuối.
- Hai nút gọi là **liền kề** nếu như có cạnh có nó là điểm cuối.

## Một số định nghĩa cho đồ thị (3)

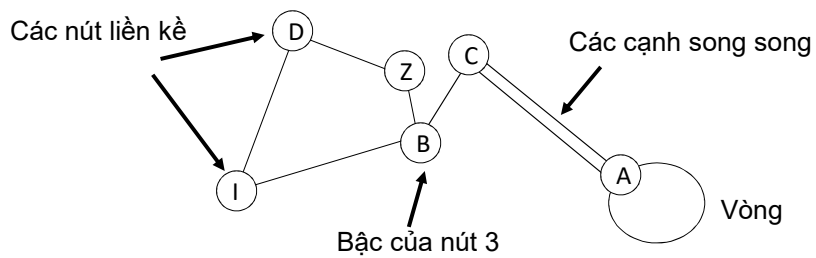
- **Đường** giữa hai đỉnh  $v_1$  và  $v_n$  là tập những cạnh  $(e_1, e_2, \dots, e_{n-1})$  có  $e_i$  và  $e_{i+1}$  có cùng điểm cuối và  $v_1$  là điểm cuối của  $e_1$  và  $v_n$  là điểm cuối của  $e_n$ .
- **Chu trình** là một đường có ít nhất một cạnh từ một đỉnh tới chính bản thân nó.
- **Đồ thị liên thông (connected)** là đồ thị luôn tồn tại một đường giữa hai nút bất kỳ.

## Ví dụ một đồ thị



(DZ), (ZB), (BI), (ID) là chu trình  
Đồ thị là liên thông

## Ví dụ một đồ thị

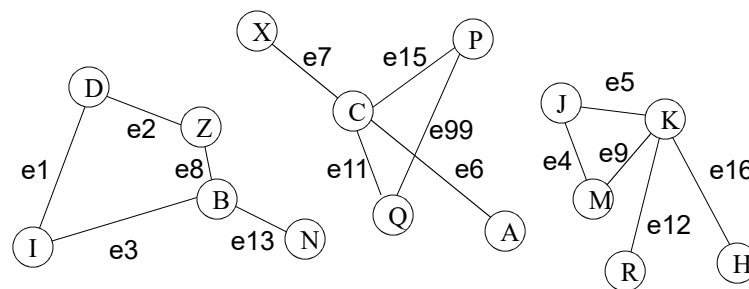


$V^* = \{I, Z, B, C\}$   
 $E^* = \{IB, ZB\}$

#### Định nghĩa (4)

- **Đồ thị con**  $G^*$  của một đồ thị  $G$  với các đỉnh  $V$  và các cạnh  $E$  có cặp  $(V^*, E^*)$  với
  - $V^*$  là tập con của  $V$
  - $E^*$  là tập con của  $E$
  - Nếu như 1 cạnh thuộc  $E^*$  thì cả hai điểm cuối của nó phải thuộc  $V^*$
- Một **thành phần (component)** của một đồ thị là một đồ thị con liên thông cực đại

#### Ví dụ đồ thị



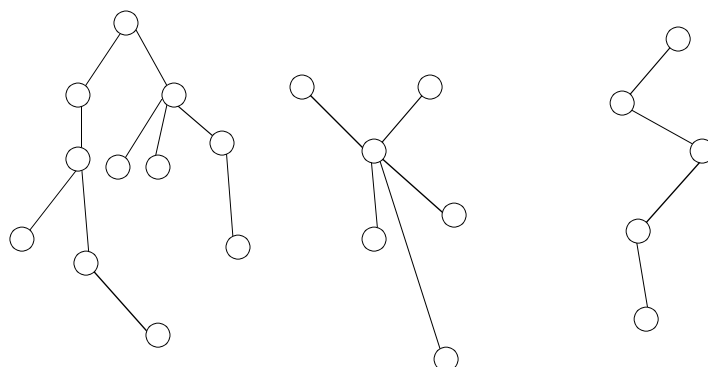
$((D, Z, B, M, J), (e2, e8, e4))$  là đồ thị con  
Nhưng nó không phải là thành phần

### Định nghĩa (5)

- **Cây** là đồ thị liên thông đơn giản không có có xích
- **Sao** là cây mà có duy nhất một nút có bậc lớn hơn 1
- **Xích** (chain) là cây không có nút nào có bậc lớn hơn 2
- Định nghĩa  $N(G)$  = số lượng nút trong  $G$



### Cây, Sao, xích



## Đồ thị có trọng số

- Đồ thị trọng số là đồ thị  $G$  mà mỗi cạnh có một trọng số  $w(e)$ 
  - Được biểu diễn bằng  $(G, w)$
  - Thường thì  $w(e) > 0$
  - Trọng số của đồ thị con  $G^*$  là tổng trọng số của các cạnh trong  $G^*$
- Mạng thực tế là các đồ thị có trọng số
  - Trọng số có thể là giá thành, trễ hoặc thông số khác

## Hàm giá

- Hàm giá tỷ lệ thuận với khoảng cách, ....
  - $f(x, y, z) = \alpha x + \beta y + \gamma z$
- Hàm giá tỷ lệ nghịch với băng thông, ....
- $f(x, y, z) = \frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{y} + \frac{\gamma}{z}$



## Hàm giá (cont.)

- Thường các giá trị  $x, y, z$  trong công thức trên là số liệu đã được chuẩn hóa để loại bỏ sự khác biệt về đơn vị và đưa dải giá trị về nằm trong khoảng  $[0, 1]$ .
- Ví dụ  $d_{chuẩn\ hóa} = \hat{d} = \frac{d}{d_{max}}$

## Biểu diễn đồ thị

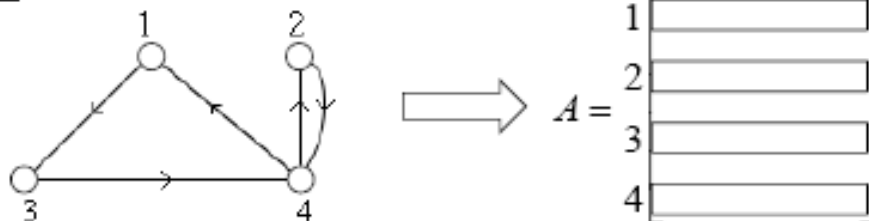
- Ma trận liên kề
- Ma trận liên thuộc
- Danh sách cạnh
- Danh sách liên kề

## Ma trận liên kề (1)

- Cho đồ thị  $G = \langle V, E \rangle$ , với  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Ma trận kề biểu diễn  $G$  là một ma trận vuông  $A$ , kích thước  $n \times n$ , được xác định như sau:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & (v_i, v_j) \in E \\ 0, & (v_i, v_j) \notin E \end{cases}$$

**VD:**



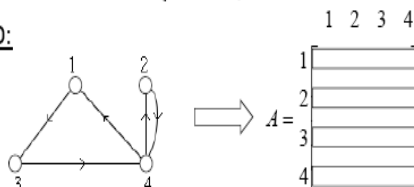
## Ví dụ Ma trận liên kề (1)

- Cho đồ thị  $G = \langle V, E \rangle$ , với  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ . Ma trận kề biểu diễn  $G$  là một ma trận vuông  $A$ , kích thước  $n \times n$ , được xác định như sau:

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & (v_i, v_j) \in E \\ 0, & (v_i, v_j) \notin E \end{cases}$$

$$\bullet A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

**VD:**



### Ví dụ Ma trận liên kề (2)

$$\bullet A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

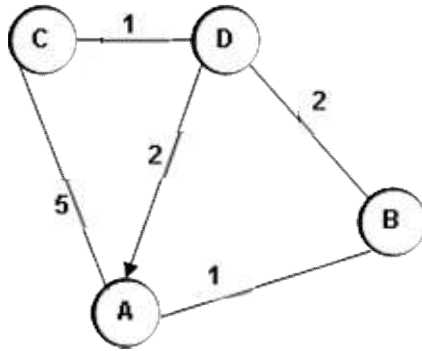
$$\bullet A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### Ma trận liên kề (2)

- Áp dụng với đồ thị có trọng số

$$\bullet A_{ij} = \begin{cases} w_{ij} & \exists a_{ij} \\ 0 \text{ hoặc } \infty & \nexists a_{ij} \end{cases}$$

### Ví dụ Ma trận liên kề (3)

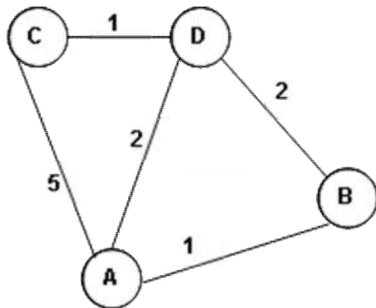


$$\bullet A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 & \infty \\ 1 & 0 & \infty & 2 \\ 5 & \infty & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

### Danh sách cạnh

- Cho đồ thị  $G = \langle V, E \rangle$  có  $m$  cạnh. Danh sách cạnh của  $G$  sẽ bao gồm hai mảng 1 chiều có kích thước  $m$
- Mảng đầu sẽ lưu các đỉnh đầu của cạnh
- Mảng cuối sẽ lưu các đỉnh cuối của cạnh

## Ví dụ Danh sách cạnh



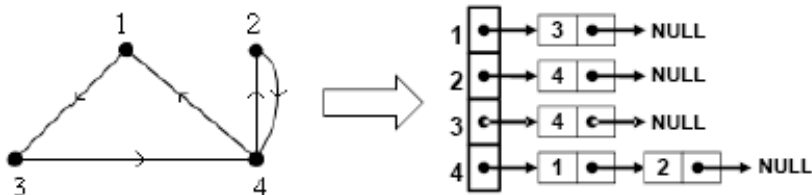
$$\bullet \text{ Head} = \begin{bmatrix} A \\ A \\ A \\ B \\ C \end{bmatrix} \quad \text{Tail} = \begin{bmatrix} B \\ C \\ D \\ D \\ D \end{bmatrix} \quad w = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$



## Danh sách kề

- Cho đồ thị  $G = \langle V, E \rangle$  có  $n$  đỉnh. Đồ thị  $G$  có thể được biểu diễn bằng  $n$  danh sách liên kết. Mỗi danh sách liên kết thứ  $i$  sẽ biểu diễn các đỉnh kề với đỉnh  $v_i$

VD:





**HUST**

 [hust.edu.vn](http://hust.edu.vn)  [fb.com/dhbkhn](https://fb.com/dhbkhn)

TRÂN TRỌNG  
CẢM ƠN!