HUST

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI

HANOI UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

ONE LOVE. ONE FUTURE.

Mạng hàng đợi

ONE LOVE. ONE FUTURE.

Nội dung

- Các khái niệm
- Định lý Jackson
- KIA
- Định lý Burke

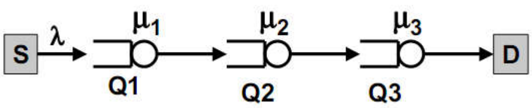
Các khái niệm (1)

- λ:Tổng tốc độ đến trung bình vào mạng
- μ_i: tốc độ phục vụ trung bình của điểm phục vụ thứ i
- r_{sj}: xác suất khách hàng đến từ nguồn sẽ được định tuyến vào hàng đợi thứ j

Các khái niệm (2)

- r_{jd}: xác suất khách hàng xuất phát từ hàng đợi j sẽ được chuyển đến đích (và rời khỏi hệ thống)
- r_{jk}: xác suất khách hàng xuất phát từ hàng đợi j sẽ được định tuyến đến hàng đợi k

Ví dụ



$r_{s1} = 1 \quad r_{12} = 1 \quad r_{23} = 1 \quad r_{3d} = 1$

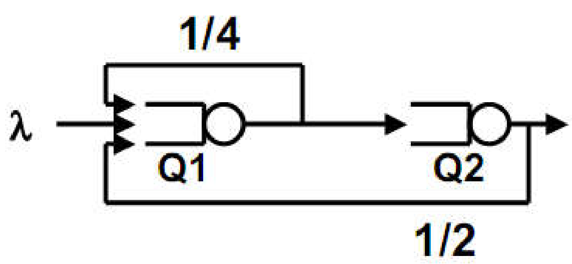
Các khái niệm (cont.)

- θ_i: thông lượng trung bình qua hàng đợi thứ i
- Ta có phương trình lưu lượng như sau:

$$\theta_i = \underbrace{\lambda r_{si}}_{\text{from source}} + \underbrace{\sum_{j=1}^{M} r_{ji}\theta_j}_{\text{from queues}}, \; i = 1,2,\ldots,M$$

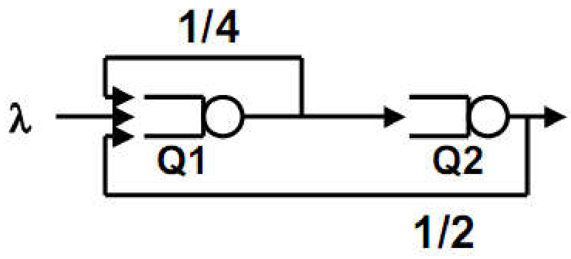
Ví dụ 1 (1)

- Tìm thông lượng trung bình θ_1 và θ_2 đi qua hàng đợi



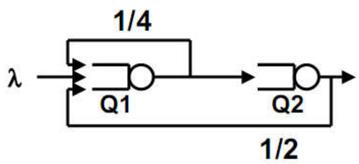
Ví dụ 1(2)

- $\theta_1 = \lambda + \frac{1}{4}\theta_1 + \frac{1}{2}\theta_2$ (1)
- $\theta_2 = \frac{3}{4}\theta_1$ (2)



Ví dụ 1(3)

- Từ pt (1) ta có $\frac{3}{4}\theta_1 = \lambda + \frac{1}{2}\theta_2$
- Từ đó ta có $\theta_2 = \lambda + \frac{1}{2}\theta_2$
- $\rightarrow \frac{1}{2}\theta_2 = \lambda$
- $\rightarrow \theta_2 = 2\lambda$
- Thay vào pt (2) ta có $\theta_1 = \frac{8}{3}\lambda$



Mạng hàng đợi Jackson

- Mạng hàng đợi Jackson (mạng hàng đợi mở)
- bao gồm các nút M (hàng đợi) :
  - Nút i là hàng đợi FIFO
  - không giới hạn số lượng vị tri chờ (hàng đợi vô hạn)
  - Thời gian phục vụ trong hàng đợi tuân theo phân phối Exp (μ_i)

Định lý Jackson (1)

- Số lượng trung bình của khách hàng trong hệ thống có thể được lấy được bằng cách coi mỗi hàng đợi như hàng đợi M/M/1
- Từ phân tích hàng đợi M/M/1 ta có
- $\Longrightarrow E(N_i) = \frac{\rho_i}{1-\rho_i}$
- $\Longrightarrow E(T_i) = \frac{1}{\theta_i}\left(\frac{\rho_i}{1-\rho_i}\right) = \frac{1}{\mu_i-\theta_i}$

Định lý Jackson(2)

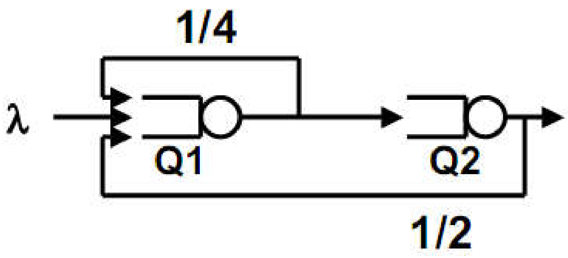
- $\Longrightarrow E(N_{Mạng}) = \sum_{i=1}^{M} \frac{\rho_i}{1-\rho_i}$
- $\Longrightarrow E(T_{Mạng}) = \frac{E(N_{Mạng})}{\lambda}$
- $\Longrightarrow E(T_{Mạng}) = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{M} \frac{\rho_i}{1-\rho_i}$

Định lý Jackson(3)

- $\Longrightarrow E(T_{Mạng}) = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{M} \frac{\rho_i}{1-\rho_i}$
- $\Longrightarrow E(T_{Mạng}) = \sum_{i=1}^{M} \left(\frac{\theta_i}{\lambda}\right) \left(\frac{1}{\mu_i - \theta_i}\right)$
- Tỷ lệ gói tại hàng đợi i
- Trễ tại hàng đợi I

Ví dụ 1 (4)(cont.)

- Với $\lambda = 30\frac{goi}{s}$ và $\mu_1 = \mu_2 = \frac{100goi}{s}$
- Tìm số lượng trung bình gói trong mạng?
- Trễ trung bình qua mạng?



Ví dụ 1 (5)

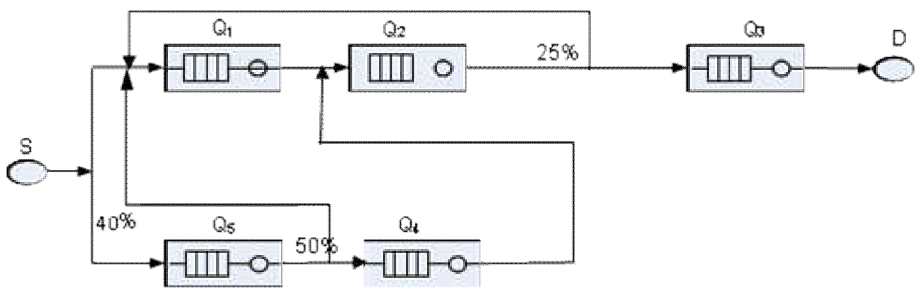
- Với $\lambda = 30\frac{goi}{s}$ và $\mu_1 = \mu_2 = \frac{100goi}{s}$
- $\rightarrow \theta_2 = 2\lambda = \frac{60gois}{s}$
- $\rightarrow \theta_1 = \frac{8}{3}\lambda = \frac{80\text{goi}}{\text{s}}$
- $\rightarrow \rho_1 = \frac{\theta_1}{\mu_1} = \frac{80}{100} = 0.8$
- $\rightarrow \rho_2 = \frac{\theta_2}{\mu_2} = \frac{60}{100} = 0.6$

Ví dụ 1 (6)

- $N_1 == \frac{\rho_1}{1-\rho_1} = \frac{0.8}{1-0.8} = 4$
- $N_2 = = \frac{\rho_2}{1-\rho_2} = \frac{0.6}{1-0.6} = 1.5$
- Số lượng trung bình gói trong mạng
  - $N_{mạng} = N_1 + N_2 = 5.5\ (gói)$
- Trễ trung bình qua mạng
- $\rightarrow T_{mạng} = \frac{Nmang}{\lambda} = \frac{5.5}{30} = 0.18s$

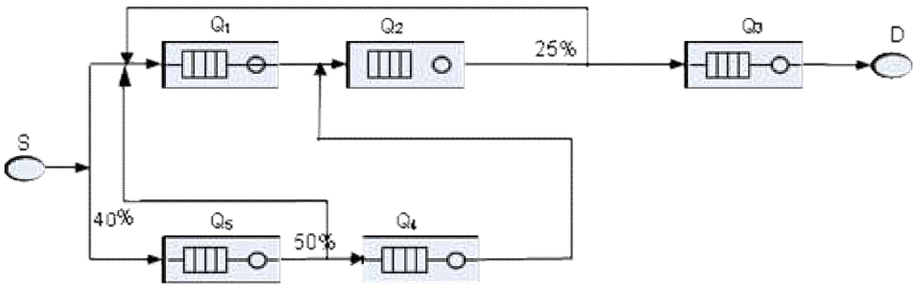
Ví dụ 2(1)

- $\lambda_S = 50\frac{gói}{s}$ và $\mu_i = \mu\ với\ \forall\ hàng\ đợi$
- Tìm điều kiện μ để mạng hàng đợi ổn định
- Với μ=100 tìm xác suất để không có khách hàng nào trong mạng



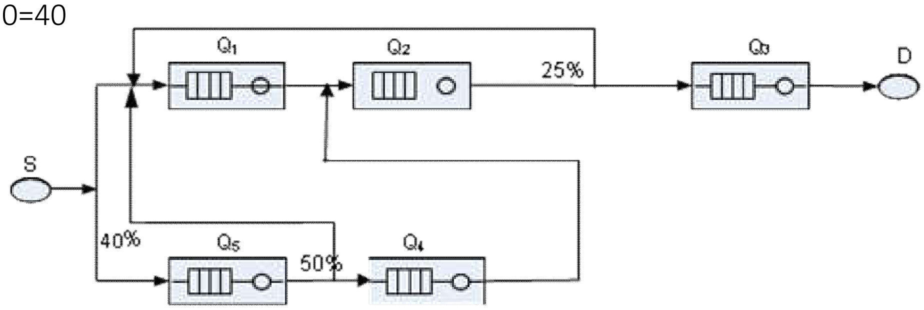
Ví dụ 2(2)

- $\theta_5 = 40\%\lambda = 20\ \left(\frac{gói}{s}\right)$
- $\theta_4 = \frac{1}{2}\theta_5 = 10\ \left(\frac{gói}{s}\right)$
- $\theta_1 = 0.6\lambda + \frac{1}{2}\theta_5 + \frac{1}{4}\theta_2 = 40 + \frac{1}{4}\theta_2$



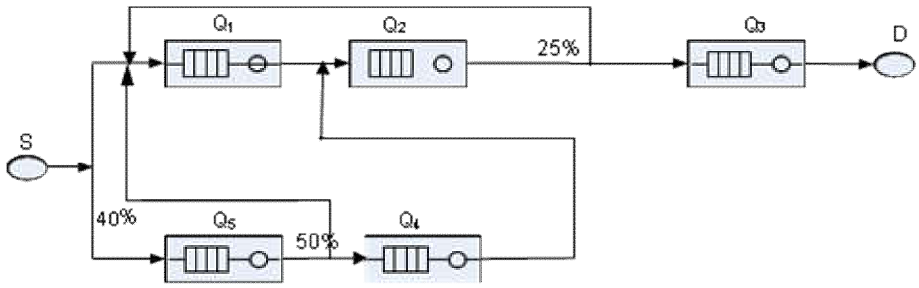
Ví dụ 2(3)

- $\theta_1 = 0.6\lambda + \frac{1}{2}\theta_5 + \frac{1}{4}\theta_2 = 40 + \frac{1}{4}\theta_2\ (1)$
- $\theta_2 = \theta_1 + \theta_4 = \theta_1 + 10$ *thay vào (1)*
- $\frac{3}{4}\theta_2 - 10 = 40$



Ví dụ 2(4)

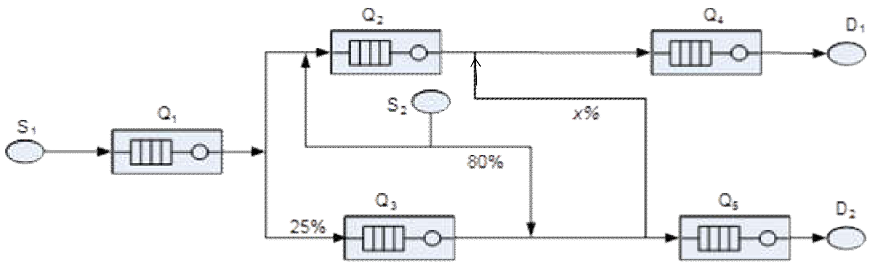
- $\frac{3}{4}\theta_2$ =50
- → θ_2=200/3 (gói/s) → θ_1=200/3 -10 = 170/3(gói/s)
- $\theta_3 = \frac{3}{4}\theta_2 = 50\ gói/s$



Ví dụ 2(5)

- Tìm điều kiện μ để mạng hàng đợi ổn định
  - $\rho_i < 1\ với\ \forall\ hàng\ đợi$
  - $\theta_i < \mu_i$ với $\forall\ hàng\ đợi$
  - $\rightarrow \mu \quad > \frac{200}{3}$
- Với μ=100 tìm xác suất để không có khách hàng nào trong mạng
- $P_{o\ của\ mạng}$=$P_{o1}.P_{o2}.P_{o3}.P_{o4}.P_{o5}$
- $P_{o\ của\ mạng}$=$(1-\rho_1).(1-\rho_2).(1-\rho_3).(1-\rho_4).(1-\rho_5) = \frac{13}{30.}.\frac{1}{3}.0.5x\ 0.9x0.8 = 0.052$

Ví dụ 3 (1)

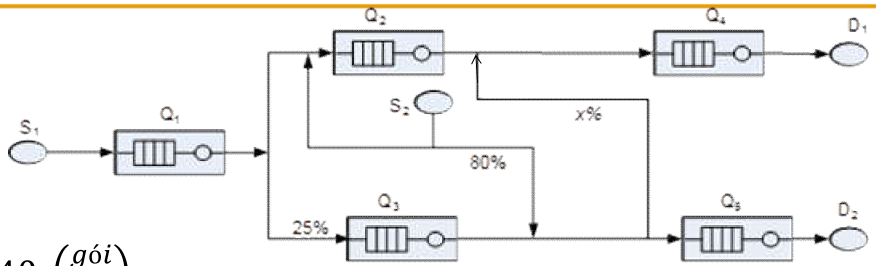


- S_1 và S_2 với tốc độ tương ứng là 40 và 50 yêu cầu/giây. Thời gian phục vụ có giá trị trung bình là 5ms tại Q_1, 6ms tại Q_2 , 4ms tại Q_3, 7ms tại Q_4, và 6ms giây tại Q_5.

Ví dụ 3(2)

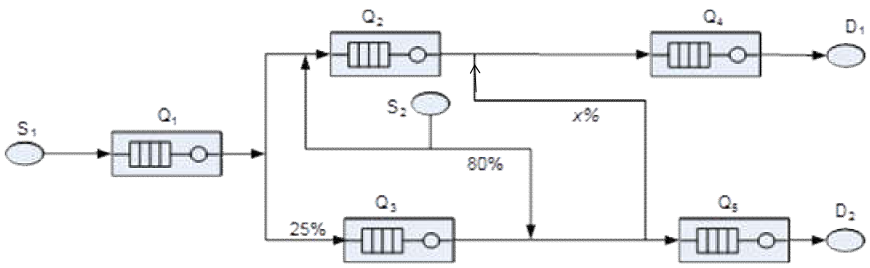
- Xác định giá trị *x* để tốc độ đến D_1 gấp đôi tốc độ đến D_2. Tính tốc độ đến D1,D2.
- Với giá trị *x* nói trên, hãy tính chiều dài hàng đợi và tính trễ trung bình của gói qua mạng

Ví dụ 3 (3)



- $\theta_1 = \lambda_{S1} = 40 \left(\frac{gói}{s}\right)$
- $\theta_2 = 75\%.\lambda_{S1} + 20\%.\lambda_{S2} = \quad 40 \left(\frac{gói}{s}\right)$
- $\theta_3 = 25\%.\lambda_{S1} = \quad 10 \left(\frac{gói}{s}\right)$

Ví dụ 3 (4)

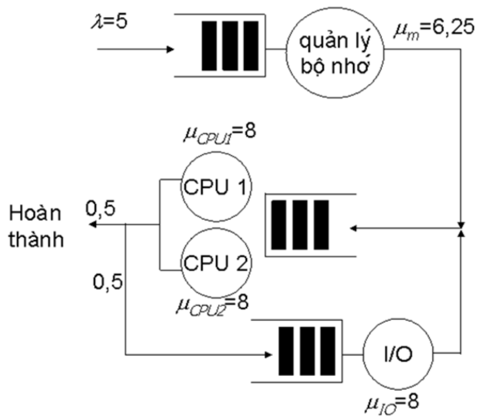


- $\theta_4 = \theta_2 + x\%(80\%\lambda_{S2} + \theta_3) = 40 + x\%50$
- $\theta_5 = (100 - x)\%(80\%\lambda_{S2} + \theta_3) = (100 - x)\%50$

Ví dụ 3 (4)

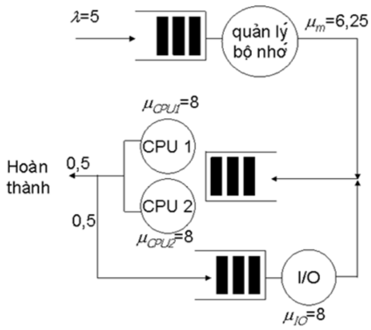
- $\theta_4 = \theta_2 + x\%(80\%\lambda_{S2} + \theta_3) = 40 + x\%50$
  $\theta_5 = (100 - x)\%(80\%\lambda_{S2} + \theta_3) = (100 - x)\%50$
-
    - Vì $\lambda_{D1} = 2x\ \lambda_{D2}$ *nên ta có* θ_4=2. θ_5
    - $40 + x\%50$ = 2 (100-x)%50
    - 3x%50=1.5x=100-40=60
    - X=40

Ví dụ 4



Ví dụ 4 (1)

- Tính số chương trình trung bình nằm tại từng khối
- Tính thời gian đợi trung bình tại từng khối
- Tính xác suất để hệ thống ở trạng thái rỗi
- Tính xác suất để có 01 task ở khối bộ nhớ, 0 task ở khối CPU và 02 task ở khối I/O



Xấp xỉ độc lập Kleinrock

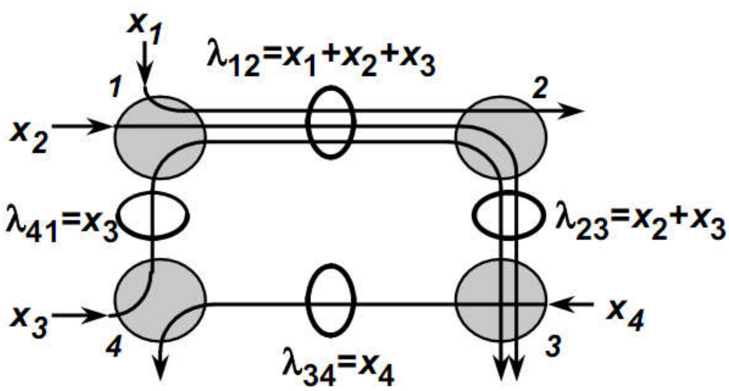
- Xấp xỉ độc lập Kleinrock(KIA: Kleinrock independence approximation)
  - Cung cấp giải pháp phân tích trễ trong mạng mang nhiều luồng gói.

KIA: Mô hình mạng (1)

- Các gói của mỗi luồng đi vào mạng tại nút nguồn đi theo đường đi cố định và duy nhất và đi ra tại điểm đích
- X_S là tốc độ gói đến của luồng S
- Tốc độ đến trên liên kết (I,j)

$$\lambda_{ij} = \sum_{\{s|(i,j)\in path(s)\}} x_s$$

KIA: Mô hình mạng (2)



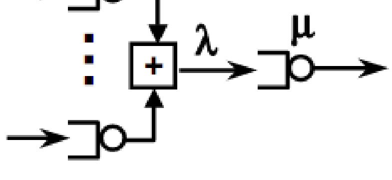
KIA: Mô hình mạng (3)

- Có thể thay đổi để phù hợp với mạng dữ liệu.
- Các gói của cùng một luồng có thể đi những đường khác nhau.
- $f_{ij}(s)$ là tỷ lệ gói của luồng s trên liên kết (I,j)
- Tốc độ đến trên liên kết (I,j)

$$\lambda_{ij} = \sum_{(i,j)} f_{ij}(s) x_s$$

KIA(2)

- Xấp xỉ độc lập Kleinrock(KIA: Kleinrock independence approximation)
  - Ghép nhiều luồng Poissons trên một đường truyền thì giữ nguyên được tính độc lập giữa các tốc độ đến và thời gian giữa các khoảng đến



KIA (3)

- $\frac{1}{\mu_{ij}}$ là thời gian truyền trung bình trên liên kết (I,j)
- Số gói trung bình trên liên kết (i.j)

$$N_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}}$$

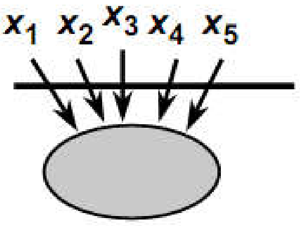
KIA(4)

- Số gói trung bình trong hệ thống

$$N = \sum_{(i,j)} N_{ij} = \sum_{(i,j)} \frac{\lambda_{ij}}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}}$$

KIA(5)

- Gọi γ là tốc độ đến tổng của hệ thống trong đó x_S là tốc độ gói đến của luồng s



$$\gamma = \sum_s x_s$$

KIA(6)

- Sử dụng định luật Little ta có trễ gói trung bình trong hệ thống là

$$T = \frac{1}{\gamma} N = \frac{1}{\gamma} \sum_{(i,j)} \frac{\lambda_{ij}}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}}$$

KIA(7)

- Công thức trên có thể được viết lại như sau

$$T = \frac{1}{\gamma} N = \frac{1}{\gamma} \sum_{(i,j)} \frac{\lambda_{ij}}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}}$$

$$T = \sum_{(i,j)} \left(\frac{\lambda_{ij}}{\gamma}\right)\left(\frac{1}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}}\right) = \sum_{(i,j)} \alpha_{ij} T_{ij}$$

- Trong đó T_{ij} *là trễ tại liên kết* (i, j) *và* α_{ij} *là tỷ lệ của lưu lượng hệ thống đi qua liên kết* (i, j)

KIA(8)

- Trễ gói trung bình sẽ thay đổi nếu như ta tính thêm trễ lan truyền d_{ij} *trên liên kết* (i, j)
- Từ $T = \sum_{(i,j)} \alpha_{ij} T_{ij}$
- $\rightarrow T = \sum_{(i,j)} \alpha_{ij} (T_{ij} + d_{ij})$

$$T = \frac{1}{\gamma} \sum_{(i,j)} \left(\frac{\lambda_{ij}}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}} + \lambda_{ij} d_{ij} \right)$$

KIA(9)

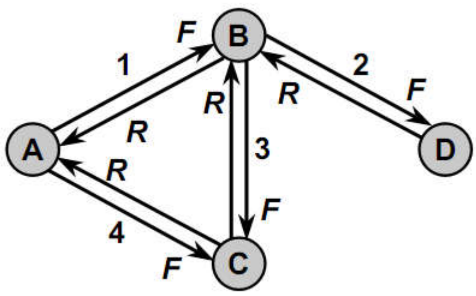
- Trễ gói trung bình của luồng theo đường p

$$T_p = \sum_{(i,j)\in p}\left(W_{ij} + \frac{1}{\mu_{ij}} + d_{ij}\right)$$

$$= \sum_{(i,j)\in p}\left(\frac{\rho_{ij}}{\mu_{ij} - \lambda_{ij}} + \frac{1}{\mu_{ij}} + d_{ij}\right)$$

- W_{ij} *là thời gian đợi tại liên kết* (i,j)
- ρ_{ij} *là độ sử dụng của liên kết* (i,j), $\rho_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{\mu_{ij}}$

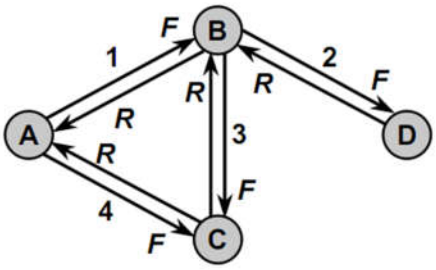
Ví dụ KIA(1)



Stream	Xs	S	D
1	1	A	C
2	2	A	D
3	1	B	A
4	3	B	D
5	3	C	A
6	1	C	D
7	1	C	D
8	2	D	A
9	2	D	A
10	3	D	C

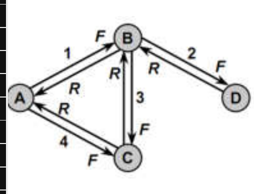
Ví dụ KIA(2)

Stream	Xs	S	D	1F	2F	3F	4F	1R	2R	3R	4R
1	1	A	C				1				
2	2	A	D	1	1						
3	1	B	A					1			
4	3	B	D		1						
5	3	C	A								1
6	1	C	D		1					1	
7	1	C	D		1					1	
8	2	D	A					1	1		
9	2	D	A			1			1		1
10	3	D	C			1			1		



Ví dụ KIA(3)

Luồng	Xs	S	D	1F	2F	3F	4F	1R	2R	3R	4R
1	1	A	C				1				
2	2	A	D	1	1						
3	1	B	A					1			
4	3	B	D		1						
5	3	C	A								1
6	1	C	D		1					1	
7	1	C	D		1					1	
8	2	D	A					1	1		
9	2	D	A			1			1		1
10	3	D	C			1			1		
Tổng cộng	19			2	7	5	1	3	7	2	5
Dung lượng				10	10	10	10	10	10	10	10
N	7.71			0.25	2.33	1.00	0.11	0.43	2.33	0.25	1.00
T	0.41			0.13	0.33	0.20	0.11	0.14	0.33	0.13	0.20
Độ sử dụng				0.20	0.70	0.50	0.10	0.30	0.70	0.20	0.50



Định lý Burke

- Xem xét hàng đợi M/M/1, M/M/m hay M/M/∞ ở trạng thái ổn định với tốc độ đến λ thì ta có
  - Tiến trình đi là Poisson với tốc độ λ
  - Tại mỗi thời điểm t, số lượng khách hàng trong hệ thống là độc lập với các thời gian rời khỏi hệ thống trước thời điểm t.

HUST

hust.edu.vn fb.com/dhbkhn

TRÂN TRỌNG
CẢM ƠN!