

ET4020 - Xử lý tín hiệu số

Tín hiệu và hệ thống rời rạc

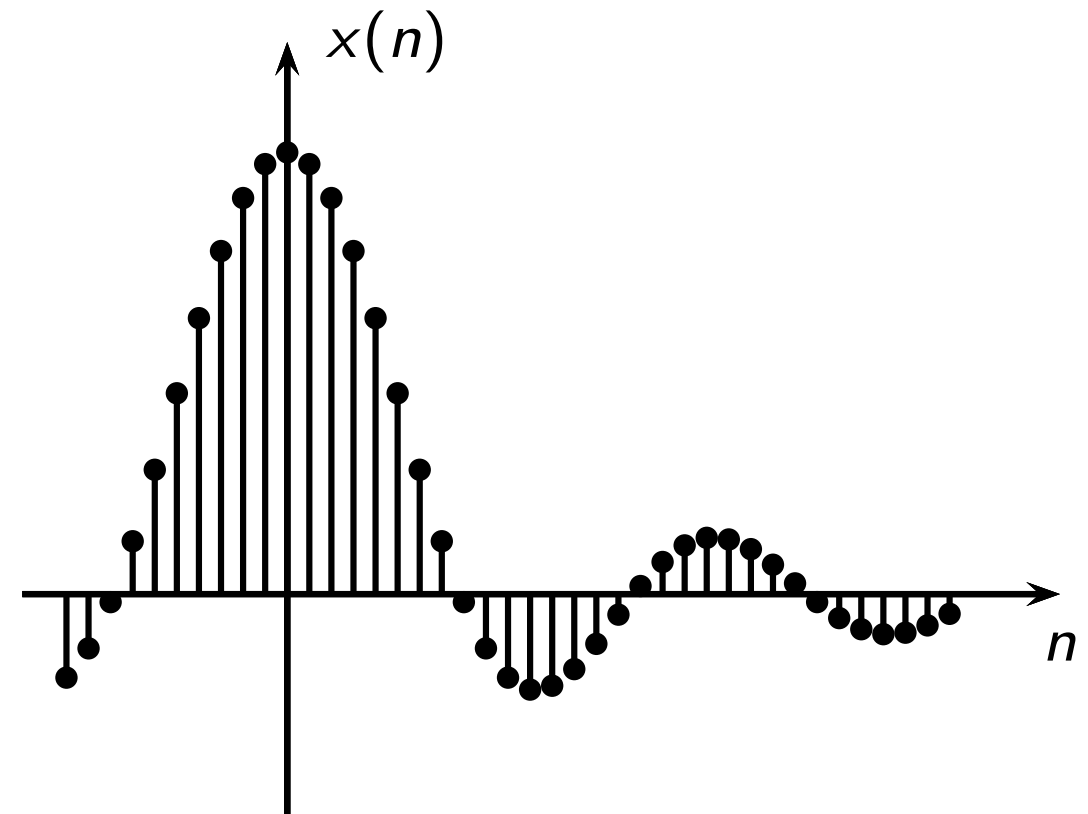
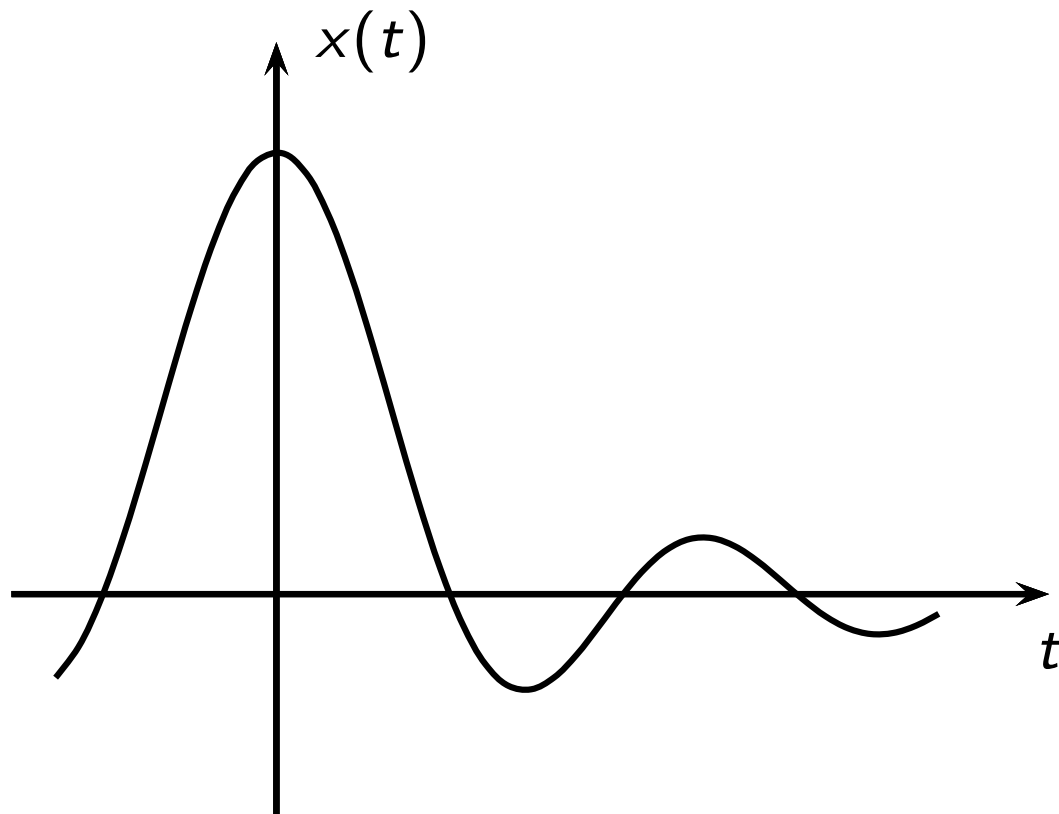
TS. Đặng Quang Hiếu
<http://dsp.edabk.org>

Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội
Viện Điện tử - Viễn thông

Năm học 2014 - 2015

Tín hiệu rời rạc

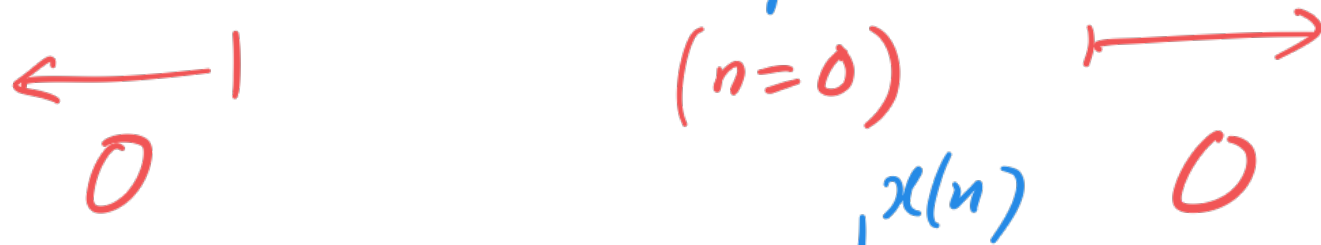
$$x(t) \xrightarrow[T_s]{\text{lấy mẫu}} x(nT_s) \xrightarrow{\text{chuẩn hóa}} x(n)$$



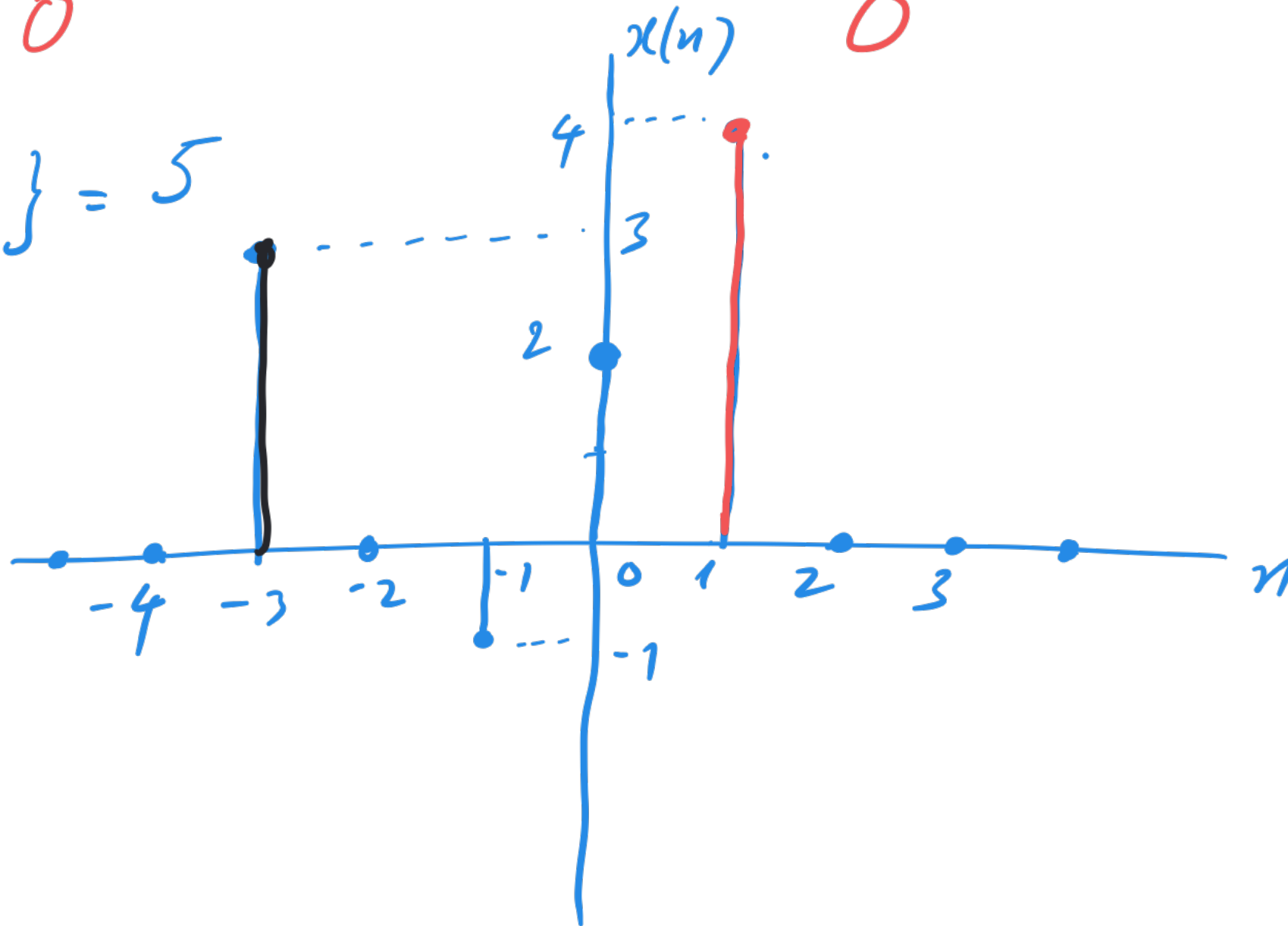
- ▶ Biểu diễn tín hiệu?
- ▶ Công suất, năng lượng?
- ▶ Các phép toán?

$$x(n) = \{3, 0, -1, 2, 4\}$$

$$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n=0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$



$$L\{x(n)\} = 5$$



$$= \underline{3\delta(n+3)} + 0 \cdot \delta(n+2) - 1 \cdot \delta(n+1) + 2\delta(n) + \underline{4\delta(n-1)}$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) \delta(n-k)$$

$$E_x, P_x ?$$

$$E_x = 3^2 + 0^2 + (-1)^2 + 2^2 + 4^2 = 30$$

$$P_x = 0$$

$$x(n) = \{3, 0, -1, \underset{\uparrow}{2}, 4\} = 3\delta(n+3) - \delta(n+1) + 2\delta(n) + 4\delta(n-1)$$

$$x(n-2) = \{3, \underset{\uparrow}{0}, -1, 2, 4\}$$

$$= 3\delta(n-2+3) - \delta(n-2+1) + 2\delta(n-2) + 4\delta(n-2-1)$$

$$= 3\delta(n+1) - \delta(n-1) + 2\delta(n-2) + 4\delta(n-3)$$

$$x(-n) = \{4, \underset{\uparrow}{2}, \overset{\text{green}}{-1}, 0, \overset{\text{red}}{3}\}$$

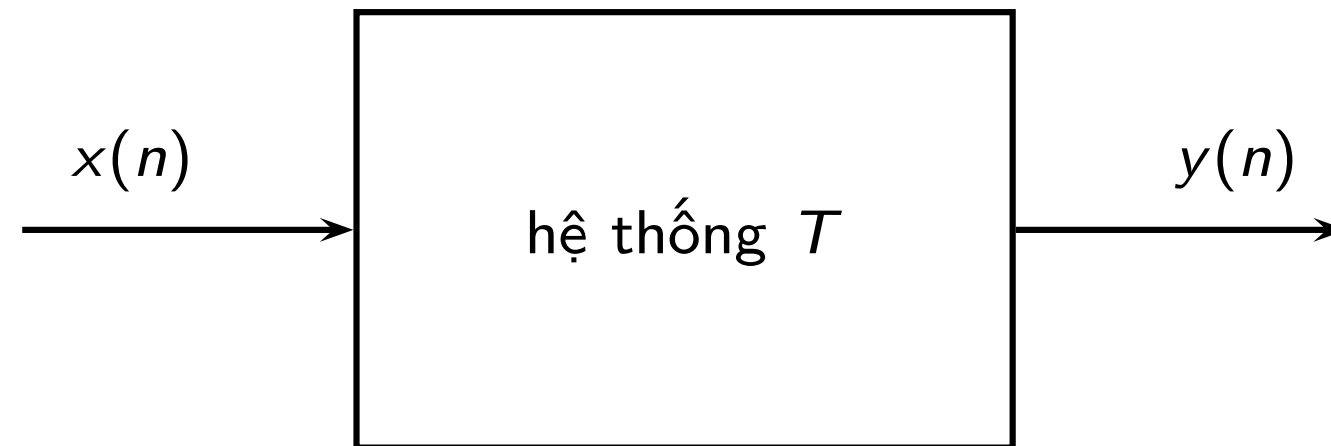
$$= \underline{3\delta(-n+3)} - \underline{\delta(-n+1)} + 2\delta(-n) + 4\delta(-n-1)$$

$$x(-n+1) = 3\delta(-n+1+3) - \delta(-n+1+1) + 2\delta(-n+1) + 4\delta(-n+1-1)$$

$$= \{ \underset{\uparrow}{4}, 2, -1, 0, 3 \}$$

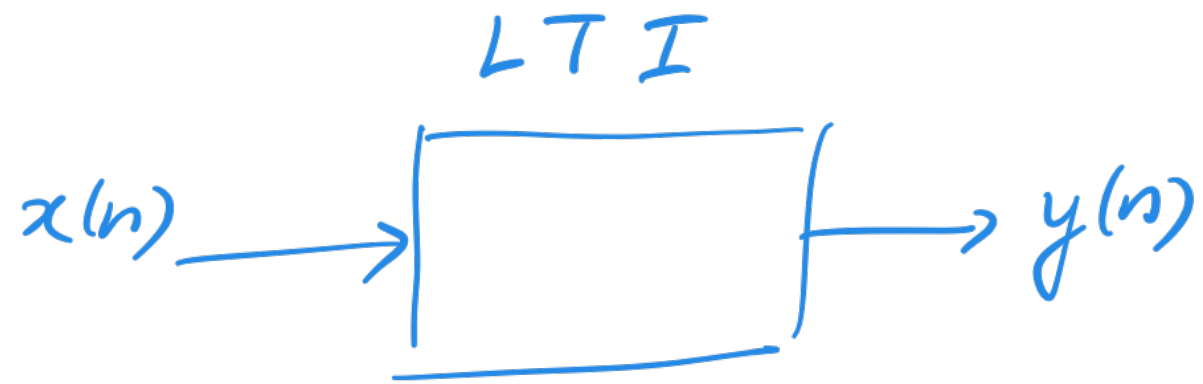
Hệ thống rời rạc

$$x(n) \xrightarrow{T} y(n) = T\{x(n)\}$$



Các khái niệm:

- ▶ LTI?
- ▶ Nhân quả?
- ▶ Ổn định?



$$x(n) = \{3, 0, -1, 2, 4\}$$

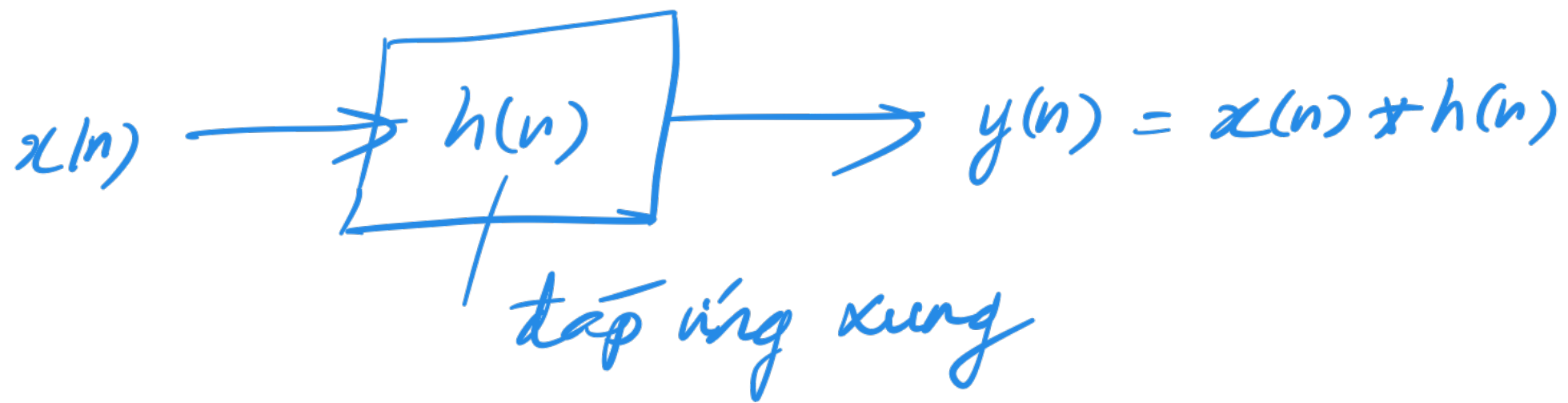
$$= 3\delta(n+3) - \delta(n+1) + 2\delta(n) + 4\delta(n-1)$$

$$\begin{aligned} \delta(n) &\rightarrow h(n) \\ \delta(n+1) &\rightarrow h(n+1) \\ \delta(n-2) &\rightarrow h(n-2) \\ &\dots \end{aligned}$$

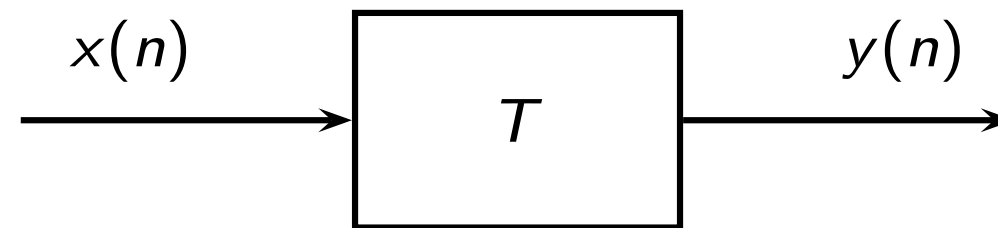


$$y(n) = 3h(n+3) - h(n+1) + 2h(n) + 4h(n-1)$$

$$= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) h(n-k) := x(n) * h(n)$$



Hệ thống LTI



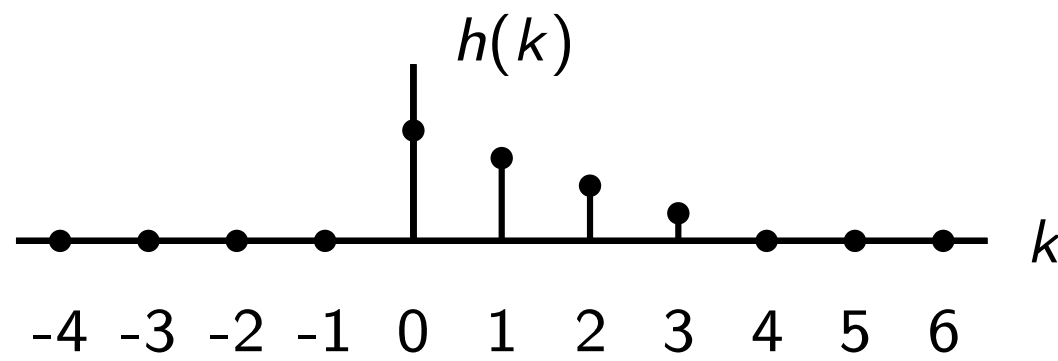
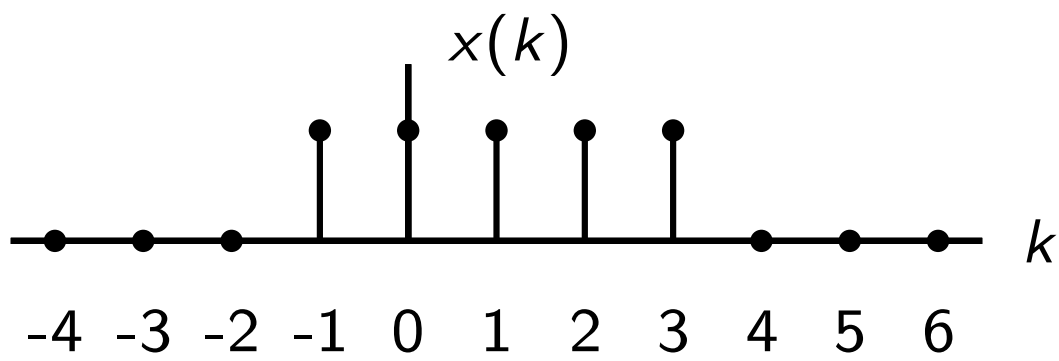
Đáp ứng xung của hệ thống:

$$h(n) = T\{\delta(n)\}$$

Phép chập:

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k)h(n-k) := x(n) * h(n)$$

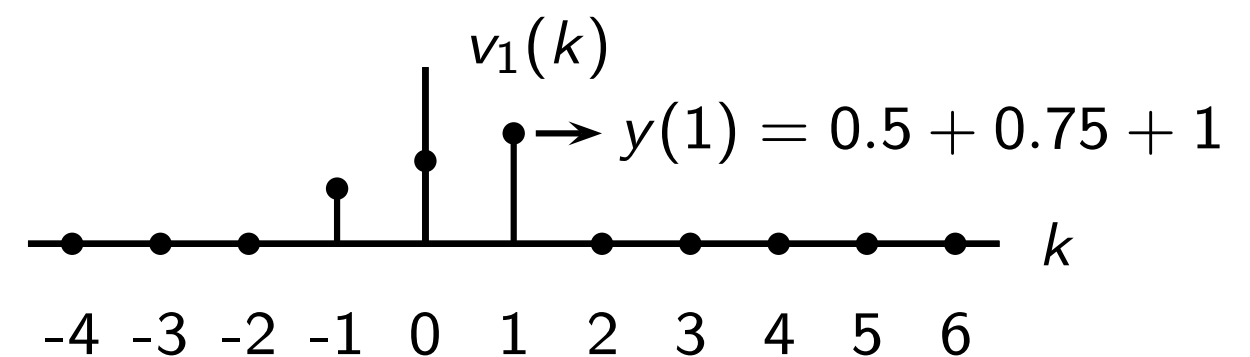
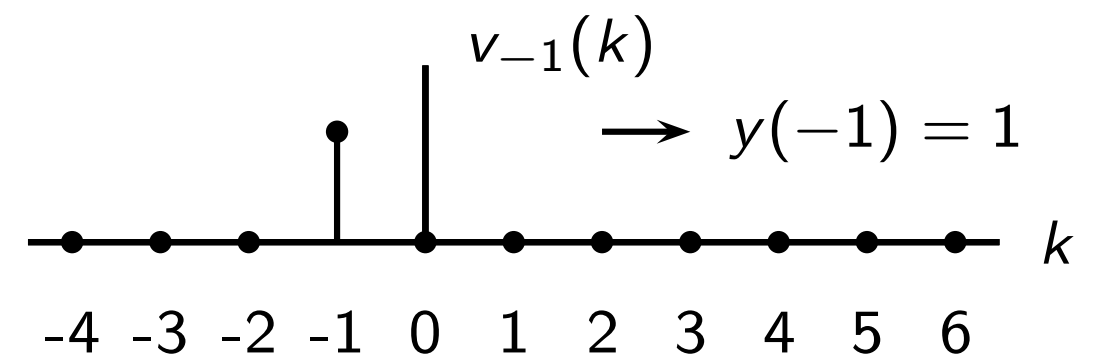
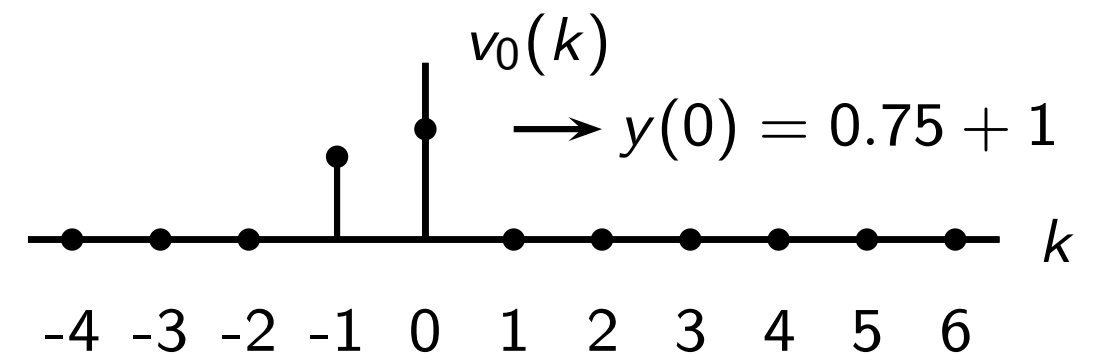
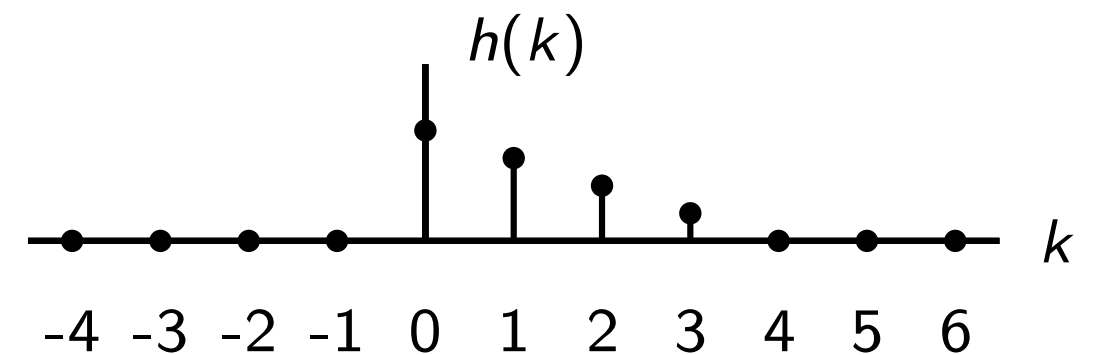
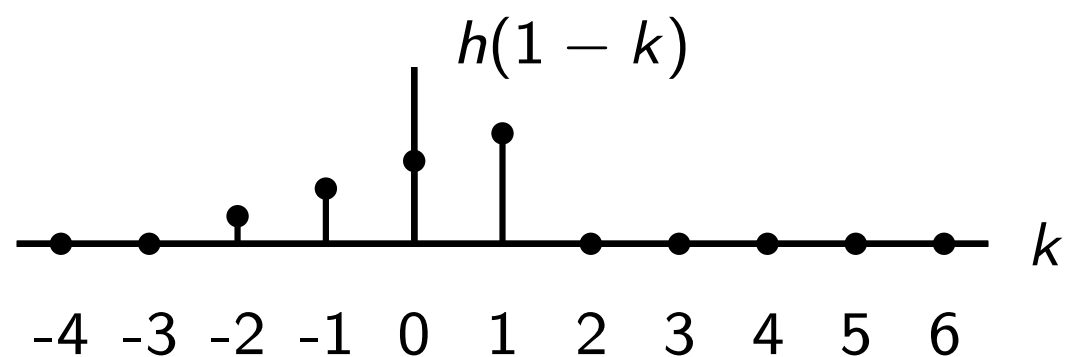
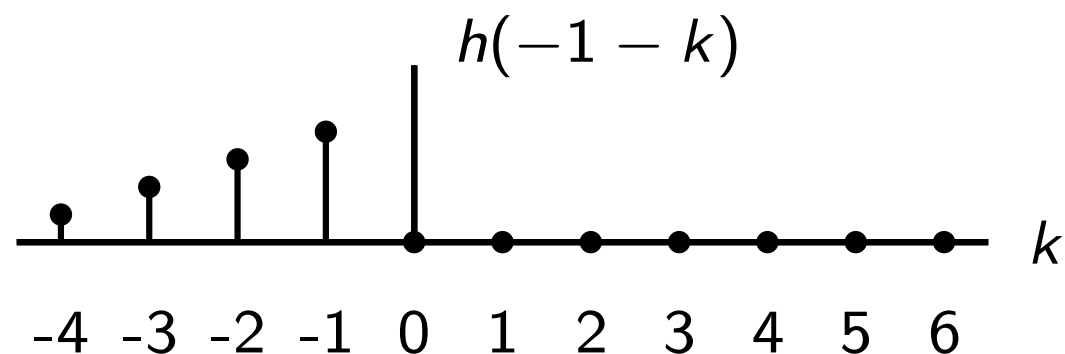
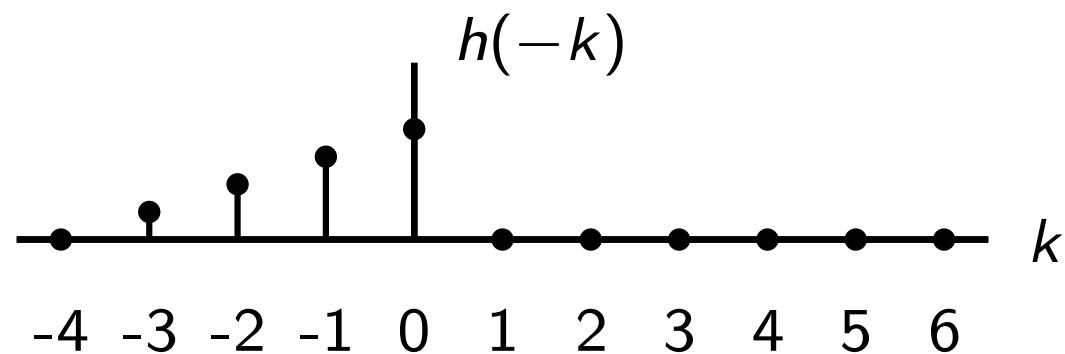
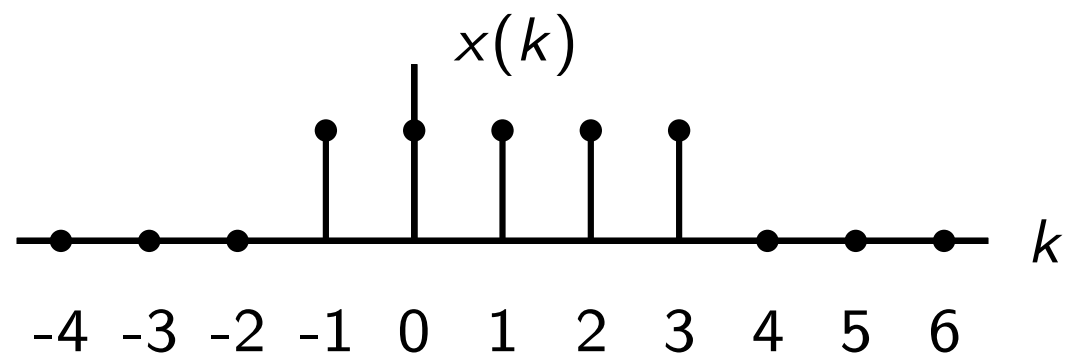
Cách tính phép chập



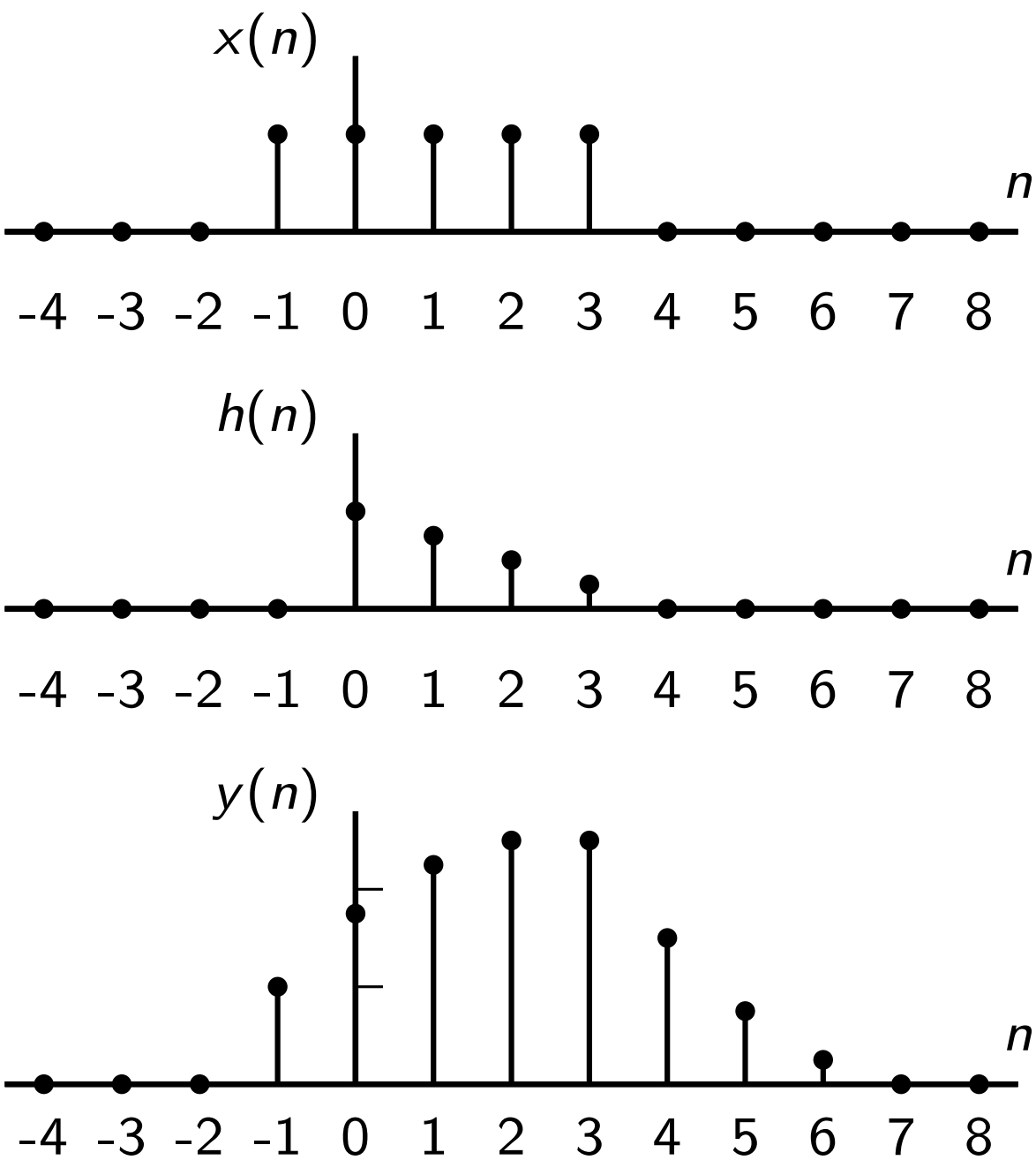
Cách tính phép chập

$$x(n) = \{1, 1, 1, 1, 1\}$$

$$h(n) = \{1, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}\}$$



Kết quả phép chập



$$x(n) = \{3, 0, -1, \underset{\uparrow}{2}, 4\} \quad y(n)?$$

$$h(n) = \{-2, \underset{\uparrow}{1}, 0, -1\}$$

$$y[n] = \sum x[k] h[n-k]$$

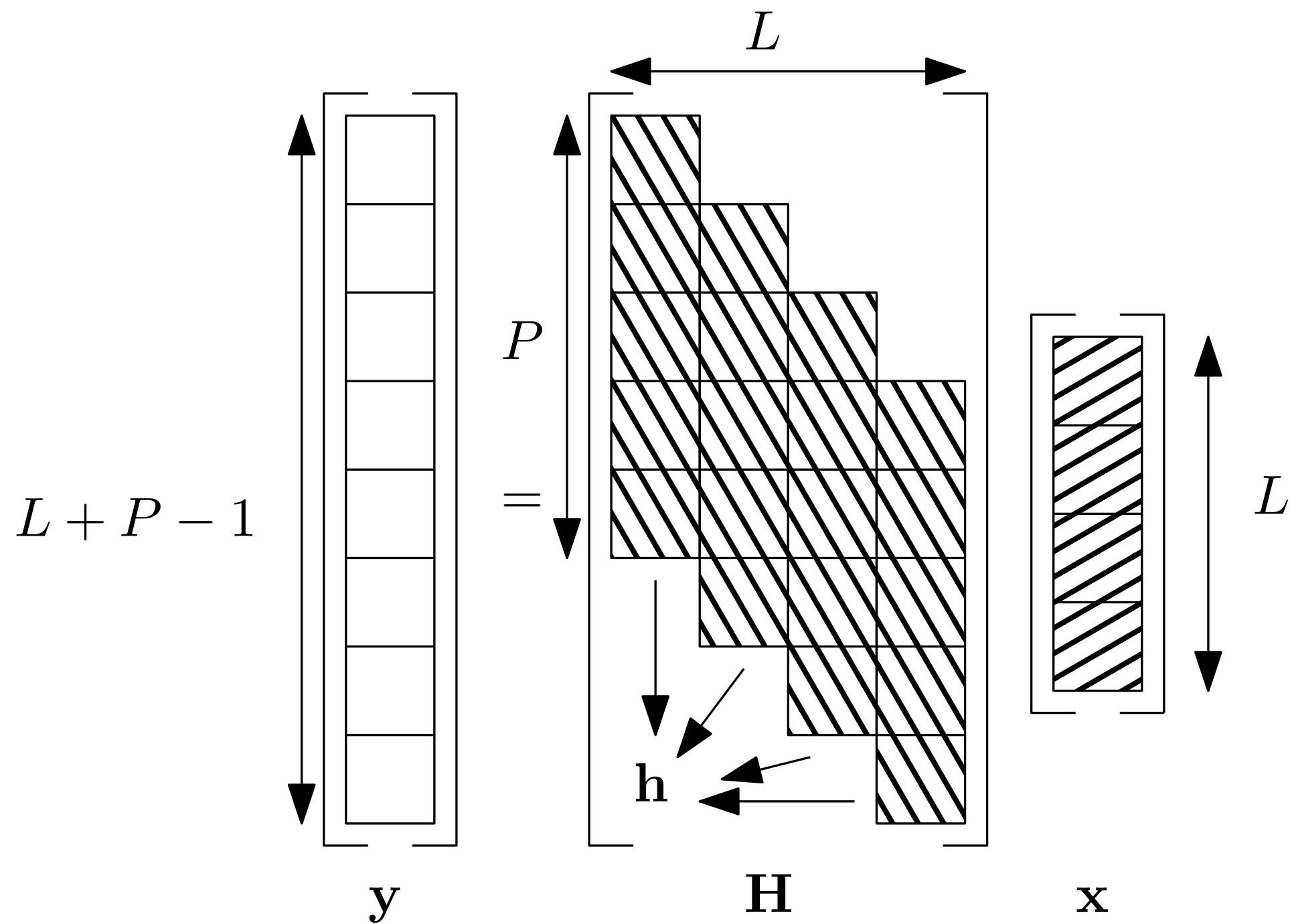
$$= \dots + x[0] \cdot h[n] + x[1] h[n-1] + x[2] h[n-2] + \dots$$

$$\begin{bmatrix} y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{\text{shaded}} & \boxed{\text{shaded}} & \dots & \boxed{\text{shaded}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ x[0] \\ x[1] \\ \vdots \end{bmatrix}$$

$\swarrow \quad \searrow$
 $h[n] \quad h[n-1]$

Dạng ma trận của phép chập

Giả sử $x(n)$ có chiều dài L , $h(n)$ có chiều dài P .



$$x(n) = \begin{matrix} n = -2 & \xrightarrow{\quad} & 2 \\ \{3, -2, 0, -1\} \\ \uparrow \end{matrix}$$

$$h(n) = \begin{matrix} n = -1 & \xrightarrow{\quad} & 1 \\ \{2, -3, 4\} \\ \uparrow \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 \\ -13 \\ 18 \\ -10 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & & & 0 \\ -3 & 2 & & \\ 4 & -3 & 2 & \\ & 4 & -3 & 2 \\ 0 & & 4 & -3 \\ & & & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$y(n) = \{6, -13, 18, -10, 3, -4\}$$

$$\begin{matrix} -1+(-1) & \xrightarrow{\quad} & 2+1 \\ (-2) & & (3) \end{matrix}$$

$$\mathcal{L}\{y(n)\} = \mathcal{L}\{x(n)\} + \mathcal{L}\{h(n)\} - 1$$

Phép tương quan

$$x(n) * y(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m) y(n-m)$$

Tương quan chéo của hai tín hiệu $x(n)$ và $y(n)$:

$$r_{xy}(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m) y(m-n) = x(n) * y(-n)$$

$$r_{yx}(n) ? \neq r_{xy}(n)$$

Hàm tự tương quan:

$$r_{xx}(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m) x(m-n)$$

max tại n=0
đối xứng

Cách tính?

- ▶ Tính trực tiếp qua đồ thị
- ▶ Nhân ma trận

So sánh với phép chập?

Ứng dụng của phép chập, tương quan

- ▶ Phép chập:
 - ▶ Mọi khối xử lí tín hiệu đều có thể được coi như một hệ thống LTI với phép chập.
 - ▶ Kênh đa đường
- ▶ Phép tương quan: Trong máy thu ở các hệ thống thông tin (vô tuyến)

Hệ thống LTI nhân quả, ổn định

Xét hệ thống LTI với đáp ứng xung $h(n)$.

- ▶ Hệ thống ổn định:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| < \infty$$

- ▶ Hệ thống nhân quả:

$$h(n) = 0, \quad \forall n < 0$$

Phương trình sai phân tuyến tính hệ số hằng

$$y(n) = 4x(n) - 7x(n-1) + 5x(n-3)$$

$$h(n) = 4\delta(n) - 7\delta(n-1) + 5\delta(n-3)$$

FIR
(Finite Impulse Response)

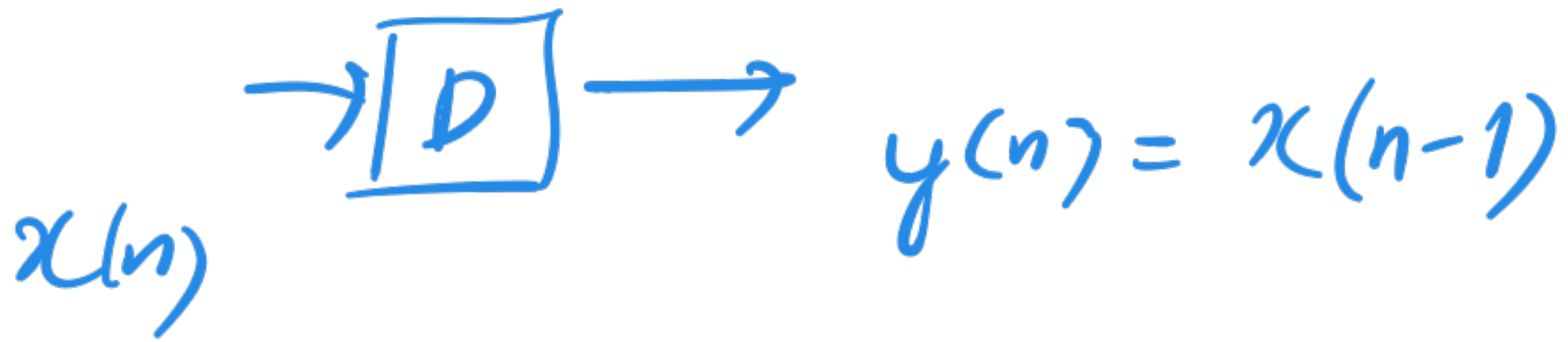
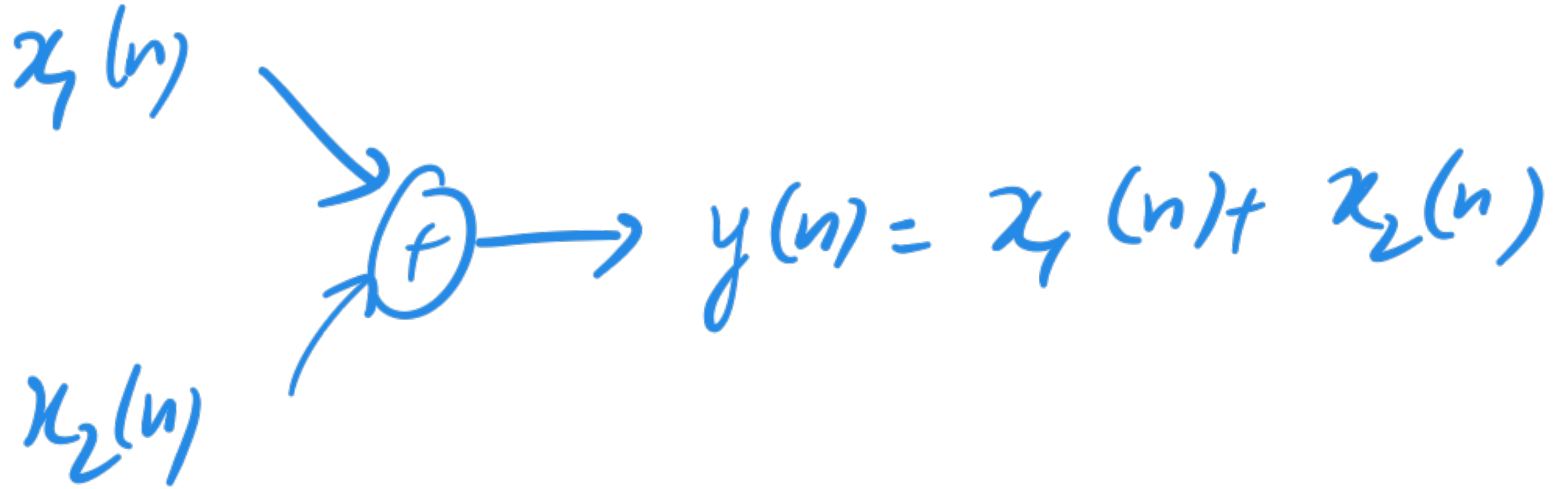
$$= \{ \underset{\uparrow}{4}, -7, 0, 5 \}$$

$$\sum_{k=0}^N a_k y(n-k) = \sum_{r=0}^M b_r x(n-r)$$

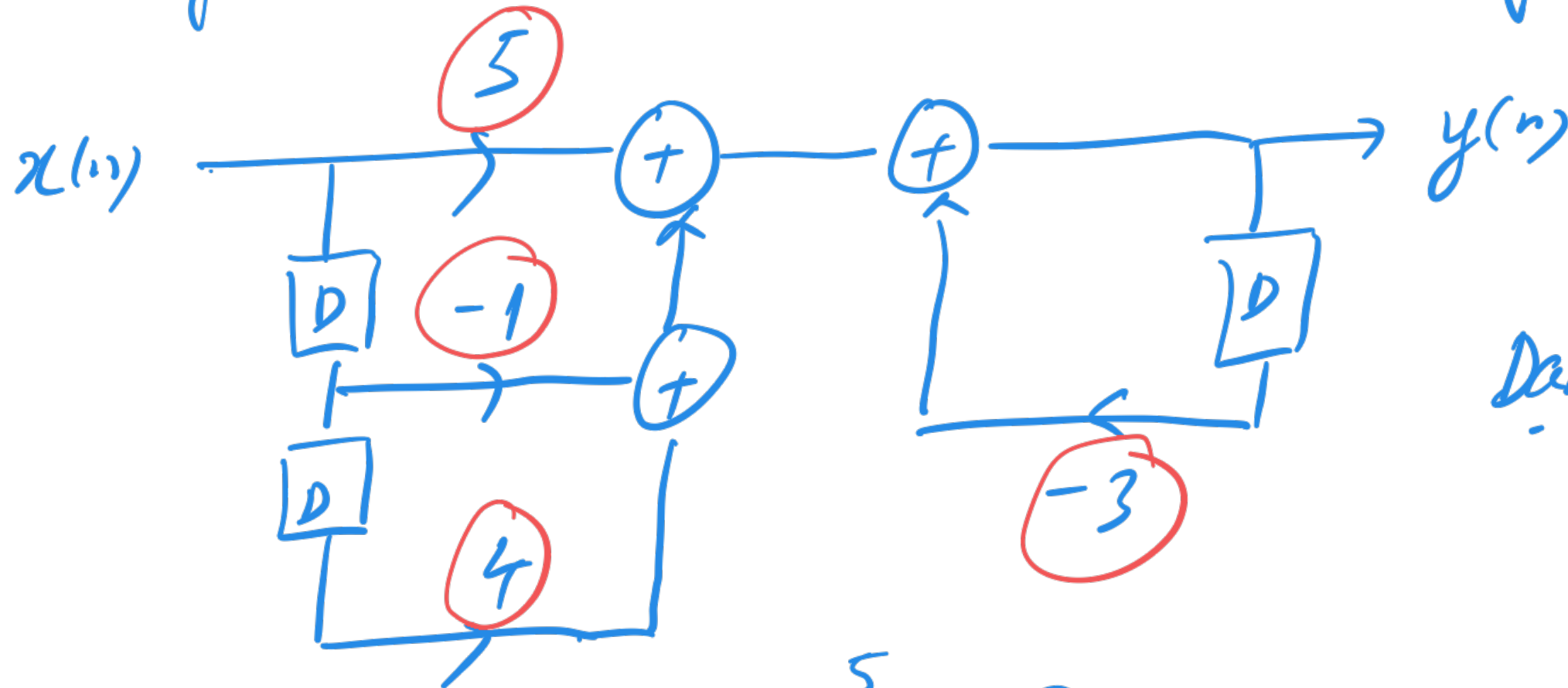
- ▶ Hệ thống có đáp ứng xung chiều dài hữu hạn (FIR): $N = 0$
- ▶ Hệ thống có đáp ứng xung chiều dài vô hạn (IIR): $N > 0$

$$y(n) = 2x(n) - x(n-1) - 4y(n-1) \quad \text{IIR}$$

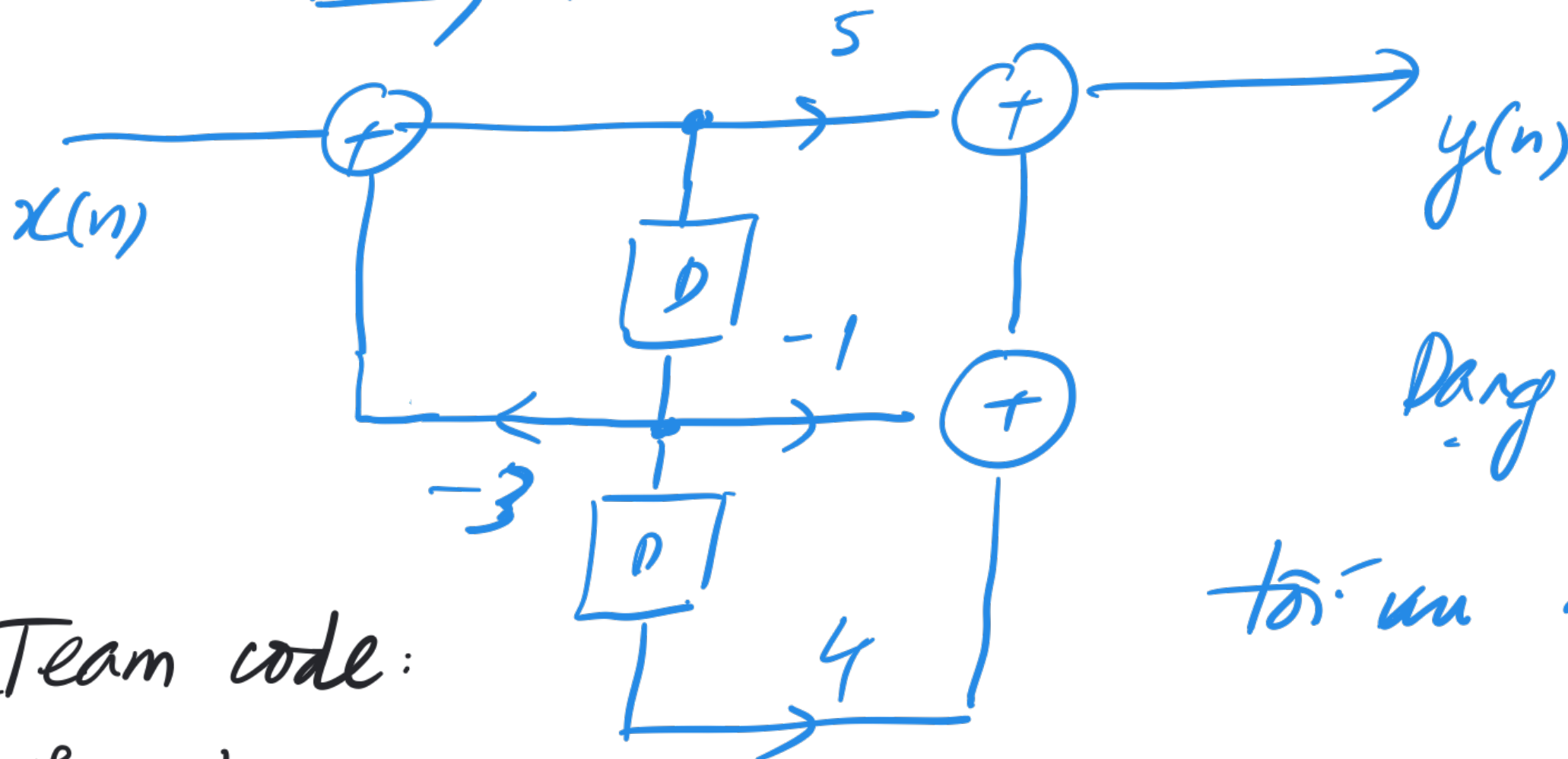
(Infinite IR)



$$y(n) = \underline{5}x(n) - \underline{1}x(n-1) + \underline{4}x(n-2) - \underline{3}y(n-1)$$



Dạng trực tiếp I



Dạng trực tiếp II

tối ưu $\begin{matrix} \swarrow x, + \\ \searrow D \end{matrix}$

Team code:
fwrh373

Homework

1. Sử dụng Matlab để biểu diễn tín hiệu rời rạc và thực hiện các phép toán trên tín hiệu rời rạc.
2. Làm các bài tập tính toán phép chập, tương quan.