

## ĐẠO HÀM - VI PHÂN HÀM NHIỀU BIẾN - Ý NGHĨA

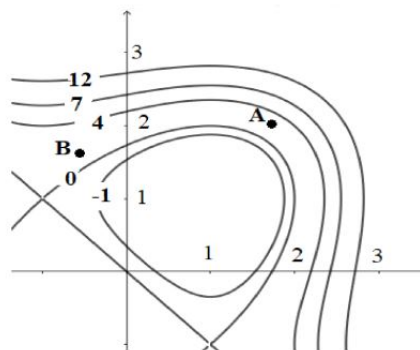
**Câu 1.** Tìm tọa độ điểm  $M(x, y, z)$  trên mặt cong  $S$  có phương trình  $x^2 - y^2 - z^2 = 1$  sao cho tiếp diện tại  $M$  của mặt  $(S)$  song song với mặt phẳng  $z = x + y$ .

- A.  $(1, 1, 1)$ . B.  $(1, 0, 0)$ . C. Các câu khác sai. D.  $(1, -1, 1)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x, y) = 1 - 2x^2 - 3y^2$  có đồ thị là mặt cong  $(S)$ . Mặt phẳng  $y = 1$  cắt mặt cong  $(S)$  theo giao tuyến  $(C)$ . Hệ số góc tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $M(1, 1, -4)$  bằng bao nhiêu?

- A. -5. B. Đáp án khác. C. -6. D. -4.

**Câu 3.** Cho hai điểm  $A, B$  và bản đồ đường mức của một hàm số  $f(x, y)$  như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng:



- A.  $f'_y(A) < 0, f'_y(B) > 0$ . B.  $f'_x(A) > 0, f'_x(B) < 0$ . C.  $f'_x(A) < 0, f'_y(B) < 0$ . D.  $f'_y(A) > 0, f'_x(B) > 0$ .

**Câu 4.** Viết phương trình mặt phẳng tiếp diện của mặt trụ paraboloid  $y + z^2 - 2 = 0$  tại điểm  $M_0(1, -2, 2)$ .

- A.  $y + 2z - 2 = 0$ . B. Các câu khác sai. C.  $x + y + 4z - 6 = 0$ . D.  $y + 4z - 6 = 0$ .

**Câu 5.** Điểm cao nhất trên giao tuyến giữa mặt cong  $z = f(x, y) = (xy)^6$  và mặt trụ  $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$  có hoành độ là  $x_0$ . Tính  $x_0^2$

- A. 1. B.  $\frac{1}{4}$ . C.  $\frac{4}{9}$ . D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x, y)$  có đạo hàm riêng liên tục và các điểm  $A(1, 3), B(3, 3), C(1, 7), D(6, 15)$ . Nếu  $\frac{\partial f}{\partial \vec{AB}}(A) = 3, \frac{\partial f}{\partial \vec{AC}}(A) = 26$  thì  $\frac{\partial f}{\partial \vec{AD}}(A)$  bằng:

- A. 327. B.  $\frac{171}{2}$ . C.  $\frac{327}{13}$ . D.  $\frac{171}{26}$ .

**Câu 7.** Cho các hàm  $f(x, y) = x^2 + y^2, g(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}, h(x, y) = 2 - x^2 - y^2$ . Đồ thị của hàm nào có giao tuyến với mặt phẳng  $(P) : z = 1$  không là đường tròn  $x^2 + y^2 = 1$

- A. Hàm  $h(x, y)$ . B. Một hàm khác. C. Hàm  $g(x, y)$ . D. Hàm  $f(x, y)$ .

**Câu 8.** Cho hàm  $f(x, y, z) = x^2y + 2y^2 - 3x + 1$  và các điểm  $M(1, 2), A(1, 3), B(2, 2)$ . Tìm đẳng thức sai:

- A.  $\nabla f(M) = (1, 9)$ . B.  $f'_{AB}(A) = 2$ . C.  $f'_{MA}(M) = 9$ . D.  $f'_{MB}(M) = 1$ .

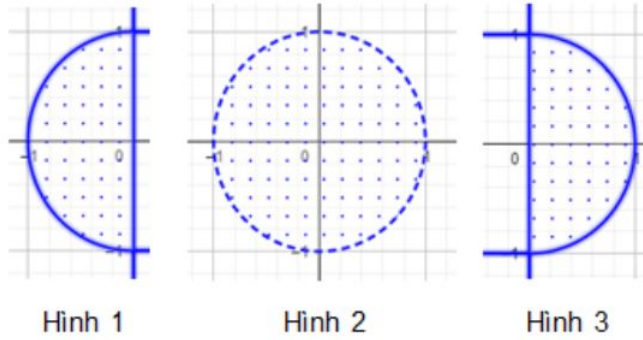
**Câu 9.** Đạo hàm theo hướng vecto  $\vec{u}$  của hàm  $f(x, y) = \frac{x+y}{z}$  tại điểm  $M(1, -2, 2)$  có giá trị nhỏ nhất khi:

- A.  $\vec{u} = (-1, -1, -2)$ . B.  $\vec{u} = (1, 1, 2)$ . C.  $\vec{u} = (-2, -2, -1)$ . D.  $\vec{u} = (2, 2, 1)$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $f(x, y) = \ln\left(3 + \frac{y}{x}\right)$ . Tìm đẳng thức đúng:

- A.  $f'_x(x, y) + \frac{y}{x}f'_y(x, y) = 1$ . B.  $f'_x(x, y) + \frac{y}{x}f'_y(x, y) = 0$ .  
C.  $f'_x(x, y) + f'_y(x, y) = 0$ . D.  $f'_x(x, y) - f'_y(x, y) = 0$ .

**Câu 11.** Miền xác định của hàm  $f(x, y) = \sqrt{\frac{|x|}{1 - x^2 - y^2}}$  có hình vẽ là hình nào dưới đây?



- A. Hình 2.                      B. Một hình khác.                      C. Hình 1.                      D. Hình 3.

**Câu 12.** Cho hàm  $f(x, y, z) = x^3y + 2x - 3y + z^2$  và các điểm  $M_0(1, 2, -1)$ ,  $A(1, 0, 0)$ ,  $B(0, 2, 0)$ ,  $C(0, 0, 3)$ . Tìm đạo hàm của  $f$  tại điểm  $M_0$  theo hướng vecto  $\vec{u}$  biết vecto  $\vec{u}$  tạo với các vecto  $\vec{OA}$ ,  $\vec{OB}$ ,  $\vec{OC}$  những góc nhọn bằng nhau.

- A.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ .                      B.  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ .                      C. 2.                      D. 1.

**Câu 13.** Tìm điểm  $A(x, y, z)$  trên mặt Paraboloid  $(P) : y = x^2 + z^2$  mà tại đó tiếp diện của  $(P)$  song song với mặt phẳng  $x + 2y + 3z = 0$

- A.  $A\left(\frac{1}{4}, -\frac{5}{8}, \frac{3}{4}\right)$ .                      B.  $A\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}\right)$ .                      C.  $A\left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{8}, -\frac{3}{4}\right)$ .                      D.  $A\left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}\right)$ .

**Câu 14.** Cho hàm số  $f(x, y) = 2x^2 + y^2$ . Đường mức của hàm số  $f$  ứng với độ cao  $z = 2$  có dạng nào?

- A. Đường thẳng.                      B. Đường parabol.                      C. Đường ellipse.                      D. Đường tròn.

**Câu 15.** Cho hàm  $f(x, y) = x^2 - y^2 + 2x + y$ . Tìm tất cả điểm  $M_0(x_0, y_0)$  mà tốc độ thay đổi nhanh nhất của hàm tại những điểm đó là hướng của vecto  $\vec{u} = (2, 1)$ .

- A.  $M_0$  thuộc đường thẳng  $x^2 + y^2 = 4$ .                      B.  $M_0$  thuộc đường thẳng  $x + 2y = 0$ .  
C.  $M_0$  thuộc đường thẳng  $x^2 + 4y^2 = 4$ .                      D.  $M_0$  thuộc đường thẳng  $2x + 3y = 0$ .

**Câu 16.** Cho hàm  $z = f(x, y)$  có các đạo hàm riêng liên tục và các điểm  $A(1, 1)$ ,  $B(4, 1)$ ,  $C(1, 0)$ ,  $D(4, 5)$ . Cho biết tại điểm A, đạo hàm của hàm  $f$  theo hướng  $\vec{AB}$  là 4 và theo hướng  $\vec{AC}$  là 7. Tính đạo hàm tại A của hàm  $f$  theo hướng  $\vec{AD}$ .

- A. Đáp án khác.                      B. 8.                      C.  $-\frac{16}{5}$ .                      D. -16.

**Câu 17.** Cho hàm  $f(x, y) = x^2y + e^{x-y}$ . Tìm đẳng thức đúng

- A.  $f''_{yy} = e^{x-y}$ .                      B.  $f''_{xx} = y + e^{x-y}$ .                      C.  $f''_{xx} = 2 + e^{x-y}$ .                      D.  $f''_{yy} = x^2 + e^{x-y}$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $f(x, y) = 4 + x^2 + 3y^2$ . Đường mức của hàm số  $f$  ứng với độ cao  $z = 5$  có dạng đường nào?

- A. Đường parabol.                      B. Đường thẳng.                      C. Đường hyperbol.                      D. Đường ellipse.

**Câu 19.** Tập hợp nào dưới đây là miền xác định của hàm  $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2}$

- A. Hình vuông ABCD với  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(-1, 0)$ ,  $D(0, -1)$ .  
B. Hình tròn tâm  $O(0, 0)$ , bán kính  $R=1$ .  
C. Phần nằm ngoài đường tròn tâm  $O(0, 0)$ , bán kính  $R=1$ .  
D. Hình vuông ABCD với  $A(1, 1)$ ,  $B(-1, 1)$ ,  $C(-1, -1)$ ,  $D(1, -1)$ .

**Câu 20.** Miền xác định của hàm  $f(x, y) = \ln(y - \sqrt{2x - x^2})$  là:

- A. Phần mặt phẳng Oxy nằm ngoài đường trong  $x^2 + y^2 = 2x$ .  
B. Phần mặt phẳng Oxy nằm phía trên đường trong  $x^2 + y^2 = 2x$  ứng với  $0 < x < 2$ .  
C. Phần mặt phẳng Oxy nằm phía trên đường trong  $x^2 + y^2 = 2x$ .  
D. Phần mặt phẳng Oxy nằm phía trên đường trong  $x^2 + y^2 = 2x$  ứng với  $0 \leq x \leq 2$ .

**Câu 21.** Hàm số  $z = z(x, y)$  xác định bởi phương trình:  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ . Tìm  $z'_y(1, -2)$  nếu  $z(1, -2) = 8$ .

- A. -2. B. 0. C. 8. D. Đáp án khác.

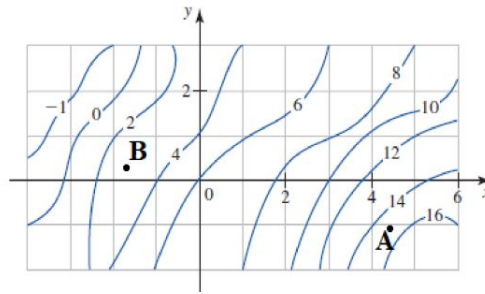
**Câu 22.** Cho hàm  $f(x, y) = \arctan \frac{y}{x}$ . Tìm đẳng thức đúng:

- A.  $f''_{xy} = \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$ . B.  $f''_{xx} = \frac{-2xy}{(x^2 + y^2)^2}$ . C.  $f''_{yy} = \frac{-2xy}{(x^2 + y^2)^2}$ . D.  $f''_{yy} = \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$ .

**Câu 23.** Điểm cao nhất của phần mặt phẳng  $z = x - 3y - 1$  bên trong phần mặt trụ tạo bởi các mặt  $x = 1$  và  $x = y^2$  có tung độ là:

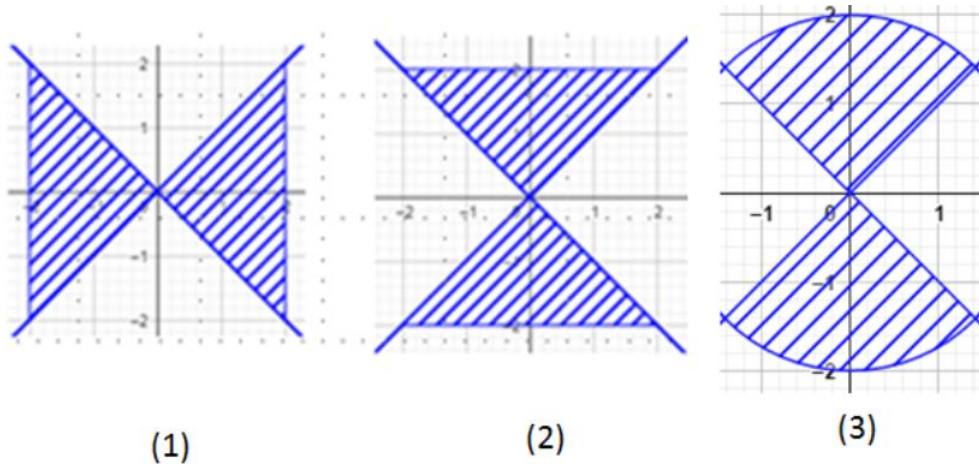
- A.  $y = \frac{3}{2}$ . B.  $y = 1$ . C.  $-\frac{3}{2}$ . D.  $y = -1$ .

**Câu 24.** Cho hai điểm  $A, B$  và bản đồ mức của một hàm số  $f(x, y)$  như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A.  $f'_x(A) < 0, f'_y(B) < 0$ . B.  $f'_x(A) > 0, f'_y(B) > 0$ . C.  $f'_y(A) < 0, f'_x(B) < 0$ . D.  $f'_y(A) < 0, f'_x(B) > 0$ .

**Câu 25.** Hình vẽ (không tính gốc tọa độ  $O(0,0)$ ), miền xác định của hàm  $f(x, y) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{y^2}} + \sqrt{4 - y^2}$  là miền nào trong những hình sau:



- A. Hình 1. B. Không có hình nào. C. Hình 2. D. Hình 3.

**Câu 26.** Hàm số  $z = z(x, y)$  xác định bởi phương trình:  $x^2 - y^2 + z^2 - 3x + 4y + z - 8 = 0$ . Tìm  $z'_x(-1, 2)$  nếu  $z(-1, 2) = -1$

- A. -2. B. -5. C. Đáp án khác. D. -3.

**Câu 27.** Gọi  $A$  là đạo hàm của hàm  $f = f(x, y)$  tại điểm  $M_0(x_0, y_0)$  theo hướng của vectơ  $\vec{l} = (1, 0)$ . Khẳng định nào sau đây luôn đúng?

- A.  $A = \frac{\partial f}{\partial y}(M_0)$ . B.  $A = -\frac{\partial f}{\partial x}(M_0)$ . C. Các câu khác sai. D.  $A = \frac{\partial f}{\partial x}(M_0)$ .

**Câu 28.** Biết tiếp diện của mặt paraboloid elliptic  $z = x^2 + y^2$  tại điểm  $M$  có vecto pháp tuyến là  $\vec{n} = (2, 4, -1)$ . Tìm tọa độ điểm  $M$ ?

- A.  $M(-1, -2, 5)$ . B.  $M(1, -2, 5)$ . C.  $M(1, 2, 5)$ . D.  $M(-1, 2, 5)$ .

**Câu 29.** Cho hàm  $f(x, y) = \arctan \frac{y}{x}$ . Tìm đẳng thức SAI.

- A.  $xf'_x + yf'_y = 0$ .      B.  $xf'_x + yf'_y = 1$ .      C.  $f'_x(1, 0) + f'_y(1, 0) = 1$ .      D.  $yf'_x - xf'_y = -1$ .

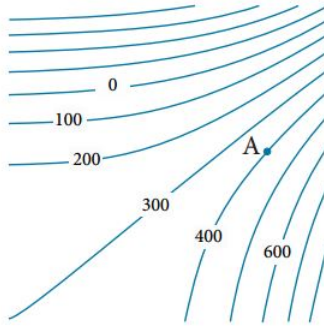
**Câu 30.** Miền xác định của hàm số  $f(x, y) = \arcsin(2\sqrt{x^2 + y^2})$

- A.  $\mathbb{R}^2$ .      B. Hình tròn tâm  $(0, 1)$ , bán kính  $R = 0.5$ .  
C. Hình tròn tâm  $(0, 0)$ , bán kính  $R = 0.5$ .      D. Hình tròn tâm  $(0, 0)$ , bán kính  $R = 1$ .

**Câu 31.** Cho hàm  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ . Tìm đẳng thức đúng.

- A.  $yf'_x + xf'_y = 2$ .      B.  $xf'_x + yf'_y = 2$ .      C.  $yf'_x - xf'_y = 2$ .      D.  $xf'_x - yf'_y = 2$ .

**Câu 32.** Cho điểm A và bản đồ của một hàm số  $f(x, y)$  như hình vẽ. Giá trị của  $f(A)$  là:



- A. 500.      B. 600.      C. 200.      D. 400.

**Câu 33.** Cho hàm số  $f(x, y)$  có đạo hàm riêng liên tục và các điểm  $A(2, 3)$ ,  $B(3, 3)$ ,  $C(2, 7)$ ,  $D(8, 11)$ . Nếu  $\frac{\partial f}{\partial \vec{AB}}(A) = 3$ ,  $\frac{\partial f}{\partial \vec{AD}}(A) = \frac{33}{5}$  thì  $\frac{\partial f}{\partial \vec{AC}}(A)$  bằng:

- A.  $\frac{22}{5}$ .      B. 6.      C. Đáp án khác.      D.  $\frac{-57}{40}$ .

----- HẾT -----

# ĐÁP ÁN

## BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề thi 2031a
-----------------

1. C	2. D	3. B	4. D	5. D	6. C	7. B	8. B	9. C	10. B
11. A	12. B	13. C	14. C	15. B	16. C	17. A	18. D	19. D	20. D
21. B	22. C	23. D	24. D	25. C	26. B	27. D	28. C	29. B	30. C
31. B	32. D	33. B							