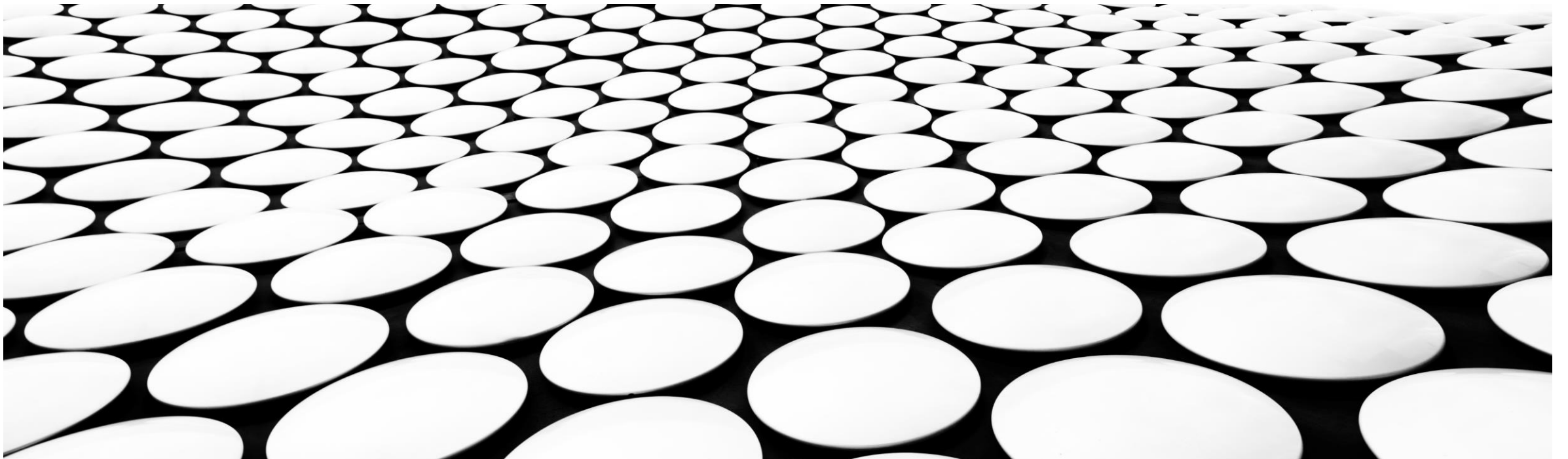


# BÀI TẬP TUẦN 1

1. TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM NHIỀU BIẾN
2. ĐƯỜNG MỨC
3. ĐẠO HÀM RIÊNG CẤP 1
4. MẶT BẬC HAI



## Bài 1 Tìm miền xác định của các hàm số sau:

1.  $f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - 2y} + \ln(y - x)$

2.  $f(x, y) = \arcsin(x^2 + y^2 - 3) + \ln(y + x)$

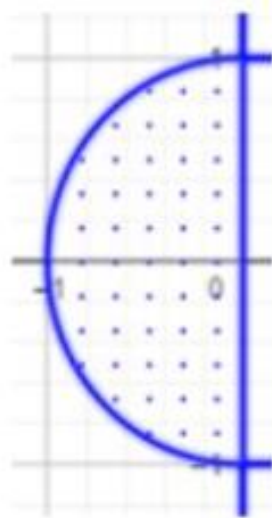
3.  $f(x, y) = \ln(1 - |x| - |y|)$

4.  $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x + y}} + \frac{1}{\sqrt{x - y}}$

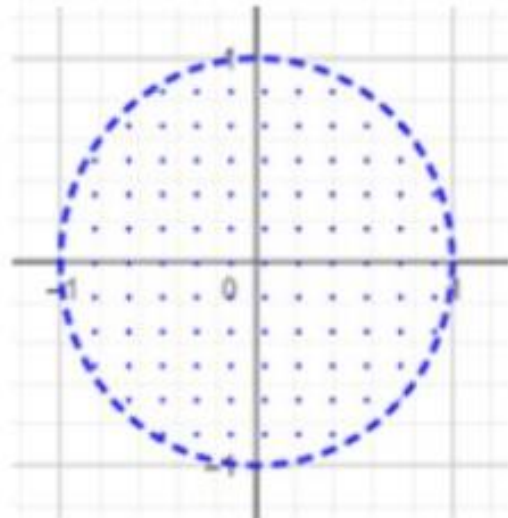
5.  $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{12 + 4x + 2y - x^2 - y^2}}$

6.  $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2} - \sqrt{1 - y^2}$

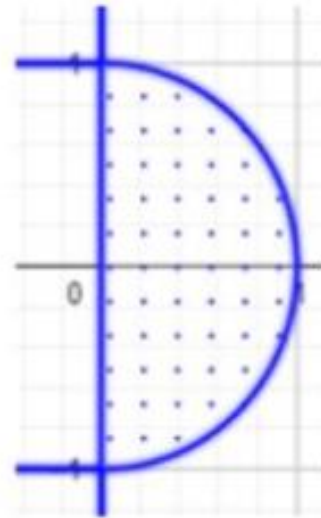
Miền xác định của hàm  $f(x, y) = \sqrt{\frac{|x|}{1 - x^2 - y^2}}$  có hình vẽ là hình nào dưới đây?



Hình 1

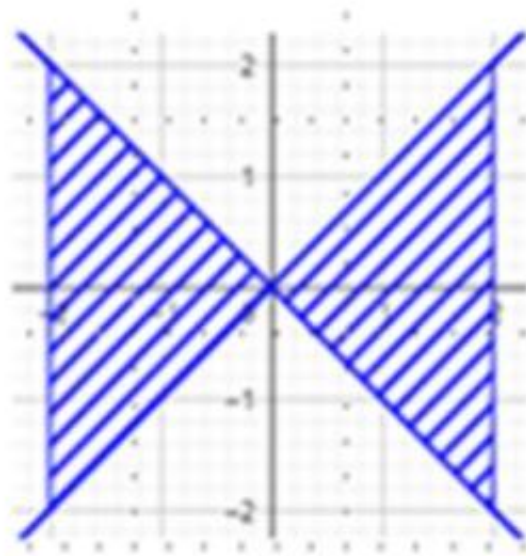


Hình 2

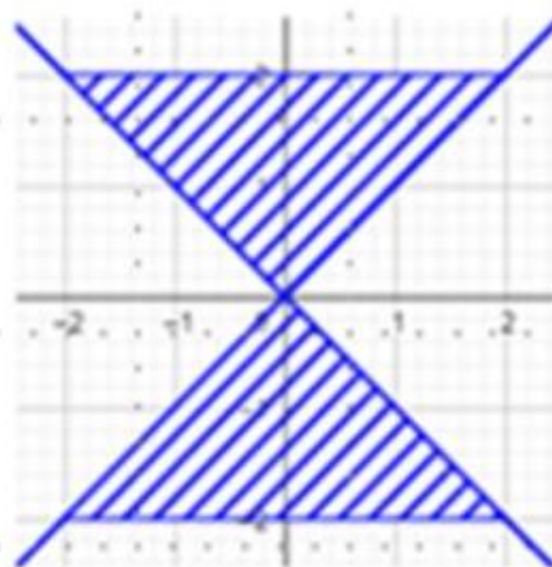


Hình 3

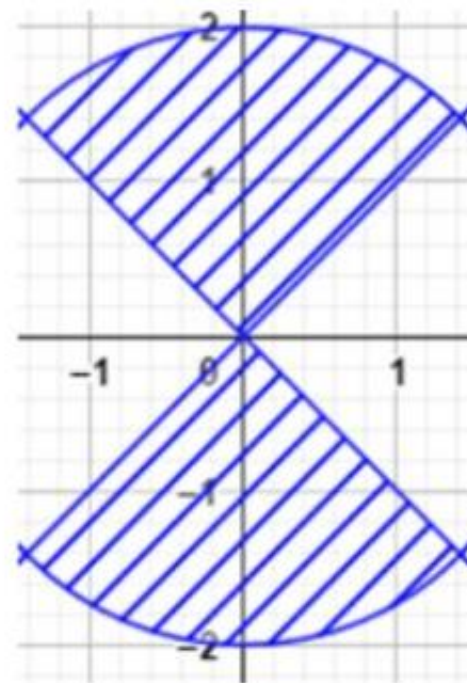
Hình vẽ (không tính gốc tọa độ  $O(0,0)$ ), miền xác định của hàm  $f(x,y) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{y^2}} + \sqrt{4 - y^2}$  là miền nào trong những hình sau:



(1)



(2)



(3)

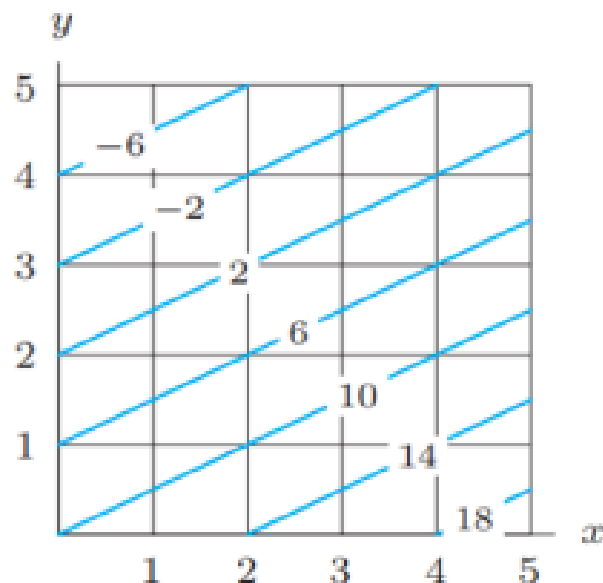
**Câu 1** Tập hợp nào dưới đây là miền xác định của hàm  $f(x, y) = \sqrt{1 - x^2} + \sqrt{1 - y^2}$

- A. Hình vuông ABCD với  $A(1, 0), B(0, 1), C(-1, 0), D(0, -1)$ .
- B. Hình tròn tâm  $O(0,0)$ , bán kính  $R=1$ .
- C. Phần nằm ngoài đường tròn tâm  $O(0,0)$ , bán kính  $R=1$ .
- D. Hình vuông ABCD với  $A(1, 1), B(-1, 1), C(-1, -1), D(1, -1)$ .

**Câu 2** Miền xác định của hàm  $f(x, y) = \ln(y - \sqrt{2x - x^2})$  là:

- A. Phần mặt phẳng Oxy nằm ngoài đường trong  $x^2 + y^2 = 2x$ .
- B. Phần mặt phẳng Oxy nằm phía trên đường trong  $x^2 + y^2 = 2x$  ứng với  $0 < x < 2$ .
- C. Phần mặt phẳng Oxy nằm phía trên đường trong  $x^2 + y^2 = 2x$ .
- D. Phần mặt phẳng Oxy nằm phía trên đường trong  $x^2 + y^2 = 2x$  ứng với  $0 \leq x \leq 2$ .

**Câu 1.** Cho bản đồ mức của hàm số  $z = f(x, y)$  như hình bên dưới. Tìm  $f(x, y)$  trong các biểu thức dưới đây.



A.  $x - 2y + 10$ .

B.  $2x - 4y + 10$ .

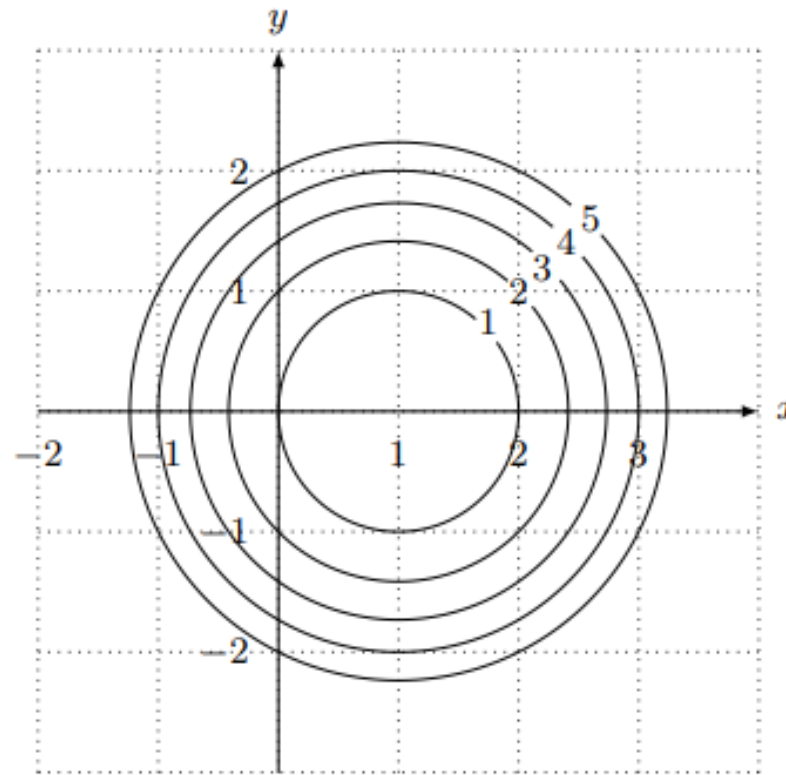
C.  $3x - 6y + 10$ .

D.  $-4x + 8y + 10$ .

E.  $-x + 2y + 10$ .




**Câu 1.** Cho bản đồ mức của hàm số  $z = f(x, y)$  như hình bên dưới. Tìm  $f(x, y)$  trong các biểu thức dưới đây.



A.  $(x - 1)^2 + y^2 - 1.$

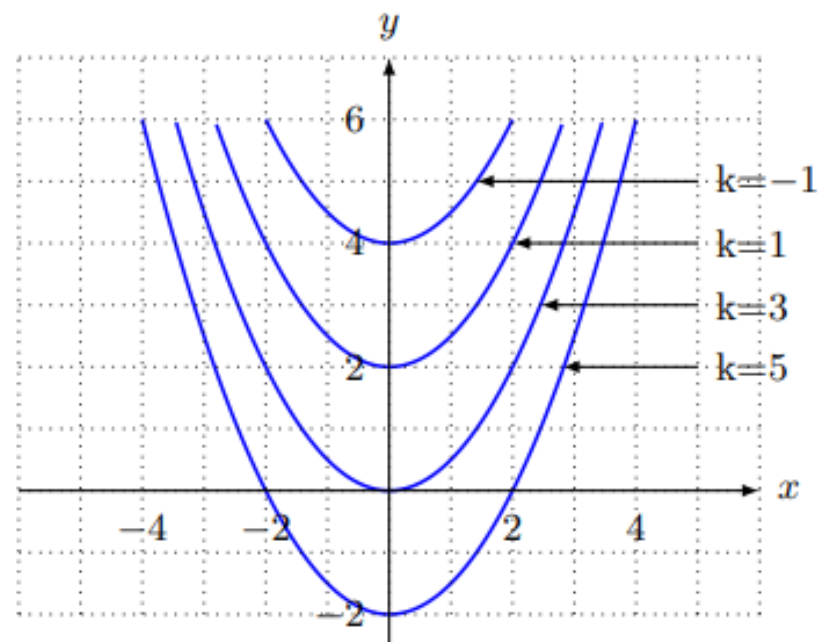
D.  $(x - 1)^2 + 2y^2.$

 B.  $(x - 1)^2 + y^2.$

C.  $(x - 1)^2 + y^2 + 1.$

E.  $2(x - 1)^2 + 2y^2 + 2.$

**Câu 1.** Cho bản đồ mức của hàm số  $z = f(x, y)$  như hình bên dưới. Tìm  $f(x, y)$  trong các biểu thức dưới đây.

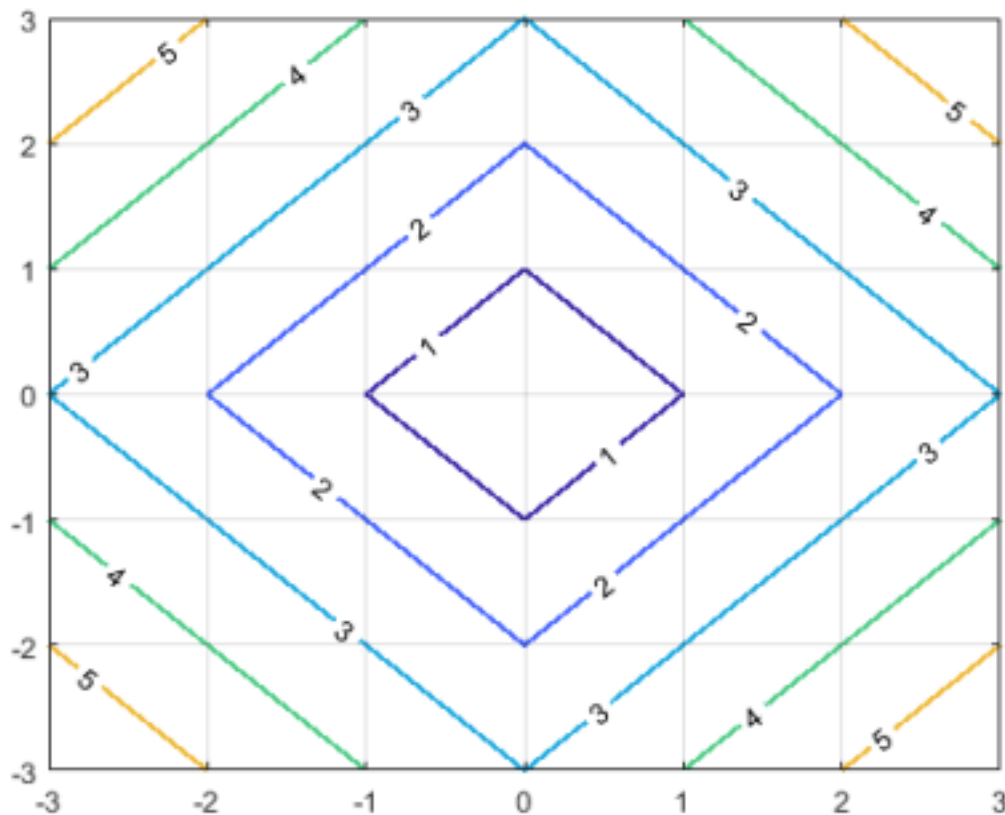


- A.  $\frac{x^2}{4} - y$ .     
 B.  $\frac{x^2}{2} - y + 3$ .     
 C.  $x^2 - y + 3$ .     
 D.  $\frac{x^2}{4} - y + 3$ .     
 E.  $x^2 - 2y + 3$ .

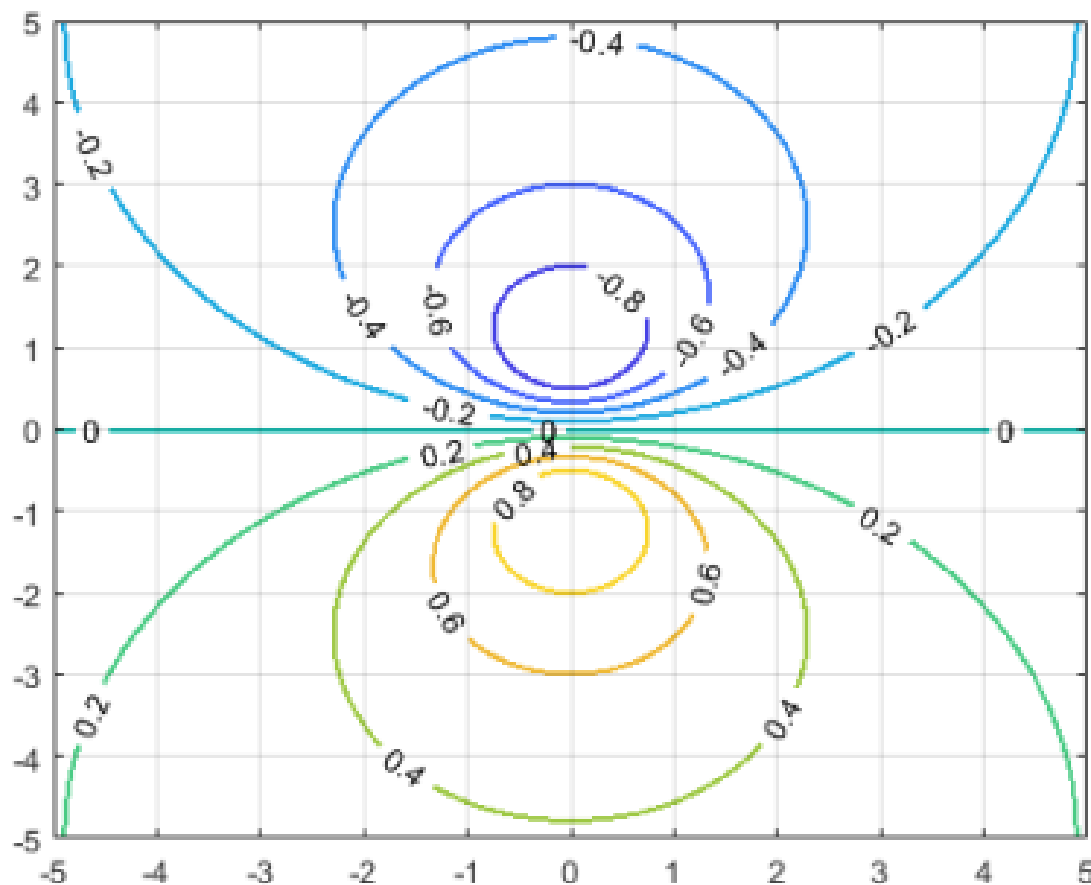




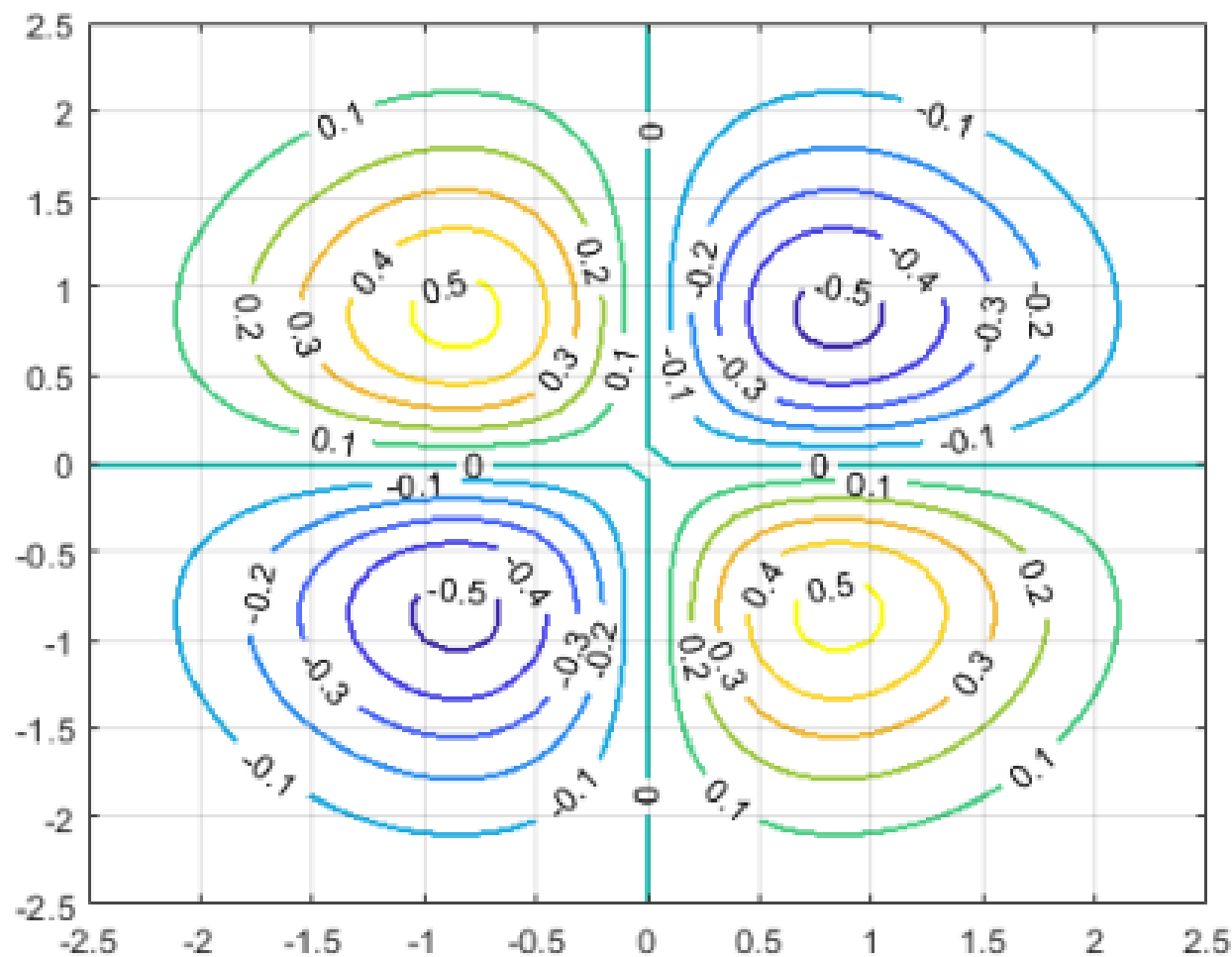
Cho biểu đồ đường mức của hàm số  $z = f(x, y)$ . Hãy cho biết các giá trị của  $f(2,2)$ ,  $f(2,1)$ ,  $f(-2,0)$ ,  $f(-1,1)$ ,  $f(-1,2)$



Cho biểu đồ đường mức của hàm số  $z = f(x, y)$ . Hãy cho biết các giá trị của  $f(0, -2), f(0, 2), f(2, 3), f(2, -3), f(1, 3)$



Cho biểu đồ đường mức của hàm số  $z = f(x, y)$ . Hãy cho biết các giá trị của  $f(-1, 1)$ ,  $f(-1.5, -1.5)$ ,  $f(1.5, 1.5)$ ,  $f(-1, 2)$ ,  $f(2, -0.5)$

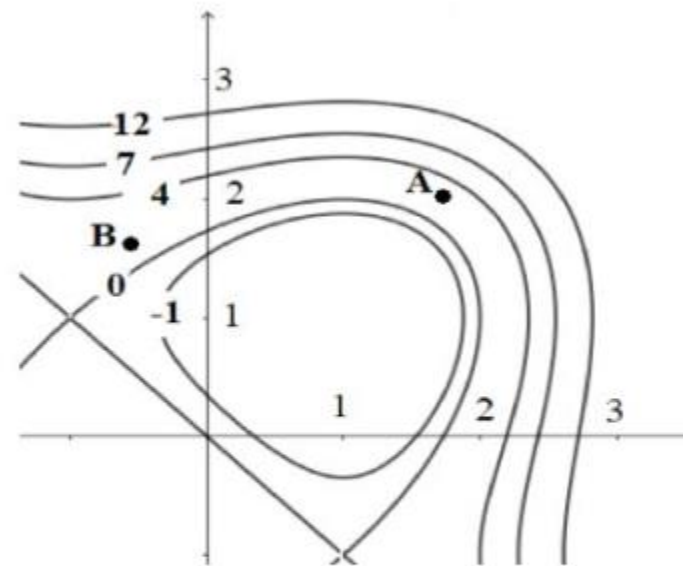


## TÍNH ĐẠO HÀM RIÊNG CỦA CÁC HÀM SỐ SAU THEO YÊU CẦU:

1. Cho hàm số  $f(x, y) = e^{x^2+y^2}$ . Tính  $f'_x + f'_y$ ,  $y \cdot f'_x - x \cdot f'_y$ .
2. Cho hàm số  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ . Tính  $x \cdot f'_x + y \cdot f'_y$
3. Cho hàm  $f(x, y) = x \cdot \ln(xy)$ . Tính  $f'_x(2, 1) + f'_y(2, 1)$
4. Cho hàm  $f(x, y) = x(x^2 + y^2)^{\frac{-3}{2}} e^{\sin(x^2 y)}$ . Tính  $f'_x(1, 0)$
5. Cho hàm  $f(x, y, z) = \ln(x^2 + 2yz) + x e^{y-z}$ . Tính  $f'_x, f'_y$
6. Cho hàm  $f(x, y) = \frac{x}{y^2 - 3xy} + \arctan \frac{y}{x}$ . Tính  $f'_x, f'_y$ .

# Bài

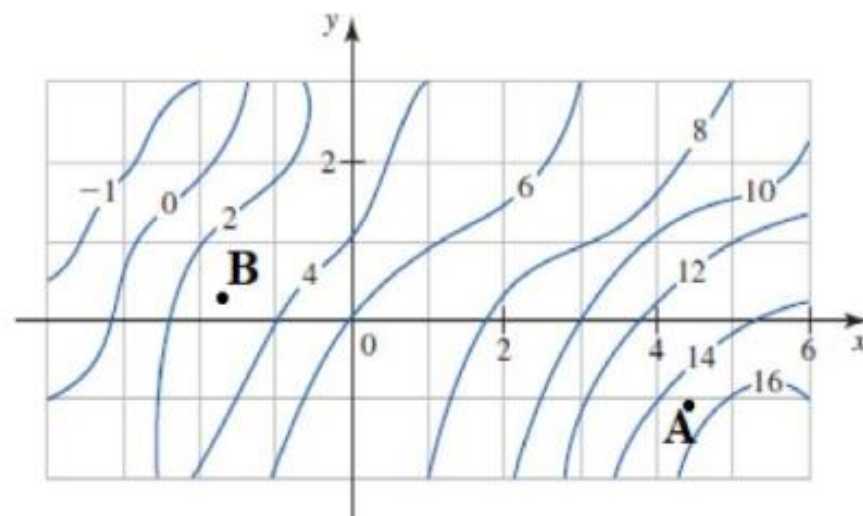
Cho hai điểm  $A, B$  và bản đồ đường mức của một hàm số  $f(x, y)$  như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng:



- A.**  $f'_y(A) < 0, f'_y(B) > 0$ . **B.**  $f'_x(A) > 0, f'_x(B) < 0$ . **C.**  $f'_x(A) < 0, f'_y(B) < 0$ . **D.**  $f'_y(A) > 0, f'_x(B) > 0$ .

# Bài

Cho hai điểm  $A, B$  và bản đồ mức của một hàm số  $f(x, y)$  như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A.**  $f'_x(A) < 0, f'_y(B) < 0$ . **B.**  $f'_x(A) > 0, f'_y(B) > 0$ . **C.**  $f'_y(A) < 0, f'_x(B) < 0$ . **D.**  $f'_y(A) < 0, f'_x(B) > 0$ .



Cho hàm số  $f(x, y) = 1 - 2x^2 - 3y^2$  có đồ thị là mặt cong  $(S)$ . Mặt phẳng  $y = 1$  cắt mặt cong  $(S)$  theo giao tuyến  $(C)$ . Hệ số góc tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $M(1, 1, -4)$  bằng bao nhiêu?

**A.** -5.

**B.** Đáp án khác.

**C.** -6.

**D.** -4.

---

4. Nhận dạng các mặt bậc 2 sau:

a/  $x^2 + y^2 + 2z^2 - 4x + 2y = 4$

b/  $x^2 + y^2 - 2z^2 - 4x + 2y = 4$

c/  $x + 4y^2 - z^2 + 4y = 1$

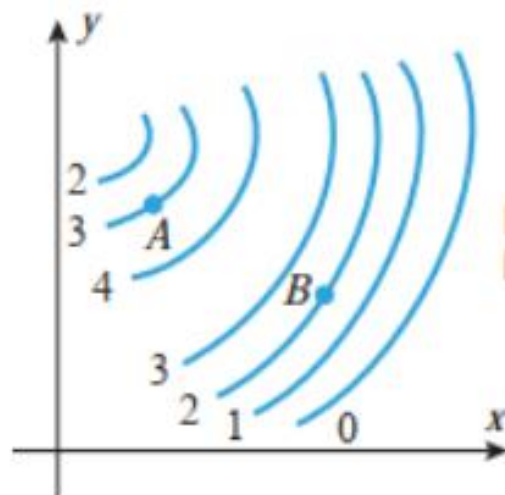
d/  $2y + 4z^2 = 2z$





# Bài

Câu 1. Hình dưới là bản đồ đường mức cho hàm độ cao (tính bằng trăm mét) của một vùng đất. Trả lời các câu hỏi sau:



- a/ Xuất phát tại A và di chuyển sao cho  $y$  không đổi và  $x$  tăng, độ cao sẽ bắt đầu tăng hay giảm?
- b/ Xuất phát tại B và di chuyển sao cho  $x$  không đổi và  $y$  giảm, độ cao sẽ bắt đầu tăng hay giảm?

5. Ý nghĩa thực tế của đhr: sự biến thiên của  $f$  khi  $M(x, y)$  di chuyển qua  $(x_0, y_0)$  theo chiều dương trục  $Ox, Oy$ .

a/ Nhiệt độ ( $^{\circ}\text{C}$ ) tại một điểm  $(x, y)$  trên một tấm kim loại trong mặt phẳng  $Oxy$  là

$$T(x, y) = x^3 + 2y^2 + x$$

Giả sử rằng khoảng cách được đo bằng centimet. Tìm tốc độ thay đổi nhiệt độ theo khoảng cách nếu ta bắt đầu tại điểm  $(1, 2)$  và di chuyển:

- Sang bên phải và song song với trục  $x$ .
- Hướng lên và song song với trục  $y$ .



b/ Lợi nhuận hàng tháng  $P$  (tính bằng ngàn đồng) của một cửa hàng bách hóa nhỏ phụ thuộc vào giá trị hàng tồn kho  $x$  (tính bằng triệu đồng) và diện tích sàn  $y$  (tính bằng  $m^2$ ) có sẵn để trưng bày hàng hóa, được mô hình hóa bằng hàm

$$P(x, y) = -0.02x^2 - 15y^2 + xy + 39x + 25y - 20000$$

Tính  $P'_x$ ,  $P'_y$  khi  $x = 4000$  và  $y = 150$ , giải thích kết quả.

# Bài

1. Cho đường cong (C) là giao tuyến của mặt phẳng  $x = 2$  và mặt cong

$$z = f(x, y) = ye^{x-2} - \ln(y^2 - 1).$$

Tìm điểm  $M(2, y_0, z(2, y_0))$  để tiếp tuyến tại M của (C) có hệ số góc tiếp tuyến bằng 4.

2. Cho  $(C_1), (C_2)$  là 2 giao tuyến lần lượt của 2 mặt phẳng  $x = x_0$  và  $y = y_0$  với mặt cong  $z = f(x, y)$ . Tiếp tuyến của 2 giao tuyến đó lần lượt là  $T_1, T_2$ .

Với  $M(x_0, y_0) = (1; 3)$ , ta có 2 phương trình tiếp tuyến  $T_1, T_2$  là: 
$$\begin{cases} T_1: z = 2y - 3 \\ T_2: z = 5x + 1 \end{cases}$$

Viết phương trình tiết diện tại M của mặt cong  $z = f(x, y)$  và tọa độ pháp vector.

**Câu 1.** Tìm tọa độ điểm  $M(x, y, z)$  trên mặt cong  $S$  có phương trình  $x^2 - y^2 - z^2 = 1$  sao cho tiếp diện tại  $M$  của mặt  $(S)$  song song với mặt phẳng  $z = x + y$ .

**A.**  $(1, 1, 1)$ .

**B.**  $(1, 0, 0)$ .

**C.** Các câu khác sai.

**D.**  $(1, -1, 1)$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $f(x, y) = 1 - 2x^2 - 3y^2$  có đồ thị là mặt cong  $(S)$ . Mặt phẳng  $y = 1$  cắt mặt cong  $(S)$  theo giao tuyến  $(C)$ . Hệ số góc tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $M(1, 1, -4)$  bằng bao nhiêu?

A. -5.

B. Đáp án khác.

C. -6.

D. -4.

**Câu 4.** Viết phương trình mặt phẳng tiếp diện của mặt trụ paraboloid  $y+z^2-2=0$  tại điểm  $M_0(1, -2, 2)$ .

**A.**  $y + 2z - 2 = 0$ .

**B.** Các câu khác sai.

**C.**  $x + y + 4z - 6 = 0$ .

**D.**  $y + 4z - 6 = 0$ .

..2

**Câu 13.** Tìm điểm  $A(x, y, z)$  trên mặt Paraboloid  $(P) : y = x^2 + z^2$  mà tại đó tiếp diện của  $(P)$  song song với mặt phẳng  $x + 2y + 3z$ .

**A.**  $A\left(\frac{1}{4}, -\frac{5}{8}, \frac{3}{4}\right)$ .

**B.**  $A\left(\frac{1}{4}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}\right)$ .

**C.**  $A\left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{8}, -\frac{3}{4}\right)$ .

**D.**  $A\left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}\right)$ .



