Giảng viên ra đề:	*(Ngày ra đề)*	Người phê duyệt:	(Ngày duyệt đề)
(Chữ ký và Họ tên)		*(Chữ ký và họ tên)*	

TRƯỜNG ĐH BÁCH KHOA - ĐHQG-HCM KHOA KH & KT MÁY TÍNH	ÔN GIỮA KỲ		Học kỳ / Năm học	1	2023-2024
			Ngày thi		06-03-2024
	Môn học	Cấu trúc rời rạc cho KHMT			
	Mã môn học	CO1007			
	Thời lượng	60 phút	Mã đề		2010

Ghi chú: - Sinh viên được phép đem theo một tờ A4 viết tay và được dùng máy tính cầm tay.
- Sinh viên nộp lại đề sau khi thi.

1. **(L.O.1.1)** Có 4 chàng trai khiêm tốn An, Bình, Cường, Dũng. Họ tuyên bố như sau:
An: "Bình là người khiêm tốn nhất."
Bình: "Cường là người khiêm tốn nhất."
Cường: "Tôi không là người khiêm tốn nhất."
Dũng: "Tôi không là người khiêm tốn nhất."
Hóa ra, chỉ có một tuyên bố của 4 chàng trai khiêm tốn trên là đúng. Vậy ai là người khiêm tốn nhất.

A. An.
B. Bình.
C. Cường.
D. Dũng.

2. **(L.O.1.1)** Let p, q, r be three propositions. Which of the following is a tautology:

A. $(p \to \neg q) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$
B. $(p \oplus q) \vee (p \oplus \neg q)$
C. $[(p \to q) \to (q \to r)] \to (p \to r)$
D. $[\neg p \wedge (p \vee q)] \to \neg q$

3. **(L.O.1.1)** Cho phát biểu: "Nếu bạn đủ tư cách làm tổng thống Mỹ thì bạn ít nhất 35 tuổi, sinh ra ở Mỹ hoặc tại thời điểm sinh bạn cả ba và mẹ bạn đều là công dân Mỹ và bạn sống ít nhất 14 năm ở Mỹ".
Hãy diễn đạt pháp biểu trên theo các biểu diễn sau:
e: Bạn đủ tư cách làm tổng thống Mỹ
a: Bạn ít nhất 35 tuổi.
b: Bạn sinh ra ở Mỹ.
p: tại thời điểm sinh bạn cả ba và mẹ bạn đều là công dân Mỹ.
r: bạn sống ít nhất 14 năm ở Mỹ.

A. $(a \wedge (b \vee p) \wedge r) \to e$
B. $e \to (a \wedge (b \vee p) \wedge r)$
C. $e \to (a \wedge b \wedge p \wedge r)$
D. $e \to (a \wedge b) \vee (p \wedge r)$

4. **(L.O.1.1)** Chỉ ra lỗi sai trong tranh luận: Nếu $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ đúng thì $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ đúng.
   (1). $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ giả thiết
   (2). $P(c) \vee Q(c)$ Cụ thể hóa phổ quát từ (1).
   (3). $P(c)$ rút gọn từ (2)
   (4). $\forall x P(x)$ tổng quát hóa phổ quát từ (3)
   (5). $Q(c)$ rút gọn từ (2)
   (6). $\forall x Q(x)$ tổng quát hóa phổ quát từ (5)
   (7). $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ kết hợp (4) và (6)

A. Bước (2) và bước (6)
B. Bước (3) và bước (5)
C. tất cả các bước đều đúng
D. Bước 5

5. **(L.O.1.1)** Biểu diễn nào sau đây KHÔNG tương đương logic với $\neg\exists x(\forall y(\alpha) \wedge \forall z(\beta))$

A. $\forall x(\exists z(\neg\beta) \vee \exists y(\neg\alpha))$
B. $\forall x(\forall z(\beta) \rightarrow \exists y(\neg\alpha))$
C. $\forall x(\forall y(\alpha) \rightarrow \exists z(\neg\beta))$
D. $\forall x(\exists y(\neg\alpha) \rightarrow \exists z(\neg\beta))$

6. **(L.O.1.1)** Cho $S(x)$: x là một sinh viên; $C(x)$: x là một máy tính; $O(x, y)$: x có y.
   Hãy phát biểu vị từ sau:

$$\exists x(S(x) \wedge \exists y \exists z(y \neq z \wedge ((C(y) \wedge O(x, y)) \wedge (C(z) \wedge O(x, z)))))$$

A. Có một vài sinh viên có chính xác 2 máy tính.
B. Có một vài sinh viên có nhiều hơn một máy tính.
C. Có một vài sinh viên chỉ có duy nhất một máy tính.
D. Tất cả sinh viên không có máy tính.

7. **(L.O.1.1)** Mệnh đề $(p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee \neg r)$ đúng khi nào?

A. Ít nhất một trong số p, q, r đúng.
B. Ít nhất một trong số p, q, r đúng và có ít nhất một trong số p, q, r sai.
C. Ít nhất một trong số p, q, r sai.
D. p, q, r sai.

8. **(L.O.2.2)** Xét quá trình chứng minh cho mệnh đề: Nếu n là số nguyên không âm và $7n + 9$ là số chẵn thì n là số lẻ.
   Giả sử $7n + 9$ chẵn và n chẵn.
   Vì n chẵn nên $n = 2k, (k \in \mathbb{Z})$
   Ta có, $7n + 9 = 7(2k) + 9 = 14k + 9 = 2(7k + 4) + 1$
   do đó $7n + 9$ lẻ, điều này trái với giả thiết $7n + 9$ chẵn.
   Vậy nếu n là số nguyên không âm và $7n + 9$ là số chẵn thì n là số lẻ.

A. Chứng minh trực tiếp.
B. Chứng minh phản chứng.
C. Chứng minh phản đảo.
D. Chứng minh quy nạp.

9. **(L.O.2.2)** Cho phát biểu: Nếu n là số nguyên khổng lẻ thì tổng của n với một số nguyên không lẻ là số nguyên không lẻ.
   Với $P(n)$: n là số nguyên không lẻ.
   $Q(n)$: tổng của n với một số nguyên không lẻ là số nguyên không lẻ.
   Khi đó, theo phương pháp chứng minh phản đảo ta cần chứng minh:

A. $\forall n(P(n) \rightarrow Q(n))$.
B. $\exists n(\neg Q(n) \rightarrow \neg P(n))$.
C. $\forall n \neg(P(n) \rightarrow Q(n))$.
D. $\forall n(\neg Q(n) \rightarrow \neg P(n))$

10. **(L.O.1.2)** Cho các tập hợp $A, B, C, D \subset S$. Phát biểu nào sau đây SAI?

A. $P(A) \subseteq P(B) \iff A \subseteq B$
B. $A \times B \neq B \times A$ if $A, B \neq \emptyset$
C. $A \times B \times C \neq (A \times B) \times C$
D. Nếu $A \subseteq C$ và $B \subseteq D$ thì $A \times B \subseteq C \times D$

11. **(L.O.1.2)** Cho các tập hợp $A = \{a, b\}; B = \{a, b, c\}$. Tìm chân trị của các mệnh đề sau:
$A \times B \neq B \times A$
$\emptyset \times A = A$
$\{a\} \in A$
$A \subseteq B$

A. Đúng, sai, sai, sai.
B. Đúng, đúng, sai, đúng.
C. Sai, sai, sai , sai.
D. Đúng, sai, sai, đúng.

12. **(L.O.1.2)** Với $P(S)$ là tập lũy thừa (power set) của S. Số lượng phần tử (cardinality) của $P(\emptyset)$ là:

A. 1.
B. 0.
C. 2.
D. 3.

13. **(L.O.1.2)** Cho A, B, và C là các tập hợp. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $A \oplus B = (A \cup B) - (A \cap B)$.
B. $A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$.
C. $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$.
D. Tất cả phương án đều đúng.

14. **(L.O.3.1)** Let $m, n \in N$, the recursive function A(m,n) is defined as follows:

$$A(0, n) = n + 1, n >= 0;$$
$$A(m, 0) = A(m - 1, 1), m > 0;$$
$$A(m, n) = A(m - 1, A(m, n - 1)), m, n > 0$$

FInd A(2,3)?

A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

15. **(L.O.3.1)** There are 5 types of batteries including AAA, AA, C, D, and E. How many ways can 20 batteries be selected so that at least 4 are of type E?

A. 4056 B. 4845 C. 10626 D. All other answers are wrong

16. **(L.O.2.2)** The number of partitions of $X = \{a, b, c, d\}$ with a and b in the same block is?

A. 4. B. 5.
C. 6. D. 7.

17. **(L.O.2.2)** Cho $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + 2x - 3}$ từ $\in \mathbb{R} \backslash [-3, 1]$ vào $\mathbb{R}$. Điều nào sau đây đúng?

A. f chỉ là toàn ánh. B. f chỉ là đơn ánh.
C. f là song ánh. D. f không là đơn ánh và không là toàn ánh.

18. **(11001)** Chọn kết luận hợp lệ (valid) từ các tiền đề sau:
Nếu bạn không làm việc quá sức thì bạn không đi ngủ sớm; Nếu bạn làm việc quá sức thì bạn thấy khỏe mạnh.

A. Nếu bạn không đi ngủ sớm thì bạn không làm việc quá sức.
B. Nếu bạn không thấy khỏe mạnh thì bạn không đi ngủ sớm.
C. Nếu bạn thấy khỏe mạnh thì bạn đi ngủ sớm.
D. Không có câu nào trong 3 câu này.

19. **(11002)** Mệnh đề nào là hằng đúng

A. $(\neg p \to q) \to \neg q$ B. $[(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r)] \to r$
C. $\neg(p \wedge \neg q) \vee \neg r$ D. $[(q \to p) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$

20. **(11003)** Cho các mệnh đề sau, hãy chọn đáp án cho chân trị của chúng.
$\forall x \in \mathbb{N}, \forall y \in \mathbb{N}, x + y = x - y$
$\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x^3 - y^3 \geq 0$
$\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x^3 - y^3 \geq 0$
$\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, ((x^2 > y) \wedge (x < y))$

A. Đúng, đúng, đúng, sai
B. Sai, sai, đúng, đúng
C. Sai, đúng, sai, đúng
D. Sai, sai, sai, đúng

21. **(11004)** Kết luận nào dưới đây có thể được rút ra từ các tiền đề:
Nếu trời không mưa hoặc nếu trời không có sương mù thì buổi trình diễn được tổ chức và buổi tiệc sẽ diễn ra; Nếu buổi tiệc được tổ chức thì phần thưởng được trao; Phần thưởng không được trao.

A. Trời mưa
B. Trời không mưa
C. Trời không có sương mù và trời mưa
D. Trời không có sương mù và trời không mưa

22. **(12005)** Chọn một tập bằng với tập $A \cup (B - A)$

A. $A - B$
B. $B - A$
C. $A \cap B$
D. $A \cup B$

23. **(22006)** Chọn cách chứng minh trực tiếp đúng cho: "Nếu n là số chẵn thì n bình phương là chẵn"với n là số nguyên.

A. Ta có $n = 2$ là số chẵn, $n \times n = 2 \times 2 = 4$ là số chẵn. Vậy $n \times n$ là số chẵn.
B. Với n chẵn, suy ra $n = 2k$ (k là số nguyên). Do đó $n \times n = (2 \times k) \times (2 \times k) = 2 \times (2 \times k \times k)$. Vậy $n \times n$ là số chẵn.
C. Do n là nguyên nên ta có n là số chẵn thì $n \times n$ là số chẵn.
D. Đặt $n \times n = 2k \times 2k$, suy ra $n = 2k$ (k là số nguyên) là số chẵn. Vậy $n \times n$ là số chẵn.

24. **(22007)** Hãy cho biết domain và range của hàm sau:
"Hàm gán cho mỗi số nguyên không âm chữ số cuối cùng của nó"

A. Domain: $\mathbb{Z}$, Range: $\{0, 1, 2, 3, ..., 8, 9\}$
B. Domain: $\mathbb{Z}$, Range: $\{1, 2, 3, ..., 8, 9\}$
C. Domain: $\{1, 2, 3, ...\}$, Range: $\{1, 2, 3, ..., 8, 9\}$
D. Domain: $\{0, 1, 2, 3, ...\}$, Range: $\{0, 1, 2, 3, ..., 8, 9\}$

25. **(22008)** Xét quá trình chứng minh mệnh đề: "Nếu nhốt 25 con thỏ vào 6 cái chuồng thì sẽ tồn tại 1 chuồng chứa nhiều hơn 4 con thỏ" như sau:
Xét P là "Nhốt 25 con thỏ vào 6 chuồng".
Xét Q là "Tồn tại 1 chuồng chứa nhiều hơn 4 con thỏ".
Giả sử Q sai.
*Khi đó số thỏ sẽ có tối đa là 4*6=24 con (mâu thuẫn với giả thiết là số thỏ có 25 con).*
Vậy nếu nhốt 25 con thỏ vào 6 cái chuồng thì sẽ tồn tại 1 chuồng chứa nhiều hơn 4 con thỏ.
Hãy cho biết tên phương pháp chứng minh này.

A. Chứng minh trực tiếp
B. Chứng minh phản đảo
C. Chứng minh phản chứng
D. Chứng minh quy nạp

26. **(12009)** Cho một chuỗi $\{2, 4, 16, 256, 65536, ...\}$. Cách biểu diễn chính tắc (không quy nạp) của chuỗi là gì?

A. $2^{2^n}, n = 0, 1, 2, ..$
B. $2^{2^n}, n = 1, 2, 3, ..$
C. $2^{2^{(n-1)}}, n = 0, 1, 2, ..$
D. $2^{2^{(n-1)}}, n = 2, 3, 4..$

27. **(12010)** Xác định câu nào sau đây là đúng câu nào là sai:
$\{a\} \subseteq \{a, b, c\}$
$\{a\} \subseteq \{\{a, b\}, c\}$
$\emptyset \in \{a, b, c\}$

A. Đúng, sai, đúng
B. Sai, sai, đúng
C. Sai, đúng, sai
D. Đúng, sai, sai

28. **(12011)** Định nghĩa đệ quy của chuỗi $\{a_n\}, n = 0, 1, 2, 3, ...$ là

$$f(0) = 3, f(n+1) = f(n)^2 - 2f(n) - 2$$

Phần tử $f(5)$ của dãy là:

A. 19597 B. 2762 C. 19579 D. 141
E. 13287

29. **(12012)** Một quan hệ tương đương R trên tập {1,2,3,4,5,6} được thể hiện bởi ma trận 0-1,

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Có bao nhiêu lớp tương đương của quan hệ

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

30. **(12013)** Khẳng định nào sau đây là đúng cho tập A, B, C?

A. $A - B = A \cup \neg B$
B. $A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C)$
C. $(A - B) - (B - C) = (A - B)$
D. Nếu $A \cap C = B \cap C$ thì $A = B$

31. **(12014)** Đặt R là quan hệ trên tập hợp các cặp số thực sao cho $((a, b)) \in R$ khi và chỉ khi $ab \geq 0$. Quan hệ R có tính:

A. Phản xạ, không đối xứng, không phản đối xứng, bắc cầu
B. Không phản xạ, đối xứng, phản đối xứng, bắc cầu
C. Phản xạ, đối xứng, không phản đối xứng, không bắc cầu
D. Phản xạ, đối xứng, không phản đối xứng, bắc cầu

32. **(12015)** Đặt $A = R - \{3\}, B = R - \{1\}, g : A \to B$ biết

$$g(x) = \frac{x-2}{x-3}$$

Hàm g là

A. Đơn ánh, toàn ánh
B. Không đơn ánh, toàn ánh
C. Đơn ánh, không toàn ánh
D. Không đơn ánh, không toàn ánh

33. **(12016)** Giả sử $A = \{2, 4, 5, 6, 7, 10, 18, 20, 24, 25\}$ và R là quan hệ thứ tự từng phần $(a, b) \in R$ nếu và chỉ nếu $a|b$. Số thành phần cực tiểu và số thành phần cận trên của $\{6\}$ là:

A. 3, 3 B. 2, 2 C. 4, 2 D. 0, 0

34. **(12017)** Đặt $R = \{(a, c), (b, b), (b, c), (c, a)\}$ và $S = \{(a, a), (a, b), (b, c), (c, a)\}$ là các quan hệ trên $A = \{a, b, c\}$ Quan hệ hợp thành $S \circ R$ là

A. {(a,a), (b,a), (b,b), (b,c), (c,c)}
B. {(c,a), (b,b), (c,b), (a,c)}
C. {(a,a), (b,a), (b,c), (c,a), (c,b)}
D. {(a,b), (a,c), (b,a), (b,c)}

35. **(12018)** Định nghĩa quan hệ tương đương R trên các số nguyên dương $A = \{2, 3, 4, \ldots, 20\}$ bởi mRn nếu ước số nguyên tố lớn nhất của m giống với ước số nguyên tố lớn nhất của n. Số lượng các lớp tương đương của R là:

A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

36. **(31019)** Với $P(C)$ là tập lũy thừa của C. Cho $X = \{1, 2\}, Y = \{2, 3\}$. Lượng số (cardinality) $P(X \times Y)$ là:

A. 8 B. 9 C. 20 D. 16

37. **(12020)** Đặt $f : X \to Y$ và $g : Y \to Z$ nếu hàm f, g lần lượt là hàm gì thì $(g \circ f)(x) : X \to Z$ là đơn ánh?

A. đơn ánh, đơn ánh B. đơn ánh, toàn ánh C. Các đáp án khác đều sai
D. toàn ánh, toàn ánh

38. **(21021)** Với tập vũ trụ là tất cả cuốn sách.
M(x): "x là một cuốn sách toán học"
U(x): "x được phát hành 2021"
B(x, y): "Mục tham khảo của x có y"
Dùng biểu thức lượng từ thể hiện mệnh đề "Có một cuốn sách mà xuất hiện trong mục tham khảo của mọi cuốn sách toán học được xuất bản năm 2021".

A. $\forall x M(x) \to \exists y (U(y) \wedge B(x, y))$
B. $\exists y \forall x (M(x) \wedge U(x) \to B(x, y)))$
C. $\forall x M(x) \wedge \exists y B(x, y)$
D. $\forall x (M(x) \to \exists y B(x, y))$

39. **(31022)** Cho $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}, B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, f : A \to B$ đồ thị của hàm f là $G_f = \{(0, 0), (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$, và $g : B \to A$ biết $g(x) = \left\lfloor \dfrac{x}{2} \right\rfloor$. Cho $(g \circ f)(x)^{-1}$ như một tập hợp các cặp có thứ tự. Chọn đáp án đúng:

A. $(g \circ f)(x)^{-1} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
B. $(g \circ f)(x)^{-1} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$
C. $(g \circ f)(x)^{-1} = \{(0, 0), (1, 1), (3, 3), (4, 4)\}$
D. $(g \circ f)(x)^{-1} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 2)\}$

40. **(21023)** Cho "Mọi sinh viên trong lớp CTRR đã học môn đại số 1 và đại số 2". Miền là sinh viên trong lớp CTRR. Câu nào thể hiện phủ định của mệnh đề:

A. Mọi sinh viên trong lớp CTRR đã không học môn đại số 1 và đại số 2
B. Có sinh viên trong lớp CTRR đã học môn đại số 1 nhưng đã không học đại số 2
C. Tồn tại vài sinh viên trong lớp CTRR đã không học môn đại số 1 hay đã không học đại số 2
D. Không có đáp án

41. **(31024)** Chỉ ra bước lỗi trong tranh luận sau:

1. $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$
2. $\exists x P(x)$
3. $P(c)$
4. $\exists x Q(x)$
5. $Q(c)$
6. $P(c) \wedge Q(c)$
7. $\exists x (P(x) \wedge Q(x))$

A. 3, 5 B. 2, 4, 7 C. 5 D. 3, 5, 6

42. **(31025)** Với các tiền đề $\forall x (P(x) \vee Q(x)), \forall x (\neg Q(x) \vee S(x)), \forall x (R(x) \to \neg S(x)), \exists x \neg P(x)$ ta rút ra kết luận là:

A. $\exists x \neg R(x)$ B. $\forall x \neg R(x)$ C. $\exists x R(x)$ D. $\forall x R(x)$

43. **(L.O.1.1)** How can you convert a proposition with quantifiers into an equivalent proposition without quantifiers?

A. By using domain enumeration
B. By using truth tables
C. By using logical equivalences
D. By using De Morgan's laws

44. **(L.O.1.2)** Which of the following statements is correct?

A. $\lceil xy \rceil = \lceil x \rceil \lceil y \rceil$ for all real numbers x and y.
B. $\lfloor 2x \rfloor = 2\lfloor x \rfloor$ whenever x is a real number.
C. $\lceil x \rceil + \lceil y \rceil - \lceil x + y \rceil = 0$ or 1 whenever x and y are real numbers.
D. $\lceil \frac{x}{2} \rceil = \lfloor \frac{x+1}{2} \rfloor$ for all real numbers x.

Solution 2010

1. D.
2. B.
3. B.
4. B.
5. D.
6. B.
7. B.
8. B.
9. D.
10. B.
11. D.
12. A.
13. D.
14. B.
15. B.
16. B.
17. D.
18. B.
19. B.
20. C.
21. A.
22. D.
23. B.
24. D.
25. C.
26. A.
27. D.
28. A.
29. C.
30. C.
31. C.
32. A.
33. A.
34. C.
35. A.
36. D.
37. A.
38. B.
39. A.
40. C.
41. C.
42. A.
43. A.
44. C.