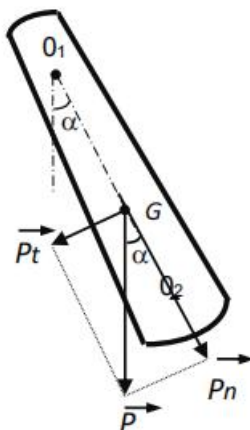


Bài 2: XÁC ĐỊNH GIA TỐC TRỌNG TRƯỜNG BẰNG CON LẮC THUẬN NGHỊCH

1. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

Con lắc vật lý là một vật rắn, khối lượng m , có thể dao động quanh một trục cố định nằm ngang đi qua điểm O_1 nằm cao hơn khối tâm G của nó (Hình 1). O_1 gọi là điểm treo của con lắc.



Hình 1. Con lắc vật lý.

Vị trí cân bằng của con lắc trùng với phương thẳng đứng của đường thẳng O_1G . Khi kéo con lắc lệch khỏi vị trí cân bằng một góc α nhỏ, rồi buông nó ra thì thành phần P_t của trọng lực $P = mg$ tác dụng lên con lắc một mômen lực M_1 có trị số bằng:

$$M_1 = -P_t.L_1 = -mg.L_1.\sin\alpha \quad (1)$$

Trong đó g là tốc trọng trường, $L_1 = O_1G$ là khoảng cách từ điểm O_1 đến khối tâm G , dấu (-) cho biết mômen lực M_1 luôn kéo con lắc về vị trí cân bằng, tức quay ngược chiều với góc lệch α . Khi α nhỏ, ta có thể coi gần đúng:

$$M_1 \approx -mg.L_1.\alpha \quad (2)$$

Phương trình cơ bản đối với chuyển động quay của con lắc quanh trục đi qua O_1 có dạng:

$$\beta_1 = \frac{M_1}{I_1} \quad (3)$$

Với $\beta_1 = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ là gia tốc góc, I_1 là mômen quán tính của con lắc đối với trục quay đi qua O_1 . Kết hợp (3) với (2) và thay $\omega^2 = mg \frac{L_1}{I_1}$, ta nhận được phương trình dao động điều hoà của con lắc:

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_1^2 = 0 \quad (4)$$

Nghiệm của phương trình (4) có dạng:

$$\alpha = \alpha_0.\cos(\omega_1.t + \varphi) \quad (5)$$

với α_0 là biên độ, ω_1 là tần số góc, φ là pha ban đầu tại thời điểm $t = 0$.

Từ (5) ta suy ra chu kỳ T_1 của con lắc:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_1}{mgL_1}} \quad (6)$$

Trong con lắc vật lý, ta có thể tìm thấy một điểm O_2 , nằm trên đường thẳng đi qua O_1 và G sao cho khi con lắc dao động quanh trục nằm ngang đi qua O_2 thì chu kỳ dao động của con lắc đúng bằng chu kỳ dao động của nó khi dao động quanh trục đi qua O_1 . **Con lắc vật lý khi đó được gọi là con lắc thuận nghịch.**

Thật vậy, ta có thể dễ dàng chứng minh rằng, có tồn tại điểm treo O_2 này, như sau: Khi dao động quanh trục đi qua điểm O_2 (Hình 1), chu kỳ dao động T_2 của con lắc được tính toán tương tự trên, và ta tìm được:

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_2}{mgL_2}} \quad (7)$$

với $L_2 = O_2 G$ là khoảng cách từ trục quay đi qua điểm O_2 đến khối tâm G và I_2 là mômen quán tính của con lắc đối với trục quay đi qua O_2 .

Gọi I_G là mômen quán tính của con lắc đối với trục quay đi qua khối tâm G và song song với hai trục đi qua O_1 và O_2 . Theo định lý Huyghens-Steiner:

$$I_1 = I_G + mL^2_1 \quad (8)$$

$$I_2 = I_G + mL^2_2 \quad (9)$$

Nếu điểm treo O_2 thỏa mãn điều kiện $T_1 = T_2$, thay (9), (8) vào (7), (6) ta tìm được biểu thức xác định vị trí của O_2 :

$$L_1 \cdot L_2 = \frac{I_G}{m} \quad (10)$$

Mặt khác, từ (6), (7) ta có thể rút ra biểu thức xác định gia tốc trọng trường:

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot (L_1 + L_2) \cdot (L_1 - L_2)}{T_1^2 \cdot L_1 - T_2^2 \cdot L_2} \quad (11)$$

Nếu hai điểm treo O_1, O_2 thỏa mãn công thức (10), thì $T_1 = T_2 = T$, và biểu thức xác định gia tốc trọng trường được đơn giản thành:

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot L}{T^2} \quad (12)$$

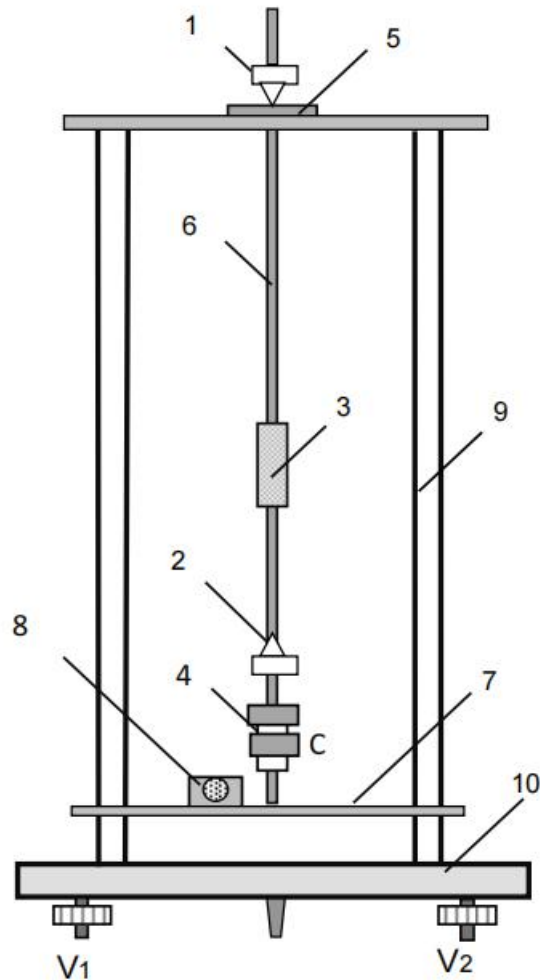
với $L = L_1 + L_2 = O_1 O_2$ là khoảng cách giữa hai trục nằm ngang đi qua O_1 và O_2 .

Con lắc vật lý sử dụng trong bài này gồm một thanh kim loại 6, trên đó có gắn hai con dao cố định 1 và 2 nằm cách nhau một khoảng $L = O_1 O_2$ không đổi (Hình 2). Cạnh của dao 1 hoặc 2 lần lượt được đặt tựa trên mặt kính phẳng nằm ngang của gối đỡ 5. Hai quả nặng 3 và 4 gắn cố định trên thanh kim loại 6. Gia trọng C có dạng một đai ốc lắp trên thân ren 4, có thể dịch chuyển bằng cách vặn xoay quanh trục ren 4, dùng để thay đổi vị trí khối tâm G , sao cho thỏa mãn công thức (10) để con lắc vật lý trở thành con lắc thuận nghịch. Toàn bộ con lắc được đặt trên giá đỡ 9 và tám chân đế 10 có các vít điều chỉnh thẳng bằng V_1, V_2 .

Số dao động và thời gian tương ứng được đo trên máy đo thời gian hiện số. Máy đo thời gian hiện số là loại dụng cụ đo thời gian chính xác cao (độ chia nhỏ nhất 0,01s). Nó có thể hoạt động như một đồng hồ bấm giây, được điều khiển bằng các công quang điện.

Cổng quang điện 8 (Hình 2) gồm một điôt D_1 phát ra tia hồng ngoại, và một điôt D_2 nhận tia hồng ngoại từ D_1 chiếu sang. Dòng điện cung cấp cho D_1 được lấy từ máy đo thời gian. Khi con lắc dao động, thanh kim loại 6 đi vào khe của cổng quang điện 8 sẽ chắn chùm tia hồng ngoại chiếu từ D_1 sang D_2 , D_2 sẽ phát ra tín hiệu truyền theo dây dẫn đi tới máy đo thời gian, điều khiển máy hoạt động. Cơ chế như vậy cho phép đóng ngắt bộ đếm của máy đo

thời gian hầu như không có quán tính. Công quang điện 8 được đặt ở gần vị trí cân bằng thẳng đứng của con lắc để giới hạn con lắc dao động với biên độ nhỏ ($\alpha < 90^\circ$).



Hình 2. Bộ thí nghiệm con lắc vật lý

Trên mặt máy đo thời gian có hai ổ cắm 5 chân A và B, một nút ấn RESET, một chuyển mạch chọn thang đo thời gian TIME (9,999s hoặc 99,99s), và một cái chuyển mạch MODE. Trong bài thí nghiệm này:

* Chuyển mạch MODE đặt ở vị trí $n = 50$ để đo thời gian của 50 chu kỳ dao động của con lắc, các chức năng khác không dùng đến. Chú ý không để con lắc dao động với biên độ lớn vượt qua giới hạn công quang điện, sao cho sau mỗi chu kỳ, trên cửa sổ "số chu kỳ $n = N - 1$ " chỉ nhảy số 1 lần.

* Nút ấn RESET để đưa chỉ thị số về trạng thái 0000.

* Thang thời gian TIME, chọn 99,99s.

* Phích cắm 5 chân của công quang điện 8 được nối với ổ A trên mặt máy đo thời gian hiện số.

* Cắm phích điện máy đo thời gian vào lưới điện 220V, nhấn khoá K trên mặt máy, các LED chỉ thị số sáng lên, máy đếm sẵn sàng đo.

2. PHƯƠNG PHÁP ĐO

2.1. Dụng cụ thí nghiệm, cấp chính xác

1. Con lắc vật lý;
2. Máy đo thời gian hiện số, chính xác 0,01s;
3. Giá treo con lắc;
4. Cổng quang điện hồng ngoại;
5. Thước cặp 0 - 150mm, chính xác 0,02mm;
6. Thước 1000mm, chính xác 1mm;
7. Giấy vẽ đồ thị kẻ li 120 x 80mm.

2.2. Trình tự thí nghiệm

Trong bất kỳ con lắc vật lý cho trước nào cũng có thể tìm thấy hai điểm O_1 , O_2 sao cho khi đổi chiều con lắc, chu kỳ dao động không đổi.

Trong bài thí nghiệm này, hai điểm treo (hai lưỡi dao O_1 , O_2) cố định, ta phải tìm vị trí gia trọng C (tức thay đổi vị trí khối tâm G , sao cho công thức (10) được thỏa mãn), để con lắc vật lý trở thành con lắc thuận nghịch. Cách làm như sau:

1. Vặn gia trọng C về sát quả nặng 4. Dùng thước cặp đo khoảng cách x_0 giữa chúng. Trong nhiều trường hợp con lắc được chế tạo sao cho gia trọng C có thể vặn về thật sát quả nặng 4 tức là $x_0 = 0mm$. Ghi giá trị x_0 vào bảng 1. Đặt con lắc lên giá đỡ theo chiều thuận (chữ "Thuận" xuôi chiều và hướng về phía người làm thí nghiệm), đo thời gian 50 chu kỳ dao động và ghi vào bảng 1, dưới cột $50T_1$.

2. Đảo ngược con lắc (Chữ "Nghịch" xuôi chiều và hướng về phía người làm thí nghiệm), và đo thời gian 50 chu kỳ nghịch, ghi kết quả vào bảng 1 dưới cột $50T_2$.

3. Vặn gia trọng C về vị trí cách quả nặng 4 một khoảng $x' = x_0 + 40mm$, (dùng thước cặp kiểm tra). Đo thời gian 50 chu kỳ thuận và 50 chu kỳ nghịch ứng với vị trí này, ghi kết quả vào bảng 1.

4. Biểu diễn kết quả đo trên đồ thị: trục tung dài 120mm, biểu diễn thời gian $50T_1$ và $50T_2$, trục hoành dài 80mm, biểu diễn vị trí x của gia trọng C . Nối các điểm $50T_1$ với nhau và các điểm $50T_2$ với nhau bằng các đoạn thẳng, giao của chúng là điểm gần đúng vị trí x_1 của gia trọng C để có $T_1 = T_2 = T$. (Hình 3).

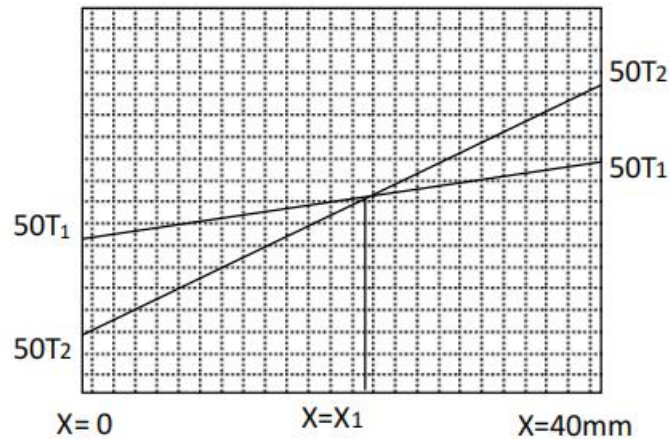
5. Dùng thước cặp đặt gia trọng C về đúng vị trí x_1 . Đo $50T_1$ và $50T_2$. Ghi kết quả vào bảng 1.

6. Ví dụ cách điều chỉnh chính xác vị trí gia trọng C : Đồ thị hình 4 cho thấy đường thẳng $50T_1$ dốc hơn đường thẳng $50T_2$, có nghĩa là ở bên trái điểm cắt nhau thì $50T_2 > 50T_1$ còn bên phải điểm cắt thì $50T_1 > 50T_2$. Từ kết quả phép đo 5 tại vị trí x_1 cho ta rút ra nhận xét cần dịch chuyển gia trọng C theo hướng nào để thu được kết quả tốt nhất sao cho $50T_1 = 50T_2$.
Lưu ý mỗi lần dịch chuyển chỉ xoay gia trọng C 01 hoặc 02 vòng. Lập lại phép đo 5 cho đến khi sai biệt giữa $50T_1$ và $50T_2$ nhỏ hơn 0,05s.

7. Cuối cùng, khi đã xác định được vị trí tốt nhất của gia trọng C , ta đo mỗi chiều từ 3 đến 5 lần để lấy kết quả vào bảng 2.

8. Dùng thước 1000mm đo khoảng cách L giữa hai lưỡi dao O_1 , O_2 . Ghi vào bảng 1. (Chỉ đo cẩn thận một lần, lấy sai số dụng cụ $\Delta L = \pm 1mm$).

9. Thực hiện xong thí nghiệm, tắt máy đo và rút phích cắm điện của nó ra khỏi nguồn ~ 220V.



Hình 3. Đồ thị xác định điểm cắt của hai chiều thuận – nghịch

3. CÔNG THỨC TÍNH, CÔNG THỨC SAI SỐ

3.1. Công thức tính:

* Chu kỳ dao động T của con lắc thuận nghịch (đơn vị: s):

$$\bar{T} = \frac{1}{50} \cdot \frac{(\overline{50T_1} + \overline{50T_2})}{2}$$

* Gia tốc trọng trường (đơn vị: m/s^2):

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2 \cdot \bar{L}}{\bar{T}^2}$$

3.2. Công thức sai số:

* Sai số ngẫu nhiên của phép đo T (đơn vị: s):

$$\overline{\Delta T} = \frac{1}{50} \cdot \frac{(\overline{\Delta 50T_1} + \overline{\Delta 50T_2})}{2}$$

* Sai số dụng cụ của phép đo T (đơn vị: s):

$$\Delta T_{ht} = \frac{\Delta T_{dong ho}}{50}$$

* Sai số phép đo T (đơn vị: s):

$$\Delta T = \Delta T_{ht} + \overline{\Delta T}$$

* Sai số tương đối của gia tốc trọng trường:

$$\delta = \frac{\Delta g}{\bar{g}} = 2 \frac{\Delta \pi}{\pi} + \frac{\Delta L}{\bar{L}} + 2 \frac{\Delta T}{\bar{T}}$$

* Sai số tuyệt đối của gia tốc trọng trường:

$$\Delta g = \delta \cdot \bar{g}$$

4. BẢNG SỐ LIỆU

4.1. Xác định chu kỳ dao động hai chiều thuận – nghịch

Bảng 1: $L = 700 \pm 1$ (mm)

Vị trí gia trọng C (mm)	$50T_1$	$50T_2$
$x_0 = 0$ (mm)	83.67	83.25
$x_0 + 40 = 40$ (mm)	83.96	84.16
$x_1 = 27$ (mm)	83.92	83.80

4.2. Vẽ đồ thị

Bảng 2: Tại vị trí tốt nhất x_1' con lắc vật lý trở thành thuận nghịch $T_1 = T_2 = T$

Vị trí tốt nhất $x_1' = 27$ (mm)				
Lần đo	$50T_1$ (s)	$\Delta 50T_1$	$50T_2$ (s)	$\Delta 50T_2$
1	83.93	0.023	83.89	0.013
2	83.88	0.027	83.90	0.003
3	83.91	0.003	83.92	0.017
Trung bình	83.907	0.018	83.903	0.011

- $\overline{50T_1} = \frac{83.93 + 83.88 + 83.91}{3} = 83.907$ (s)
- $\Delta 50T_{1(1)} = |83.907 - 83.93| = 0.023$ (s)
- $\overline{\Delta 50T_1} = \frac{0.023 + 0.027 + 0.003}{3} = 0.018$ (s)

Tính tương tự cho $\overline{50T_2}$, $\Delta 50T_{2(1)}$, $\overline{\Delta 50T_2}$.

$$\overline{T} = \frac{1}{50} \cdot \frac{(\overline{50T_1} + \overline{50T_2})}{2} = \frac{1}{50} \cdot \frac{(83.907 + 83.903)}{2} = 1.678 \text{ (s)}$$

$$\overline{g} = \frac{4\pi^2 L}{\overline{T}^2} = \frac{4 \times 3.14^2 \times 0.7}{1.678^2} = 9.805 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$\overline{\Delta T} = \frac{1}{50} \cdot \frac{(\overline{\Delta 50T_1} + \overline{\Delta 50T_2})}{2} = 0.0003 \text{ (s)}$$

$$\Delta T_{ht} = \frac{\Delta T_{\text{đồng hồ}}}{50} = \frac{0.01}{50} = 0.0002 \text{ (s)}$$

$$\Delta T = \Delta T_{ht} + \overline{\Delta T} = 0.0002 + 0.0003 = 0.0005 \text{ (s)}$$

$$\delta = \frac{\Delta g}{\overline{g}} = 2 \frac{\Delta \pi}{\pi} + \frac{\Delta L}{L} + 2 \frac{\Delta T}{\overline{T}} = 2 \frac{0.005}{3.14} + \frac{1}{700} + 2 \frac{0.0005}{1.678} = 0.0052 \text{ (s)}$$

$$\Delta g = \delta \cdot \overline{g} = 0.0052 \times 9.805 = 0.0510 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$g = \overline{g} \pm \Delta g = 9.805 \pm 0.051 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

* Vẽ đồ thị :

