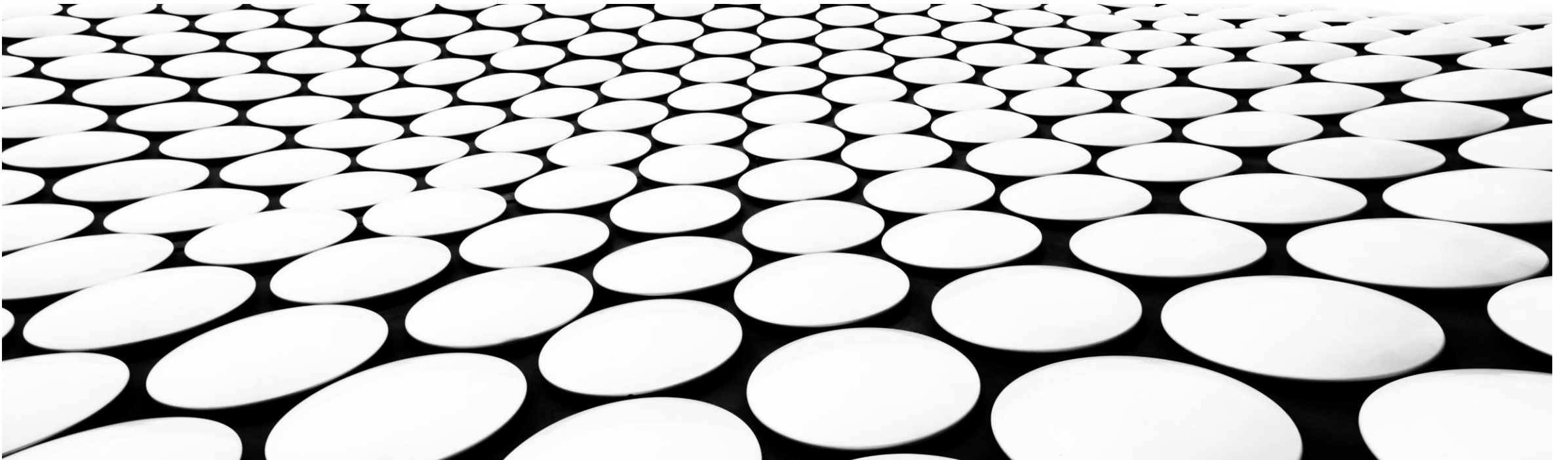


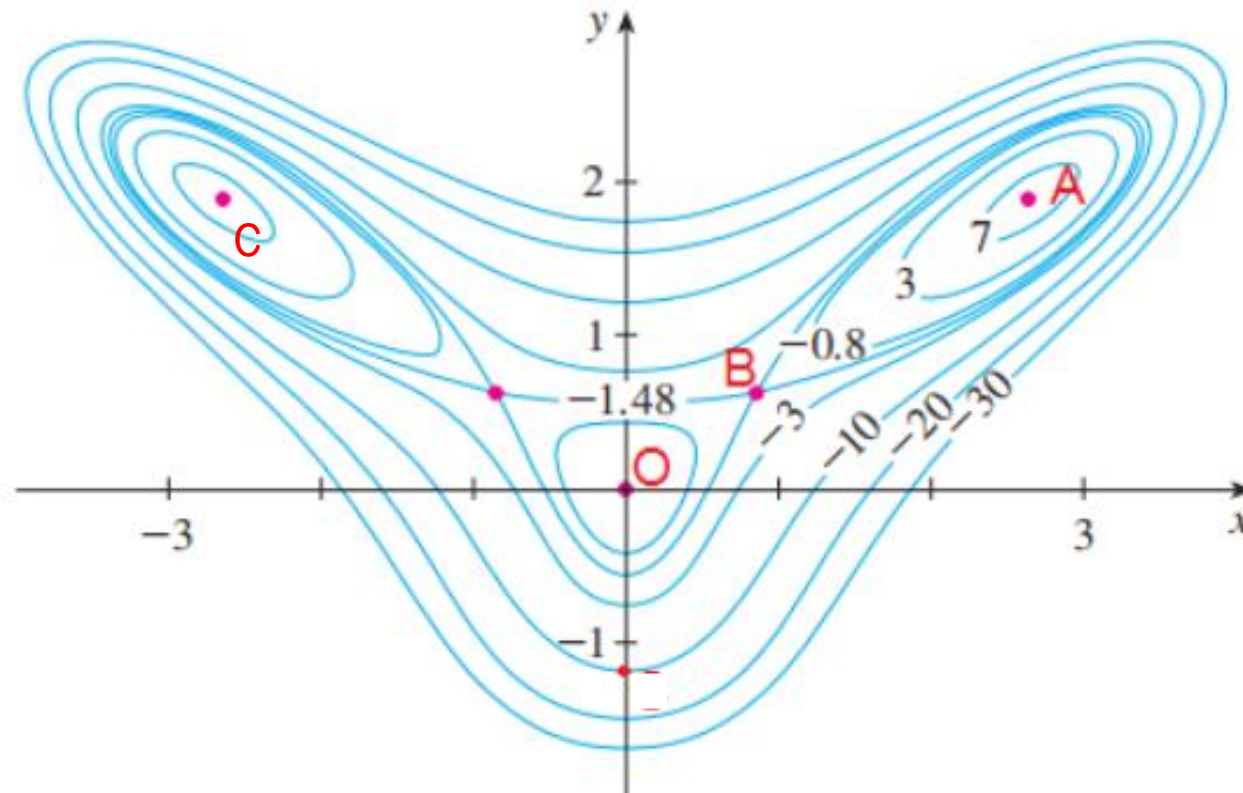
BÀI TẬP TUẦN 3

1. CỰC TRỊ TỰ DO
2. MIN – MAX TRÊN MIỀN ĐÓNG VÀ BỊ CHẶN
3. BÀI TOÁN ỨNG DỤNG THỰC TẾ



Bài :

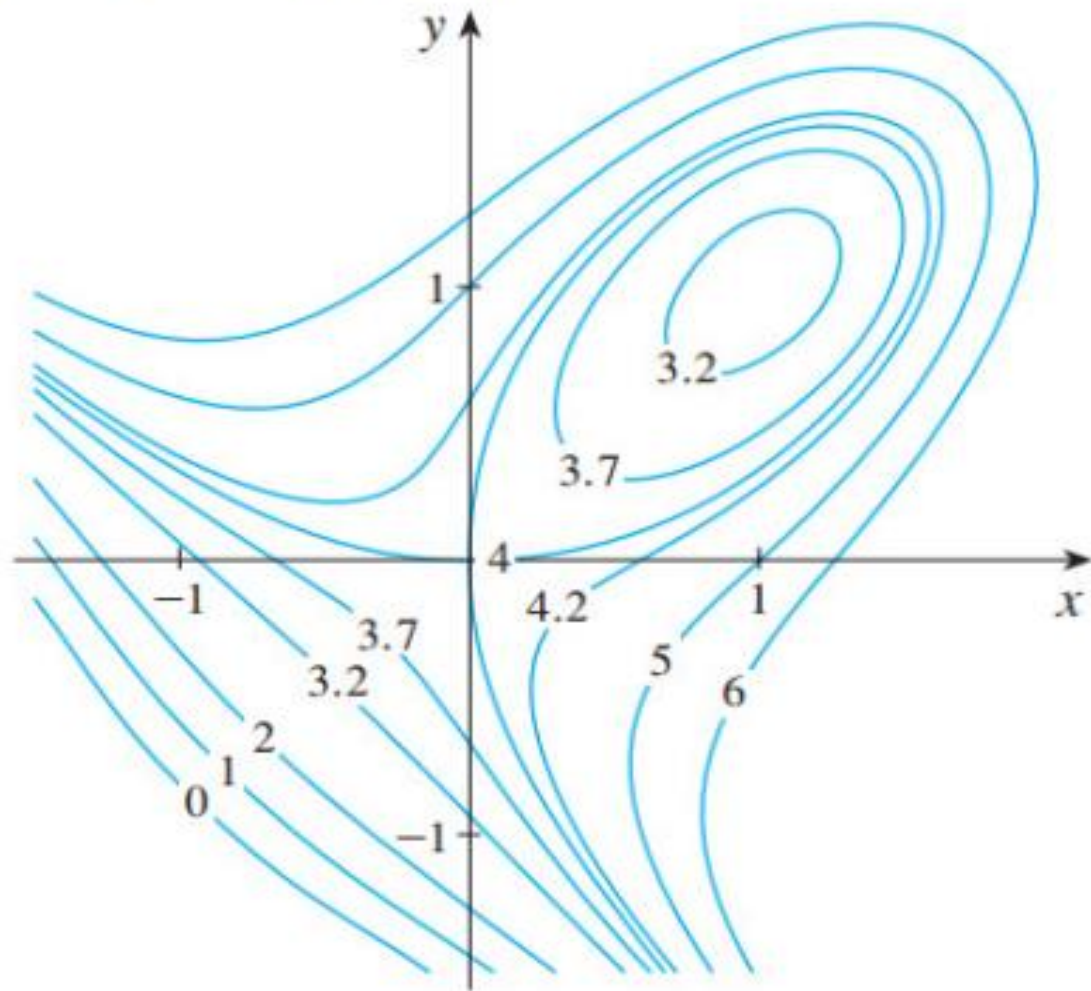
Cho bản đồ mức của hàm số $z = f(x, y)$ được cho trong hình vẽ sau:



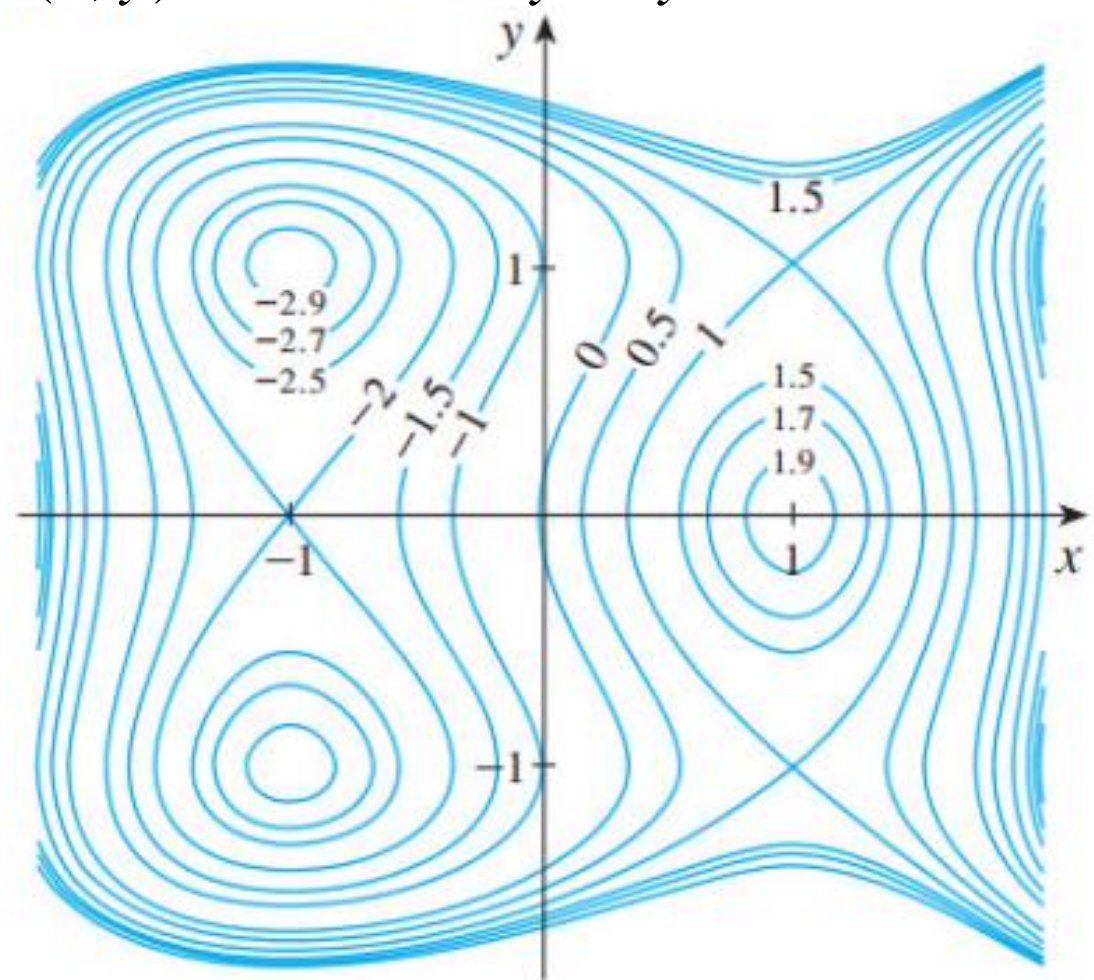
Hãy cho biết trong 4 điểm A, B, C, O, điểm nào là cực đại, cực tiểu, điểm yên ngựa

Bài :

1. $f(x, y) = 4 + x^3 + y^3 - 3xy$.



2. $f(x, y) = 3x - x^3 - 2y^2 + y^4$



Câu 1: Tìm cực trị tự do của hàm số $f(x, y) = \sqrt{2x^2 + y^2} - 3$

- ☐ (A) Hàm đạt cực đại tại $(0,0)$
☐ (B) hàm $f(x,y)$ không có cực trị
- ☐ (C) Hàm đạt cực tiểu tại $(0,0)$
☐ (D) Các câu kia sai

Câu 2: Cho $z = f(x, y) = x^3 - 8y^3 + 6xy$. Số điểm dừng khi khảo sát cực trị tự do của hàm $f(x, y)$ là:

- (A) 2 (B) 4 (C) 1 (D) 3

Câu 3: Tìm m để điểm $M \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$ là điểm dừng của hàm $f(x, y) = xy^2(1 - mx - y)$.

- (A) $m = 1$ (B) $m = \frac{1}{2}$ (C) $m = -\frac{1}{2}$ (D) $m = -1$

Câu 4: Tìm tất cả các giá trị a để $f(x, y) = 2a^3x^4 + y^4 - x^2 - 2ay^2$ đạt cực đại tại $P(-\frac{1}{2}, 1)$

- (A) Không tồn tại a (B) $a = \pm 1$ (C) $a = 0$ (D) $a = 1$

Câu 5: Tìm a, b sao cho (1,1) là điểm dừng của hàm $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4y + a \ln x + b \ln y$

- (A) $a = b = -2$ (B) $a = b = 2$ (C) Không tồn tại a, b (D) $a = -2, b = -6$

Câu 6: Cho hàm số $f(x, y) = e^{-xy}$ và điều kiện $x^2 + 4y^2 = 1$. Tổng số điểm dừng của hàm Lagrange là:

- (A) 4 (B) 2 (C) 3 (D) 1

Bài :

1. Tìm điểm thuộc đường cong: $x^3 + y^2 = 1$ mà tại đó hàm $f(x, y) = x^2 + y^2 + x + 1$ đạt GTNN, cho biết giá trị đó.
2. Trong không gian Oxyz, cho điểm A(4;1;0) và M là 1 điểm bất kì thuộc mặt nón $z^2 = x^2 + y^2$ sao cho khoảng cách MA ngắn nhất. Tính độ dài d của đoạn MA.
3. Trong không gian Oxy, cho mặt cong S là phần mặt paraboloid $z = 4 - x^2 - y^2$ ứng với (x, y) thuộc hình ellip $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} \leq 1$. Tìm tọa độ các điểm thấp nhất thuộc mặt S.
4. Cho hàm số $f(x, y) = 1 + xy - x - y$ và miền D giới hạn bởi $y = x^2, y = 4$. Giá trị lớn nhất M và nhỏ nhất m của hàm trên miền D là:
A. $M = 2, m = -2$ B. $M = 3, m = -9$ C. $M = 9, m = -3$ D. Đáp án khác

Một cửa hàng mới nhập về 2 loại thực phẩm mới là A và B tiêu thụ trong ngày, giá mua x phần sản phẩm A và y phần sản phẩm B mỗi ngày là $C(x, y) = 31x + 38y - xy + 6050$ ngàn đồng. Chủ cửa hàng dự tính giá bán (ngàn đồng) mỗi phần sản phẩm A, B lần lượt là $p(x) = 141 - x$, $0 \leq x \leq 141$ và $q(y) = 88 - y$, $0 \leq y \leq 88$.

Hãy trả lời các câu hỏi từ Câu 12 đến Câu 14.

Câu 12. (L.O.2) Lợi nhuận mỗi ngày $P(x, y)$ (tính theo ngàn đồng) của công ty khi bán được x sản phẩm A và y sản phẩm B được xác định bởi:

- A. $P(x, y) = -x^2 - y^2 + 31x + 88y - xy + 6050$
- B. Một đáp án khác
- C. $P(x, y) = -x^2 - y^2 + 31x + 38y - xy + 6050$
- D. $P(x, y) = -x^2 - y^2 + 110x + 50y + xy - 6050$
- E. $P(x, y) = -x^2 - y^2 + 141x + 88y + xy - 6050$

Câu 13. (L.O.2) Với dự tính giá bán như trên, để tối đa hóa lợi nhuận cửa hàng nên nhập số lượng sản phẩm A, B lần lượt là:

- A. 370, 317
- B. 317, 370
- C. 90, 70
- D. 70, 90
- E. Một kết quả khác

Câu 14. (L.O.2) Lợi nhuận mỗi ngày trên 2 loại sản phẩm A, B của công ty tối đa là:

- A. 650 ngàn đồng
- B. 317 ngàn đồng
- C. 370 ngàn đồng
- D. Một đáp án khác
- E. 550 ngàn đồng

Một cơ sở sản xuất nhỏ có hai loại sản phẩm A, B với số lượng lần lượt là x và y . Vì nguyên liệu và vốn có hạn nên số lượng sản xuất trong tháng phải thỏa mãn phương trình $2x^2 + 8y^2 = 30496$. (Đường cong này được gọi là đường cong khả năng sản xuất.) Cho biết hàm lợi nhuận của cơ sở trong tháng là $P = 14x + 13y$ ngàn đô la. Hãy trả lời các câu hỏi từ Câu 15 đến Câu 16.

Câu 15. (L.O.2) Khi dùng nhân tử Lagrange để tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm $P(x, y) = 14x + 13y$ với điều kiện $2x^2 + 8y^2 = 30496$, ta tìm được các điểm dừng nào dưới đây?

- A. $(112, 26)$, $(-112, -26)$
- B. $(26, 112)$, $(-26, -112)$
- C. $(112, -26)$, $(-112, 26)$
- D. $(26, 112)$, $(-26, -112)$, $(26, 112)$, $(-26, -112)$
- E. $(26, -112)$, $(-26, 112)$

Câu 16. (L.O.2) Nếu cơ sở nói trên muốn đạt lợi nhuận cao nhất trong tháng thì nên sản xuất 2 loại sản phẩm A, B với số lượng lần lượt là:

- A. $(-112, -26)$
- B. $(112, 26)$
- C. $(1456, 26)$
- D. $(26, 112)$
- E. $(-26, -112)$

Bài :

Câu 1: Một công ty cung cấp thiết bị công nghiệp mới cho các nhà máy trong nước và ngoài nước. Nếu số lượng thiết bị bán ở thị trường trong nước là x và thị trường nước ngoài là y thì lợi nhuận thu được ước tính bởi hàm số: $P(x, y) = 50x + 40y - \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{10} + \frac{xy}{10}$ (USD). Lợi nhuận cao nhất đạt được khi số thiết bị bán ở thị trường trong nước và ngoài nước (theo thứ tự) là bao nhiêu?

- A. 156, 122. B. 300, 500. C. Đáp án khác. D. 200, 300.

Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm $f(x, y) = (xy)^6$ trên đường ellipse $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ đạt tại điểm có tung độ là y_0 . Tính y_0^2 .

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. Đáp án khác.

Câu 3: Số điểm dừng của hàm số $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$ là:

- A. 2. B. 1. C. Đáp án khác. D. 4.

Câu 4: Các giàn khoan dầu được đặt tại 3 địa điểm tương ứng với các tọa độ $A(-3, 0)$, $B(-1, 2)$, $C(0, 0)$, đơn vị tính theo trăm mét. Tìm vị trí đặt trạm bảo dưỡng $M(x, y)$ sao cho tổng bình phương khoảng cách từ trạm đến các giàn khoan là bé nhất.

- A. $M\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$. B. $M\left(-1, \frac{2}{3}\right)$. C. $M\left(-\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}\right)$. D. $M\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$.

TÍCH PHÂN KÉP

Câu 1: Cho tích phân $I = \iint_D |y - x^2| dx dy$, với D giới hạn bởi 3 đường thẳng: $x = 1, y = 1, x + y = 0$. Viết công thức tính tích phân trên.

Câu 2: Tính tích phân lặp sau: $I = \int_0^{\frac{2}{3}} dy \int_{3y}^2 \frac{x}{1+x^3} dx$

Câu 3: Tính $I = \iint_D (2 + x^2 y^3 - y^2 \sin x) dx dy$, $D = \{(x, y) : |x| + |y| \leq 1\}$.

(A) $4\sqrt{2}$

(B) $2\sqrt{2}$

(C) 2

(D) 4

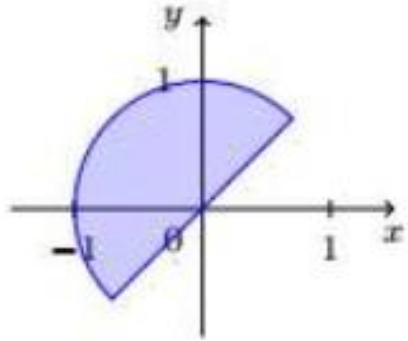
Bài :

Cho miền D trong mặt phẳng Oxy giới hạn bởi: $y \geq 0, x^2 + y^2 \geq 2y, x^2 + y^2 \leq 4$.

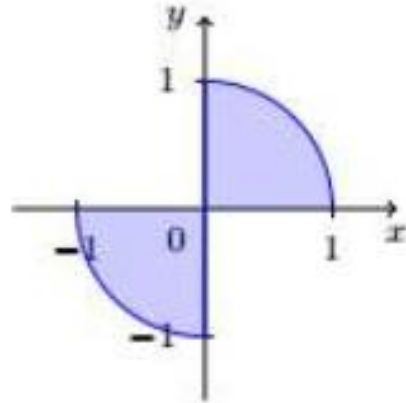
- Biểu diễn tích phân $I = \iint_D f(x, y) dx dy$
- Trong tọa độ cực $x = r \cos \varphi, y = r \sin \varphi$, tích phân trên được biểu diễn như thế nào?
- Tính giá trị của tích phân với $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$

Bài :

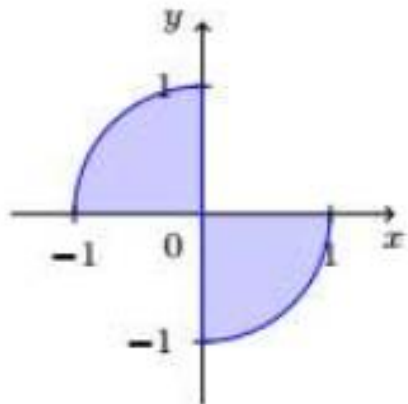
Cho $\iint_D |2x| dx dy = \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (2x) dy + \int_{-1}^0 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 (-2x) dy$. Tìm miền D trong các hình dưới đây.



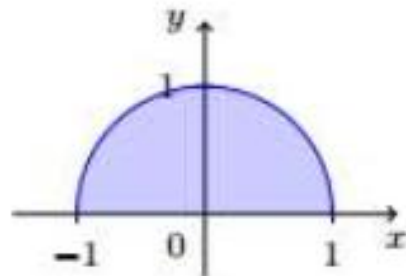
(1)



(2)



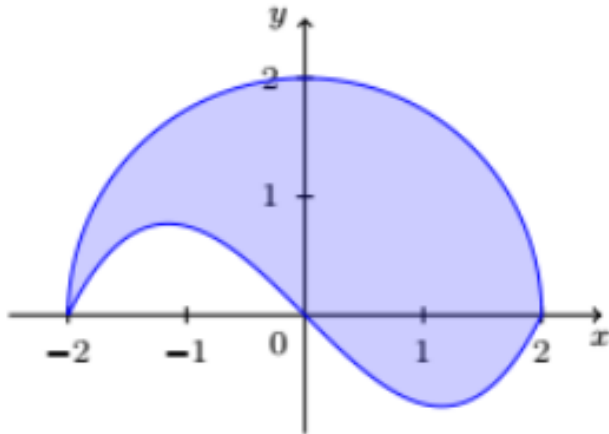
(3)



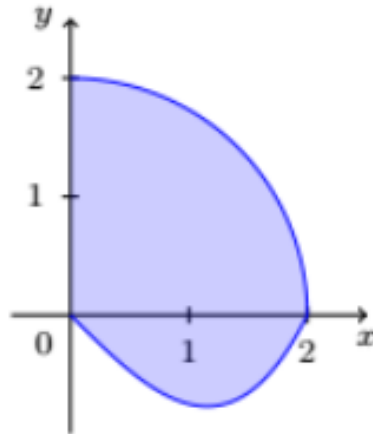
(4)

Bài :

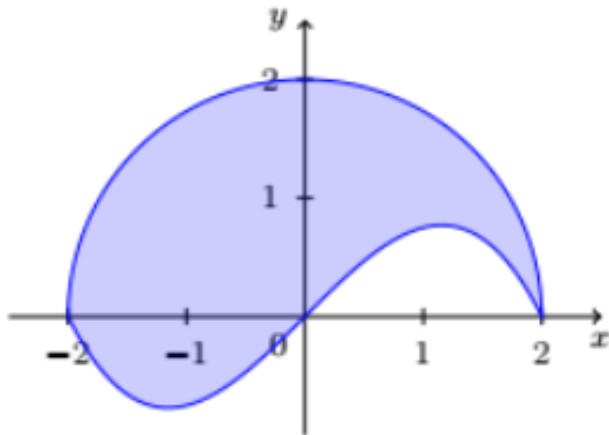
Miền của tích phân sau là hình nào? $I = \int_0^2 \int_{\frac{1}{4}x^3 - x}^{\sqrt{4-x^2}} f(x, y) dy dx$



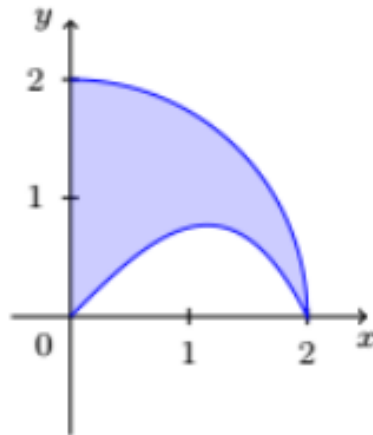
(1)



(2)



(3)



(4)

