

Ellipse:

1. Ellipse Là Gì?

⇒ Hình mà tồn tại 2 điểm cố định, mà tổng khoảng cách từ 2 điểm đó đến 1 điểm bất kì trên Ellipse là hằng số

2. Tính Tiêu Cự Ellipse?

$$c = \sqrt{|a^2 - b^2|}$$

⇒ a, b là kích thước 2 bán kính của Ellipse

3. Phương Trình Tham Số Của Ellipse?

$$\begin{aligned}x &= x_0 + a \cos(t) \\ y &= y_0 + b \cos(t + \varphi)\end{aligned}$$

⇒ x_0, y_0 lần lượt là hoành độ và tung độ tâm Ellipse

⇒ a, b là kích thước ngang và dọc của Boundary của Ellipse

⇒ φ là độ lệch pha

4. Ellipse Là 1 Hình Tròn Khi Nào?

⇒ Khi phương trình tham số có $a = b$ và độ lớn độ lệch pha = 90 độ

5. Thay Đổi Kích Thước Ellipse Có Thay Đổi Độ Lệch Pha Không?

⇒ Nếu chỉ phóng to hay thu nhỏ theo trục hoành và trục tung thì không thay đổi độ lệch pha

6. Phương Trình Chính Tắc Của Ellipse?

$$\left(\frac{x-x_0}{a}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{b}\right)^2 - 2\frac{x-x_0}{a}\frac{y-y_0}{b}\cos(\varphi) = \sin^2(\varphi)$$

⇒ x_0, y_0 lần lượt là hoành độ và tung độ tâm Ellipse

⇒ a, b là kích thước ngang và dọc của Boundary của Ellipse

⇒ φ là độ lệch pha

7. Phương Trình Nửa Đường Tròn Bên Trên?

$$y = \sqrt{-x^2 + ax + b} + c, b \geq -\frac{a^2}{4}$$

Rectangle – Hình Chữ Nhật:

1. Trong Tất Cả Hình Hộp Chữ Nhật Có Tổng Diện Tích Các Mặt Bằng Nhau, Hình Nào Có Thể Tích Lớn Nhất?

⇒ Hình lập phương

2. Trong Tất Cả Hình Chữ Nhật Có Chu Vi Bằng Nhau, Hình Nào Có Diện Tích Lớn Nhất?

⇒ Hình vuông

Triangle – Tam Giác:

1. Tính Độ Dài Đường Trung Tuyến?

$$m = \sqrt{\frac{2(a^2+b^2)-c^2}{4}}$$

⇒ c là độ dài cạnh ứng với trung tuyến

⇒ a, b là độ dài 2 cạnh còn lại

2. Tính Diện Tích Tam Giác?

$$\Rightarrow S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \frac{abc}{4R} = pr$$

- $\Rightarrow p$ là nửa chu vi tam giác
- $\Rightarrow a, b, c$ là các kích thước tam giác
- $\Rightarrow R$ là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác
- $\Rightarrow r$ là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác

3. Độ Dài Hình Chiếu Của Cạnh Bên Lên Cạnh Đáy?

$$\Rightarrow d = \frac{a^2 - b^2 + c^2}{2c}$$

- $\Rightarrow a$ là độ dài cạnh chiếu
- $\Rightarrow c$ là độ dài cạnh đáy
- $\Rightarrow b$ là độ dài cạnh còn lại

4. Bán Kính Đường Tròn Ngoại Tiếp Tam Giác?

$$\Rightarrow R = \frac{a}{2\sin(A)} = \frac{ab}{2h}$$

- $\Rightarrow a$ là độ dài cạnh có góc đối là A
- $\Rightarrow b$ là độ dài cạnh nào đó
- $\Rightarrow h$ là độ dài đường cao ứng với 2 cạnh a và b

5. Tọa Độ Tâm Đường Tròn Nội Tiếp Tam Giác Trong Không Gian Đa Chiều?

$$\Rightarrow \vec{I} = \frac{a\vec{A} + b\vec{B} + c\vec{C}}{a + b + c}$$

- $\Rightarrow a, b, c$ là độ dài 3 cạnh ứng với các đỉnh A, B, C

Tetrahedron – Tứ Diện:

1. Tính Bán Kính Hình Cầu Ngoại Tiếp Tứ Diện?

$$\Rightarrow R = \frac{S}{6V}$$

- $\Rightarrow S$ là diện tích của tam giác có độ dài các cạnh là tích độ dài của các cặp cạnh đối trong tứ diện
- $\Rightarrow V$ là thể tích tứ diện

2. Tính Bán Kính Hình Cầu Nội Tiếp Tứ Diện?

$$\Rightarrow r = \frac{3V}{S}$$

- $\Rightarrow V$ là thể tích tứ diện
- $\Rightarrow S$ là tổng diện tích các mặt của tứ diện

3D Coordinate System – Hệ Tọa Độ 3D:

1. Cấu Tạo?

- \Rightarrow Gồm tia Ox, Oy và Oz = Ox tích có hướng với Oy

2. Tính Nhanh Tọa Độ Hình Chiếu Của Điểm Lên Mặt?

$$H = M - \frac{n \cdot M + D}{|n|^2} n$$

- $\Rightarrow M$ là tọa độ điểm muốn tìm hình chiếu
- $\Rightarrow n$ là pháp tuyến của mặt
- $\Rightarrow D$ là hệ số tự do trong phương trình mặt

3. Tính Nhanh Hình Chiếu Của Điểm Lên Đường?

$$\vec{H} = \vec{M} + \frac{(\vec{M} - \vec{A}) \times \vec{u} \times \vec{u}}{|\vec{u}|^2}$$

- ⇒ M là tọa độ điểm muốn tìm hình chiếu
- ⇒ A là tọa độ điểm bất kì trên đường
- ⇒ u là chỉ phương của đường

Spherical Coordinate System – Hệ Tọa Độ Cầu:

1. Chuyển Đổi Giữa Hệ Tọa Độ Descartes Và Hệ Tọa Độ Cầu?

- ⇒ Tọa độ Decartes sang tọa độ cầu

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \theta &= \cos^{-1} \left(\frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right) \\ \phi &= \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) \end{aligned}$$

- ⇒ x, y, z lần lượt là hoành độ, tung độ, cao độ của điểm
- ⇒ Tọa độ cầu sang tọa độ Descartes

$$\begin{aligned} x &= r \sin(\theta) \cos(\phi) \\ y &= r \sin(\theta) \sin(\phi) \\ z &= r \cos(\theta) \end{aligned}$$

- ⇒ r là khoảng cách từ điểm tới gốc tọa độ O
 - ⇒ θ là góc giữa Vector tọa độ điểm hợp với tia Oz
 - ⇒ φ là góc giữa hình chiếu Vector tọa độ điểm lên Oxy với tia Ox, chiều tăng góc là chiều quét từ tia Ox sang tia Oy
- #### 2. Diện Tích 1 Phần Mặt Cầu?
- ⇒ Cho 1 mặt cầu tâm I bán kính = R, 1 mặt phẳng cắt mặt cầu đó tạo cát tuyến là 1 đường tròn tâm O
 - ⇒ Trục của đường tròn cắt mặt cầu tại điểm M sao cho M và O cùng phía so với I, MO = a
 - ⇒ Khi này diện tích của phần mặt cầu có biên là đường tròn kia và chứa M sẽ = $2\pi aR$
 - ⇒ Thể tích phần của khối cầu có dạng hình nón đỉnh I nhưng đáy là mặt cầu trên = $2\pi aR^2 / 3$

3. Góc Khối (Solid Angle)?

- ⇒ Giả sử bạn đang nhìn 1 vật, loại bỏ tất cả phần của vật mà bạn đeo thấy, chỉ để lại bề mặt vật mà bạn nhìn thấy, gọi bề mặt này là S
- ⇒ Nối tất cả các điểm trên biên của S tới mắt, được 1 khối V
- ⇒ Tạo 1 quả cầu có tâm ở mắt bạn, bán kính R sao cho quả cầu không chạm, cắt hay bao luôn S
- ⇒ Gọi phần giao giữa mặt cầu và khối V là bề mặt G, phần giao giữa khối cầu và khối V là khối H, ta có thể tích H / diện tích G = R / 3, nếu chuẩn hóa để mặt cầu có bán kính = 1, thì diện tích G = góc khối của vật thể với điểm nhìn là mắt bạn
- ⇒ Đơn vị là sr (Steradian)
- ⇒ Còn được tính = công thức sau, lặp qua tất cả điểm trên S, dA là Vector diện tích tại 1 điểm, r là Vector có gốc là mắt bạn, đầu là điểm đó

$$\Omega = \int_S \frac{r}{|r|^3} \cdot dA$$

⇒

Polar Coordinate System – Hệ Tọa Độ Phân Cực:

1. Chuyển Đổi Giữa Hệ Tọa Độ Descartes Và Hệ Tọa Phân Cực?

⇒ Tọa độ Decartes sang tọa độ phân cực

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

⇒ x, y lần lượt là hoành độ, tung độ của điểm

⇒ Tọa độ phân cực sang tọa độ Descartes

$$x = r \cos(\theta)$$

$$y = r \sin(\theta)$$

⇒ r là khoảng cách từ điểm tới gốc tọa độ O

⇒ θ là góc giữa Vector tọa độ điểm hợp với tia Ox, chiều tăng góc là chiều quét từ tia Ox sang tia Oy

2. Hệ Tọa Độ Phân Cực Mở Rộng?

⇒ Là hệ tọa độ phân cực hình Ellipse thay vì tròn

⇒ Chuyển sang Descartes

$$x = a \cos(\theta)$$

$$y = b \sin(\theta)$$

⇒ a, b là số dương bất kì

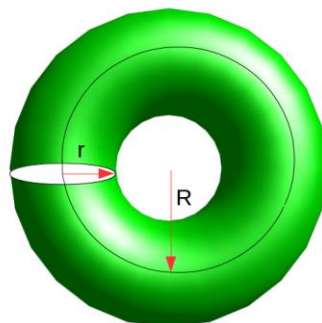
⇒ Tọa độ Decartes sang tọa độ phân cực mở rộng

$$r = \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{ay}{bx}\right)$$

Torus – Vòng Xuyên:

1. Thể Tích Và Diện Tích Vòng Xuyên?



Torus

$$V = 2\pi^2 R r^2$$

$$S = 4\pi^2 R r$$

Diagram – Sơ Đồ:

1. Tế Bào Voronoi?

⇒ Giả sử trong không gian n chiều, ta có tập hợp hữu hạn các điểm trung tâm, khi đó vùng không gian xung quanh điểm trung tâm C , sao cho khoảng cách từ điểm bất kì trong đó đến C nhỏ hơn khoảng cách từ nó tới tất cả các điểm trung tâm khác, gọi là tế bào Voronoi

⇒ Sơ đồ Voronoi là sơ đồ vẽ các tế bào Voronoi

2. Số Miền Tối Đa Mà n Đường Thẳng Có Thể Phân Chia?

⇒ Trong mặt phẳng 2D, vẽ n đường thẳng sao cho số miền mà n đường này phân ra là lớn nhất, chiến thuật là ta sẽ vẽ đường thứ n sao cho nó cắt hết $n - 1$ đường còn lại, nghĩa là ta sẽ tạo ra được tối đa $n - 1$ giao điểm, đi trên đường mới vẽ, bắt đầu từ 1 đầu ở vô cực đến đầu còn lại ở vô cực, ta sẽ lần lượt bắt gặp các giao điểm, ở giao điểm đầu tiên, dễ thấy nó phân thêm 2 miền nữa, ở giao điểm thứ 2, nó cũng phân 2 miền nữa, nhưng trong đó có 1 miền đã phân ở giao điểm đầu, nên nó chỉ tính 1 miền, tương tự các giao điểm tiếp theo, ta sẽ có số miền phân thêm $= n$

⇒ Ban đầu $n = 1$, số miền $= 2$, sau đó $n = 2$, số miền $= 4$, rồi $n = 3$, số miền $= 4 + 3 = 7$, rồi $7 + 4 = 11$, rồi $11 + 5 = 16$, ...

⇒ Ta có công thức tổng quát sau là số miền tối đa mà n đường thẳng có thể phân chia

$$\frac{1}{2}(n^2 + n + 2)$$