

## ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM - VI PHÂN HÀM NHIỀU BIẾN

**Câu 1.** Người ta dự định làm 1 rạp xiếc bằng cách xây 4 bức tường dọc theo 4 cạnh hình chữ nhật chiều rộng  $x = 10\text{cm}$ , chiều dài  $y = 15\text{cm}$  với mái vòm che có diện tích được cho bởi  $S(x, y) = \frac{\pi}{2}xy$ . Khi dùng vi phân của hàm  $S(x, y)$  để ước lượng sự thay đổi của diện tích mái vòm thì thấy diện tích mái sẽ giảm đi khoảng  $5.4978\text{ m}^2$  nếu thay đổi  $x$  và giảm  $y$  xuống còn  $14.8\text{m}$ . Tìm sự thay đổi của chiều rộng  $x$ .

- A. Tăng  $0.3667\text{m}$ . B. Giảm  $0.1\text{m}$ . C. Giảm  $0.3667\text{m}$ . D. Tăng  $0.1\text{m}$ .

**Câu 2.** Một chất điểm chuyển động trên mặt cong ( $S$ ) có phương trình  $z = f(x, y) = 0.1x^2 - 0.8xy$ . Đơn vị trên các trục tính theo centimet(cm). Tọa độ của chất điểm thay đổi theo thời gian  $t$ , tính bằng giây  $s$ . Biết  $(x(t), y(t)) = \left(t^3 - t, \frac{1}{t} + t\right)$ , xác định tốc độ thay đổi của độ cao  $z$  theo thời gian  $t$  khi  $t = 2$ .

- A.  $-12.4\text{ cm/s}$ . B.  $5.1\text{ cm/s}$ . C.  $-9.4\text{ cm/s}$ . D.  $2.7\text{ cm/s}$ .

**Câu 3.** Điện thế tại một điểm  $(x, y)$  được cho bởi  $V(x, y) = \frac{4}{\sqrt{6 - x^2 - y^2}}$ . Hãy dùng vi phân để xấp xỉ sự thay đổi của điện thế, khi di chuyển từ điểm có tọa độ  $(1, 1)$  sang điểm có tọa độ  $(1.01, 0.98)$ .

- A.  $-0.005$ . B.  $0.005$ . C.  $-0.015$ . D.  $0.015$ .

**Câu 4.** Một công ty cung cấp thiết bị công nghiệp mới cho các nhà máy trong nước và ngoài nước. Nếu số lượng thiết bị bán ở thị trường trong nước là  $x$  và thị trường nước ngoài là  $y$  thì lợi nhuận thu được ước tính bởi hàm số:  $P(x, y) = 50x + 40y - \frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{10} + \frac{xy}{10}$  (USD). Lợi nhuận cao nhất đạt được khi số thiết bị bán ở thị trường trong nước và ngoài nước (theo thứ tự) là bao nhiêu?

- A. 156, 122. B. 300, 500. C. Đáp án khác. D. 200, 300.

**Câu 5.** Giá trị lớn nhất của hàm  $f(x, y) = (xy)^6$  trên đường ellipse  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  đạt tại điểm có tung độ là  $y_0$ . Tính  $y_0^2$ .

- A.  $\frac{3}{2}$ . B.  $\frac{1}{4}$ . C.  $\frac{1}{2}$ . D. Đáp án khác.

**Câu 6.** Số điểm dừng của hàm số  $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$  là:

- A. 2. B. 1. C. Đáp án khác. D. 4.

**Câu 7.** Một cửa hàng bán cơm đang sử dụng hai loại gạo A và B. Giá của loại gạo A và B lần lượt là  $x$  và  $y$  (đơn vị ngàn đồng/1kg). Số lượng gạo mà cửa hàng mua mỗi tháng ước tính bằng công thức:

$$M(x, y) = 500 + \frac{800}{x + 2} - 0.5xy - 8y \text{ (kg)}$$

Ước tính sự thay đổi số lượng gạo của cửa hàng mua vào nếu giá của loại gạo A tăng từ  $18,000$  đồng lên  $18,500$  đồng và loại gạo B giữ giá cố định là  $20,000$  đồng.

- A. Giảm  $6\text{kg}$ . B. Tăng  $25\text{kg}$ . C. Giảm  $25\text{kg}$ . D. Giảm  $12\text{kg}$ .

**Câu 8.** Một chiếc hộp có chiều dài  $x(\text{m})$ , chiều rộng  $y(\text{m})$  và chiều cao  $z(\text{m})$ . Tại một thời điểm xác định,  $x = 3(\text{m})$ ,  $y = z = 2(\text{m})$ ,  $y$  và  $z$  tăng với tốc độ  $2\text{ (m/s)}$  trong khi  $x$  giảm với tốc độ  $1(\text{m/s})$ . Tại thời điểm đó, tốc độ biến thiên của diện tích xung quanh (không tính đáy và nắp hộp) là:

- A. Tăng  $22\text{ (m}^2/\text{s)}$ . B. Tăng  $32\text{ (m}^2/\text{s)}$ . C. Giảm  $24\text{ (m}^2/\text{s)}$ . D. Tăng  $24\text{ (m}^2/\text{s)}$ .

**Câu 9.** Một cửa hàng bán thực phẩm đóng hộp có bán 2 loại cá hộp. Giá nhập vào loại 1 là  $40$  ngàn đồng 1 hộp và loại 2 là  $30$  ngàn đồng 1 hộp và cửa hàng sẽ trả tiền cho nhà cung cấp 2 loại hàng này vào cuối ngày tính trên số lượng bán trong ngày. Ước tính của cửa hàng, nếu bán loại 1 với giá  $x$  ngàn đồng 1 hộp và loại 2 giá  $y$  ngàn đồng 1 hộp thì mỗi ngày sẽ bán được  $80 - 7x + 6y$  hộp loại 1 và  $70 + 4x - 5y$  hộp loại 2. Lợi

nhuận mỗi ngày của cửa hàng trên 2 loại hàng này là:  $f(X, y) = (80 - 7x + 6y)(x - 40) + (70 + 4x - 5y)(y - 30)$ . Khi lợi nhuận của cửa hàng trên 2 loại này lớn nhất thì số tiền cửa hàng phải trả cho nhà cung cấp 2 loại hàng cuối ngày là bao nhiêu?

- A. 1750 ngàn đồng. B. 2040 ngàn đồng. C. 1270 ngàn đồng. D. 770 ngàn đồng.

**Câu 10.** Một chiếc hộp có chiều dài  $x(m)$ , chiều rộng  $y(m)$  và chiều cao  $z(m)$ . Tại một thời điểm xác định,  $x = 3(m)$ ,  $y = z = 2(m)$ ,  $y$  và  $z$  tăng với tốc độ 2 (m/s) trong khi  $x$  giảm với tốc độ 1(m/s). Tại thời điểm đó, tốc độ biến thiên chiều dài đường chéo là:

- A. Tăng  $\frac{5}{\sqrt{17}}$  (m/s). B. Giảm  $\frac{14}{\sqrt{17}}$  (m/s). C. Tăng  $\frac{14}{\sqrt{17}}$  (m/s). D. Giảm  $\frac{5}{\sqrt{17}}$  (m/s).

**Câu 11.** Hiệu điện thế  $U$  của một mạch điện một chiều giảm theo sự yếu đi của nguồn pin. Điện trở  $R$  của mạch tăng khi mạch đóng lên. Sử dụng định luật Ohm, tìm tốc độ thay đổi tức thời của cường độ dòng điện  $I$  trong mạch tại thời điểm  $R = 400\Omega$ ,  $I = 0.08A$ ,  $\frac{dU}{dt} = -0.01V/s$  và  $\frac{dR}{dt} = 0.03\Omega/s$ .

- A.  $3.1 \cdot 10^{-5}$  (A/s). B.  $-3.1 \cdot 10^{-4}$  (A/s). C.  $3.1 \cdot 10^{-4}$  (A/s). D.  $-3.1 \cdot 10^{-5}$  (A/s).

**Câu 12.** Các giàn khoan dầu được đặt tại 3 địa điểm tương ứng với các tọa độ  $A(-3, 0)$ ,  $B(-1, 2)$ ,  $C(0, 0)$ , đơn vị tính theo trăm mét. Tìm vị trí đặt trạm bảo dưỡng  $M(x, y)$  sao cho tổng bình phương khoảng cách từ trạm đến các giàn khoan là bé nhất.

- A.  $M\left(-\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$ . B.  $M\left(-1, \frac{2}{3}\right)$ . C.  $M\left(-\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}\right)$ . D.  $M\left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$ .

**Câu 13.** Nhiệt độ trên một tấm kim loại đặt trong mặt phẳng  $Oxy$  tại điểm có tọa độ  $(x, y)$  được cho bởi mô hình  $T(x, y) = 0.02x^3 + 0.1y^2 - x - 2y$  °C. Giả sử đơn vị trên các trục tọa độ tính theo centimet(cm). Tính tốc độ thay đổi của nhiệt độ nếu từ điểm  $(-2, -3)$  di chuyển theo hướng vectơ  $\vec{i} = (1, 0)$ .

- A. Tăng  $0.76(^{\circ}C/cm)$ . B. Giảm  $0.61(^{\circ}C/cm)$ . C. Giảm  $0.76(^{\circ}C/cm)$ . D. Tăng  $0.61(^{\circ}C/cm)$ .

**Câu 14.** Đặt một đĩa phẳng kim loại trong hệ trục tọa độ Oxy. Nhiệt độ tại mỗi điểm trên đĩa được cho bởi công thức  $T(x, y) = x^2 + xy^2$ . Trên mỗi đĩa có 1 hạt tìm nhiệt được thiết kế để luôn di chuyển theo hướng nhiệt tăng nhanh nhất. Khi đặt hạt tại điểm  $M(1, 2)$ , nó sẽ di chuyển theo hướng nào?

- A.  $\vec{i} + 2\vec{j}$ . B.  $3\vec{i} - 2\vec{j}$ . C.  $3\vec{i} + 2\vec{j}$ . D.  $-2\vec{i} + 3\vec{j}$ .

**Câu 15.** Tìm giá trị lớn nhất của hàm  $z = xy^2$  trong miền D được cho bởi:  $x^2 + y^2 \leq 3$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$

- A. 2. B. Các câu khác sai. C. 3. D.  $2\sqrt{3}$ .

**Câu 16.** Một cửa hàng bán thực phẩm đóng hộp có bán 2 loại cá hộp. Giá nhập vào loại 1 là 40 ngàn đồng 1 hộp và loại 2 là 30 ngàn đồng 1 hộp. Ước tính của cửa hàng, nếu bán loại 1 với giá  $x$  ngàn đồng 1 hộp và loại 2 giá  $y$  ngàn đồng 1 hộp thì mỗi ngày sẽ bán được  $80 - 7x + 6y$  hộp loại 1 và  $70 + 4x - 5y$  hộp loại 2. Lợi nhuận mỗi ngày của cửa hàng trên 2 loại hàng này là:  $f(X, y) = (80 - 7x + 6y)(x - 40) + (70 + 4x - 5y)(y - 30)$ . Tìm doanh thu của cửa hàng trên 2 loại sản phẩm này khi lợi nhuận lớn nhất.

- A. 3057 ngàn đồng. B. 770 ngàn đồng. C. 1270 ngàn đồng. D. 2040 ngàn đồng.

**Câu 17.** Một ngọn núi được đặt trong một hệ trục tọa độ Oxyz (đơn vị tính trên mỗi trục là mét) có hình dạng được cho bởi hàm  $z = z(x, y)$  khả vi trên toàn miền xác định và một người đứng tại điểm A có tọa độ  $(200, 300, z(200, 300))$ . Khi người này đi theo hướng dương trục  $Ox$  đến điểm B có hoành độ là 201 m thì độ cao tại B giảm 5m so với độ cao tại A, còn khi đi theo hướng dương trục  $Oy$  đến điểm C có tung độ là 301m thì độ cao tại điểm C tăng 4m so với độ cao tại A. Dùng vi phân ước lượng xem khi người này đi đến điểm D có hoành độ 201m và tung độ là 298m thì độ cao tại điểm D thay đổi ra sao so với độ cao tại A.

- A. Tăng 3m. B. Tăng 13m. C. Giảm 13m. D. Giảm 3m.

**Câu 18.** Một cơ sở sản xuất đồ chặn giấy bằng thủy tinh hình nón có bán kính  $r$  và chiều cao  $h$ . Ban đầu cơ sở này định làm đồ chặn với bán kính  $r = 3cm$  và chiều cao  $h = 5cm$ , sau đó người ta thay đổi kích thước bằng cách tăng chiều cao  $h$  thêm 0.2cm và bán kính  $r$  giảm 0.04cm, dùng vi phân ước tính sự thay đổi thể tích đồ chặn.

- A. Tăng  $0.6283 \text{ cm}^3$ . B. Giảm  $1.24 \text{ cm}^3$ . C. Đáp án khác. D. Tăng  $0.587 \text{ cm}^3$ .

**Câu 19.** Cho hình trụ tròn xoay có chiều cao là  $h$  (cm) và bán kính đáy là  $r$  (cm). Giả sử  $h, r$  thay đổi theo thời gian  $t$  (giây). Tại thời điểm  $t_0$  ta có  $h = 60cm$ ,  $r = 20cm$ ,  $h$  tăng với tốc độ 3 cm/s,  $r$  giảm với tốc độ 1 cm/s. Tìm tốc độ biến thiên của thể tích hình trụ tại thời điểm  $t_0$  nói trên.

A. Tăng  $200\pi$  (cm<sup>3</sup>/s).    B. Giảm  $200\pi$  (cm<sup>3</sup>/s).    C. Giảm  $1200\pi$  (cm<sup>3</sup>/s).    D. Tăng  $1200\pi$  (cm<sup>3</sup>/s).

**Câu 20.** Tìm giá trị cực đại của hàm số  $z = x^3 + 2xy - y^2$

A.  $\frac{4}{27}$ .

B.  $\frac{1}{27}$ .

C.  $-\frac{1}{27}$ .

D.  $\frac{4}{27}$ .

----- HẾT -----

# ĐÁP ÁN

## BẢNG ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề thi 2031b
-----------------

1. B	2. A	3. A	4. D	5. C	6. D	7. A	8. D	9. C	10. A
11. D	12. A	13. C	14. C	15. A	16. D	17. C	18. A	19. C	20. A