

Họ và tên:

Lớp:

Câu 1. Cho hàm số $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^y$ và điểm $M(0, -1)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

- (A) M không là điểm dừng (B) M không là cực trị (C) M là điểm cực tiểu (D) M là điểm cực đại

Câu 2. Hàm $f(x, y) = 1 - 3x + 2y$ đạt cực tiểu thỏa điều kiện $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ tại:

- (A) $(\sqrt{2}, -\frac{3}{\sqrt{2}})$ (B) $(-\sqrt{2}, \frac{3}{\sqrt{2}})$ (C) $(\sqrt{2}, \frac{3}{\sqrt{2}})$ (D) $(-\sqrt{2}, -\frac{3}{\sqrt{2}})$

Câu 3. Tìm GTLN M và GTNN m của hàm số $f(x, y) = x^2 + y^2$ trên miền $D: |x| \leq 1, |y| \leq 1$.

- (A) $M = 1, m = 0$ (B) $M = 2, m = 0$ (C) $M = 1, m = -1$ (D) $M = 2, m = 1$

Câu 4. Khi tìm cực trị của $f(x, y) = \frac{2}{x} + \frac{1}{y} + xy$ trên miền $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}_2 : x > 0, y > 0\}$, kết luận nào dưới đây là đúng?

- (A) f đạt cực tiểu tại $(\sqrt[3]{4}, \frac{1}{\sqrt[3]{2}})$ (B) f đạt cực đại tại $(\sqrt[3]{4}, \frac{1}{\sqrt[3]{2}})$
(C) f không có cực trị (D) $(\sqrt[3]{4}, \frac{1}{\sqrt[3]{2}})$ không là điểm dừng của f.

Câu 5. Cho hàm số $f(x, y) = xy^2$ và miền $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}_2 : x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 3\}$. Tìm GTLN M của hàm f trên D.

- (A) $M = 0$ (B) $M = -2$ (C) $M = 2$ (D) $M = 3$

Câu 6. Hàm này có mấy cực trị: $f(x, y) = 2 - 3x - 2y$

- (A) Không có (B) 1 (C) 2 (D) 3

Câu 7. Cho hàm số $f(x, y) = e^{-xy}$ và điều kiện $x^2 + 4y^2 = 1$. Tổng số điểm dừng của hàm Lagrange là:

- (A) 4 (B) 2 (C) 3 (D) 1

Câu 8. Tìm cực trị tự do của hàm số $f(x, y) = \sqrt{2x^2 + y^2} - 3$

- (A) Hàm đạt cực đại tại (0,0) (B) hàm f(x,y) không có cực trị
(C) Hàm đạt cực tiểu tại (0,0) (D) Các câu kia sai

Câu 9. Tìm tất cả giá trị của m để hàm $f(x, y) = x^2 + mxy + y^2 - 6x + 6y$ có điểm dừng

- (A) $m \neq \pm 2$ (B) $m \neq 2$ (C) $m \neq -2$ (D) $\forall m$

Câu 10. Cho $z = f(x, y) = x^3 - 8y^3 + 6xy$. Số điểm dừng khi khảo sát cực trị tự do của hàm f(x,y) là:

- (A) 2 (B) 4 (C) 1 (D) 3

Câu 11. Tìm GTLN M và GTNN m của $f(x, y) = x^2 + 3y^2 + x - y$ trên miền $D: x = 1, y = 1, x + y = 1$

- (A) $M=2, m=0$ (B) $M=4, m=1$ (C) $M=4, m=2$ (D) $M=2, m=1$

Câu 12. Tìm cực trị của hàm $f(x, y) = 2x - y - 1$ với điều kiện $x^2 + \frac{y^2}{4} = 2$

- (A) $f_{cd} = f(2, -1), f_{ct} = f(-2, 1)$ (B) $f_{cd} = f(-1, 2), f_{ct} = f(1, -2)$
(C) $f_{cd} = f(1, -2), f_{ct} = f(-1, 2)$ (D) $f_{cd} = f(-2, 1), f_{ct} = f(2, -1)$

Câu 13. Cho hàm số $f(x, y) = x + y + x^3 + \cos y + \sin x$ có bao nhiêu điểm dừng?

- (A) Vô số (B) Không có (C) 1 (D) 2

Câu 14. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của $f(x, y) = x^2 + 4x - 2y$ trên miền $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}_2 : 0 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 0\}$ là:

- (A) $M = 12, m = 2$ (B) $M = 14, m = 2$ (C) $M = 14, m = 0$ (D) $M = 12, m = 2$

Câu 15. Cho $f(x, y) = 1 - x^2 - y^2$ và miền D giới hạn bởi $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1$. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên miền D là:

- (A) $M = 2 + 2\sqrt{2}, m = 2 - 2\sqrt{2}$ (B) $M = -2 + 2\sqrt{2}, m = -2 - 2\sqrt{2}$
(C) $M = 2 + 2\sqrt{2}, m = -2 + 2\sqrt{2}$ (D) Các câu khác sai

- Câu 16.** Tìm cực trị của hàm $f(x, y) = 2x^3 - xy^2 + 5x^2 + y^2, x \neq 1$
 (A) $f_{ct} = f(0, 0)$. (B) $f_{cd} = f(0, 0), f_{ct} = f(-\frac{5}{3}, 0)$ (C) $f_{cd} = f(0, 0)$.
 (D) $f_{ct} = f(-\frac{5}{3}, 0)$
- Câu 17.** Tìm GTLN M và GTNN m của $f(x, y) = e^{-x^2-y^2} (2x^2 + 3y^2)$ trên miền $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$
 (A) $M = \frac{2}{e}, m = 0$ (B) $M = \frac{3}{e}, m = 0$ (C) $M = 2e, m = 0$ (D) $M = 3e, m = 0$
- Câu 18.** Tìm m để điểm $M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ là điểm dừng của hàm $f(x, y) = xy^2(1 - mx - y)$.
 (A) $m = 1$ (B) $m = \frac{1}{2}$ (C) $m = -\frac{1}{2}$ (D) $m = -1$
- Câu 19.** Điểm nào trên đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ gần điểm $(3, -1)$ nhất?
 (A) $(-\frac{6}{\sqrt{10}}, \frac{-2}{\sqrt{10}})$ (B) $(\frac{6}{\sqrt{10}}, \frac{-2}{\sqrt{10}})$ (C) $(\frac{6}{\sqrt{10}}, \frac{2}{\sqrt{10}})$ (D) Các câu kia sai
- Câu 20.** Tìm tất cả các giá trị a để $f(x, y) = 2a^3x^4 + y^4 - x^2 - 2ay^2$ đạt cực đại tại $P(-\frac{1}{2}, 1)$
 (A) Không tồn tại a (B) $a = \pm 1$ (C) $a = 0$ (D) $a = 1$
- Câu 21.** Cho $f(x, y) = 1 + xy - x - y$ và miền D giới hạn bởi $y = x^2, y = 4$. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên miền D là:
 (A) $M=2, m=-2$ (B) $M=3, m=-9$ (C) $M=9, m=-3$ (D) Các câu khác sai
- Câu 22.** Tìm cực trị của hàm $f(x, y) = x + 2y - 2$ với điều kiện $x^2 + \frac{y^2}{4} = 17$.
 (A) $f_{cd} = f(-1; -8)$ (B) $f_{ct} = f(1; -8)$ (C) $f_{cd} = f(1; -8)$ (D) $f_{ct} = f(-1; -8)$
- Câu 23.** Khảo sát cực trị tự do của hàm $z = 3(x^2 - y^2) - x^3 - 4y$. Cho $P(2, -\frac{2}{3})$. Khẳng định nào sau đây đúng?
 (A) P không là điểm cực trị (B) P là điểm cực đại (C) P không là điểm dừng (D) P là điểm cực tiểu
- Câu 24.** Tìm GTLN M và GTNN m của hàm số $f(x, y) = x^2 + y^2 - x$ trên miền D: $x = 0, y = 1, x = y^2$.
 (A) $M = 1, m = -\frac{1}{4}$ (B) $M = 1, m = 0$ (C) $M = 2, m = 0$ (D) $M = 2, m = -\frac{1}{4}$
- Câu 25.** Tìm giá trị lớn nhất M, giá trị nhỏ nhất m của $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy - x - y$ trên miền $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3$
 (A) $M = -\frac{1}{4}, m = -1$ (B) $M = 0, m = -\frac{1}{4}$ (C) $M=6, m=-1$ (D) $M=0, m = -1$
- Câu 26.** Tìm GTLN, GTNN của hàm $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy - x - y$ trong miền D giới hạn bởi $x = 0, x + y = 3, y = 0$
 (A) $f_{min} = -1, f_{max} = 6$ (B) $f_{min} = -2, f_{max} = 6$ (C) $f_{min} = -1, f_{max} = 9$ (D) $f_{min} = -2, f_{max} = 9$
- Câu 27.** Cho hàm số $f(x, y) = xe^{y^2-x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
 (A) $(1, 0)$ là điểm cực đại của f (B) $(1, 0)$ là điểm cực tiểu của f
 (C) $(1, 0)$ là điểm dừng nhưng không là cực trị (D) $(1, 0)$ không là điểm dừng của f
- Câu 28.** Điểm nào trên mặt phẳng $x + 2y + 3z = 4$ gần gốc tọa độ nhất?
 (A) $(\frac{4}{7}, \frac{2}{7}, \frac{6}{7})$ (B) $(\frac{2}{7}, \frac{4}{7}, \frac{6}{7})$ (C) $(\frac{2}{7}, \frac{6}{7}, \frac{4}{7})$ (D) Các câu kia đều sai
- Câu 29.** Tìm a, b sao cho $(1, 1)$ là điểm dừng của hàm $f(x, y) = x^2 + y^2 + 4y + a \ln x + b \ln y$
 (A) $a = b = -2$ (B) $a = b = 2$ (C) Không tồn tại a, b (D) $a = -2, b = -6$
- Câu 30.** Tìm GTLN, GTNN của hàm $f(x, y) = x - 2y$ trong miền D giới hạn bởi $x^2 + y^2 \leq 5, x \neq 0$
 (A) $f_{min} = -2\sqrt{5}, f_{max} = 2\sqrt{5}$ (B) $f_{min} = -5, f_{max} = 5$
 (C) $f_{min} = -2\sqrt{5}, f_{max} = 5$ (D) $f_{min} = 2\sqrt{5}, f_{max} = 5$
- Câu 31.** Xét cực trị của hàm số $f(x, y) = x + y$ thỏa điều kiện $(x + 1)^2 + y^2 = 1$, kết luận nào sau đây đúng:
 (A) f đạt cực đại tại $(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1, \frac{1}{\sqrt{2}})$ (B) f đạt cực tiểu tại $(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1, \frac{1}{\sqrt{2}})$
 (C) $(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1, \frac{1}{\sqrt{2}})$ không là điểm dừng của hàm Lagrange (D) Các câu kia sai.

ĐÁP ÁN

Câu 1. (C)	Câu 6. (A)	Câu 11. (B)	Câu 16. (A)	Câu 22. (D)	Câu 27. (C)
Câu 2. (A)	Câu 7. (A)	Câu 12. (C)	Câu 17. (B)	Câu 23. (D)	Câu 28. (B)
Câu 3. (B)	Câu 8. (C)	Câu 13. (B)	Câu 18. (B)	Câu 24. (B)	Câu 29. (D)
Câu 4. (A)	Câu 9. (B)	Câu 14. (C)	Câu 19. (B)	Câu 25. (C)	Câu 30. (C)
Câu 5. (C)	Câu 10. (A)	Câu 15. (B)	Câu 20. (A)	Câu 26. (A)	Câu 31. (A)