**BÀI TẬP PHẦN ỨNG DỤNG**

Mô hình MARKOV

1. **Ta xét bài toán 2 trạng thái**

Trong một khu phố có 1000 hộ dân mua sắm trong **hai siêu thị A và B**. Giả sử ban đầu có 300 hộ đi siêu thị A và 700 hộ đi siêu thị B. Theo khảo sát ,sau mỗi tháng có 20% khách hàng của siêu thị A chuyển qua siêu thị B và 30% khách hàng của siêu thị B chuyển qua siêu thị A. Giả sử không có hộ nào mới hay từ bỏ đi siêu thị

Chúng ta cần xem xét số lượng khách hàng của mỗi siêu thị sau mỗi tháng là bao nhiêu ?

**Bài làm** :

Đặt

Biểu thị cho số lượng khách hàng ban đầu đi siêu thị A và B

Gọi

Biểu thị cho số lượng khách hàng tháng thứ n+1 đi siêu thị A và B

Ta có :

Hay

Viết lại :

Đặt ma trận

**P là ma trận hằng có tổng mỗi cột bằng 1**

và được gọi là **ma trận chuyển**

Ma trận P là ma trận vuông cấp 2 tương ứng với 2 trạng thái

**Trạng thái 1 là siêu thị A, trạng thái 2 là siêu thị B**

Chú ý : biểu thị tỉ lệ khách hàng từ **trạng thái j chuyển qua trạng thái i**

sau mỗi tháng.

Ta có :

Tổng quát

Trong đó : P là ma trận chuyển

là số lượng khách hàng mua sắm ở mỗi siêu thị ban đầu.

là số lượng khách hàng mua sắm ở mỗi siêu thị tháng thứ n

1. **Ta xét bài toán 3 trạng thái**

**Bài 1:**

Trong một khu phố có 1000 hộ dân. Trong đó có 200 hộ đi siêu thị A,

500 hộ đi siêu thị B, 300 hộ đi siêu thị C. Khảo sát cho thấy ,sau mỗi tháng có 10% khách hàng của A chuyển sang B và 10% chuyển qua C;

có 7% khách hàng của B chuyển sang A và 3% chuyển sang C; có 8.3%

khách hàng của C chuyển sang A và 6.7% chuyển sang B .

a/ Lập ma trận chuyển P

b/ Cho biết ý nghĩa của

c/ Tìm số lượng khách hàng ở mỗi siêu thị tháng thứ 3

**HD:** Đặt

a/ Ma trận chuyển

b/ biểu thị tỉ lệ khách hàng chuyển từ **siêu thị C sang siêu thị B**

c/ Ta có :

Số lượng khách hàng ở mỗi siêu thị tháng thứ 3 là:

**Bài 2:**

Dân của thành phố A đọc ba tờ tuần báo Tuổi Trẻ , Thanh Niên và Người Lao Động . Qua khảo sát người ta nhận thấy : sau một tuần

có 10% bạn đọc của Tuổi Trẻ chuyển sang đọc Thanh Niên và 10%

chuyển sang đọc Người Lao Động ; có 10% bạn đọc của Thanh Niên

chuyển sang đọc Tuổi Trẻ và 20% chuyển sang đọc Người Lao Động;

có 10% bạn đọc Người Lao Động chuyển sang đọc Tuổi Trẻ và 30%

chuyển sang đọc Thanh Niên.

a/ Viết ma trận chuyển trạng thái P

b/ Cho biết ý nghĩa của phần tử

**HD:** a/

b/ cho biết tỉ lệ bạn đọc chuyển từ Người Lao Động sang

Thanh Niên .

**MÔ HÌNH LESLEI**

**Bài 1:**

Người ta chia tôm sú ra làm ba loại : loại 3 là loại nhỏ từ 0 đến 1 tuổi, loại 2 là loại vừa 1 đến 2 tuổi và loại 1 là loại to từ 2 tuổi trở lên . Tỉ lệ sống sót của các loại 1,2 và 3 qua các năm lần lượt là 0.8 ; 0.7 và 0.5

Tỉ lệ sinh con cái của loại 1 và loại 2 lần lượt là 0.4 và 0.5 . Khảo sát số lượng cá thể cái của một đàn tôm nuôi ở một vuông tôm tại Cà Mau . Giả sử năm 2019 , đàn tôm có 10.000 con mỗi loại .

Hãy lập ma trận Leslei và dự đoán sau 2 năm , đàn tôm có bao nhiêu

con mỗi loại .

**HD** : Đặt

biểu thị số lượng tôm mỗi loại năm 2019

Sau một năm số lượng tôm mỗi loại là :

**Chú ý :** Sau một năm thì

Tôm loại 3 có được do tôm loại 1 và tôm loại 2 sinh ra

Tôm loại 2 có được do tôm loại 3 lớn lên

Tôm loại 1 có được do cả tôm loại 1 và loại 2 lớn lên

Ta có thể viết lại :

Đặt được gọi **là ma trận Leslei**

Vậy ta có :

Gọi

biểu thị cho số lượng tôm mỗi loại sau 2 năm

Tương tự ta có :

=

KL : Sau 2 năm có 8.500 tôm nhỏ, 4.500 tôm vừa

và 15.500 tôm lớn.

**Tổng quát :** Gọi

Biểu thị cho số lượng tôm mỗi loại sau n năm

Ta có :

**Bài 2:**

Người ta chia bò rừng cái thành 3 độ tuổi : con non từ 0 đến 1 tuổi,

con đang lớn từ 1 đến 2 tuổi và con trưởng thành từ 2 tuổi trở lên.

Qua khảo sát người ta thấy số cá thể ở độ tuổi trưởng thành có tỉ lệ

sống sót là 0.95 và tỉ lệ sinh ra con cái là 0.42. Tỉ lệ sống sót của con

non là 0.6 và tỉ lệ sống sót của con đang lớn là 0.7 . Giả sử ban đầu

mỗi độ tuổi có 100 con

a/ Viết ma trận Leslei mô tả quá trình trên

b/ Tìm số lượng bò rừng cái sau 5 năm

**HD:**

a/ Ma trận Leslei mô tả quá trình trên là :

b/ Đặt

Số lượng bò rừng cái sau 5 năm là :

**Bài 3:**

Giả sử độ tuổi lớn nhất của một con cái của một loài động vật là 15 tuổi.

Người ta chia con cái thành 3 lớp tuổi với thời lượng bằng nhau là 5 năm.

Lớp thứ từ 1 đến 5 tuổi, lớp thứ từ 6 đến 10 tuổi, lớp thứ từ 11

đến 15 tuổi .Ở lớp tuổi thứ con cái chưa sinh sản , ở lớp tuổi thứ

mỗi con cái sinh trung bình 5 con cái khác ( không kể con đực ), ở lớp tuổi

thứ mỗi con cái sinh trung bình 8 con cái khác ( không kể con đực ).

Khoảng 60% con cái được sống sót từ lớp tuổi sang lớp tuổi và 40%

con cái được sống sót từ lớp tuổi sang lớp tuổi

a/ Viết **ma trận Leslei** của mô hình trên

b/ Giả sử ban đầu lớp thứ có 1200 con, lớp thứ có 800 con và

lớp thứ . Tính số lượng của loài vật này ở mỗi nhóm

sau **15 năm**

HD : a/ Ma trận Leslei của mô hình trên là :

b/ Số lượng loài vật ở mỗi nhóm sau 15 năm là :

**(mỗi chu kỳ là 5 năm , ở đây 15 năm tương ứng 3 chu kỳ )**

**Bài 4 :**

Giả sử độ tuổi lớn nhất của con cái của một loài động vật là 15 tuổi.

Người ta chia con cái thành 3 lớp tuổi với thời lượng bằng nhau

là 5 năm. Cho biết ma trận Leslei của mô hình tăng trưởng là

a/ Hãy cho biết tỷ lệ sống sót của con cái từ **lớp tuổi**

b/ Giả sử ban đầu lớp thứ

Tính số lượng của loài vật này ở mỗi

nhóm sau **10 năm**.

**HD :** a/ Tỷ lệ sống sót của con cái từ lớp tuổi

b/ Số lượng của loài vật này ở mỗi nhóm sau **10 năm** là:

**(mỗi chu kỳ là 5 năm , ở đây 10 năm tương ứng 2 chu kỳ )**

**ỨNG DỤNG CỦA MA TRẬN TRONG SẢN XUẤT**

**BÀI 1 :**

Một cửa hàng bán 3 loại mặt hàng : cá , tôm và thịt . Ngày đầu bán được

5 kg cá, 8kg tôm và 10 kg thịt , doanh thu ngày thứ nhất là 2 triệu 285 ngàn.

Ngày thứ hai bán được 15 kg cá, 22kg tôm và 18 kg thịt , doanh thu ngày

thứ hai là 5 triệu 535 ngàn. Ngày thứ ba bán được 20kg cá, 15 kg tôm và

25kg thịt , doanh thu ngày thứ ba là 5 triệu 750 ngàn . Giả sử giá các mặt

hàng trên không thay đổi theo ngày . Hãy cho biết giá tiền 1 kg tôm ?

**HD :** Gọi x là giá tiền 1 kg cá

Gọi y là giá tiền 1 kg tôm

Gọi z là giá tiền 1 kg thịt

Từ giả thiết ta sẽ thiết lập được hệ 3 phương trình 3 ẩn

Giải hệ này ta được giá 1kg tôm là 120 ngàn .

**Bài 2:**

Một nhà máy sản xuất ba loại sản phẩm A,B,C . Mỗi loại phải qua ba

công đoạn : cắt, gọt và đóng gói với thời gian cho mỗi công đoạn như

trong bảng sau ( đơn vị theo giờ ) A: 1, 2, 1 ; B: 4, 3, 2 ; C: 6, 4, 2

Các bộ phận cắt, gọt và đóng gói có số giờ công tối đa trong một tuần

lần lượt là 266, 212 , 122 . Trong thiết kế ban đầu của nhà máy có phương

án về số lượng mỗi loại sản phẩm nhà máy phải sản xuất trong một tuần

để sử dụng hết công suất các bộ phận

Tính số lượng sản phẩm C sản xuất theo phương án đó .

**HD :** Làm tương tự bài 1 , lập hệ 3 pt , 3 ẩn để giải