**BT4:**

Bài2: (Định lý Lagrange) Cho G là một nhóm con hữu hạn và H là một nhóm con của G. Khi đó:

|G| = |H|.|G/H|

Chứng minh: Gọi H là nhóm con bậc n của một nhóm hữu hạn G bậc m. Ta xet chi phí của G liên quan đến H

Bây giờ chúng ta hãy xem xét mỗi coset của aH bao gồm n phần tử khác nhau.

Cho H = {h 1 , h 2 ,…, h n }, thì ah 1 , ah 2 ,…, ah n là n phần tử riêng biệt của aH.

Giả sử, ah i = ah j ⇒h i = h j là luật hủy bỏ của G.

Vì G là một nhóm hữu hạn, số coset rời rạc bên trái cũng sẽ hữu hạn, giả sử p. Vì vậy, tổng số phần tử của tất cả các coset là np bằng tổng số phần tử của G. Do đó, m = np

p = m / n

Điều này cho thấy rằng n, bậc của H, là một ước của m, bậc của nhóm hữu hạn G. Ta cũng thấy rằng chỉ số p cũng là một ước của bậc của nhóm.

2 phần tử a và b của G nằm ở cùng một lớp của H trong G nếu tồn tại phần tử h∈H sao cho a=bh ký hiệu một lớp là aH với a là một phần tử bất kì trong lớp đó, tập tất cả các lớp ký hiệu là G/H.

Dễ dàng chứng minh được 2 lớp bất kỳ sẽ không giao nhau và H cũng chính là một lớp.

Gọi aH và bH là 2 lớp bất kì của H trong G ta có một ánh xạ:

ƒ: aH → bH bằng cách đặt ƒ(x)=ba-1x.

Đây là một song ánh vì nó có nghịch đảo ƒ-1(y) = ab-1y

Như vậy số phần tử của các lớp H là bằng nhau và bằng cấp của H. Ta có: |G| = |H|.|G/H|