

Chuyên đề

1

HÌNH HỌC PHẲNG

§1

ĐƯỜNG TRÒN NGOẠI TIẾP

Học xong bài này, em có thể:

- ✧ Rèn luyện kỹ năng xác định tâm và bán kính đường tròn ngoại tiếp các đa giác thường gặp.
- ✧ Áp dụng định lý Pytago và các hệ thức lượng trong tam giác để tính bán kính.
- ✧ Kỹ năng vẽ hình minh họa chính xác bằng TikZ.

I. Bài tập

Dạng 1. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp các hình cơ bản

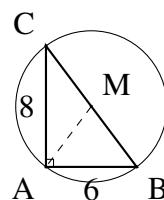


Phương pháp.

- ✧ **Tam giác vuông:** Tâm là trung điểm cạnh huyền, bán kính bằng nửa cạnh huyền. $R = \frac{BC}{2}$.
- ✧ **Hình chữ nhật, Hình vuông:** Tâm là giao điểm hai đường chéo, bán kính bằng nửa đường chéo.
- ✧ **Tam giác đều:** Tâm trùng với trọng tâm, $R = \frac{2}{3}h$.
- ✧ **Tam giác cân:** Xác định tâm trên đường cao, sử dụng tính chất trung trực hoặc công thức $R = \frac{abc}{4S}$.

Bài 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh góc vuông $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và minh họa bằng hình vẽ.

Lời giải.



Ta có tam giác ABC vuông tại A. Áp dụng định lý Pytago:

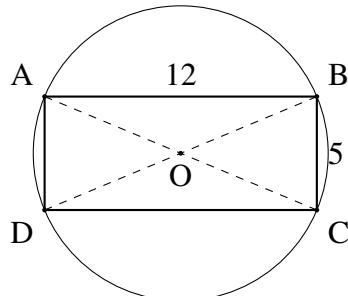
$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ (cm)}.$$

Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông là trung điểm cạnh huyền. Bán kính đường tròn ngoại tiếp là:

$$R = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ (cm)}.$$

Bài 2. Cho hình chữ nhật ABCD có chiều dài AB = 12 cm, chiều rộng BC = 5 cm. Tính bán kính đường tròn đi qua 4 đỉnh của hình chữ nhật đó.

Lời giải.



Xét tam giác vuông ABC (vuông tại B):

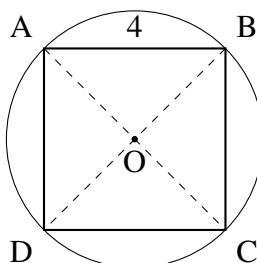
$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13 \text{ (cm)}.$$

Tâm đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật là giao điểm hai đường chéo, bán kính bằng nửa độ dài đường chéo.

$$R = \frac{AC}{2} = \frac{13}{2} = 6,5 \text{ (cm)}.$$

Bài 3. Cho hình vuông ABCD có cạnh bằng 4 cm. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp hình vuông.

Lời giải.

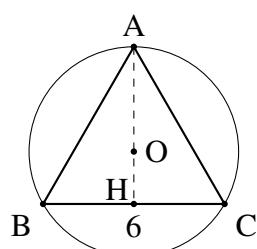


Đường chéo của hình vuông $AC = AB\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ cm. Bán kính đường tròn ngoại tiếp:

$$R = \frac{AC}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \approx 2,83 \text{ (cm)}.$$

Bài 4. Cho tam giác đều ABC cạnh a = 6 cm. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác.

Lời giải.

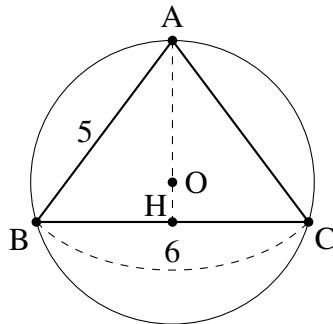


Đường cao tam giác đều: $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$ cm. Tâm O đường tròn ngoại tiếp trùng với trọng tâm tam giác đều. Bán kính:

$$R = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \approx 3,46 \text{ (cm)}.$$

Bài 5. Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = 5$ cm, $BC = 6$ cm. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp.

 *Lời giải:*



Gọi H là trung điểm BC, suy ra $AH \perp BC$. Ta có $BH = \frac{BC}{2} = 3$ cm. Áp dụng Pytago trong ΔABH :

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ (cm)}.$$

Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác cân:

$$R = \frac{AB^2}{2AH} = \frac{5^2}{2 \cdot 4} = \frac{25}{8} = 3,125 \text{ (cm)}.$$