

**Théorie de la décision**  
Alexis Tsoukiàs et Elise Bonzon  
janvier 2012 - 2h  
Tous documents autorisés

---

**Exercice 1 :**

Expliquez la différence entre un pré-ordre complet (weak order) et un ordre total (total order) et donnez leurs définitions formelles.

**Exercice 2 :**

Vous envisagez d'acheter un avion d'occasion. La probabilité a priori que l'avion soit en mauvais état est de 60%. Si c'est la cas, vous perdrez 100K€. Si ce n'est pas le cas, vous allez gagner 140K€. Un bureau vous offre ses services d'expertise. Si la fiabilité du bureau est de 80%, quelle est la valeur de cette information ?

**Exercice 3 :** On considère le profil suivant avec 9 votants et 5 candidats :

nombre de votants	préférences
4	$c > a > b > d > e$
1	$c > b > d > e > a$
3	$a > b > d > e > c$
3	$e > a > b > d > c$

1. Identifier le gagnant de Copeland et de Simpson. Que peut on en déduire sur le vainqueur de Condorcet ?

On considère à présent une méthode de scoring définie de la manière suivante :

Soit  $p$  scores  $\{s_0, s_1, \dots, s_{p-1}\}$  avec  $s_0 \leq s_1 \leq \dots \leq s_{p-1}$  et  $s_0 < s_{p-1}$ , où  $s_0$  correspond au score du candidat en dernière position,  $s_1$  au candidat classé en avant dernière position, et ainsi de suite jusqu'à  $s_{p-1}$  qui correspond au score du candidat placé en première position. Le candidat élu est celui (ou ceux) ayant le score global maximum.

2. Donner les scores de chacun des candidats d'après le profil donné précédemment.
3. Qui est le vainqueur de Borda ?
4. Trouver une méthode de scoring qui élit uniquement  $c$ . Analysez cette procédure par rapport au théorème d'Arrow.

#### Exercice 4 :

Votre ami Bruno souhaite acheter un nouvel appartement. Il hésite entre 5 appartements, et aimerait prendre sa décision à partir des critères surface (en  $\text{m}^2$ ), prix (en euros), ambiance du quartier (4 évaluations A, B, C, D ; A étant un quartier dans lequel Bruno se sent bien, D un quartier dont l'ambiance lui plait le moins) et temps de trajet pour aller au travail (en minutes).

Les évaluations des 5 appartements sont regroupée dans le tableau suivant :

	Surface	Prix	Ambiance	Trajet
A1	50	250000	B	25
A2	45	180000	D	40
A3	65	255000	C	25
A4	45	255000	B	30
A5	60	260000	A	20

1. Vous proposez tout d'abord à Bruno de prendre sa décision grâce à la technique du mesurage conjoint. Après avoir réfléchi, Bruno vous dit qu'il pense que le taux de substitution entre la surface et le prix (quel que soit le quartier) est de 5000 (1  $\text{m}^2$  de surface est évalué à 5000 euros) ; le taux de substitution entre ambiance du quartier et prix est de 10000 et que le taux de substitution entre temps de trajet et prix est de 1000.

Quel appartement conseillez-vous à Bruno d'acheter ?

2. Comme Bruno ne semble pas tout à fait convaincu par ce conseil, vous lui proposez d'appliquer une relation de surclassement. Pour ce faire, Bruno transforme la note d'ambiance par une donnée quantitative, et fixe les poids et veto comme suit :

	Surface	Prix	Ambiance	Trajet
A1	50	250000	6	25
A2	45	180000	0	40
A3	65	255000	4	25
A4	45	255000	6	30
A5	60	260000	10	20
Poids	0.3	0.4	0.2	0.1
Veto	16		5	18

Le seuil de concordance est fixé à 0.6.

Construisez la relation de surclassement sur l'ensemble des appartements. Quel appartement conseillez vous à Bruno ? Pourquoi ?