

## Critère unique de synthèse et surclassement

### Exercice 1:(Mesurage conjoint)

Vous voulez acheter une nouvelle voiture. Vous effectuez votre choix sur les critères confort, sécurité, prix et consommation de carburant (en litre par km). Vous hésitez entre 4 voitures ayant les évaluations suivantes :

$(12, 20, 8500, 4)$  ;  $(20, 10, 9500, 3)$  ;  $(15, 25, 8400, 2)$  et  $(25, 15, 10400, 1)$

Vous avez d'autre part établi que le taux de substitution entre confort et prix est de 10 (1 point de confort vaut 10 euros) ; le taux de substitution entre sécurité et prix est de 20 ; et que le taux de substitution entre consommation de carburant et prix est de 100. Quelle voiture acheter ?

### Exercice 2:(Mesurage conjoint)

Vous voulez choisir l'hôtel de vos vacances. Vous effectuez votre choix sur les critères confort, distance à la plage, prix et intérêt culturel. Vous hésitez entre 3 hôtels ayant les évaluations suivantes :  $(25, 25, 500, 20)$  ;  $(15, 25, 400, 15)$  et  $(25, 5, 450, 10)$ . Vous avez d'autre part établi que le taux de substitution entre confort et prix est de 10 (1 point de confort vaut 10 euros) ; le taux de substitution entre distance à la plage et prix est de 5 ; et que le taux de substitution entre intérêt culturel et prix est de 6. Quel hôtel choisir ?

### Exercice 3:(Fun4all)

Michel vient de créer une société `fun4all.com` de vente par internet spécialisée dans les produits technologiques destinés à une clientèle jeune (console de jeux, lecteurs mp3, ...). Michel souhaite optimiser la gamme de produits proposés sur son site marchand. En particulier, il souhaite que les produits soient attractifs pour sa jeune clientèle. Dans le même temps, sa jeune société ne peut pas se permettre d'avoir un catalogue trop grand.

Pour identifier les modèles de lecteurs mp3 qu'il propose à la vente, Michel a fait appel à un cabinet d'étude marketing qui, sur un panel de jeunes acheteurs potentiels, a permis d'évaluer la qualité perçue des lecteurs existants sur le marché, et ceci sur trois dimensions : la capacité de stockage, l'autonomie, l'ergonomie/design (chaque modèle étant évalué, pour chacune des dimensions, sur une échelle  $[0,100]$ ). Une partie des résultats de l'étude est synthétisée dans le tableau ci-dessous.

	Dimension 1	Dimension 2	Dimension 3
$M_1$	10	50	70
$M_2$	34	56	84
$M_3$	40	90	45
$M_4$	30	10	70
$M_5$	60	80	45
$M_6$	49	56	54
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Pour apprécier l'attractivité relative des modèles, Michel souhaite établir un classement et se fonde sur une évaluation globale  $g(M_i)$  synthétisant les trois dimensions par une somme pondérée :  $g(M_i) = w_1 \cdot g_1(M_i) + w_2 \cdot g_2(M_i) + w_3 \cdot g_3(M_i)$  avec  $w_1 + w_2 + w_3 = 1$  et  $w_i \geq 0$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

1. Sans connaître la valeur de  $w_1, w_2$  et  $w_3$ , dans quel intervalle varie  $g(M_1)$  ?
2. Pour mieux comprendre les préférences de sa jeune clientèle, Michel demande à son neveu Antonin de comparer certains des modèles étudiés dans l'enquête. Antonin lui affirme :
  - Le modèle  $M_1$  est au moins aussi attractif que le modèle  $M_4$
  - Le modèle  $M_5$  n'est pas pire que le modèle  $M_3$
  - Le modèle  $M_2$  est au moins aussi bien que le modèle  $M_6$ .

Par ailleurs, Michel considère raisonnable d'ajouter la contrainte selon laquelle aucune des 3 dimensions ne peut contribuer de plus de la moitié de l'évaluation globale.

Identifiez 5 jeu de poids compatibles avec ces affirmations.

3. Michel demande maintenant à Antonin de classer trois modèles fictifs ayant les évaluations suivantes :

	Dimension 1	Dimension 2	Dimension 3
$MF_1$	100	0	0
$MF_2$	0	100	0
$MF_3$	0	0	100

Antonin répond qu'il pense préférer  $MF_3$  à  $MF_1$  et  $MF_1$  à  $MF_2$ . Ces affirmations nous permettent elles de choisir un jeu de poids parmi les 5 précédents ?

#### Exercice 4:

Vous avez 4 projets à évaluer et 3 critères, d'importances égales, notés sur échelle de 0 à 10 (10 étant le meilleur échelon). Sur le premier critère, vous savez que 1/10ème de la note est attribuée à chaque échelon. Sur le second critère, vous savez que 20% de la valeur est attribuée aux 5 premiers échelons, et 30% aux deux derniers. Enfin, sur le troisième critère, vous savez que 50% de la valeur est attribuée aux 2 derniers échelons.

Si les évaluations des 4 projets sont (2,5,9); (7,1,5); (9,4,2) et (8,9,1), quel est le projet à choisir (en utilisant un modèle additif et en faisant l'hypothèse que votre fonction d'utilité est linéaire par morceaux) ?

**Exercice 5:**(Recrutement en Master)

On s'intéresse au problème de recrutement pour un Master. Ce recrutement s'effectue sur la base de 3 critères :  $g_1$  formation théorique,  $g_2$  formation pratique et  $g_3$  note de mémoire de pré-inscription. Ces critères prennent des valeurs entre zéro et 20. Pour simplifier, on ne considérera ici que cinq candidats caractérisés par le tableau de performance suivant :

	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$w_j$	$q_j$	$v_j$
$g_1$	7	14	19	15	14	1/3	2	7,5
$g_2$	18	11	17	1	9	1/3	2	7,5
$g_3$	10	8	3	13	6	1/3	2	7,5

où  $w_j$  représente le poids d'importance du critère  $j$ ,  $q_j$  le seuil d'indifférence associé au critère  $j$  et  $v_j$  le seuil de veto associé au critère  $j$ . Le seuil de concordance est fixé à 0,5.

- 1.) Soit  $S$  la relation de surclassement telle que pour toutes actions  $a, b$ ,  $aSb$  ssi il existe une majorité de critères concordants avec cette affirmation et aucun critère n'opposant son veto. Construire la relation de surclassement sur l'ensemble des candidats.
- 2.) Problématique de choix :
  - i. Y a-t-il un candidat qui surclasse tous les autres candidats ?
  - ii. Y a-t-il un candidat qui n'est surclassé par aucun autre candidat ?
  - iii. Trouver un (ou des) noyau(x) de la graphe de surclassement.
- 3.) Problématique de rangement : Nous allons utiliser l'algorithme suivant pour ranger les candidats :
  - i. trouver les candidats qui surclassent tous les autres candidats ou qui ne sont surclassés par aucun autre candidat (si l'ensemble est vide on considère que les candidats sont équivalents)
  - ii. éliminer les candidats de l'étape (i.), ranger au rang  $k + 1$  ( $k = 1$  au début de la procédure) et recommencer l'étape (i.)
- 4.) Problématique de tri : Nous allons trier les candidats en les affectant à des catégories prédéfinies ordonnées :
  - $C_1$  : candidats acceptés
  - $C_2$  : candidats à soumettre à un examen complémentaire
  - $C_3$  : candidats refusés

Afin de délimiter les catégories on considère des candidats fictifs  $p_1, p_2, p_3$  appelés profils limites qui sont présentés ci-dessous :

	$p_1$	$p_2$	$p_3$
$g_1$	12	15	10
$g_2$	15	12	10
$g_3$	13	13	10

L'algorithme d'affectation est le suivant :

si ( $aSp_1$  ou  $aSp_2$ ) alors  $a \in C_1$   
 sinon si  $aSp_3$  alors  $a \in C_2$   
 sinon  $a \in C_3$ .

- i. réaliser l'affectation des candidats aux catégories prédéfinies
- ii. en déduire un classement des candidats selon un préordre complet

**Exercice 6:**

Soient trois alternatives ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ), et quatre critères ( $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_4$ ), évalués comme suit :

	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
$a$	8	17	1000	85
$b$	9	40	900	69
$c$	10	25	800	75
$w_j$	0.4	0.2	0.2	0.2
veto		20		15

Quel doit être le seuil de concordance maximal pour que  $a$  surclasse  $b$  ?  $a$  surclasse  $c$  ?  $c$  surclasse  $b$  ?

On suppose maintenant que le seuil de concordance vaut 0.6. Rangez les alternatives (problématique du rangement), et justifiez votre résultat.