

Exercice 1 :

Vous avez 4 objets et les préférences suivantes : a est indifférent à b , c et d . b est préféré à c , qui est préféré à d . Donnez une représentation numérique de ces préférences.

Exercice 2 :

Vous devez présenter un examen. Il y a deux possibilités.

- il s'agit d'une extraction au hasard, avec 30% de probabilité de réussite
- c'est un examen traditionnel, où vous avez 70% de probabilité de réussite.

Le coût de préparation de l'examen est de 40. Si vous ne réussissez pas cet examen, le coût sera de 50. Si l'examen est traditionnel et que vous ne le préparez pas, vous êtes sûr d'échouer. Vous estimez que chacun des deux examens peut être posé avec une probabilité de 50%. Calculez la récompense de la réussite de manière à ce qu'il soit toujours préférable de préparer l'examen.

Exercice 3 :

Philippe, DRH d'une entreprise qui veut recruter un nouvel ingénieur, a reçu les CVs de 10 candidats qu'il souhaite comparer selon 5 critères :

- le nombre d'années d'expérience
- le nombre d'années d'études qu'ils ont effectuées
- l'adéquation de leur formation par rapport au poste proposé (3 niveaux : 2, 1 et 0)
- la qualité de leur lettre de motivation (5 niveaux : 0,1,2,3 et 4)
- les recommandations qu'ils ont obtenus de leurs anciens employeurs (3 niveaux : 0, 1 et 2)

Les évaluations des 10 candidats sont regroupées dans le tableau suivant :

	Expérience	Etudes	Formation	Motivation	Recommandations
1	5 ans	Bac + 4	1	2	0
2	2 ans	Bac + 5	2	4	1
3	0 an	Bac + 3	1	4	0
4	5 ans	Bac + 4	0	2	2
5	7 ans	Bac + 2	1	3	2
6	1 an	Bac + 5	2	1	1
7	2 ans	Bac + 2	2	1	2
8	2 ans	Bac + 3	1	3	1
9	3 ans	Bac + 3	0	2	1
10	8 ans	Bac + 0	0	4	2

Pour se faire une opinion sur compétences respectives des candidats, Philippe souhaite les comparer deux à deux en comptant le nombre de critères en faveur de l'un, en faveur de l'autre et ceux qui ne les départagent pas ; il tranche alors en faveur du candidat qui a le plus grand nombre d'arguments.

1. Dans cette perspective, Philippe compare les candidats 1 et 2, retient le meilleur des deux, le compare au candidat 3, et ainsi de suite.

Philippe va se confronter à une difficulté structurelle. Vous êtes un(e) bon(ne) ami(e) de Philippe, et vous vous faites un honneur de mettre en avant vos connaissances acquises dans le domaine de la décision multicritère. Expliquez-lui le phénomène observé en vous basant sur les méthodes que vous avez déjà vu en cours en répondant aux questions suivantes :

- A quelle méthode de choix social ressemble cette méthode ?
- Quel est le désavantage essentiel de cette méthode ?
- Cette méthode est-elle Condorcet cohérente ? Expliquez.
- Imaginons que cette méthode soit utilisée pour trouver un rangement complet sur l'ensemble des alternatives de la manière suivante : l'alternative qui reste à la dernière étape est la meilleure (rang 1), celle qui avait gagné à l'étape d'avant est classée au rang 2, et ainsi de suite... Analyser cette méthode par rapport aux axiomes d'Arrow et dire pour chaque axiome s'il est validé ou pas par cette méthode (n'oubliez pas d'argumenter vos réponses).

Vous proposez à Philippe de l'aider à modéliser ses préférences à l'aide d'une relation de surclassement R définie par :

$$aRa' \Leftrightarrow \sum_{j \in S(a,a')} w_j \geq \lambda$$

où $S(a,a') = \{j : a \text{ est au moins aussi bon que } a' \text{ sur le critère } j\}$, $w_j \geq 0$ est le poids du critère j et $\lambda \in [0.5, 1]$ représente un seuil majoritaire.

Vous expliquez à Philippe que la première chose à faire est de fixer les valeurs des w_j , de λ et des vétos.

- Expliquez simplement à Philippe quelle est la sémantique des coefficients w_j , de λ et des valeurs de veto.

Philippe vous dit que le choix doit se faire principalement sur les critères d'expérience et d'adéquation entre la formation et le poste. Il vous dit ensuite que les critères des recommandations et de la motivation sont plus difficiles à juger, donc qu'il veut y mettre le moins de poids. Vous en déduisez les poids suivants :

$$w_1 = w_3 = 0.3; w_2 = 0.2; w_4 = w_5 = 0.1; \lambda = 0.6$$

- Philippe vous explique qu'il doit dans un premier temps sélectionner un sous-ensemble de candidats méritant d'être reçus entretien. Pour cela, vous lui proposez de trier les candidats en les affectant à deux catégories prédéfinies et ordonnées :
 - C_1 : Candidats reçus en entretien ;
 - C_2 : Candidats éliminés.

Philippe vous donne le profil d'un candidat fictif suivant :

	Expérience	Etudes	Formation	Motivation	Recommandations
p	3 ans	Bac + 4	1	1	1

- A quoi correspond ce profil fictif ?
- Philippe vous dit qu'il ne veut pas convoquer en entretien des candidats n'ayant pas d'expérience ; une adéquation de 0 entre le poste et sa formation ; et fait 2 ans d'études ou moins. Quels veto pouvez vous rajouter pour assurer le respect de ces contraintes ?
- Réaliser l'affectation des candidats aux catégories prédéfinies et en déduire un classement des candidats selon un pré-ordre complet. Vous utiliserez l'algorithme d'affectation suivant :

Si (aRp) alors $a \in C_1$

Sinon $a \in C_2$

Philippe pense avoir été un peu sévère et souhaite tout de même convoquer 5 candidats à l'entretien. Il convoque donc les candidats 1, 2, 5, 6 et 10. Après l'entretien, il rajoute 2 nouveaux critères : la faculté d'intégration à l'équipe (3 niveaux : 0, 1 ou 2) et les notes obtenues par candidats aux tests techniques. Ces nouveaux critères remplacent ceux de la lettre de motivation et des recommandations qui ont été évalués lors de l'entretien.

	Expérience	Etudes	Formation	Intégration	Tests
1	5 ans	Bac + 4	1	1	15
2	2 ans	Bac + 5	2	2	12
5	7 ans	Bac + 2	1	0	16
6	1 an	Bac + 5	2	0	13
10	8 ans	Bac + 0	0	1	11

- Philippe vous apprend qu'il y aura peut-être plusieurs postes à pourvoir dans son entreprise. Il aimerait donc effectuer un classement des candidats.
 - A quelle problématique ce problème s'applique-t'il ?
 - Proposez à Philippe un algorithme permettant de classer les candidats, et appliquez le sur les 5 candidats encore en lice. Vous supposerez que $w_j = 0.2, \forall j$ et qu'il n'y a pas de veto.