

KHẢO SÁT SỐ NGUYÊN

Mục tiêu: SV có thể

- Chuyển đổi giữa số (có dấu và không dấu) hệ 10 và hệ số 2
- Xác định số lớn nhất và số bé nhất của các kiểu dữ liệu số nguyên trong ngôn ngữ C++
- Xác định kết quả của các phép gán giá trị của một hằng hoặc biến nguyên vào một biến nguyên khác kiểu (trong ngôn ngữ C++)
- Giải thích ý nghĩa của việc căn lề (align) dữ liệu

Tóm tắt lý thuyết

Hệ nhị phân (hay hệ đếm cơ số 2) là một hệ đếm dùng hai ký tự 0 và 1 để biểu đạt một giá trị số, bằng tổng số các lũy thừa của 2. Chúng thường được dùng để biểu đạt hai giá trị hiệu điện thế tương ứng (có hiệu điện thế, hoặc hiệu điện thế cao là 1 và không có, hoặc thấp là 0). Do có ưu điểm tính toán đơn giản, dễ dàng thực hiện về mặt vật lý, chẳng hạn như trên các mạch điện tử, hệ nhị phân trở thành một phần kiến tạo căn bản trong các máy tính.

Hệ thập phân là một hệ đếm dùng vị trí định lượng (positional numeral system), bao gồm hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm v.v. Vị trí của một con số ám chỉ một phép nhân (mũ 10) với con số ở vị trí đó, và mỗi con số về bên tay trái, có giá trị gấp mười lần con số kế bên, ở bên tay phải.

Bài tập

1. Tự nghĩ ra 5 số nguyên trong phạm vi -256 đến +256, thử đổi số đó sang hệ nhị phân (dùng 10 bit để biểu diễn).

Ví dụ:

Nhập vào số nguyên: 5

Biểu diễn nhị phân tương ứng: 00 0000 0101

Nhập vào số nguyên: -5

Biểu diễn nhị phân tương ứng: 11 1111 1011

Nhập vào số nguyên: 12

Biểu diễn nhị phân tương ứng: 00 0000 1100

Nhập vào số nguyên: -12

Biểu diễn nhị phân tương ứng: 11 1111 0100

Ghi chú: biểu diễn số nguyên âm sang hệ 2 thì dùng phương pháp bù 2.

2. Tự nghĩ ra 5 số nhị phân (dùng 10 bit để biểu diễn), thử đổi các số đó sang hệ 10.

Ví dụ:

Dãy nhị phân: 00 0000 0101

Số nguyên tương ứng: 5

Nhập vào số nguyên: 11 1111 1011

Số nguyên tương ứng: -5

Nhập vào số nguyên: 00 0000 1100

Số nguyên tương ứng: 12

Nhập vào số nguyên: 11 1111 0100

Số nguyên tương ứng: -12

3. Mô phỏng một số phép toán trên hệ nhị phân: cộng, trừ, nhân, chia.
4. Viết những đoạn chương trình C++ để in ra (ở dạng nhị phân và dạng cơ số 10) của những số bé nhất và những số lớn nhất của 3 kiểu số nguyên trong ngôn ngữ C++
5. Viết đoạn chương trình C++ để thử nghiệm và trả lời các kết quả sau:
 - a. Khi gán $x=a$, với a là hằng số vượt ra ngoài phạm vi có thể chứa của biến nguyên x thì kết quả nhận được sẽ như thế nào?

- b. Khi gán $x=y$, với y là biến nguyên khác kiểu và có giá trị vượt ra ngoài phạm vi có thể chứa của biến nguyên x thì kết quả nhận được sẽ như thế nào?
- c. Khi gán $x=p+q+r$, với x kiểu long, p kiểu int, q kiểu unsigned int, r kiểu unsigned char, thì giá trị lớn nhất / nhỏ nhất mà x nhận được là bao nhiêu? Giá trị đó có ảnh hưởng nếu thay đổi thứ tự của p, q, r trong biểu thức tính tổng không?

Hướng dẫn

1. Chuyển số thập phân sang số nhị phân

Nguyên tắc của phương pháp này là lấy số cần chuyển đổi chia cho 2 (kết quả chỉ lấy phần nguyên), sau đó tiếp tục lấy kết quả chia 2 (và cũng chỉ lấy phần nguyên), kết quả số nhị phân thu được là tập hợp các số dư của các phép chia.

+ Ví dụ 1: Chuyển số 118 sang nhị phân

+ Bước 1: Kiểm tra số âm hay dương

+ Bước 2: Chuyển số nguyên dương sang nhị phân

Phép tính	Số dư
$118 \div 2 = 59$	0
$59 \div 2 = 29$	1
$29 \div 2 = 14$	1
$14 \div 2 = 7$	0
$7 \div 2 = 3$	1
$3 \div 2 = 1$	1
$1 \div 2 = 0$	1

Kết luận: nhị phân của 118 là: 00 0111 0110₂

+ Ví dụ 2: Chuyển số -118 sang nhị phân

+ Bước 1: Kiểm tra số âm hay dương

+ Bước 2: Chuyển phần dương sang nhị phân, được 00 0111 0110₂

+ Bước 3: Đảo tất cả các bit nhận được ở bước 2. Kết quả sau khi đảo là: 11 1000 1001₂

+ Bước 4: Cộng thêm 1 vào kết quả thu được ở bước 3; kết quả sau khi cộng: 11 1000 1010₂

Kết luận: nhị phân của -118 là: 11 1000 1010₂

2. Chuyển số nhị phân sang thập phân

Để biến đổi một số nhị phân sang hệ thập phân, chúng làm ngược lại. Bắt đầu từ bên trái, nhân đôi kết quả, rồi cộng con số bên cạnh cho đến khi không còn con số nào nữa.

+ Ví dụ 1: Chuyển số nhị phân 00 0100 0111₂ sang thập phân

+ Bước 1: Kiểm tra bit đầu của số nhị phân. Nếu là 0 thì là số dương, 1 là số âm.

+ Bước 2: Chuyển sang hệ thập phân.

Số thập phân kết quả sẽ là tổng các tích của kí tự nhị phân $\times 2$ lũy thừa vị trí.

Tức là:

$$0 \times 2^9 + 0 \times 2^8 + 0 \times 2^7 + 1 \times 2^6 + 0 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 64 + 0 + 0 + 0 + 4 + 2 + 1 = 71$$

Kết luận: Thập phân của 0 0100 0111₂ là 71

+ Ví dụ 2: Chuyển số nhị phân 11 1011 1001₂ sang thập phân

+ Bước 1: Kiểm tra dấu của số nhị phân. Nếu là 0 thì là số dương, 1 là số âm

+ Bước 2: Trừ đi 1 của số nhị phân; kết quả: 11 1011 1000₂

+ Bước 3: Đảo tất cả các bit đã thu được ở bước 2. Kết quả sau khi đảo là: 00 0100 0111₂

+ Bước 4: Chuyển bit nhận được ở bước 3 sang hệ thập phân.

Số thập phân kết quả sẽ là tổng các tích của kí tự nhị phân $\times 2$ lũy thừa vị trí.

Tức là:

$$0x2^9 + 0x2^8 + 0x2^7 + 1x2^6 + 0x2^5 + 0x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0 = 64 + 0 + 0 + 0 + 4 + 2 + 1 = 71$$

Kết luận: Thập phân của $11\ 1011\ 1001_2$ là 71

3. Các phép tính dùng hệ nhị phân

a. Tính cộng

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 10 \text{ (nhớ 1 lên hàng thứ 2)}$$

Ví dụ:

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 \\ +\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1 \\ \hline = 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0 \end{array} \quad (\text{nhớ})$$

b. Tính trừ

$$0 - 0 = 0$$

$$0 - 1 = -1 \text{ (mượn)}$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

Ví dụ:

$$\begin{array}{r} \quad \quad * \quad * \quad * \quad * \quad (\text{hình sao đánh dấu các cột phải mượn}) \\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0 \\ -\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1 \\ \hline = 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1 \end{array}$$

c. Tính nhân (AxB)

Vì chỉ có 2 con số trong hệ nhị phân, nên chỉ có 2 kết quả khả quan trong tích cục bộ:

- Nếu con số trong B là 0, tích cục bộ sẽ là 0
- Nếu con số trong B là 1, tích cục bộ sẽ là số ở trong A

Ví dụ:

$$\begin{array}{r} \quad \quad 1\ 0\ 1\ 1 \quad (A) \\ \times \quad 1\ 0\ 1\ 0 \quad (B) \\ \hline \quad \quad 0\ 0\ 0\ 0 \quad \leftarrow \text{tương đương với 0 trong B} \\ + \quad 1\ 0\ 1\ 1 \quad \leftarrow \text{tương đương với 1 trong A} \\ + \quad 0\ 0\ 0\ 0 \\ + \quad 1\ 0\ 1\ 1 \\ \hline = 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0 \end{array}$$

d. Tính chia

Tính chia nhị phân cũng tương tự như phép chia trong hệ thập phân.

Ví dụ:

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad 1\ 0\ 1 \\ 1\ 0\ 1\ |\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1 \\ -\ 1\ 0\ 1 \\ \hline \quad \quad 0\ 1\ 1 \\ -\ 0\ 0\ 0 \\ \hline \quad \quad \quad 1\ 1\ 1 \\ -\ 1\ 0\ 1 \\ \hline \quad \quad \quad \quad 1\ 0 \end{array}$$

Mở rộng

1. Tìm hiểu khái niệm căn lề các biến (word align). Trong Visual Studio từ khoá nào làm việc này?
2. Biểu diễn số nguyên trong phạm vi lớn hơn.