

Dynamic Programming level A

Bài 1:

DP_A1

Dãy số Fibonacci được định nghĩa là:

- $F_1 = F_2 = 1$;
- $F_i = F_{i-1} + F_{i-2}$ ($i \geq 3$).

Yêu cầu: Cho một số nguyên dương N , in ra $F_N \bmod (10^9 + 7)$.

Input:

- Dòng đầu tiên gồm một số nguyên dương T - số lượng testcase ($T \leq 10^5$);
- T dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm một số nguyên dương N ($N \leq 10^6$).

Output: In ra T dòng tương ứng với kết quả của mỗi N trong T câu hỏi.

Ví dụ:

DP_A1.INP	DP_A1.OUT
3	1
1	2
3	5
5	

Bài 2:

DP_A2

Cho một dãy số nguyên gồm N phần tử a_1, a_2, \dots, a_N .

Yêu cầu: Tìm giá trị lớn nhất của $(a_j - a_i)$ với $1 \leq i < j \leq N$.

Input:

- Dòng đầu gồm duy nhất một số nguyên dương N ($N \leq 10^6$);
- Dòng thứ hai gồm N số nguyên a_1, a_2, \dots, a_N ($|a_i| \leq 10^9$).

Output: In ra kết quả bài toán.

Ví dụ:

DP_A2.INP	DP_A2.OUT
7	11
8 2 4 -2 9 1 -3	

Giải thích: $(i, j) = (4, 5)$.

Bài 3:

DP_A3

Cho dãy số nguyên gồm N phần tử a_1, a_2, \dots, a_N .

Yêu cầu: Tìm giá trị lớn nhất của $(a_i + a_j - a_k)$ với $1 \leq i < j < k \leq N$.

Input:

- Dòng đầu gồm duy nhất một số nguyên dương N ($N \leq 10^6$);
- Dòng thứ hai gồm N phần tử a_1, a_2, \dots, a_N ($|a_i| \leq 10^9$).

Output: In ra kết quả bài toán.

Ví dụ:

DP_A3.INP	DP_A3.OUT
7 8 2 4 -5 9 1 -3	20

Giải thích: $(i, j, k) = (1, 5, 7)$.

Bài 4:

DP_A4

Cho dãy số nguyên gồm N phần tử a_1, a_2, \dots, a_N .

Yêu cầu: Cho hay chỉ số L, R ($1 \leq L \leq R \leq N$). Hãy tính $f(L, R) = a_L + a_{L+1} + \dots + a_R$.

Input:

- Dòng đầu gồm duy nhất một số nguyên dương N ($N \leq 10^5$);
- Dòng thứ hai gồm N số nguyên a_1, a_2, \dots, a_N ($|a_i| \leq 10^9$);
- Dòng thứ ba gồm một số nguyên dương T – số lượng testcase ($T \leq 10^5$);
- T dòng tiếp, mỗi dòng gồm một cặp số nguyên dương L, R ($1 \leq L \leq R \leq N$).

Output: In ra T dòng, mỗi dòng là $f(L, R)$ tương ứng.

Ví dụ:

DP_A4.INP	DP_A4.OUT
5 8 2 -4 3 1 3 1 3 4 4	6 3 0

3 5	
-----	--

Bài 5: *DP_A5*

Cho một dãy số nguyên gồm N phần tử a_1, a_2, \dots, a_N . Gọi $f(L, R) = a_L + a_{L+1} + \dots + a_R$ ($1 \leq L \leq R \leq N$).

Yêu cầu: Tìm giá trị $f(L, R)$ lớn nhất.

Input:

- Dòng đầu gồm duy nhất một số nguyên dương N ($N \leq 10^6$);
- Dòng tiếp theo gồm N số nguyên a_1, a_2, \dots, a_N ($|a_i| \leq 10^9$).

Output: In ra kết quả bài toán.

Ví dụ:

DP_A5.INP	DP_A5.OUT
5 6 -4 5 2 -1	9

Bài 6: *DP_A6*

Cho dãy số nguyên gồm N phần tử a_1, a_2, \dots, a_N .

Yêu cầu: Chọn ra một tập gồm các phần tử trong dãy (tập hợp có thể rỗng) sao cho không có hai phần tử nào kề nhau và có tổng các số trong tập hợp là lớn nhất có thể. In ra tổng của tập hợp tìm được (nếu là tập rỗng thì tổng bằng 0).

Input:

- Dòng đầu gồm duy nhất một số nguyên dương N ($N \leq 10^5$);
- Dòng thứ hai gồm N phần tử a_1, a_2, \dots, a_N ($|a_i| \leq 10^9$).

Output: In ra kết quả bài toán.

Ví dụ:

DP_A6.INP	DP_A6.OUT
3 4 5 6	10

Bài 7: *DP_A7*

Một S được gọi là *xâu con* của *xâu* T nếu như bỏ đi một số kí tự trên *xâu* T sẽ thu được *xâu* S . Ví dụ *xâu* $T = abcxyz$ thì *xâu* $S = acyz$ là *xâu con* của *xâu* T còn *xâu* $S' = acyxz$ thì không phải. *Xâu rỗng* là *xâu con* của mọi *xâu*.

Yêu cầu: Cho trước hai *xâu* A và B chỉ gồm các chữ cái latin thường, tìm *xâu* C dài nhất thỏa mãn C đều là *xâu con* của A và B , in ra độ dài *xâu* C . Nếu *xâu* C rỗng thì in ra 0.

Input:

- Dòng đầu gồm *xâu* A ($|A| \leq 3000$);
 - Dòng thứ hai gồm *xâu* B ($|B| \leq 3000$);
- Kí hiệu $|S|$ là độ dài *xâu* S nào đó.

Output: In ra kết quả bài toán..

Ví dụ:

DP_A7.INP	DP_A7.OUT
abyzux buyzox	4

Giải thích: *xâu* $C = byzx$.

Bài 8: *DP_A8*

Cho dãy số nguyên dương gồm N phần tử a_1, a_2, \dots, a_N .

Yêu cầu: Đếm số lượng cặp chỉ số (i, j) thỏa mãn $a_i + a_j = X$ và $1 \leq i \leq j \leq N$.

Input:

- Dòng đầu gồm hai số nguyên dương N và X ($N, X \leq 10^5$);
- Dòng thứ hai gồm N phần tử nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_N ($a_i \leq 10^6$).

Output: In ra kết quả bài toán.

Ví dụ:

DP_A8.INP	DP_A8.OUT
3 1 2 3 2 3 4 5 3 7	7 1

Bài 9: *DP_A9*

Cho bảng số gồm M hàng và N cột, hàng thứ i cột thứ j của bảng số gọi là ô (i, j) có giá trị $a_{i,j}$. Cho 4 số nguyên dương x_1, y_1, x_2, y_2 ($1 \leq x_1 \leq x_2 \leq M; 1 \leq y_1 \leq y_2 \leq N$).

Yêu cầu: Tính tổng các giá trị của các ô nằm trên hình chữ nhật có góc trái trên là ô (x_1, y_1) và góc phải dưới là ô (x_2, y_2) .

Input:

- Dòng đầu gồm hai số nguyên dương M và N ($1 \leq M, N \leq 1000$);
- Trong M dòng tiếp theo, dòng thứ i gồm N số nguyên $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{iN}$ ($|a_{ij}| \leq 100$);
- Dòng tiếp theo gồm duy nhất một số nguyên dương T – số lượng câu hỏi ($T \leq 10^4$);
- T dòng sau, mỗi dòng gồm 4 số nguyên dương x_1, y_1, x_2, y_2 ($1 \leq x_1 \leq x_2 \leq M; 1 \leq y_1 \leq y_2 \leq N$).

Output: In ra T dòng, mỗi dòng là tổng các giá trị của các ô nằm trên hình chữ nhật có góc trái trên là ô (x_1, y_1) và góc phải dưới là ô (x_2, y_2) tương ứng.

Ví dụ:

DP_A9.INP	DP_A9.OUT
2 3	8
1 2 3	12
2 3 4	
2	
1 1 2 2	
1 2 2 3	

Bài 10:

DP_A10

Cho bảng số gồm M hàng và N cột, hàng thứ i cột thứ j của bảng số gọi là ô (i, j) có giá trị $a_{i,j}$. Một con ROBOT nếu đặt trên bảng số tại ô (i, j) thì nó chỉ có thể đi đến ô $(i + 1, j)$ hoặc ô $(i, j + 1)$.

Yêu cầu: Giả sử đặt con ROBOT ban đầu tại ô $(1,1)$. Hãy tìm đường đi từ ô $(1,1)$ đến ô (M, N) sao cho giá trị đường đi của ROBOT là lớn nhất. Giá trị của một đường đi là tổng các giá trị của các ô nằm trên đường đi đó (bao gồm cả ô $(1,1)$ và ô (M, N)).

Input:

- Dòng đầu gồm hai số nguyên dương M và N ($M, N \leq 3000$);
- M dòng tiếp theo mỗi dòng gồm N số nguyên $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{iN}$ ($|a_{ij}| \leq 100$);

Output: In ra giá trị của đường đi tìm được.

Ví dụ:

DP_A10.INP	DP_A10.OUT
3 3 1 2 3 2 3 -4 -5 3 7	16