

ĐỀ LUYỆN 03/01

BÀI 1. PHÁT QUÀ TẾT

Trường THPT Hoàng Hoa Thám phát quà tết cho học sinh thuộc diện học sinh nghèo vượt khó vào dịp cuối năm 2021, có A chiếc áo và B hộp bánh. Một phương án phát quà của nhà trường là chọn ra N học sinh được nhận quà sao cho có thể chia được hết A chiếc áo và B hộp bánh, đồng thời mỗi học sinh sẽ nhận được số lượng chiếc áo như nhau và số lượng hộp bánh như nhau.

Yêu cầu: Tìm tất cả các phương án phát quà thỏa mãn điều kiện nêu trên, giả sử rằng số học sinh thuộc diện học sinh nghèo vượt khó của nhà trường là đủ để thực hiện tất cả các phương án phát quà.

Dữ liệu: Vào từ tập tin văn bản PHATQUA.INP gồm một dòng chứa hai số nguyên dương A và B ($A, B \leq 10^9$).

Dữ liệu ra: Ghi ra tập tin văn bản PHATQUA.OUT một dòng chứa một số nguyên là số phương án phát quà tết.

Ví dụ:

PHATQUA.INP	PHATQUA.OUT
6 30	4
12 8	3

Ràng buộc:

- Có 50% số test ứng với 50% số điểm của bài có $A, B \leq 10^5$

BÀI 2. CẶP SỐ ANH EM

An và Bình đang chơi trò ghép các cặp số nguyên tố để tìm mối liên kết giữa chúng. Họ muốn tìm ra những cặp số đặc biệt để ghép lại với nhau. Bố bạn An là một nhà Toán học, ông cho hai bạn một số nguyên dương k . Ông yêu cầu hai bạn tìm ra các cặp số nguyên tố có độ lệch đúng bằng k (hai số nguyên tố x và y được gọi là anh em nếu $y - x = k$).

Ví dụ: $k = 2$ ta có cặp số anh em là $(3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), \dots$

Yêu cầu: Cho hai số nguyên dương n và k . Hãy xác định cặp số anh em trong phạm vi từ 1 đến n .

Dữ liệu: đọc từ file văn bản PAIRPBRO.INP gồm 1 dòng chứa hai số nguyên dương n và k ($1 \leq k \leq n \leq 10^6$).

Kết quả: ghi ra file văn bản PAIRPBRO.OUT một số nguyên là số lượng cặp anh em tìm được.

Ví dụ:

PAIRPBRO.INP	PAIRPBRO.OUT
20 6	4

Ràng buộc:

- Subtask 1 (30% số test) $1 < n \leq 10^2$
- Subtask 2 (70% số test) $10^2 < n \leq 10^6$.

BÀI 3. DÃY CON LIÊN TIẾP CÓ TỔNG CHIA HẾT CHO K

Cho số nguyên dương n và dãy a gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n . Một dãy con liên tiếp của dãy số a có dạng a_i, a_{i+1}, \dots, a_j với $1 \leq i \leq j \leq n$, tổng dãy con liên tiếp a_i, a_{i+1}, \dots, a_j là $a_i + a_{i+1} + \dots + a_j$.

Em hãy đếm số lượng dãy con liên tiếp của dãy số a đã cho có tổng các phần tử của dãy con này chia hết cho số nguyên dương k .

Dữ liệu: đọc vào từ file văn bản CHIAK.INP gồm

- Dòng 1: hai số nguyên dương n, k ($n \leq 10^6, k \leq 10^9$) cách nhau một khoảng trống.
- Dòng 2: ghi n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($|a_i| \leq 10^9, i = 1 \dots n$) là giá trị của các phần tử của dãy ban đầu.

Kết quả: ghi ra file văn bản CHIAK.OUT một số nguyên duy nhất là số lượng dãy con có tổng các phần tử chia hết cho k .

Ví dụ:

CHIAK.INP	CHIAK.OUT
5 3 2 -6 1 9 -3	7

*** Giới hạn:**

- Subtask1: có 5/25 test tương ứng 1 điểm với $n \leq 10^2$;
- Subtask2: có 15/25 test tương ứng 3 điểm với $n \leq 10^3$;
- Subtask3: có 5/25 test tương ứng 1 điểm với $n \leq 10^6$.

Bài 4. Tách xâu

An có hai xâu s, t gồm các chữ cái Latin in thường và một số nguyên dương k . An muốn chọn k xâu con rời nhau khác rỗng gồm các ký tự liên tiếp trong xâu s sao cho các xâu này cũng xuất hiện rời nhau trong xâu t với cùng một thứ tự trong xâu s và tổng độ dài của k xâu này là lớn nhất có thể.

Một cách cụ thể hơn, An muốn tìm k xâu khác rỗng gồm p_1, p_2, \dots, p_k sao cho:

- Xâu s có thể biểu diễn bởi chuỗi $a_1p_1a_2p_2\dots a_kp_ka_{k+1}$ và xâu t có thể biểu diễn bởi chuỗi $b_1p_1b_2p_2\dots b_kp_kb_{k+1}$ trong đó a_i, b_i ($i = 1 \dots k + 1$) là một xâu bất kỳ (có thể là xâu rỗng) trong s và t .
- $|p_1| + |p_2| + \dots + |p_k|$ đạt giá trị lớn nhất, với $|p_i|$ là độ dài của xâu p_i .

Bạn hãy giúp An tính toán tổng độ dài lớn nhất của k xâu thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Dữ liệu: vào từ file văn bản **SPLIT.INP**:

- Dòng đầu tiên chứa 3 số nguyên dương n, m, k ($1 \leq n, m \leq 1000, 1 \leq k \leq 10$) trong đó n là độ dài xâu s và m là độ dài xâu t ;
- Dòng thứ hai chứa xâu s gồm các chữ cái in thường;
- Dòng thứ ba chứa xâu t gồm các chữ cái in thường.

Kết quả: ra file văn bản **SPLIT.OUT**:

- Ghi ra một dòng là tổng độ dài lớn nhất của k xâu con thỏa mãn yêu cầu bài toán. Nếu không tồn tại cách tách xâu thì đưa ra -1.

Ví dụ:

SPLIT.INP	SPLIT.OUT
3 2 2 abc ab	2
9 12 4 bbaaababb abbbabbaaaba	7
3 3 3 abc def	-1

Giải thích: những xâu con được phân chia ở trong xâu s và t được đặt trong dấu ngoặc vuông:

Ví dụ 1: $[a][b]c$ và $[a][b]$ tổng độ dài bằng 2

Ví dụ 2: $[bba][aa][b][a]bb$ và $ab[bba]bb[aa]a[b][a]$ tổng độ dài bằng 7

Bài 5. Flycar

Hãy xe ô tô VF đang thử nghiệm một loại ô tô bay. Mỗi khi gặp chướng ngại vật có độ cao h , ô tô có thể đi qua chướng ngại vật này bằng cách "nâng" độ cao của mình cách mặt đất một khoảng $l \geq h$. Tất nhiên, "nâng" độ cao càng lớn thì năng lượng sử dụng càng nhiều, do đó VF định nghĩa "độ lãng phí" khi nâng ô tô lên chiều cao l để đi qua chướng ngại vật độ cao h là $l - h$.

Trong thử nghiệm loại ô tô mới này, VF cho ô tô đi qua n chướng ngại vật theo thứ tự có chiều cao lần lượt là h_1, h_2, \dots, h_n . Khi đi qua chướng ngại vật nào ô tô phải duy trì chiều cao tối thiểu bằng chướng ngại vật đó. Do đang là phiên bản thử nghiệm nên trong suốt quá trình đi qua n chướng ngại vật ô tô chỉ có thể thay đổi độ cao không quá k lần.

Yêu cầu: viết chương trình lên lịch thay đổi độ cao của ô tô sao cho tổng "độ lãng phí" khi đi qua n chướng ngại vật là nhỏ nhất. Ô tô có thể khởi hành với độ cao ban đầu bất kỳ và việc xuất phát đưa ô tô lên độ cao ban đầu này không được tính vào k lần thay đổi độ cao.

Dữ liệu: vào từ file văn bản FLYCAR.INP gồm

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên dương n, k ($1 \leq k < n \leq 400$).
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên dương h_1, h_2, \dots, h_n ($0 \leq h_i \leq 10^9$) là độ cao của các chướng ngại vật xuất hiện trên hành trình.

Kết quả: ghi ra file văn bản FLYCAR.OUT một số nguyên là tổng "độ lãng phí" nhỏ nhất khi thay đổi độ cao của ô tô một cách hợp lý.

Ví dụ:

FLYCAR.INP	FLYCAR.OUT
6 2	3
7 9 8 2 3 2	

Giải thích:

Ô tô xuất phát với độ cao 7. Sau khi vượt qua chướng ngại vật thứ nhất nó tăng độ cao lên 9, giữ nguyên độ cao này để bay qua chướng ngại vật thứ ba thì giảm xuống độ cao 3 và bay cho đến khi vượt qua chướng ngại vật thứ sáu. Tổng "độ lãng phí" là:

$$(7 - 7) + (9 - 9) + (9 - 8) + (3 - 2) + (3 - 3) + (3 - 2) = 3$$