

**TỔNG QUAN ĐỀ THI**

	Tên bài	File chương trình	Input/Output	Điểm
Bài 1	Tổng các bội số	sumdiv.*	Thiết bị chuẩn	6
Bài 2	Chuỗi con cân bằng	balstring.*	Thiết bị chuẩn	6
Bài 3	Giá trị của dãy	costseq.*	Thiết bị chuẩn	5
Bài 4	Truy vấn	query.*	Thiết bị chuẩn	3

Dấu \* được thay thế bởi PY hoặc CPP của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Python hoặc C++.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

**Bài 1. Tổng các bội số (6 điểm)**

Trong một ngôi làng toán học, có một nhà toán học tên là Divisorius thách đố mọi người bài toán sau:

Cho một số nguyên dương  $n$ , hãy tính tổng tất cả các số trong phạm vi từ 1 đến  $n$  mà mỗi số chia hết cho ít nhất một trong hai số  $a$  hoặc  $b$ .

Ví dụ: Nếu  $n = 10, a = 2, b = 3$  thì các số thỏa mãn là: 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10. Do đó, tổng cần tìm là  $2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 9 + 10 = 42$ .

**Yêu cầu:** Bạn được cho ba số nguyên dương  $n, a$  và  $b$ . Hãy đưa ra kết quả của bài toán trên.

**Dữ liệu:** Một dòng duy nhất chứa ba số nguyên dương  $n, a, b$  ( $1 \leq a, b \leq n \leq 10^9$ ), các số được ghi cách nhau bởi dấu cách.

**Kết quả:** Ghi ra một số nguyên là tổng của các số theo yêu cầu bài toán.

**Ví dụ:**

Input	Output
10 2 3	42

**Ràng buộc:**

- Có 60% số test ứng với 60% số điểm của bài có  $n \leq 10^6$ ;
- Có 40% số test còn lại ứng với 40% số điểm của bài không có ràng buộc nào thêm.

**Bài 2. Chuỗi con cân bằng (6 điểm)**

Trong một vương quốc Eldoria, có một phù thủy tên là Bitonia chuyên tạo ra những chuỗi phép thuật nhị phân (chỉ gồm các ký tự 0 và 1). Mỗi chuỗi phép thuật mang một sức mạnh tiềm ẩn chỉ khi nó cân bằng – tức là số lượng ký tự 0 và số lượng ký tự 1 trong chuỗi bằng nhau.

Một ngày nọ, Bitonia quyết định tổ chức một cuộc thi để tìm ra ai có thể đếm được nhiều chuỗi con cân bằng nhất trong một chuỗi phép thuật cho trước. Nhiệm vụ của bạn là giúp Bitonia tìm ra số lượng tất cả các chuỗi con cân bằng có độ dài lớn hơn 0.

**Yêu cầu:** Cho một chuỗi nhị phân  $S$  có độ dài ký hiệu  $|S|$ . Hãy đếm số lượng chuỗi con cân bằng có độ dài lớn hơn 0 của chuỗi  $S$ .

**Dữ liệu:** Một dòng duy nhất chứa chuỗi nhị phân  $S$  ( $1 \leq |S| \leq 10^6$ ).

**Kết quả:** Ghi ra một số nguyên duy nhất - số lượng chuỗi con của chuỗi  $S$  theo yêu cầu bài toán.

**Ví dụ:**

Input	Output
0101	4

**Ràng buộc:**

- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài có  $|S| \leq 100$ ;
- Có 30% số test ứng khác với 30% số của bài có  $|S| \leq 1000$ ;
- Có 40% số test còn lại ứng với 40% số điểm của bài không có ràng buộc nào thêm.

### Bài 3. Giá trị của dãy (5 điểm)

**Score** của một dãy  $a_1, a_2, \dots, a_k; k \geq 1$  được định nghĩa là:

$$\frac{a_1 \cdot a_2 \dots a_k}{1 \cdot 2 \dots k}$$

Cho một dãy  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Gọi  $M$  là **Score** lớn nhất của tất cả các dãy con gồm các phần tử liên tiếp của dãy đó. **Cost** của dãy đó được định nghĩa là độ dài lớn nhất của dãy con có **Score** bằng  $M$ .

**Yêu cầu:** Bạn được cho một dãy gồm  $n$  số nguyên không giảm  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ ). Với mỗi  $k = 1, 2, \dots, n$ . Hãy xác định **Cost** của dãy  $a_1, a_2, \dots, a_k$ .

**Dữ liệu:**

- Dòng đầu ghi số nguyên  $n$  ( $1 \leq n \leq 2 \times 10^6$ ) là số phần tử của dãy.
- Dòng thứ hai ghi  $n$  số nguyên không giảm  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq n$ ).

**Kết quả:** Ghi ra một dòng gồm  $k$  số là **Cost** của dãy  $a_1, a_2, \dots, a_k$  ( $1 \leq k \leq n$ ) theo thứ tự tăng dần của  $k$ .

**Ví dụ:**

Input	Output
3 1 2 3	1 1 2
5 5 5 5 5 5	1 2 3 4 5
8 3 5 5 5 6 8 11 19	1 2 3 3 4 5 5 5

Giải thích kết quả của test 1: Dãy số đã cho có 3 phần tử 1, 2, 3.

Giá $k$	Dãy số	Các dãy con	Score của các dãy con	Cost	Ghi chú
1	1	1	1	1	
2	1 2	1	1	1	
		2	2		
		1 2	1		
3	1 2 3	1	1	2	Có hai dãy con có Score bằng 3 là: 3 và 2, 3 nên Cost nhận giá trị là 2 là độ dài của dãy con 2, 3
		2	2		
		3	3		
		1 2	1		
		2 3	3		
		1 2 3	1		

#### Ràng buộc:

- Có 25% số test ứng với 25% số điểm của bài có  $n \leq 5$ ;  $a_i = i$ , ( $i = 1, 2, \dots, n$ );
- Có 25% số test ứng với 25% số điểm của bài có tất cả các phần tử dãy đều bằng nhau;
- Có 25% số test ứng với 25% số điểm của bài có  $n \leq 300$ ;
- Có 25% số test ứng với 25% số điểm của bài có  $n \leq 10^6$ ;

#### Bài 4. Truy vấn (3 điểm)

Cho hai số nguyên dương  $n, m$  và  $q$  truy vấn, có ba loại truy vấn như sau

- Truy vấn loại 1:  $+x$ . Tức là cộng  $x$  với  $n$ .
- Truy vấn loại 2:  $*x$ . Tức là nhân  $x$  với  $n$ .
- Truy vấn loại 3:  $dis\ k$ . Tức là nếu truy vấn thứ  $i$  ( $1 \leq i \leq q$ ) là truy vấn loại 3 thì ta vô hiệu hóa truy vấn thứ  $k$  ( $1 \leq k < i$ ) là truy vấn loại 1 hoặc loại 2.

**Yêu cầu:** Sau mỗi truy vấn thứ  $i$  hãy in ra giá trị là số dư khi chia  $n$  cho  $m$ .

#### Dữ liệu:

- Dòng đầu ghi ba số nguyên dương  $n, m, q$  ( $1 \leq n \leq 10^9$ ,  $1 \leq m \leq 10^9 + 7$ ,  $q \leq 2 * 10^5$ );
- $q$  dòng tiếp mỗi dòng tương ứng một trong ba loại truy vấn:
  - $+x$
  - $*x$
  - $dis\ k$

Dữ liệu vào đảm bảo các truy vấn loại 3 đều có  $k$  khác nhau và truy vấn thứ  $k$  bị vô hiệu hóa là truy vấn loại 1 hoặc loại 2, số  $x$  ở truy vấn loại 1 hoặc loại 2 thỏa mãn  $1 \leq x \leq 10^9$ .

**Kết quả:** Ghi ra  $q$  dòng là kết quả của bài toán tương ứng với mỗi truy vấn.

#### Ví dụ:

Input	Output	Giải thích
2 100 5	5	🚩 n ban đầu là 2.
+ 3	25	🚩 Sau truy vấn 1 thì n bằng $2 + 3 = 5$ .
* 5	10	🚩 Sau truy vấn 2 thì n bằng $5 * 5 = 25$ .
dis 1	11	🚩 Sau truy vấn 3 thì n bằng $2 * 5 = 10$ .
+ 1	3	🚩 Sau truy vấn 4 thì n bằng $10 + 1 = 11$ .
dis 2		🚩 Sau truy vấn 5 thì n bằng $2 + 1 = 3$ .

**Ràng buộc:**

- Có 15% số test ứng với 15% số điểm của bài không có truy vấn loại 3;
- Có 15% số test ứng với 15% số điểm của bài có  $q \leq 2000$ ;
- Có 15% số test ứng với 15% số điểm của bài không có truy vấn loại 2;
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài có không quá 300 truy vấn loại 2;
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài có truy vấn loại 2 không bị vô hiệu hóa và  $m = 10^9 + 7$ ;
- Có 10% số test ứng với 10% số điểm của bài có  $m = 10^9 + 7$ ;
- Có 5% số test ứng với 5% số điểm của bài không có ràng buộc gì thêm.

----- HẾT -----

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*
- *Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: .....

Chữ kí của giám thị 1: ..... Chữ kí của giám thị 2: .....