

(Đề thi có 03 trang)

Thời gian làm bài: 150 phút, (không kể thời gian giao đề)

Họ và tên thí sinh: Trần Phan Hữu Nam..... Số báo danh: 010.055.....

Tổng quan về đề thi:

TT	Tên bài	Chương trình	Dữ liệu	Kết quả	Thời gian	Điểm
1	Quân Hậu	AQUEEN.*	Nhập từ bàn phím	Ghi ra màn hình	1s/test	5
2	Trung vị lớn nhất	BMEDIAN.*	Nhập từ bàn phím	Ghi ra màn hình	1s/test	5
3	Xâu rút gọn	CSHORTEN.*	Nhập từ bàn phím	Ghi ra màn hình	1s/test	5
4	Dãy đẹp	DBEAUTY.*	Nhập từ bàn phím	Ghi ra màn hình	1s/test	5

Lưu ý: Thí sinh thay * trong tên chương trình thành PAS, CPP hoặc PY tùy ngôn ngữ lập trình mà thí sinh sử dụng là Pascal, C++ hoặc Python.

Lập chương trình giải các bài toán sau:

Bài 1. Quân Hậu [AQUEEN]

Huy là một học sinh yêu thích cờ vua, toán học và lập trình. Huy biết rằng quân cờ mạnh nhất trên bàn cờ vua là quân Hậu, vì nó có thể di chuyển như quân Xe (trên cùng một cột hoặc một hàng) và như quân Tượng (theo đường chéo).

Huy có một bàn cờ hình chữ nhật kích thước $N \times M$. Huy muốn biết nếu đặt một quân Hậu lên bàn cờ này thì số lượng ô tối đa mà nó có thể kiểm soát là bao nhiêu. Chẳng hạn, nếu $N = M = 8$ thì một quân Hậu có thể kiểm soát tối đa 27 ô (không tính ô đặt quân Hậu, xem giải thích test ví dụ 1).

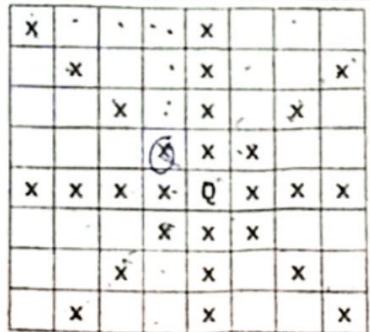
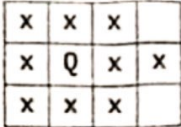
Dữ liệu (nhập từ bàn phím/thiết bị vào chuẩn)

- Dòng 1: số nguyên N ($1 \leq N \leq 10^9$) – kích thước bàn cờ theo chiều dọc.
- Dòng 2: số nguyên M ($1 \leq M \leq 10^9$) – kích thước bàn cờ theo chiều ngang.

Kết quả (ghi ra màn hình/thiết bị ra chuẩn)

- Dòng 1: số nguyên là số lượng ô tối đa mà quân Hậu có thể kiểm soát trên bàn cờ kích thước $N \times M$.

Ví dụ

Input	Output	Giải thích
8 8	27	
3 4	9	

Subtasks

- 42% điểm dành cho các test có $N, M \leq 10$.
- 38% điểm khác dành cho các test có $N, M \leq 500$.
- 20% điểm còn lại không có ràng buộc bổ sung.

Bài 2: Trung vị lớn nhất [BMEDIAN]

Trung vị của một dãy số $X = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ được xác định như sau

- Xét dãy $Y = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ là kết quả của việc sắp xếp dãy X theo thứ tự không giảm;
- Nếu $N = 2k$, trung vị của dãy X là y_k , nếu $N = 2k + 1$, trung vị của dãy X là y_{k+1} .

Chẳng hạn, trung vị của dãy $X = (3, 1, 2, 4)$ là 2, trung vị của dãy $X = (1, 3, 2, 3, 5)$ là 3.

Huy có một dãy số $A = (a_1, a_2, \dots, a_N)$. Huy muốn biến đổi dãy số về dạng dãy hằng (dãy có tất cả các phần tử bằng nhau) bằng cách sử dụng một số lần phép biến đổi:

- Chọn hai chỉ số l và r ($1 \leq l < r \leq N$), gọi x là trung vị của đoạn con $(a_l, a_{l+1}, \dots, a_r)$,
- Gán tất cả các phần tử a_l, a_{l+1}, \dots, a_r thành x

Chẳng hạn, nếu $A = (1, 3, 5, 2, 4)$, thực hiện biến đổi trên với $l = 3$ và $r = 4$ thì dãy trở thành $A = (1, 3, 2, 2, 4)$.

Hãy giúp Huy xác định giá trị lớn nhất của phần tử dãy hằng có thể nhận được từ dãy A .

Dữ liệu (nhập từ bàn phím/thiết bị vào chuẩn)

- Dòng 1: số nguyên N ($2 \leq N \leq 10^5$);
- Dòng 2: N số nguyên a_1, a_2, \dots, a_N ($1 \leq a_i \leq 10^9 \forall i = 1 \div N$).

Kết quả (ghi ra màn hình/thiết bị ra chuẩn)

- Dòng 1: số nguyên kết quả.

Ví dụ

Input	Output	Giải thích
5 1 2 3 4 5	4	Có thể thực hiện 3 phép biến đổi sau: $(l, r) = (4, 5)$ thì dãy mới $A = [1, 2, 3, 4, 4]$ $(l, r) = (3, 5)$ thì dãy mới $A = [1, 2, 4, 4, 4]$ $(l, r) = (1, 5)$ thì dãy mới $A = [4, 4, 4, 4, 4]$

Subtasks

- 30% điểm dành cho các test có $2 \leq N \leq 10^2$; $1 \leq A_i \leq 10^5 \forall i$;
- 30% điểm khác dành cho các test có $10^2 \leq N \leq 10^3$; $10^5 \leq A_i \leq 10^6 \forall i$;
- 40% điểm còn lại không có ràng buộc bổ sung.

Bài 3. Xâu rút gọn [CSHORTEN]

Một xâu A được gọi là **rút gọn** của xâu B nếu ta có thể tạo ra A bằng cách xóa đi 0 hoặc nhiều ký tự trong B mà không thay đổi thứ tự các ký tự còn lại. Theo định nghĩa này, một xâu luôn là xâu rút gọn của chính nó.

Chẳng hạn

- "ac", "ab", "aa" là các xâu rút gọn của "aabc";
- "d", "aaa", "ba" không phải là xâu rút gọn của "aabc".

Cho hai xâu S và T chỉ gồm các ký tự chữ cái thường trong bảng chữ cái tiếng Anh. Gọi T^n là xâu được tạo ra bằng cách nối n xâu T lại với nhau.

Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của n sao cho S là một xâu rút gọn của xâu T^n .

Dữ liệu (nhập từ bàn phím/thiết bị vào chuẩn)

- Dòng 1: xâu S với độ dài $|S|$ ($1 \leq |S| \leq 10^6$);
- Dòng 2: xâu T với độ dài $|T|$ ($1 \leq |T| \leq 10^5$).

Kết quả (ghi ra màn hình/thiết bị ra chuẩn)

- Dòng 1: số nguyên là giá trị n nhỏ nhất sao cho S là xâu rút gọn của T^n . Nếu không tồn tại giá trị n như vậy thì in ra -1 .

Ví dụ

Input	Output	Giải thích
caa ac1	3	Ta có: $T^1 = T = "ac"$, $T^2 = "acac"$, $T^3 = "acacac"$; $n = 3$ là giá trị nhỏ nhất để xâu S trở thành xâu rút gọn của T^n
cab acca	-1	Không tìm được n nào thoả mãn điều kiện

Subtasks

1. 8% điểm dành cho các test có S và T chỉ chứa ký tự 'a';
2. 13% điểm khác dành cho các test có $|S|, |T| \leq 100$;
3. 21% điểm khác dành cho các test có $|S| \leq 10^4, |T| \leq 100$;
4. 34% điểm khác dành cho các test có $|T| \leq 1000$;
5. 24% điểm còn lại không có ràng buộc bổ sung.

Bài 4. Dây đẹp [DBEAUTY]

Cho dãy $A = (a_1, a_2, \dots, a_N)$. Độ đẹp của dãy A được định nghĩa là tổng lớn nhất của một đoạn con liên tiếp (có thể rỗng) của dãy. Chẳng hạn, dãy $A = (-3, 8, 4, -2, 12)$ có độ đẹp bằng 22 (đoạn con $(8, 4, -2, 12)$), dãy $B = (-1, -2, -3, -4, -5)$ có độ đẹp bằng 0 (đoạn con rỗng).

Để gia tăng độ đẹp của dãy A , bạn được phép chọn tối đa một đoạn con liên tiếp của dãy và nhân từng phần tử trong đoạn con đó lên X lần. Xác định độ đẹp lớn nhất có thể đạt được của dãy.

Dữ liệu (nhập từ bàn phím/thiết bị vào chuẩn)

- Dòng 1: hai số nguyên N, X ($1 \leq N \leq 4 \cdot 10^5; -100 \leq X \leq 100$);
- Dòng 2: N số nguyên a_1, a_2, \dots, a_N ($|a_i| \leq 10^9$).

Kết quả (ghi ra màn hình/thiết bị ra chuẩn)

- Dòng 1: số nguyên là độ đẹp tối đa của dãy A sau khi thực hiện không quá một thao tác nói trên.

Ví dụ

Input	Output	Giải thích
5 -2 -3 8 -2 1 -6	22	Thực hiện thao tác với đoạn $[-2, 1, -6]$ thu được dãy $[-3, 8, 4, -2, 12]$. Dãy này có độ đẹp là 22, đây là độ đẹp lớn nhất có thể đạt được.
8 -4 1 2 1 1 2 0 0 7	14	Không cần thực hiện thao tác nào.
5 10 -1 -2 -3 -4 -5	0	

Subtasks

1. 20% điểm dành cho các test có $1 \leq N \leq 50$;
2. 30% điểm khác dành cho các test có $1 \leq N \leq 300$;
3. 20% điểm khác dành cho các test có: $a_i \geq 0 \forall i$;
4. 30% điểm còn lại không có ràng buộc bổ sung.

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.