

## Tổng quan đề thi

Bài	Tên bài	Tên file	Tên file input	Tên file output	Điểm
1	Tổng nhỏ nhất	TONGNN.*	TONGNN.INP	TONGNN.OUT	6
2	Tách mã số	TACHMASO.*	TACHMASO.INP	TACHMASO.OUT	5
3	Thông kê sản phẩm	TKSP.*	TKSP.INP	TKSP.OUT	5
4	Đèn chiếu sáng công cộng	CHIEUSANG.*	CHIEUSANG.INP	CHIEUSANG.OUT	4

Dấu \* là PY hoặc CPP tùy theo ngôn ngữ lập trình là PYTHON hay C++

### BÀI 1. Tổng nhỏ nhất

Trong tiết học môn Toán về chủ đề tìm ước chung lớn nhất (UCLN), bội chung nhỏ nhất (BCNN) của hai số nguyên dương  $A, B$ , Bình dễ dàng tìm được  $UCLN(A, B)$  là  $m$ ,  $BCNN(A, B)$  là  $n$ . Hôm nay, cô giáo đưa ra bài toán sau:

“Cho trước hai số nguyên dương  $m$  và  $n$ . Nếu tìm được một hoặc nhiều cặp số  $(A, B)$  thỏa mãn  $UCLN(A, B) = m, BCNN(A, B) = n$  thì đưa ra giá trị nhỏ nhất của tổng  $A + B$ , ngược lại đưa ra -1”.

Bình đang loay hoay tìm cách giải. Bạn hãy giúp Bình giải bài toán trên.

**Yêu cầu:** Tìm giá trị nhỏ nhất của tổng  $A + B$ , nếu không tìm được cặp số  $(A, B)$  nào thì đưa ra -1

**Dữ liệu:** vào từ file **TONGNN.INP** gồm một dòng chứa hai số nguyên dương  $m, n$  ( $1 \leq m \leq n \leq 10^{12}$ ). Các số cách nhau bởi một dấu cách trống

**Kết quả:** ghi ra file **TONGNN.OUT** ghi một số nguyên là kết quả tìm được.

Ví dụ:

TONGNN.INP	TONGNN.OUT	Giải thích
2 10	12	Có cặp $(2, 10)$ thỏa mãn $UCLN(2, 10) = 2, BCNN(2, 10) = 10$ , tổng nhỏ nhất $A+B=12$ .
2 20	14	Có hai cặp $(2, 20)$ và $(4, 10)$ thỏa mãn, tổng nhỏ nhất $A+B=14$ .
3 5	-1	Không tìm được cặp số $(A, B)$ nào thỏa mãn.

**Giới hạn:**

- 60% số test với  $1 \leq m \leq n \leq 10^6$
- 20% số test với  $10^6 < m \leq n \leq 10^9$
- 20% số test với  $10^9 < m \leq n \leq 10^{12}$ .



## BÀI 2. Tách mã số

Công ty X chuyên sản xuất các mặt hàng tiêu dùng. Sau mỗi lần tạo ra một sản phẩm, trên bao bì được in một mã sản phẩm, đồng thời hệ thống máy tính tự động lưu mã sản phẩm vào tệp văn bản trên máy tính. Các kí tự trong mỗi mã sản phẩm được viết liền nhau gồm hai phần:

- Phần đầu là các kí tự chữ cái;
- Phần sau là các kí tự chữ số (phần chữ số).

Tất cả các mã sản phẩm được cập nhật liên tục và liền kề nhau. Để thuận tiện cho việc tổng hợp sau này, lãnh đạo công ty yêu cầu tách phần chữ số trong các mã sản phẩm và sắp xếp theo thứ tự không giảm của giá trị số.

Bạn hãy viết chương trình giúp công ty X thực hiện công việc trên.

**Yêu cầu:** Đưa ra phần chữ số các mã sản phẩm theo thứ tự không giảm của giá trị số, nếu giá trị của các phần chữ số bằng nhau thì đưa ra theo thứ tự từ trái qua phải.

**Dữ liệu:** Từ tệp văn bản TACHMASO.INP chứa một xâu kí tự S là các mã sản phẩm ban đầu.

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản TACHMASO.OUT dãy các phần chữ số thỏa mãn yêu cầu bài toán. Giữa các phần chữ số cách nhau bởi một dấu cách trống.

Ví dụ:

TACHMASO.INP	TACHMASO.OUT
abcd65mnpq25	25 65
aBc003mMpQ001xyz25hthhttpq3	001 003 3 25

**Giới hạn:**

- 60% số test với độ dài xâu  $\leq 255$
- 20% số test với  $255 < \text{độ dài xâu} \leq 10^3$
- 20% số test với  $10^3 < \text{độ dài xâu} \leq 10^6$

## BÀI 3. Thống kê sản phẩm

Anh An là nhân viên kỹ thuật trong nhà máy X trên địa bàn tỉnh. Nhà máy được trang bị dây chuyền sản xuất hiện đại, tất cả các sản phẩm khi đi qua băng chuyền được máy tính đánh mã loại và lưu lại. Sản phẩm thứ  $i$  đi qua băng chuyền được gán bởi một số nguyên dương  $a_i$  là mã loại tương ứng (các sản phẩm giống nhau thì có cùng một mã loại). Trong một công đoạn sản xuất, có  $n$  sản phẩm đi qua băng chuyền được máy tính đánh mã loại và lưu lại thành một dãy  $A$  gồm các số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Kết thúc công đoạn, lãnh đạo công ty yêu cầu anh An báo cáo số lượng tất cả các dãy con của dãy  $A$  thỏa mãn có ít nhất  $k$  sản phẩm cùng mã loại ( $1 \leq k \leq n$ ), với dãy con là dãy được tạo từ các phần tử liên tiếp của dãy  $A$ .

Bạn hãy viết chương trình giúp anh An giải quyết bài toán trên.

**Yêu cầu:** Đưa ra số lượng tất cả các dãy con của dãy  $A$  có ít nhất  $k$  sản phẩm cùng mã loại

**Dữ liệu:** Từ tệp văn bản TKSP.INP gồm:

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên dương  $n, k$  ( $1 \leq k \leq n \leq 4 \times 10^5$ )
- Dòng thứ 2 chứa  $n$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^6$ )

Các số trên một dòng cách nhau bởi một dấu cách trống

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản **TKSP.OUT** gồm một dòng chứa một số nguyên dương thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ví dụ:

TKSP.INP	TKSP.OUT	Giải thích
5 2 1 2 1 2 1	6	Có 6 dãy: 1 2 1; 1 2 1 2; 1 2 1 2 1; 2 1 2; 2 1 2 1; 1 2 1 thỏa mãn có ít nhất 2 sản phẩm cùng mã loại.

**Giới hạn:**

- 40% số test với  $1 \leq n \leq 10^3$
- 40% số test với  $10^3 < n \leq 10^4$
- 20% số test với  $10^4 < n \leq 4 \times 10^5$

## BÀI 4. Đèn chiếu sáng công cộng

Dọc theo tuyến đường giao thông liên xã của xã A và xã B có  $N$  ngôi nhà được chiếu sáng bởi  $M$  cột đèn điện công cộng. Tuyến đường giao thông liên xã được xem là một đường thẳng, gốc tọa độ được đặt tại trường trung học cơ sở của xã A nằm trên tuyến đường đó. Mỗi đèn điện có cường độ, phạm vi chiếu sáng nhất định. Ngôi nhà thứ  $i$  nằm trên tọa độ  $a_i$ , cột đèn điện thứ  $j$  nằm trên tọa độ  $b_j$ . Mỗi ngôi nhà sẽ được chiếu sáng nếu khoảng cách từ cột đèn điện đến ngôi nhà không quá giá trị  $d$  ( $|a_i - b_j| \leq d$ ); nếu cột đèn điện đặt tại cổng ngôi nhà nào đó thì xem như  $d = 0$ . Để đảm bảo an toàn giao thông, mỗi ngôi nhà cần ít nhất được một đèn điện chiếu sáng.

**Yêu cầu:** Hãy tìm giá trị  $d$  tối thiểu sao cho mỗi ngôi nhà được ít nhất một đèn điện chiếu sáng.

**Dữ liệu:** vào từ file **CHIEUSANG.INP** có dạng:

- Dòng đầu tiên gồm 2 số nguyên dương  $N, M$  ( $1 \leq N, M \leq 10^5$ )
- Dòng thứ hai gồm  $N$  số nguyên  $a_1, a_2, \dots, a_N$  ( $-10^9 \leq a_i \leq 10^9$ )
- Dòng thứ ba gồm  $M$  số nguyên  $b_1, b_2, \dots, b_M$  ( $-10^9 \leq b_j \leq 10^9$ ).

**Kết quả:** ghi ra file **CHIEUSANG.OUT** gồm một dòng chứa một số nguyên là giá trị  $d$  cần tìm.

Ví dụ:

CHIEUSANG.INP	CHIEUSANG.OUT
3 2 -2 2 4 -3 0	4
5 3 1 5 10 14 17 4 11 15	3

**Giới hạn:**

- 60% số test với  $1 \leq N, M \leq 10^4$
- 40% số test với  $10^4 < N, M \leq 10^5$



Bài	Tên bài	Tên file	Tên file input	Tên file output	Điểm
1	Cấp số nhân	MULTIPLE.*	MULTIPLE.INP	MULTIPLE.OUT	4
2	Cặp số anh em	PAIRPBRO.*	PAIRPBRO.INP	PAIRPBRO.OUT	5
3	Đua xe địa hình	TERACING.*	TERACING.INP	TERACING.OUT	6
4	Con đường hoa	PAFOWER.*	PAFOWER.INP	PAFOWER.OUT	5

Dấu \* là PY hoặc CPP tùy theo ngôn ngữ lập trình là PYTHON hay C++

## BÀI 1. CẤP SỐ NHÂN

Tục truyền rằng nhà vua Ấn Độ cho phép người phát minh ra bàn cờ vua được chọn phần thưởng tùy theo sở thích. Người đó xin nhà vua: "*Bàn cờ có 64 ô, với ô thứ nhất thần xin nhận 1 hạt thóc, ô thứ 2 gấp đôi ô đầu tiên, ô thứ 3 gấp đôi ô thứ 2, ... cứ như vậy ô sau nhận số hạt thóc gấp đôi ô ngay trước và thần xin nhận tổng số hạt thóc trên 64 ô*".

**Yêu cầu:** Giả sử bàn cờ có  $n$  ô, số hạt thóc ở ô sau gấp  $q$  lần (công bội  $q$ ) số hạt thóc ở ô trước, hãy tính số hạt thóc mà người đó nhận được.

**Dữ liệu:** vào từ file MULTIPLE.INP chứa hai số nguyên dương  $n$  và  $q$  ( $2 \leq n, q \leq 10^6$ ); cách nhau một khoảng trắng.

**Dữ liệu ra:** in ra file MULTIPLE.OUT một số nguyên duy nhất là kết quả của bài toán chia lấy phần dư cho 2023.

Ví dụ:

MULTIPLE.INP	MULTIPLE.OUT
5 3	121

**Giải thích:** Tổng số hạt gạo người đó nhận được là:  $1 + 3 + 9 + 27 + 81 = 121$

**Ràng buộc:**

- Có 75 % số test ứng với  $n \leq 63$  và  $q = 2$ ;

## BÀI 2. CẶP SỐ ANH EM

An và Bình đang chơi trò ghép các cặp số nguyên tố để tìm mối liên kết giữa chúng. Họ muốn tìm ra những cặp số đặc biệt để ghép lại với nhau. Bố bạn An là một nhà Toán học, ông cho hai bạn một số nguyên dương  $k$ . Ông yêu cầu hai bạn tìm ra các cặp số nguyên tố có độ lệch đúng bằng  $k$  (hai số nguyên tố  $x$  và  $y$  được gọi là anh em nếu  $y - x = k$ ).

**Ví dụ:**  $k = 2$  ta có cặp số anh em là  $(3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), \dots$



**Yêu cầu:** Cho hai số nguyên dương  $n$  và  $k$ . Hãy xác định cặp số anh em trong phạm vi từ 1 đến  $n$ .

**Dữ liệu:** đọc từ file văn bản PAIRPBRO.INP gồm 1 dòng chứa hai số nguyên dương  $n$  và  $k$  ( $1 \leq k \leq n \leq 10^6$ ).

**Kết quả:** ghi ra file văn bản PAIRPBRO.OUT một số nguyên là số lượng cặp anh em tìm được.

Ví dụ:

PAIRPBRO.INP	PAIRPBRO.OUT
20 6	4

**Ràng buộc:**

- Subtask 1 (30% số test)  $1 < n \leq 10^2$
- Subtask 2 (70% số test)  $10^2 < n \leq 10^6$ .

### BÀI 3. ĐUA XE ĐỊA HÌNH

Năm 2021 Việt Nam lần đầu tiên tổ chức cuộc đua xe địa hình tại Đồng Mô (Hà Nội) với số lượng thành viên tham gia là  $n$ . Theo luật đua xe hơi địa hình, mỗi xe có 2 người tham gia. Trước khi tham gia người chơi phải đăng ký hồ sơ năng lực với ban tổ chức là một số nguyên dương  $a_i$  ( $a_i$  càng lớn thì năng lực càng cao). Để các xe có sự cân bằng về năng lực người chơi, mỗi vòng đua ban tổ chức sẽ đưa ra  $k$  độ lệch về hồ sơ năng lực. Các xe có  $k$  độ lệch cùng nhau thì mới được tham gia vòng đua.

**Yêu cầu:** Hãy giúp ban tổ chức chọn các cặp đua có độ lệch  $k$  cùng nhau nhiều nhất có thể.

**Dữ liệu:** vào từ file TERACING.INP

- Dòng 1: chứa hai số nguyên dương  $n$  và  $k$  ( $1 \leq n \leq 10^5, 2 \leq k \leq 10^9$ );
- Dòng 2: ghi  $n$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $a_i \leq 10^9$ ).

**Kết quả:** ghi ra file TERACING.OUT một số nguyên duy nhất là kết quả bài toán.

Ví dụ:

TERACING.INP	TERACING.OUT
6 2 3 5 5 5 10 7	6

**Giải thích:** Có 6 cặp đua thỏa mãn điều kiện  $(3, 5), (3, 5), (3, 5), (7, 5), (7, 5), (7, 5)$

**Giới hạn:**

- Subtask 1 (60% số test)  $1 < n \leq 10^3; 2 \leq k \leq 10^3$ ;
- Subtask 2 (20% số test)  $10^3 < n \leq 10^4; 2 \leq k \leq 10^5$ ;
- Subtask 3 (20% số test)  $10^4 < n \leq 10^5; 2 \leq k \leq 10^9$ .



## BÀI 4. CON ĐƯỜNG HOA

Ở thành phố nọ, để trang trí con đường tham quan nhân dịp các ngày lễ, lãnh đạo thành phố đã chỉ đạo trồng những cây hoa ở hai bên lề đường (có thể xem là lề đường A và lề đường B). Sau một thời gian, các cây hoa này đã trưởng thành và có thể phục vụ cho du khách tham quan. Trước dịp tết vừa qua, người ta thấy trong các cây hoa được trồng thì cũng có khá nhiều cây hoa không được đẹp nên lãnh đạo thành phố quyết định đưa ra phương án bỏ đi một số cây hoa và sắp xếp lại sao cho cảnh quan được hài hòa hơn. Người chịu trách nhiệm công việc đó đã đánh dấu cây hoa được đánh giá là đẹp có số 1, còn các cây hoa được coi là xấu được đánh dấu là số -1. Việc bỏ đi các cây hoa xấu có thể làm cho con đường tham quan không còn nhiều cây hoa nữa nên công việc ở đây cần làm phải đảm bảo tất cả các điều kiện sau:

- Không được di chuyển cây hoa ở lề đường A sang lề đường B và ngược lại;
- Các cây hoa trên cùng một lề đường không được thay đổi vị trí với nhau;
- Một cây hoa ở lề đường A và một cây hoa ở lề đường B sẽ tạo thành 1 cặp;
- Với một cặp được giữ lại phải luôn luôn không được cả 2 cây hoa cùng xấu;
- Số lượng cây hoa được giữ lại là nhiều nhất.

Mỗi lề đường đều có  $n$  cây hoa, với lề đường A cây hoa thứ  $i$  được đánh giá bởi giá trị là  $a_i$ , với lề đường B cây hoa thứ  $i$  được đánh giá bởi giá trị là  $b_i$  (với  $a_i$  và  $b_i$  nhận giá trị là 1 hoặc -1;  $i = 1, 2, \dots, n$ ).

**Yêu cầu:** cho biết số lượng cặp cây hoa được giữ lại nhiều nhất thỏa mãn tất cả các điều kiện nêu trên là bao nhiêu?

**Dữ liệu:** vào từ file PAFLOWER.INP:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương  $n$  ( $n \leq 10^3$ );
- Trong  $n$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) chứa cặp số nguyên  $a_i$  và  $b_i$  cách nhau một khoảng trắng.

**Kết quả:** ghi ra file PAFLOWER.OUT một số nguyên duy nhất là số lượng cặp cây hoa nhiều nhất được giữ lại thỏa mãn tất cả các điều kiện của đề bài.

Ví dụ:

PAFLOWER.INP	PAFLOWER.OUT
5 -1 -1 1 1 1 -1 -1 -1 -1 1	4

Giải thích: Chọn được nhiều nhất là 4 cặp cây hoa:

- Lề đường A: gồm các cây ở vị trí 1, 2, 3, 4
- Lề đường B: gồm các cây ở vị trí 2, 3, 4, 5