

# BÁO CÁO THỰC HÀNH

Môn học: Đánh giá hiệu năng hệ thống mạng máy tính

Buổi báo cáo: Lab 02

Tên chủ đề: Queuing

GVHD: Đặng Lê Bảo Chương

Ngày thực hiện: 15/10/2025

## THÔNG TIN CHUNG:

Lớp: NT531.Q11.2

| STT | Họ và tên           | MSSV     | Email                  |
|-----|---------------------|----------|------------------------|
| 1   | Nguyễn Lê Như Thuận | 23521551 | 23521551@gm.uit.edu.vn |
|     |                     |          |                        |

## 1. ĐÁNH GIÁ KHÁC:

| Nội dung  | Kết quả  |
|---|--|
| Tổng thời gian thực hiện bài thực hành trung bình | 3 tiếng  |
| Link Video thực hiện<br>(nếu có)                  |  |
| Ý kiến (nếu có)<br>+ Khó khăn<br>+ Đề xuất ...    | + Trong bài làm này ở một số câu em có dùng nhiều hàm của EXCEL để thể hiện tính đa dạng và cũng vì không biết cách nào là linh hoạt nhất<br>➔ Bài LAB này giúp em tìm hiểu thêm về nhiều Hàm trong EXCEL <3 |
| Điểm tự đánh giá                                  | 10/10  |

Phần bên dưới của báo cáo này là báo cáo chi tiết của nhóm thực hiện.

## Mục lục

|   |    |
|---|----|
| 1. Tính $\lambda = A/t_m$ : .....   | 3  |
| 2. Tính $q$ : IF $x < n$ : $q=0$ /Else $q=x-n$ .....  | 3  |
| 3. Tính $\lambda_x$ : .....   | 3  |
| 4. Tính $\mu_x$ : .....   | 4  |
| 5. Tính $T_x$ : (Non-normalized term) .....   | 4  |
| 6. Tính $P_x = T_x / (\text{sum of } T_x)$ sử dụng công thức bên dưới .....   | 5  |
| 7. Tính $\lambda(x) * P(x)$ .....   | 6  |
| 8. Tính $\lambda T$ (The total arrival rate) .....  | 7  |
| 9. $P\{\text{immediate service}\}$ .....  | 7  |
| 10. $P\{\text{delayed service}\}$ .....   | 8  |
| 11. $P\{\text{loss}\}$ .....  | 9  |
| 12. Tính $E\{q\}$ : độ dài trung bình của hàng đợi .....  | 10 |
| 13. Tính luôn các ô chưa có kết quả .....   | 12 |
| 14. Thay đổi các thông số bao gồm A, K, N để ra các trường hợp sau: .....   | 12 |
| a) Hệ rảnh và cường độ thấp: .....  | 13 |
| b) Hệ chưa bị quá tải nhưng cường độ cao: .....   | 14 |
| 15. Với thông số mặc định trong file excel thay $A = 3$ , hãy giải thích vì sao khi $N = n = 5$ thì hệ thống đợi có $P\{\text{immediate service}\} = 1$ và khi tăng $N = 6, 7, 8, 9, \dots, K$ thì $P\{\text{immediate service}\}$ lại tăng nhanh ..... | 15 |
| YÊU CẦU CHUNG .....   | 17 |

## BÁO CÁO CHI TIẾT

**1. Tính  $\lambda=A/tm$ :**

- Thực hiện theo công thức:  $\lambda = A/tm$

|   | A                    | B    | C | D        |
|---|----------------------|------|---|----------|
| 1 | Hàng đợi M/M/n/K/N   |      |   |          |
| 2 | Khởi tạo:            |      |   |          |
| 3 | A                    | 4    |   |          |
| 4 | n                    | 5    |   |          |
| 5 | tm (arrival time)    | 3    |   |          |
| 6 | K                    | 15   |   |          |
| 7 | N (No. of customers) | 18   |   |          |
| 8 | $\lambda$            | 1.33 |   |          |
| 9 |                      |      |   | sum of T |

**2. Tính q: IF  $x < n$ :  $q = 0$  / Else  $q = x - n$**

- Thực hiện theo công thức của đề bằng cách sử dụng hàm **IF(biểu thức, [phép tính 1], [phép tính 2])**

Với: Nếu biểu thức đúng  $\rightarrow$  Phép tính 1, ngược lại  $\rightarrow$  Phép tính 2

|    | A                    | B    | C           | D            | E                         | F           | G                 | H                           |
|----|----------------------|------|-------------|--------------|---------------------------|-------------|-------------------|-----------------------------|
| 1  | Hàng đợi M/M/n/K/N   |      |             |              |                           |             |                   |                             |
| 2  | Khởi tạo:            |      |             |              | Output:                   |             |                   |                             |
| 3  | A                    | 4    |             |              | $P\{\text{im ser.}\}$     |             |                   | $P\{x=K\}$                  |
| 4  | n                    | 5    |             |              | $P\{\text{del.}\}$        |             |                   | $P\{n-1 < x < K\}$          |
| 5  | $t_m$ (arrival time) | 3    |             |              | $P\{\text{loss}\}$        |             |                   | $P\{x < n\}$                |
| 6  | K                    | 15   |             |              |                           |             |                   |                             |
| 7  | N (No. of customers) | 18   |             |              | $E\{q \text{all state}\}$ |             |                   | $E\{q \text{queue exist}\}$ |
| 8  | $\lambda$            | 1.33 |             |              | $E\{x\}$                  |             |                   |                             |
| 9  |                      |      |             | sum of $T_x$ |                           | $\lambda_T$ |                   |                             |
| 10 | x                    | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$      | $T_x$                     | $P_x$       | $\lambda_x * P_x$ | $(x-n) * P(x)$              |
| 11 | 0                    | 0    |             |              |                           |             |                   |                             |
| 12 | 1                    | 0    |             |              |                           |             |                   |                             |
| 13 | 2                    | 0    |             |              |                           |             |                   |                             |
| 14 | 3                    | 0    |             |              |                           |             |                   |                             |
| 15 | 4                    | 0    |             |              |                           |             |                   |                             |
| 16 | 5                    | 0    |             |              |                           |             |                   |                             |

### 3. Tính $\lambda_x$ :

If  $N=0$  (i.e number of sources is infinite  $\rightarrow$  M/M/n/K model) then  $\lambda_x = \lambda T = \lambda = A/t_m$

Else if  $x \leq K$  then  $\lambda_x = \lambda^*$  (N-x)

Else  $\lambda_x=0$  (these states do not exist in the state transition diagram)

- Thực hiện theo công thức của đề và dùng hàm IF trong EXCEL

➔ Lồng 2 IF vào nhau: =IF(\$B\$7=0,\$B\$8,IF(A11<=\$B\$6, \$B\$8\*(\$B\$7-A11), 0))

+ Vói IF (N=0,  $\lambda_x$ , [IF 2])

- [IF 2]: IF ( $x \leq K, \lambda^*(N-x), 0$ )



|     |                      |      |             |           |                |             |                   |                  |  |
|-----|----------------------|------|-------------|-----------|----------------|-------------|-------------------|------------------|--|
| C12 |                      |      |             |           |                |             |                   |                  |  |
|     | A                    | B    | C           | D         | E              | F           | G                 | H                |  |
| 1   | Hàng đợi M/M/n/K/N   |      |             |           |                |             |                   |                  |  |
| 2   | Khởi tạo:            |      |             |           | Output:        |             |                   |                  |  |
| 3   | A                    | 4    |             |           | P{im ser.}     |             |                   | P{x=K}           |  |
| 4   | n                    | 5    |             |           | P{del.}        |             |                   | P{n-1<x<K}       |  |
| 5   | tm (arrival time)    | 3    |             |           | P{loss}        |             |                   | P{x<n}           |  |
| 6   | K                    | 15   |             |           |                |             |                   |                  |  |
| 7   | N (No. of customers) | 18   |             |           | E{q all state} |             |                   | E{q queue exist} |  |
| 8   | $\lambda$            | 1.33 |             |           | E{x}           |             |                   |                  |  |
| 9   |                      |      |             | sum of Tx |                | $\lambda_T$ |                   |                  |  |
| 10  | x                    | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | T_x            | P_x         | $\lambda_x * P_x$ | (x-n)*P(x)       |  |
| 11  | 0                    | 0    | 24          |           |                |             |                   |                  |  |
| 12  | 1                    | 0    | 22.6667     |           |                |             |                   |                  |  |
| 13  | 2                    | 0    | 21.3333     |           |                |             |                   |                  |  |
| 14  | 3                    | 0    | 20          |           |                |             |                   |                  |  |
| 15  | 4                    | 0    | 18.6667     |           |                |             |                   |                  |  |
| 16  | 5                    | 0    | 17.3333     |           |                |             |                   |                  |  |

#### 4. Tính $\mu_x$ :

If  $x > K$  then  $\mu_x = 0$  (these states do not exist in the state transition diagram)

Else if  $x > n$  then  $\mu_x = n\mu = n/t_m$

Else  $\mu_x = x\mu = x/t_m$

- Thực hiện theo công thức của đề và dùng hàm IF trong EXCEL

➔ Lồng 2 IF vào nhau:  $=IF(A12 > \$B\$6, 0, IF(A12 > \$B\$4, \$B\$4/\$B\$5, A12/\$B\$5))$   
+ Với IF ( $x > K, 0, [IF 2]$ )

- [IF 2]: IF ( $x < N, n/t_m, x/t_m$ )

|     |                      |      |             |           |                |             |                   |                  |  |
|-----|----------------------|------|-------------|-----------|----------------|-------------|-------------------|------------------|--|
| D12 |                      |      |             |           |                |             |                   |                  |  |
|     | A                    | B    | C           | D         | E              | F           | G                 | H                |  |
| 1   | Hàng đợi M/M/n/K/N   |      |             |           |                |             |                   |                  |  |
| 2   | Khởi tạo:            |      |             |           | Output:        |             |                   |                  |  |
| 3   | A                    | 4    |             |           | P{im ser.}     |             |                   | P{x=K}           |  |
| 4   | n                    | 5    |             |           | P{del.}        |             |                   | P{n-1<x<K}       |  |
| 5   | tm (arrival time)    | 3    |             |           | P{loss}        |             |                   | P{x<n}           |  |
| 6   | K                    | 15   |             |           |                |             |                   |                  |  |
| 7   | N (No. of customers) | 18   |             |           | E{q all state} |             |                   | E{q queue exist} |  |
| 8   | $\lambda$            | 1.33 |             |           | E{x}           |             |                   |                  |  |
| 9   |                      |      |             | sum of Tx |                | $\lambda_T$ |                   |                  |  |
| 10  | x                    | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | T_x            | P_x         | $\lambda_x * P_x$ | (x-n)*P(x)       |  |
| 11  | 0                    | 0    | 24          | 0         |                |             |                   |                  |  |
| 12  | 1                    | 0    | 22.6667     | 0.3333333 |                |             |                   |                  |  |
| 13  | 2                    | 0    | 21.3333     | 0.6666667 |                |             |                   |                  |  |
| 14  | 3                    | 0    | 20          | 1         |                |             |                   |                  |  |
| 15  | 4                    | 0    | 18.6667     | 1.3333333 |                |             |                   |                  |  |
| 16  | 5                    | 0    | 17.3333     | 1.6666667 |                |             |                   |                  |  |
| 17  | 6                    | 1    | 16          | 1.6666667 |                |             |                   |                  |  |

#### 5. Tính $T_x$ : (Non-normalized term)

If  $x > K$  then  $T_x = 0$  (these states do not exist in the state transition diagram)

Else if  $\mu_x \neq 0$  then  $T_x = T_{x-1} \cdot (\lambda_{x-1} / \mu_x)$

Else  $T_x = 0$

Note:

1. Take a large number C of values of  $T_x$ , i.e larger than K.
2. In this way, we have:
3. Initially,  $T_0 = 1$ .

- Theo đề: Khởi tạo ban đầu  $T_0=1$

➔ Các  $T_1$  trở về  $T_n$  sẽ được tính bằng:  $=IF(A12>\$B\$6,0,IF(D12=0,0,E11*(C11/D12)))$   
+ Với IF ( $x>K,0$ , [IF 2])

- [IF 2]: IF ( $\mu_x=0, 0, T_{x-1}*(\lambda_{x-1}/\mu_x)$ ) // câu này em đảo ngược điều kiện lại

|     |                      |      |             |           |                |             |                   |                  |  |
|-----|----------------------|------|-------------|-----------|----------------|-------------|-------------------|------------------|--|
| E12 |                      |      |             |           |                |             |                   |                  |  |
|     | A                    | B    | C           | D         | E              | F           | G                 | H                |  |
| 1   | Hàng đợi M/M/n/K/N   |      |             |           |                |             |                   |                  |  |
| 2   | Khởi tạo:            |      |             |           | Output:        |             |                   |                  |  |
| 3   | A                    | 4    |             |           | P{im ser.}     |             |                   | P{x=K}           |  |
| 4   | n                    | 5    |             |           | P{del.}        |             |                   | P{n-1<x<K}       |  |
| 5   | tm (arrival time)    | 3    |             |           | P{loss}        |             |                   | P{x<n}           |  |
| 6   | K                    | 15   |             |           |                |             |                   |                  |  |
| 7   | N (No. of costumers) | 18   |             |           | E{q all state} |             |                   | E{q queue exist} |  |
| 8   | $\lambda$            | 1.33 |             |           | E{x}           |             |                   |                  |  |
| 9   |                      |      |             | sum of Tx |                | $\lambda T$ |                   |                  |  |
| 10  | x                    | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | $T_x$          | $P_x$       | $\lambda_x * P_x$ | $(x-n) * P(x)$   |  |
| 11  | 0                    | 0    | 24          | 0         | 1              |             |                   |                  |  |
| 12  | 1                    | 0    | 22.6667     | 0.3333333 | 72             |             |                   |                  |  |
| 13  | 2                    | 0    | 21.3333     | 0.6666667 | 2448           |             |                   |                  |  |
| 14  | 3                    | 0    | 20          | 1         | 52224          |             |                   |                  |  |
| 15  | 4                    | 0    | 18.6667     | 1.3333333 | 783360         |             |                   |                  |  |
| 16  | 5                    | 0    | 17.3333     | 1.6666667 | 8773632        |             |                   |                  |  |
| 17  | 6                    | 1    | 16          | 1.6666667 | 91245772.8     |             |                   |                  |  |
| 18  | 7                    | 2    | 14.6667     | 1.6666667 | 875959419      |             |                   |                  |  |
| 19  | 8                    | 3    | 13.3333     | 1.6666667 | 7708442886     |             |                   |                  |  |
| 20  | 9                    | 4    | 12          | 1.6666667 | 6.1668E+10     |             |                   |                  |  |

## 6. Tính $P_x = T_x / (\text{sum of } T_x)$ sử dụng công thức bên dưới

$$P_x = \frac{T_x}{\sum_{i=1}^C T_i}$$

Proof :

$$P_x = \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{x-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_x} \cdot P_0 \text{ (have already shown in Queueing Systems)}$$

And we also have:

$$P_x = \frac{T_x}{\sum_{i=1}^C T_i} = \frac{\frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{x-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_x} \cdot T_0}{\sum_{i=1}^C \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{i-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_i} \cdot T_0} = \frac{\frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{x-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_x} \cdot P_0}{\sum_{i=1}^C \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{i-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_i} \cdot P_0} = \frac{P_x}{\sum_{i=1}^C P_i} = \frac{P_x}{1} = P_x$$

- Đầu tiên cần tính:  $\sum_{i=1}^C T_i$

|     |                      |      |             |           |                 |                   |                       |             |  |
|-----|----------------------|------|-------------|-----------|-----------------|-------------------|-----------------------|-------------|--|
| SUM |                      |      |             |           |                 |                   |                       |             |  |
|     | A                    | B    |             |           | E               | F                 | G                     | H           |  |
| 1   | Hàng đợi M/M/n/K/N   |      |             |           |                 |                   |                       |             |  |
| 2   | Khởi tạo:            |      |             |           | Output:         |                   |                       |             |  |
| 3   | A                    | 4    |             |           | P{im ser.}      |                   |                       | P{x=K}      |  |
| 4   | n                    | 5    |             |           | P{del.}         |                   |                       | P{n-1<x<K}  |  |
| 5   | tm (arrival time)    | 3    |             |           | P{loss}         |                   |                       | P{x<n}      |  |
| 6   | K                    | 15   |             |           |                 |                   |                       |             |  |
| 7   | N (No. of costumers) | 18   |             |           | E{q all state}  |                   |                       | E{q queue e |  |
| 8   | $\lambda$            | 1.33 |             |           | E{x}            |                   |                       |             |  |
| 9   |                      |      |             | sum of Tx | = SUM(E12:E111) | $\lambda \cdot T$ |                       |             |  |
| 10  | x                    | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | T_x             | P_x               | $\lambda_x \cdot P_x$ | (x-n)*P(x)  |  |
| 11  | 0                    | 0    | 24          | 0         | 1               | 7.2522E-16        |                       |             |  |
| 12  | 1                    | 0    | 22.6667     | 0.3333333 | 72              | 5.2216E-14        |                       |             |  |
| 13  | 2                    | 0    | 21.3333     | 0.6666667 | 2448            | 1.7753E-12        |                       |             |  |
| 14  | 3                    | 0    | 20          | 1         | 52224           | 3.7874E-11        |                       |             |  |
| 15  | 4                    | 0    | 18.6667     | 1.3333333 | 783360          | 5.6811E-10        |                       |             |  |
| 16  | 5                    | 0    | 17.3333     | 1.6666667 | 8773632         | 6.3628E-09        |                       |             |  |
| 17  | 6                    | 1    | 16          | 1.6666667 | 91245772.8      | 6.6173E-08        |                       |             |  |
| 18  | 7                    | 2    | 14.6667     | 1.6666667 | 875959418.9     | 6.3526E-07        |                       |             |  |

- Ở mỗi  $P_x$  tương ứng: sẽ được tính bằng:  $T_x / (\text{sum of } T_x)$

|     |                      |      |             |           |                |                   |                       |             |  |
|-----|----------------------|------|-------------|-----------|----------------|-------------------|-----------------------|-------------|--|
| F11 |                      |      |             |           |                |                   |                       |             |  |
|     | A                    | B    | C           | D         | E              | F                 | G                     | H           |  |
| 1   | Hàng đợi M/M/n/K/N   |      |             |           |                |                   |                       |             |  |
| 2   | Khởi tạo:            |      |             |           | Output:        |                   |                       |             |  |
| 3   | A                    | 4    |             |           | P{im ser.}     |                   |                       | P{x=K}      |  |
| 4   | n                    | 5    |             |           | P{del.}        |                   |                       | P{n-1<x<K}  |  |
| 5   | tm (arrival time)    | 3    |             |           | P{loss}        |                   |                       | P{x<n}      |  |
| 6   | K                    | 15   |             |           |                |                   |                       |             |  |
| 7   | N (No. of costumers) | 18   |             |           | E{q all state} |                   |                       | E{q queue e |  |
| 8   | $\lambda$            | 1.33 |             |           | E{x}           |                   |                       |             |  |
| 9   |                      |      |             | sum of Tx | 1.37889E+15    | $\lambda \cdot T$ |                       |             |  |
| 10  | x                    | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | T_x            | P_x               | $\lambda_x \cdot P_x$ | (x-n)*P(x)  |  |
| 11  | 0                    | 0    | 24          | 0         | 1              | 7.2522E-16        |                       |             |  |
| 12  | 1                    | 0    | 22.6667     | 0.3333333 | 72             | 5.2216E-14        |                       |             |  |
| 13  | 2                    | 0    | 21.3333     | 0.6666667 | 2448           | 1.7753E-12        |                       |             |  |
| 14  | 3                    | 0    | 20          | 1         | 52224          | 3.7874E-11        |                       |             |  |
| 15  | 4                    | 0    | 18.6667     | 1.3333333 | 783360         | 5.6811E-10        |                       |             |  |
| 16  | 5                    | 0    | 17.3333     | 1.6666667 | 8773632        | 6.3628E-09        |                       |             |  |
| 17  | 6                    | 1    | 16          | 1.6666667 | 91245772.8     | 6.6173E-08        |                       |             |  |
| 18  | 7                    | 2    | 14.6667     | 1.6666667 | 875959418.9    | 6.3526E-07        |                       |             |  |
| 19  | 8                    | 3    | 13.3333     | 1.6666667 | 7708442886     | 5.5903E-06        |                       |             |  |
| 20  | 9                    | 4    | 12          | 1.6666667 | 61667543089    | 4.4723E-05        |                       |             |  |
| 21  | 10                   | 5    | 10.6667     | 1.6666667 | 4.44006E+11    | 0.000322          |                       |             |  |

## 7. Tính $\lambda(x) \cdot P(x)$

- Lấy 2 ô tương ứng của 2 cột nhân với nhau

| =C11*F11      |      |             |           |                |             |                   |         |
|---------------|------|-------------|-----------|----------------|-------------|-------------------|---------|
| A             | B    | C           | D         | E              | F           | G                 | H       |
|               | 5    |             |           | P{del.}        |             |                   | P{n-1<  |
| rival time)   | 3    |             |           | P{loss}        |             |                   | P{x<n}  |
|               | 15   |             |           |                |             |                   |         |
| of customers) | 18   |             |           | E{q all state} |             |                   | E{q qu  |
|               | 1.33 |             |           | E{x}           |             |                   |         |
|               |      |             | sum of Tx | 1.37889E+15    | $\lambda_T$ |                   |         |
| x             | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | T_x            | P_x         | $\lambda_x * P_x$ | (x-n)*P |
| 0             | 0    | 24          | 0         | 1              | 7.2522E-16  | 1.74053E-14       |         |
| 1             | 0    | 22.6667     | 0.3333333 | 72             | 5.2216E-14  | 1.18356E-12       |         |
| 2             | 0    | 21.3333     | 0.6666667 | 2448           | 1.7753E-12  | 3.78739E-11       |         |
| 3             | 0    | 20          | 1         | 52224          | 3.7874E-11  | 7.57478E-10       |         |
| 4             | 0    | 18.6667     | 1.3333333 | 783360         | 5.6811E-10  | 1.06047E-08       |         |
| 5             | 0    | 17.3333     | 1.6666667 | 8773632        | 6.3628E-09  | 1.10289E-07       |         |
| 6             | 1    | 16          | 1.6666667 | 91245772.8     | 6.6173E-08  | 1.05877E-06       |         |
| 7             | 2    | 14.6667     | 1.6666667 | 875959418.9    | 6.3526E-07  | 9.3172E-06        |         |

### 8. Tính $\lambda_T$ (The total arrival rate)

$$\lambda_T = \sum_{x=0}^K \lambda_x * P_x$$

- Theo công thức: sẽ cộng từ ( $\lambda_x * P_x$ ) với x từ 0  $\rightarrow$  K

$\rightarrow$  Sử dụng SUMIF thêm điều kiện: SUMIF(A11:A111,"<="&B6,G11:G111)

| =SUMIF(A11:A111,"<="&B6,G11:G111) |      |             |           |                |             |                   |                  |
|-----------------------------------|------|-------------|-----------|----------------|-------------|-------------------|------------------|
| A                                 | B    | C           | D         | E              | F           | G                 | H                |
| 1 Hàng đợi M/M/n/K/N              |      |             |           |                |             |                   |                  |
| 2 Khởi tạo:                       |      |             |           | Output:        |             |                   |                  |
| 3 A                               | 4    |             |           | P{im ser.}     |             |                   | P{x=K}           |
| 4 n                               | 5    |             |           | P{del.}        |             |                   | P{n-1<x<K}       |
| 5 tm (arrival time)               | 3    |             |           | P{loss}        |             |                   | P{x<n}           |
| 6 K                               | 15   |             |           |                |             |                   |                  |
| 7 N (No. of customers)            | 18   |             |           | E{q all state} |             |                   | E{q queue exist} |
| 8 $\lambda$                       | 1.33 |             |           | E{x}           |             |                   |                  |
|                                   |      |             | sum of Tx | 1.37889E+15    | $\lambda_T$ | 4.502875134       |                  |
| x                                 | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | T_x            | P_x         | $\lambda_x * P_x$ | (x-n)*P(x)       |
| 11                                | n    | n           | 24        | n              | 1           | 7.2522E-16        | 1.74053E-14      |

### 9. P{immediate service}

$$P\{\text{immediate service}\} = \sum_{x=0}^{n-1} \frac{\lambda_x * P_x}{\lambda_T}$$

- Theo công thức của đề + dùng SUMIF, với điều kiện  $0 \leq x \leq n-1$  ( $\Leftrightarrow 0 \leq x < n$ )

$$\rightarrow P = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\lambda(x) * P(x)}{\lambda_T} = \left( \sum_{k=0}^{n-1} \frac{\lambda(x) * P(x)}{1} \right) / \lambda_T \quad \left( \text{vì } \frac{x}{a} + \frac{y}{a} = \frac{x+y}{a} \right)$$

|    |                      |      |     |           |                |             |             |                  |   |
|----|----------------------|------|-----|-----------|----------------|-------------|-------------|------------------|---|
| F3 |                      |      |     |           |                |             |             |                  |   |
|    | A                    | B    | C   | D         | E              | F           | G           | H                | I |
| 1  | Hàng đợi M/M/n/K/N   |      |     |           |                |             |             |                  |   |
| 2  | Khởi tạo:            |      |     |           | Output:        |             |             |                  |   |
| 3  | A                    | 4    |     |           | P{im ser.}     | 2.53199E-09 |             | P{x=K}           |   |
| 4  | n                    | 5    |     |           | P{del.}        |             |             | P{n-1<x<K}       |   |
| 5  | tm (arrival time)    | 3    |     |           | P{loss}        |             |             | P{x<n}           |   |
| 6  | K                    | 15   |     |           |                |             |             |                  |   |
| 7  | N (No. of customers) | 18   |     |           | E{q all state} |             |             | E{q queue exist} |   |
| 8  | λ                    | 1.33 |     |           | E{x}           |             |             |                  |   |
| 9  |                      |      |     | sum of Tx | 1.37889E+15    | λ_T         | 4.502875134 |                  |   |
| 10 | x                    | q    | λ_x | μ_x       | T_x            | P_x         | λ_x*P_x     | (x-n)*P(x)       |   |
| 11 | 0                    | 0    | 24  | 0         | 1              | 7.2522E-16  | 1.74053E-14 |                  |   |

❖ Hoặc có thể làm: =SUM(\$G\$11:OFFSET(\$G\$11,\$B\$4-1,0))/G9 (thầy gọi ý trong lớp, linh hoạt hơn)

**Giải thích:** Cộng từ [P\_1 tới {P\_x (x<= n-1) }]/G9

với hàm OFFSET có cấu trúc sau: **OFFSET(reference, rows, cols, [height], [width])**

- Reference: bắt đầu
- Rows: số lượng ô dịch xuống (ở bài này là dịch xuống n-1= 3 hàng)
- Cols: dịch ngang trái phải (ở bài này dịch 0)
- [height] và [width]: chiều cao độ rộng ô tham chiếu trả về (câu này không cần điền 2 tham số này)

|    |                      |      |         |           |                |             |             |  |  |
|----|----------------------|------|---------|-----------|----------------|-------------|-------------|--|--|
| F3 |                      |      |         |           |                |             |             |  |  |
|    | A                    | B    | C       | D         | E              | F           | G           |  |  |
| 1  | Hàng đợi M/M/n/K/N   |      |         |           |                |             |             |  |  |
| 2  | Khởi tạo:            |      |         |           | Output:        |             |             |  |  |
| 3  | A                    | 4    |         |           | P{im ser.}     | 2.53199E-09 |             |  |  |
| 4  | n                    | 5    |         |           | P{del.}        |             |             |  |  |
| 5  | tm (arrival time)    | 3    |         |           | P{loss}        |             |             |  |  |
| 6  | K                    | 15   |         |           |                |             |             |  |  |
| 7  | N (No. of customers) | 18   |         |           | E{q all state} |             |             |  |  |
| 8  | λ                    | 1.33 |         |           | E{x}           |             |             |  |  |
| 9  |                      |      |         | sum of Tx | 1.37889E+15    | λ_T         | 4.502875134 |  |  |
| 10 | x                    | q    | λ_x     | μ_x       | T_x            | P_x         | λ_x*P_x     |  |  |
| 11 | 0                    | 0    | 24      | 0         | 1              | 7.2522E-16  | 1.74053E-14 |  |  |
| 12 | 1                    | 0    | 22.6667 | 0.3333333 | 72             | 5.22158E-14 | 1.18356E-12 |  |  |
| 13 | 2                    | 0    | 21.3333 | 0.6666667 | 2448           | 1.77534E-12 | 3.78730E-11 |  |  |

## 10. P{delayed service}

$$P\{\text{delayed service}\} = \sum_{x=n}^{K-1} \frac{\lambda_x * P_x}{\lambda_T}$$

- ✚ Khá giống P{immediate service}, nhưng x được bắt đầu từ n và kết thúc K-1 (n<=x<K):
  - ❖ Sử dụng SUMIFS: với vùng dữ liệu cần tính tổng là từ G11:G111 kèm 2 điều kiện là chỉ lấy các hàng có x > n-1 và x < K



Clipboard

Styles

Add-ins

F4

=SUMIFS(G11:G111, A11:A111, ">"&B4, A11:A111, "<"&B6)/G9

|   | A                    | B    | C | D         | E              | F           | G           |
|---|----------------------|------|---|-----------|----------------|-------------|-------------|
| 1 | Hàng đợi M/M/n/K/N   |      |   |           |                |             |             |
| 2 | Khởi tạo:            |      |   |           | Output:        |             |             |
| 3 | A                    | 4    |   |           | P{im ser.}     | 2.53199E-09 |             |
| 4 | n                    | 5    |   |           | P{del.}        | 0.370133858 |             |
| 5 | tm (arrival time)    | 3    |   |           | P{loss}        |             |             |
| 6 | K                    | 15   |   |           |                |             |             |
| 7 | N (No. of customers) | 18   |   |           | E{q all state} |             |             |
| 8 | λ                    | 1.33 |   |           | E{x}           |             |             |
| 9 |                      |      |   | sum of Tx | 1.37889E+15    | λ_T         | 4.502875134 |

❖ Sử dụng SUM + OFFSET (cách thầy gọi ý trên lớp):

=SUM(OFFSET(\$G\$11,\$B\$4,0):OFFSET(\$G\$11,\$B\$6-1,0))/G9

- Nhìn chung thì 2 cụm OFFSET này để xác định được ô bắt đầu (x=n) và ô kết thúc (x=K-1) cho việc cộng lại bằng hàm SUM

Clipboard | Styles | Add-ins

F4

## 11. P{loss}

$$P\{\text{loss}\} = \frac{\lambda_K \cdot P_K}{\lambda_T} \quad (P_K = P_{(x=K)})$$

- Tính P(x=k): INDEX(F11:F111, MATCH(B6, A11:A111, 0))

- Sử dụng INDEX kết hợp MATCH:
  - Hàm MATCH(giá trị tìm kiếm, mảng tìm kiếm, [kiểu khớp]): trả về số thứ tự của ô kiểm được – được đếm từ vùng chỉ định → bài này trả về 16, vì vùng chỉ định là từ 0 → 100 và giá trị tìm kiếm là 15
  - Hàm INDEX(array, row\_num, [column\_num]): trả về giá trị của ô (trong khoảng array) ứng với hàng vừa tìm ở MATCH, bài này không xét column

|  |                      |      |         |           |                |             |             |                  |             |
|--|----------------------|------|---------|-----------|----------------|-------------|-------------|------------------|-------------|
| =INDEX(F11:F111, MATCH(B6, A11:A111, 0)) |                      |      |         |           |                |             |             |                  |             |
|  | A                    | B    | C       | D         | E              | F           | G           | H                | I           |
| 1  | Hàng đợi M/M/n/K/N   |      |         |           |                |             |             |                  |             |
| 2  | Khởi tạo:            |      |         |           | Output:        |             |             |                  |             |
| 3  | A                    | 4    |         |           | P{im ser.}     | 2.53199E-09 |             | P{x=K}           | 0.709052117 |
| 4  | n                    | 5    |         |           | P{del.}        |             |             | P{n-1<x<K}       |             |
| 5  | tm (arrival time)    | 3    |         |           | P{loss}        |             |             | P{x<n}           |             |
| 6  | K                    | 15   |         |           |                |             |             |                  |             |
| 7  | N (No. of customers) | 18   |         |           | E{q all state} |             |             | E{q queue exist} |             |
| 8  | λ                    | 1.33 |         |           | E{x}           |             |             |                  |             |
| 9  |                      |      |         | sum of Tx | 1.37889E+15    | λ_T         | 4.502875134 |                  |             |
| 10                                       | x                    | q    | λ_x     | μ_x       | T_x            | P_x         | λ_x*P_x     | (x-n)*P(x)       |             |
| 11                                       | 0                    | 0    | 24      | 0         | 1              | 7.2522E-16  | 1.74053E-14 |                  |             |
| 12                                       | 1                    | 0    | 22.6667 | 0.333333  | 72             | 5.22158E-14 | 1.18356E-12 |                  |             |
| 13                                       | 2                    | 0    | 21.3333 | 0.666667  | 2448           | 1.77534E-12 | 3.78739E-11 |                  |             |
| 14                                       | 3                    | 0    | 20      | 1         | 52224          | 3.78739E-11 | 7.57478E-10 |                  |             |

- Tính  $\lambda_x \{x=K\}$  (em thêm này vô bảng chung luôn): tính giống tính  $P\{x=k\}$

|   |   |   |                       |             |   |                     |             |   |  |
|---|---|---|-----------------------|-------------|---|---------------------|-------------|---|--|
| Clipboard    Styles    Add-ins                              |   |   |                       |             |   |                     |             |   |  |
| I2 $\text{=INDEX}(C11:C111, \text{MATCH}(B6, A11:A111, 0))$ |   |   |                       |             |   |                     |             |   |  |
|   | C | D | E                     | F           | G | H                   | I           | J |  |
| 1   |   |   |                       |             |   |                     |             |   |  |
| 2   |   |   | Output:               |             |   | $\lambda_x \{x=K\}$ | 4           |   |  |
| 3   |   |   | $P\{\text{im ser.}\}$ | 2.53199E-09 |   | $P\{x=K\}$          | 0.709052117 |   |  |
| 4   |   |   | $P\{\text{del.}\}$    | 0.370133882 |   | $P\{n-1 < x < K\}$  |             |   |  |
| 5   |   |   | $P\{\text{loss}\}$    | 0.629866115 |   | $P\{x < n\}$        |             |   |  |

→ Tính  $P\{\text{loss}\}$  theo công thức:

|                                |             |           |                           |             |                   |                             |             |   |  |
|--------------------------------|-------------|-----------|---------------------------|-------------|-------------------|-----------------------------|-------------|---|--|
| Clipboard    Styles    Add-ins |             |           |                           |             |                   |                             |             |   |  |
| F5 $\text{=}(I3*I2)/G9$        |             |           |                           |             |                   |                             |             |   |  |
|                                | C           | D         | E                         | F           | G                 | H                           | I           | J |  |
| 1                              |             |           |                           |             |                   |                             |             |   |  |
| 2                              |             |           | Output:                   |             |                   | $\lambda_x \{x=K\}$         | 4           |   |  |
| 3                              |             |           | $P\{\text{im ser.}\}$     | 2.53199E-09 |                   | $P\{x=K\}$                  | 0.709052117 |   |  |
| 4                              |             |           | $P\{\text{del.}\}$        | 0.370133882 |                   | $P\{n-1 < x < K\}$          |             |   |  |
| 5                              |             |           | $P\{\text{loss}\}$        | 0.629866115 |                   | $P\{x < n\}$                |             |   |  |
| 6                              |             |           |                           |             |                   |                             |             |   |  |
| 7                              |             |           | $E\{q \text{all state}\}$ |             |                   | $E\{q \text{queue exist}\}$ |             |   |  |
| 8                              |             |           | $E\{x\}$                  |             |                   |                             |             |   |  |
| 9                              |             | sum of Tx | 1.37889E+15               | $\lambda_T$ | 4.502875134       |                             |             |   |  |
| 10                             | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | $T_x$                     | $P_x$       | $\lambda_x * P_x$ | $(x-n) * P(x)$              |             |   |  |
| 11                             | 24          | 0         | 1                         | 7.2522E-16  | 1.74053E-14       |                             |             |   |  |
| 12                             | 22.6667     | 0.3333333 | 72                        | 5.22158E-14 | 1.18356E-12       |                             |             |   |  |

- ❖ Hoặc có thể sử dụng OFFSET: vì đã có 1 cột dành cho phép:  $\lambda_x * P_x$  nên chỉ cần dùng OFFSET để xác định ô có  $x=k$ , rồi lấy giá trị đó chia  $\lambda_T$

|  |             |           |                           |             |                   |                             |             |   |  |
|--|-------------|-----------|---------------------------|-------------|-------------------|-----------------------------|-------------|---|--|
| Clipboard    Styles    Add-ins             |             |           |                           |             |                   |                             |             |   |  |
| F5 $\text{=OFFSET}(\$G\$11, \$B\$6, 0)/G9$ |             |           |                           |             |                   |                             |             |   |  |
|  | C           | D         | E                         | F           | G                 | H                           | I           | J |  |
| 1  |             |           |                           |             |                   |                             |             |   |  |
| 2  |             |           | Output:                   |             |                   | $\lambda_x \{x=K\}$         | 4           |   |  |
| 3  |             |           | $P\{\text{im ser.}\}$     | 2.53199E-09 |                   | $P\{x=K\}$                  | 0.709052117 |   |  |
| 4  |             |           | $P\{\text{del.}\}$        | 0.370133882 |                   | $P\{n-1 < x < K\}$          |             |   |  |
| 5  |             |           | $P\{\text{loss}\}$        | 0.629866115 |                   | $P\{x < n\}$                |             |   |  |
| 6  |             |           |                           |             |                   |                             |             |   |  |
| 7  |             |           | $E\{q \text{all state}\}$ |             |                   | $E\{q \text{queue exist}\}$ |             |   |  |
| 8  |             |           | $E\{x\}$                  |             |                   |                             |             |   |  |
| 9  |             | sum of Tx | 1.37889E+15               | $\lambda_T$ | 4.502875134       |                             |             |   |  |
| 10   | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | $T_x$                     | $P_x$       | $\lambda_x * P_x$ | $(x-n) * P(x)$              |             |   |  |
| 11   | 24          | 0         | 1                         | 7.2522E-16  | 1.74053E-14       |                             |             |   |  |
| 12   | 22.6667     | 0.3333333 | 72                        | 5.22158E-14 | 1.18356E-12       |                             |             |   |  |
| 13   | 21.3333     | 0.6666667 | 2448                      | 1.77534E-11 | 3.78739E-11       |                             |             |   |  |
| 14   | 20          | 1         | 52224                     | 3.78739E-12 | 7.57478E-10       |                             |             |   |  |
| 15   | 18.6667     | 1.3333333 | 783360                    | 5.68108E-10 | 1.06047E-08       |                             |             |   |  |
| 16   | 17.3333     | 1.6666667 | 8773632                   | 6.36281E-09 | 1.10289E-07       |                             |             |   |  |
| 17   | 16          | 1.6666667 | 91245772.8                | 6.61733E-08 | 1.05877E-06       |                             |             |   |  |
| 18   | 14.6667     | 1.6666667 | 875959418.9               | 6.35263E-07 | 9.3172E-06        |                             |             |   |  |
| 19   | 13.3333     | 1.6666667 | 7708442886                | 5.59032E-06 | 7.45376E-05       |                             |             |   |  |
| 20   | 12          | 1.6666667 | 61667E12000               | 4.4722E-05  | 0.00052667        |                             |             |   |  |

## 12. Tính $E\{q\}$ : độ dài trung bình của hàng đợi

+ Ở tất cả các trạng thái:  $E\{q\} = \sum_{x=n+1}^{\infty} (x - n) * P(x)$

+ Khi tồn tại hàng đợi ( $x > n$ ):  $E\{q|x > n\} = \frac{E\{q\}}{\sum_{x=n+1}^{\infty} P(x)}$

- Tính  $(x-n)*P(x)$ :

|           |                      |                    |             |           |                |             |                   |                    |             |
|-----------|----------------------|--------------------|-------------|-----------|----------------|-------------|-------------------|--------------------|-------------|
| Clipboard |                      | Styles             |             | Add-ins   |                |             |                   |                    |             |
| H16       |                      | = (A16-\$B\$4)*F16 |             |           |                |             |                   |                    |             |
|           | A                    | B                  | C           | D         | E              | F           | G                 | H                  | I           |
| 1         | Hàng đợi M/M/n/K/N   |                    |             |           |                |             |                   |                    |             |
| 2         | Khởi tạo:            |                    |             |           | Output:        |             |                   | $\lambda_x\{x=K\}$ | 4           |
| 3         | A                    | 4                  |             |           | P{im ser.}     | 2.53199E-09 |                   | P{x=K}             | 0.709052117 |
| 4         | n                    | 5                  |             |           | P{del.}        | 0.370133882 |                   | P{n-1<x<K}         |             |
| 5         | tm (arrival time)    | 3                  |             |           | P{loss}        | 0.629866115 |                   | P{x<n}             |             |
| 6         | K                    | 15                 |             |           |                |             |                   |                    |             |
| 7         | N (No. of customers) | 18                 |             |           | E{q all state} |             |                   | E{q queue exist}   |             |
| 8         | $\lambda$            | 1.33               |             |           | E{x}           |             |                   |                    |             |
| 9         |                      |                    |             | sum of Tx | 1.37889E+15    | $\lambda T$ | 4.502875134       |                    |             |
| 10        | x                    | q                  | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | T_x            | P_x         | $\lambda_x * P_x$ | (x-n)*P(x)         |             |
| 11        | 0                    | 0                  | 24          | 0         | 1              | 7.2522E-16  | 1.74053E-14       | -3.6261E-15        |             |
| 12        | 1                    | 0                  | 22.667      | 0.333333  | 72             | 5.22158E-14 | 1.18356E-12       | -2.08863E-13       |             |
| 13        | 2                    | 0                  | 21.333      | 0.666667  | 2448           | 1.77534E-12 | 3.78739E-11       | -5.32602E-12       |             |
| 14        | 3                    | 0                  | 20          | 1         | 52224          | 3.78739E-11 | 7.57478E-10       | -7.57478E-11       |             |
| 15        | 4                    | 0                  | 18.667      | 1.333333  | 783360         | 5.68108E-10 | 1.06047E-08       | -5.68108E-10       |             |
| 16        | 5                    | 0                  | 17.333      | 1.666667  | 8773632        | 6.36281E-09 | 1.10289E-07       | 0                  |             |
| 17        | 6                    | 1                  | 16          | 1.666667  | 91245772.8     | 6.61733E-08 | 1.05877E-06       | 6.61733E-08        |             |
| 18        | 7                    | 2                  | 14.667      | 1.666667  | 875959418.9    | 6.35263E-07 | 9.3172E-06        | 1.27053E-06        |             |
| 19        | 8                    | 3                  | 13.333      | 1.666667  | 7708442886     | 5.59032E-06 | 7.45376E-05       | 1.6771E-05         |             |
| 20        | 9                    | 4                  | 12          | 1.666667  | 61667543089    | 4.47225E-05 | 0.00053667        | 0.00017889         |             |
| 21        | 10                   | 5                  | 10.667      | 1.666667  | 4.44006E+11    | 0.000322002 | 0.003434691       | 0.001610011        |             |

- Dựa vào công thức để cho:

$$+ \text{Ở tất cả các trạng thái: } E\{q\} = \sum_{x=n+1}^K (x-n) * P(x)$$

SUMIFS(\$H\$11:\$H\$111,\$A\$11:\$A\$111,">="&(B4+1),\$A\$11:\$A\$111,"<="&B6)

với vùng dữ liệu cần tính tổng là từ H11 : H111 kèm 2 điều kiện là chỉ lấy các hàng có x > n và x <= K

|           |                      |   |             |           |                |             |                   |                    |             |
|-----------|----------------------|---|-------------|-----------|----------------|-------------|-------------------|--------------------|-------------|
| Clipboard |                      | Styles  |             | Add-ins   |                |             |                   |                    |             |
| F7        |                      | =SUMIFS(\$H\$11:\$H\$111,\$A\$11:\$A\$111,">="&(B4+1),\$A\$11:\$A\$111,"<="&B6) |             |           |                |             |                   |                    |             |
|           | A                    | B   | C           | D         | E              | F           | G                 | H                  | I           |
| 1         | Hàng đợi M/M/n/K/N   |   |             |           |                |             |                   |                    |             |
| 2         | Khởi tạo:            |   |             |           | Output:        |             |                   | $\lambda_x\{x=K\}$ | 4           |
| 3         | A                    | 4   |             |           | P{im ser.}     | 2.53199E-09 |                   | P{x=K}             | 0.709052117 |
| 4         | n                    | 5   |             |           | P{del.}        | 0.370133882 |                   | P{n-1<x<K}         |             |
| 5         | tm (arrival time)    | 3   |             |           | P{loss}        | 0.629866115 |                   | P{x<n}             |             |
| 6         | K                    | 15  |             |           |                |             |                   |                    |             |
| 7         | N (No. of customers) | 18  |             |           | E{q all state} | 9.62284365  |                   | E{q queue exist}   |             |
| 8         | $\lambda$            | 1.33  |             |           | E{x}           |             |                   |                    |             |
| 9         |                      |   |             | sum of Tx | 1.37889E+15    | $\lambda T$ | 4.502875134       |                    |             |
| 10        | x                    | q   | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | T_x            | P_x         | $\lambda_x * P_x$ | (x-n)*P(x)         |             |
| 11        | 0                    | 0   | 24          | 0         | 1              | 7.2522E-16  | 1.74053E-14       | -3.6261E-15        |             |
| 12        | 1                    | 0   | 22.667      | 0.333333  | 72             | 5.22158E-14 | 1.18356E-12       | -2.08863E-13       |             |
| 13        | 2                    | 0   | 21.333      | 0.666667  | 2448           | 1.77534E-12 | 3.78739E-11       | -5.32602E-12       |             |
| 14        | 3                    | 0   | 20          | 1         | 52224          | 3.78739E-11 | 7.57478E-10       | -7.57478E-11       |             |
| 15        | 4                    | 0   | 18.667      | 1.333333  | 783360         | 5.68108E-10 | 1.06047E-08       | -5.68108E-10       |             |
| 16        | 5                    | 0   | 17.333      | 1.666667  | 8773632        | 6.36281E-09 | 1.10289E-07       | 0                  |             |
| 17        | 6                    | 1   | 16          | 1.666667  | 91245772.8     | 6.61733E-08 | 1.05877E-06       | 6.61733E-08        |             |
| 18        | 7                    | 2   | 14.667      | 1.666667  | 875959418.9    | 6.35263E-07 | 9.3172E-06        | 1.27053E-06        |             |
| 19        | 8                    | 3   | 13.333      | 1.666667  | 7708442886     | 5.59032E-06 | 7.45376E-05       | 1.6771E-05         |             |
| 20        | 9                    | 4   | 12          | 1.666667  | 61667543089    | 4.47225E-05 | 0.00053667        | 0.00017889         |             |
| 21        | 10                   | 5   | 10.667      | 1.666667  | 4.44006E+11    | 0.000322002 | 0.003434691       | 0.001610011        |             |
| 22        | 11                   | 6   | 9.3333      | 1.666667  | 2.84164E+12    | 0.002060815 | 0.01923427        | 0.012364888        |             |
| 23        | 12                   | 7   | 8           | 1.666667  | 1.59132E+13    | 0.011540562 | 0.092324494       | 0.080783933        |             |
| 24        | 13                   | 8   | 6.6667      | 1.666667  | 7.63833E+13    | 0.055394697 | 0.369297978       | 0.443157573        |             |
| 25        | 14                   | 9   | 5.3333      | 1.666667  | 3.05533E+14    | 0.221578787 | 1.181753528       | 1.994209079        |             |
| 26        | 15                   | 10  | 4           | 1.666667  | 9.77706E+14    | 0.709052117 | 2.836208468       | 7.090521169        |             |
| 27        | 16                   | 11  | n           | n         | n              | n           | n                 | n                  | n           |

$$+ \text{ Khi tồn tại hàng đợi (x>n): } E\{q|x>n\} = \frac{E\{q\}}{\sum_{x=n+1}^K P(x)}$$

F7/SUMIFS(\$F\$11:\$F\$111,\$A\$11:\$A\$111,">="&(B4+1),\$A\$11:\$A\$111,"<="&B6)

với F7 là  $E\{q\}$  đã tính chia cho  $SUMIFS(....)$

| Clipboard   Font   Styles   Add-ins  |      |             |           |                |             |                   |                    |             |   |   |
|--|------|-------------|-----------|----------------|-------------|-------------------|--------------------|-------------|---|---|
| =F7/SUMIFS(\$F\$11:\$F\$111,\$A\$11:\$A\$111,">="&(B4+1),\$A\$11:\$A\$111,"<="&B6) |      |             |           |                |             |                   |                    |             |   |   |
|  | B    | C           | D         | E              | F           | G                 | H                  | I           | J | K |
| 1  |      |             |           |                |             |                   |                    |             |   |   |
| 2  |      |             |           | Output:        |             |                   | $\lambda_x\{x=K\}$ | 4           |   |   |
| 3  | 4    |             |           | P{im ser.}     | 2.53199E-09 |                   | P{x=K}             | 0.709052117 |   |   |
| 4  | 5    |             |           | P{del.}        | 0.370133882 |                   | P{n-1<x<K}         |             |   |   |
| 5  | 3    |             |           | P{loss}        | 0.629866115 |                   | P{x<n}             |             |   |   |
| 6  | 15   |             |           |                |             |                   |                    |             |   |   |
| 7  | 18   |             |           | E{q all state} | 9.62284365  |                   | E{q queue exist}   | 9.622843717 |   |   |
| 8  | 1.33 |             |           | E{x}           |             |                   |                    |             |   |   |
| 9  |      |             | sum of Tx | 1.37889E+15    | $\lambda_T$ | 4.502875134       |                    |             |   |   |
| 10   | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | T_x            | P_x         | $\lambda_x * P_x$ | (x-n)*P(x)         |             |   |   |
| 11   | 0    | 24          | 0         | 1              | 7.2522E-16  | 1.74053E-14       | -3.6261E-15        |             |   |   |
| 12   | 0    | 22.667      | 0.333333  | 72             | 5.22158E-14 | 1.18356E-12       | -2.08863E-13       |             |   |   |
| 13   | 0    | 21.333      | 0.666667  | 2448           | 1.77534E-12 | 3.78739E-11       | -5.32602E-12       |             |   |   |
| 14   | 0    | 20          | 1         | 52224          | 3.78739E-11 | 7.57478E-10       | -7.57478E-11       |             |   |   |
| 15   | 0    | 18.667      | 1.333333  | 783360         | 5.68108E-10 | 1.06047E-08       | -5.68108E-10       |             |   |   |
| 16   | 0    | 17.333      | 1.666667  | 8773632        | 6.36281E-09 | 1.10289E-07       | 0                  |             |   |   |
| 17   | 1    | 16          | 1.666667  | 91245772.8     | 6.61733E-08 | 1.05877E-06       | 6.61733E-08        |             |   |   |
| 18   | 2    | 14.667      | 1.666667  | 875959418.9    | 6.35263E-07 | 9.3172E-06        | 1.27053E-06        |             |   |   |
| 19   | 3    | 13.333      | 1.666667  | 7708442886     | 5.59032E-05 | 7.45376E-05       | 1.6771E-05         |             |   |   |
| 20   | 4    | 12          | 1.666667  | 61667543089    | 4.47225E-05 | 0.00053667        | 0.00017889         |             |   |   |
| 21   | 5    | 10.667      | 1.666667  | 4.44006E+11    | 0.000322002 | 0.003434691       | 0.001610011        |             |   |   |
| 22   | 6    | 9.3333      | 1.666667  | 2.84164E+12    | 0.002060815 | 0.01923427        | 0.012364888        |             |   |   |
| 23   | 7    | 8           | 1.666667  | 1.59132E+13    | 0.011540562 | 0.092324494       | 0.080783933        |             |   |   |
| 24   | 8    | 6.6667      | 1.666667  | 7.63833E+13    | 0.055394697 | 0.369297978       | 0.443157573        |             |   |   |
| 25   | 9    | 5.3333      | 1.666667  | 3.05533E+14    | 0.221578787 | 1.181753528       | 1.994209079        |             |   |   |
| 26   | 10   | 4           | 1.666667  | 9.77706E+14    | 0.709052117 | 2.836208468       | 7.090521169        |             |   |   |

### 13. Tính luôn các ô chưa có kết quả

-  $P\{n-1 < x < K\}$ :

$SUMIFS(\$F\$11:\$F\$111, \$A\$11:\$A\$111, ">="&\$B\$4, \$A\$11:\$A\$111, "<="&\$B\$6)$

| Clipboard   Font   Alignment   Number   Styles   Cells                                  |                      |      |             |             |                |             |                   |                    |             |   |
|---|----------------------|------|-------------|-------------|----------------|-------------|-------------------|--------------------|-------------|---|
| =SUMIFS(\$F\$11:\$F\$111, \$A\$11:\$A\$111, ">="&\$B\$4, \$A\$11:\$A\$111, "<="&\$B\$6) |                      |      |             |             |                |             |                   |                    |             |   |
|   | A                    | B    | C           | D           | E              | F           | G                 | H                  | I           | J |
| 1   | Hàng đợi M/M/n/K/N   |      |             |             |                |             |                   |                    |             |   |
| 2   | Khởi tạo:            |      |             |             | Output:        |             |                   | $\lambda_x\{x=K\}$ | 4           |   |
| 3   | A                    | 4    |             |             | P{im ser.}     | 2.53199E-09 |                   | P{x=K}             | 0.709052117 |   |
| 4   | n                    | 5    |             |             | P{del.}        | 0.370133882 |                   | P{n-1<x<K}         | 0.290947883 |   |
| 5   | tm (arrival time)    | 3    |             |             | P{loss}        | 0.629866115 |                   | P{x<n}             | 6.07811E-10 |   |
| 6   | K                    | 15   |             |             |                |             |                   |                    |             |   |
| 7   | N (No. of costumers) | 18   |             |             | E{q all state} | 9.62284365  |                   | E{q queue exist}   | 9.622843717 |   |
| 8   | $\lambda$            | 1.33 |             |             | E{x}           |             |                   |                    |             |   |
| 9   |                      |      | sum of Tx   | 1.37889E+15 | $\lambda_T$    | 4.502875134 |                   |                    |             |   |
| 10  | x                    | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$     | T_x            | P_x         | $\lambda_x * P_x$ | (x-n)*P(x)         |             |   |
| 11  | 0                    | 0    | 24          | 0           | 1              | 7.2522E-16  | 1.74053E-14       | -3.6261E-15        |             |   |
| 12  | 1                    | 0    | 22.667      | 0.333333    | 72             | 5.22158E-14 | 1.18356E-12       | -2.08863E-13       |             |   |
| 13  | 2                    | 0    | 21.333      | 0.666667    | 2448           | 1.77534E-12 | 3.78739E-11       | -5.32602E-12       |             |   |
| 14  | 3                    | 0    | 20          | 1           | 52224          | 3.78739E-11 | 7.57478E-10       | -7.57478E-11       |             |   |
| 15  | 4                    | 0    | 18.667      | 1.333333    | 783360         | 5.68108E-10 | 1.06047E-08       | -5.68108E-10       |             |   |

-  $P\{x < n\}$ :  $=SUMIFS(\$F\$11:\$F\$111, \$A\$11:\$A\$111, "<="&\$B\$4)$

| Clipboard   Font   Alignment   Number   Styles   Cells   |                      |      |             |             |                |             |                   |                    |             |   |
|--|----------------------|------|-------------|-------------|----------------|-------------|-------------------|--------------------|-------------|---|
| =SUMIFS(\$F\$11:\$F\$111, \$A\$11:\$A\$111, "<="&\$B\$4) |                      |      |             |             |                |             |                   |                    |             |   |
|  | A                    | B    | C           | D           | E              | F           | G                 | H                  | I           | J |
| 1  | Hàng đợi M/M/n/K/N   |      |             |             |                |             |                   |                    |             |   |
| 2  | Khởi tạo:            |      |             |             | Output:        |             |                   | $\lambda_x\{x=K\}$ | 4           |   |
| 3  | A                    | 4    |             |             | P{im ser.}     | 2.53199E-09 |                   | P{x=K}             | 0.709052117 |   |
| 4  | n                    | 5    |             |             | P{del.}        | 0.370133882 |                   | P{n-1<x<K}         | 0.290947883 |   |
| 5  | tm (arrival time)    | 3    |             |             | P{loss}        | 0.629866115 |                   | P{x<n}             | 6.07811E-10 |   |
| 6  | K                    | 15   |             |             |                |             |                   |                    |             |   |
| 7  | N (No. of costumers) | 18   |             |             | E{q all state} | 9.62284365  |                   | E{q queue exist}   | 9.622843717 |   |
| 8  | $\lambda$            | 1.33 |             |             | E{x}           |             |                   |                    |             |   |
| 9  |                      |      | sum of Tx   | 1.37889E+15 | $\lambda_T$    | 4.502875134 |                   |                    |             |   |
| 10   | x                    | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$     | T_x            | P_x         | $\lambda_x * P_x$ | (x-n)*P(x)         |             |   |
| 11   | 0                    | 0    | 24          | 0           | 1              | 7.2522E-16  | 1.74053E-14       | -3.6261E-15        |             |   |
| 12   | 1                    | 0    | 22.667      | 0.333333    | 72             | 5.22158E-14 | 1.18356E-12       | -2.08863E-13       |             |   |
| 13   | 2                    | 0    | 21.333      | 0.666667    | 2448           | 1.77534E-12 | 3.78739E-11       | -5.32602E-12       |             |   |
| 14   | 3                    | 0    | 20          | 1           | 52224          | 3.78739E-11 | 7.57478E-10       | -7.57478E-11       |             |   |

### 14. Thay đổi các thông số bao gồm A, K, N để ra các trường hợp sau:

- Hệ thống hàng đợi rảnh và cường độ thấp: tìm A và N với điều kiện  $A < 1$  và  $n < N \leq K$  sao cho xác suất  $P\{\text{immediate service}\}$  tiến về  $\sim 1$  và  $P\{\text{loss}\} = 0$
- Hệ thống hàng đợi chưa bị quá tải và cường độ cao: tìm A và N với điều kiện  $A > 1$  và  $n < N \leq K$  sao cho xác suất  $P\{\text{immediate service}\}$  tiến về  $\sim 1$  và  $P\{\text{loss}\} = 0$

Hãy thay đổi và giải thích từng trường hợp trên.

#### 🔗 Nhắc lại công thức:

$$P\{\text{immediate service}\} = \sum_{x=0}^{n-1} \frac{\lambda_x * P_x}{\lambda_T}$$

#### a) Hệ rảnh và cường độ thấp:

❖ **Điều kiện:**  $A < 1$ ,  $n < N \leq K$  sao cho  $P\{\text{immediate service}\} \rightarrow \sim 1$  và  $P\{\text{loss}\} = 0$ .

- Ta có:  $A = \text{offered traffic} = \lambda * t_m$

- Đặt  $A = 0,5$  (thỏa  $A < 1$ )  $\rightarrow$  chọn  $\lambda = 0,5 \rightarrow t_m = 1$
- Giữ  $n=5$ , đặt  $N=10$ , giữ  $K=15$  (thỏa  $n < N \leq K$ )

|                        | A    | B | C           | D         | E                         | F           | G                 | H                           | I           |
|------------------------|------|---|-------------|-----------|---------------------------|-------------|-------------------|-----------------------------|-------------|
| 1 Hàng đợi M/M/n/K/N   |      |   |             |           |                           |             |                   |                             |             |
| 2 Khởi tạo:            |      |   |             |           | Output:                   |             |                   | $\lambda_x\{x=K\}$          | -2.5        |
| 3 A                    | 0.5  |   |             |           | $P\{\text{im ser.}\}$     | 0.843728626 |                   | $P\{x=K\}$                  | 0           |
| 4 n                    | 5    |   |             |           | $P\{\text{del.}\}$        | 0.156271374 |                   | $P\{n-1 < x < K\}$          | 0.239358953 |
| 5 $t_m$ (arrival time) | 1    |   |             |           | $P\{\text{loss}\}$        | 0           |                   | $P\{x < n\}$                | 0.777782254 |
| 6 K                    | 15   |   |             |           |                           |             |                   |                             |             |
| 7 N (No. of costumers) | 10   |   |             |           | $E\{q \text{all state}\}$ | 0.153075261 |                   | $E\{q \text{queue exist}\}$ | 1.466632178 |
| 8 $\lambda$            | 0.50 |   |             |           | $E\{x\}$                  |             |                   |                             |             |
| 9                      |      |   |             | sum of Tx | 58.33895                  | $\lambda_T$ | 3.339445602       |                             |             |
| 10                     | x    | q | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | T_x                       | P_x         | $\lambda_x * P_x$ | $(x-n) * P(x)$              |             |
| 11                     | 0    | 0 | 5           | 0         | 1                         | 0.017141207 | 0.085706033       | -0.085706033                |             |
| 12                     | 1    | 0 | 4.5         | 1         | 5                         | 0.085706033 | 0.385677151       | -0.342824134                |             |
| 13                     | 2    | 0 | 4           | 2         | 11.25                     | 0.192838575 | 0.771354301       | -0.578515726                |             |
| 14                     | 3    | 0 | 3.5         | 3         | 15                        | 0.2571181   | 0.899913351       | -0.514236201                |             |
| 15                     | 4    | 0 | 3           | 4         | 13.125                    | 0.224978338 | 0.674935013       | -0.224978338                |             |
| 16                     | 5    | 0 | 2.5         | 5         | 7.875                     | 0.134987003 | 0.337467507       | 0                           |             |
| 17                     | 6    | 1 | 2           | 5         | 3.9375                    | 0.067493501 | 0.134987003       | 0.067493501                 |             |
| 18                     | 7    | 2 | 1.5         | 5         | 1.575                     | 0.026997401 | 0.040496101       | 0.053994801                 |             |
| 19                     | 8    | 3 | 1           | 5         | 0.4725                    | 0.00809922  | 0.00809922        | 0.02429766                  |             |
| 20                     | 9    | 4 | 0.5         | 5         | 0.0945                    | 0.001619844 | 0.000809922       | 0.006479376                 |             |
| 21                     | 10   | 5 | 0           | 5         | 0.00945                   | 0.000161984 | 0                 | 0.000809922                 |             |
| 22                     | 11   | 6 | -0.5        | 5         | 0                         | 0           | 0                 | 0                           |             |

❖ **Kết quả thu được:**  $P\{\text{immediate service}\} \rightarrow \sim 1$  và  $P\{\text{loss}\} = 0$

❖ **Giải thích:**

- $A < 1$  nghĩa là tổng công việc **nhỏ hơn** khả năng xử lý một server trong đơn vị thời gian  $\rightarrow$  Nếu có nhiều server thì hệ sẽ rảnh
- Nếu n không quá nhỏ so với A, hầu hết thời gian sẽ có ít khách hơn n  $\rightarrow$  ngay khi arrival đến sẽ có server rảnh  $\rightarrow$  immediate service  $\approx 1$
- K lớn làm giảm xác suất rơi vào trạng thái đầy:** Nếu K đủ lớn (hoặc vô hạn), thì khả năng đạt trạng thái đầy  $x = K$  rất nhỏ  $\rightarrow P\{\text{loss}\} \approx 0$
- Nếu  $n < N \leq K \rightarrow$  số khách tiềm năng lớn hơn số server, nhưng do A nhỏ, vẫn không xảy ra queue đầy

$\rightarrow$  Với  $A = \lambda * t_m = 0.5$  và  $n=5$ , tỷ lệ tải trên mỗi server  $\rho = A/n = 0.1 \Leftrightarrow$  rất nhỏ. Do đó hầu hết thời gian số khách trong hệ nhỏ hơn n, vì vậy  $P(X < n)$  tiến gần 1.

$\rightarrow$  Vì K được chọn lớn ( $K = 15$ ) so với dao động, xác suất đạt trạng thái đầy  $P(X=K)$  xấp xỉ 0, tức không có mất mát.



## b) Hệ chưa bị quá tải nhưng cường độ cao:

❖ **Điều kiện:**  $A > 1$ ,  $n < N \leq K$  sao cho  $P\{\text{immediate service}\} \rightarrow \sim 1$  và  $P\{\text{loss}\} = 0$ .

- Ta có:  $A = \text{offered traffic} = \lambda * t_m$

- Đặt  $A = 10$  (thỏa  $A > 1$ )  $\rightarrow$  chọn  $\lambda = 10 \rightarrow t_m = 1$
- Chọn  $n = 30$ ,  $N = 40$ ,  $K = 50$  (thỏa  $n < N \leq K$ )

|    | A                    | B     | C           | D         | E                         | F                 | G                 | H                           | I           | J |
|----|----------------------|-------|-------------|-----------|---------------------------|-------------------|-------------------|-----------------------------|-------------|---|
| 1  | Hàng đợi M/M/n/K/N   |       |             |           |                           |                   |                   |                             |             |   |
| 2  | Khởi tạo:            |       |             |           | Output:                   |                   |                   | $\lambda_x \{x=K\}$         | -100        |   |
| 3  | A                    | 10    |             |           | $P\{\text{im ser.}\}$     | 0.00108624        |                   | $P\{x=K\}$                  | 0           |   |
| 4  | n                    | 30    |             |           | $P\{\text{del.}\}$        | 0.99891376        |                   | $P\{n-1 < x < K\}$          | 0.999711479 |   |
| 5  | $t_m$ (arrival time) | 1     |             |           | $P\{\text{loss}\}$        | 0                 |                   | $P\{x < n\}$                | 0.000288521 |   |
| 6  | K                    | 50    |             |           |                           |                   |                   |                             |             |   |
| 7  | N (No. of costumers) | 40    |             |           | $E\{q \text{all state}\}$ | 7.000410818       |                   | $E\{q \text{queue exist}\}$ | 7.008110453 |   |
| 8  | $\lambda$            | 10.00 |             |           | $E\{x\}$                  |                   |                   |                             |             |   |
| 9  |                      |       |             | sum of Tx | 1.0463E+42                | $\lambda \cdot T$ | 29.99962653       |                             |             |   |
| 10 | x                    | q     | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | $T_x$                     | $P_x$             | $\lambda_x * P_x$ | $(x-n) * P(x)$              |             |   |
| 11 | 0                    | 0     | 400         | 0         | 1                         | 9.55753E-43       | 3.82301E-40       | -2.86726E-41                |             |   |
| 12 | 1                    | 0     | 390         | 1         | 400                       | 3.82301E-40       | 1.49098E-37       | -1.10867E-38                |             |   |
| 13 | 2                    | 0     | 380         | 2         | 78000                     | 7.45488E-38       | 2.83285E-35       | -2.08737E-36                |             |   |
| 14 | 3                    | 0     | 370         | 3         | 9880000                   | 9.44284E-36       | 3.49385E-33       | -2.54957E-34                |             |   |
| 15 | 4                    | 0     | 360         | 4         | 913900000                 | 8.73463E-34       | 3.14447E-31       | -2.271E-32                  |             |   |
| 16 | 5                    | 0     | 350         | 5         | 65800800000               | 6.28893E-32       | 2.20113E-29       | -1.57223E-30                |             |   |
| 17 | 6                    | 0     | 340         | 6         | 3.83838E+12               | 3.66854E-30       | 1.2473E-27        | -8.80451E-29                |             |   |
| 18 | 7                    | 0     | 330         | 7         | 1.86436E+14               | 1.78186E-28       | 5.88015E-26       | -4.09829E-27                |             |   |
| 19 | 8                    | 0     | 320         | 8         | 7.69047E+15               | 7.35019E-27       | 2.35206E-24       | -1.61704E-25                |             |   |
| 20 | 9                    | 0     | 310         | 9         | 2.73439E+17               | 2.6134E-25        | 8.10154E-23       | -5.48814E-24                |             |   |
| 21 | 10                   | 0     | 300         | 10        | 8.47661E+18               | 8.10154E-24       | 2.43046E-21       | -1.62031E-22                |             |   |
| 22 | 11                   | 0     | 290         | 11        | 2.3118E+20                | 2.20951E-22       | 6.40758E-20       | -4.19807E-21                |             |   |
| 23 | 12                   | 0     | 280         | 12        | 5.58685E+21               | 5.33965E-21       | 1.4951E-18        | -9.61138E-20                |             |   |

❖ **Kết quả thu được:**  $P\{\text{immediate service}\} \rightarrow \sim 1$  và  $P\{\text{loss}\} = 0$

❖ **Giải thích:**

- $A > 1$  nghĩa là tổng lượng công việc lớn hơn khả năng 1 server, nhưng không qui định về số server  $n \rightarrow$  Nếu  $n$  lớn so với  $A$ , tức  $\rho = A/n$  vẫn nhỏ, hệ vẫn có nhiều server rảnh mặc dù tổng  $A > 1$ .

$\Leftrightarrow$  Do đó thấy được yếu tố quyết định immediate service là mối quan hệ giữa  $A$  và  $n$ , chứ không chỉ  $A$  đơn độc.

- Tăng  $n$ : thêm server để chia tải từ đó làm cho  $\rho = A/n$  nhỏ
- **K lớn** đảm bảo không bị **overflow**  $\rightarrow$  tránh  $P\{\text{loss}\} > 0$
- **N đủ lớn** để mô phỏng nguồn khách “gần vô hạn”, đảm bảo **arrival đều đặn**  $\rightarrow$  hệ vận hành ở công suất cao nhưng vẫn ổn định.

$\rightarrow$  Mặc dù tổng offered traffic  $A=10$  là lớn, nhưng khi tăng số server lên  $n=30$  thì tải trung bình mỗi server là  $\rho = A/n \approx 0.333$ .

$\rightarrow$  Vì  $\rho$  vẫn ở mức thấp đến trung bình, hầu hết thời gian hệ có ít hơn  $n$  khách và arrival hầu như luôn gặp server rảnh. Nếu  $K$  đủ lớn thì sẽ đạt được kết quả mong muốn

#### ✚ Từ 2 ví dụ trên suy ra được vai trò của K và N

✓ **K:** giới hạn tối đa số khách trong hệ.

- Khi  $K$  nhỏ, nguy cơ loss tăng vì sẽ dễ bị trạng thái đầy
- Khi  $K$  lớn (hoặc vô hạn) thì  $P(X=K) \rightarrow 0$ .

$\rightarrow$  *K kiểm soát giới hạn vật lý (bộ nhớ...), tăng K làm giảm xác suất loss nhưng có chi phí hạ tầng.*

✓ **N:** nếu nguồn khách hữu hạn ( $N$  nhỏ), khi nhiều khách đã trong hệ, arrival effective giảm (vì số khách ngoài hệ còn lại ít)  $\rightarrow$  **giảm khả năng quá tải** so với nguồn vô hạn. Vì vậy nếu  $N$  nhỏ (gần  $n$ ) thì hệ ít có khả năng tràn  $\rightarrow$  giảm loss.

$\rightarrow$  *N biểu diễn kích thước nguồn; khi N nhỏ, arrival giảm khi hệ đầy  $\rightarrow$  làm giảm tắc.*

### Đánh giá khả năng mở rộng và giải pháp tối ưu hệ thống hàng đợi trong thực tế

| Giải pháp | Mức độ                            | Ứng dụng thực tế   |
|-----------|-----------------------------------|--|
| Tăng n    | Trung bình - khó (tốn tài nguyên) | Dễ mở rộng trong hệ thống máy chủ, khó trong hệ thống vật lý       |
| Giữ K lớn | Dễ                                | Dễ thực hiện nhưng chỉ cải thiện tạm thời                          |
| Giảm N    | Khó                               | Hữu ích trong hệ thống kỹ thuật số có thể kiểm soát luồng truy cập |

15. Với thông số mặc định trong file excel thay  $A = 3$ , hãy giải thích vì sao khi  $N = n = 5$  thì hệ thống đợi có  $P\{\text{immediate service}\} = 1$  và khi bằng đầu tăng  $N = 6, 7, 8, 9, \dots, K$  thì  $P\{\text{immediate service}\}$  lại tăng nhanh

Đổi  $A = 3, N = n = 5$ :

|    | A                    | B    | C           | D         | E                         | F             | G                 | H                           | I | J           |
|----|----------------------|------|-------------|-----------|---------------------------|---------------|-------------------|-----------------------------|---|-------------|
| 1  | Hàng đợi M/M/n/K/N   |      |             |           |                           |               |                   |                             |   |             |
| 2  | Khởi tạo:            |      |             |           | Output:                   |               |                   | $\lambda_x \{x=K\}$         |   | -10         |
| 3  | A                    | 3    |             |           | $P\{\text{im ser.}\}$     | 1             |                   | $P\{x=K\}$                  |   | 0           |
| 4  | n                    | 5    |             |           | $P\{\text{del.}\}$        | 0             |                   | $P\{n-1 < x < K\}$          |   | 0.237536657 |
| 5  | tm (arrival time)    | 3    |             |           | $P\{\text{loss}\}$        | 0             |                   | $P\{x < n\}$                |   | 0.76344086  |
| 6  | K                    | 15   |             |           |                           |               |                   |                             |   |             |
| 7  | N (No. of costumers) | 5    |             |           | $E\{q \text{all state}\}$ | 0             |                   | $E\{q \text{queue exist}\}$ |   | #DIV/0!     |
| 8  | $\lambda$            | 1.00 |             |           | $E\{x\}$                  |               |                   |                             |   |             |
| 9  |                      |      |             | sum of Tx | 1023                      | $\lambda_x T$ | 1.251221896       |                             |   |             |
| 10 | x                    | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | T_x                       | P_x           | $\lambda_x * P_x$ | $(x-n) * P(x)$              |   |             |
| 11 | 0                    | 0    | 5           | 0         | 1                         | 0.000977517   | 0.004887586       | -0.004887586                |   |             |
| 12 | 1                    | 0    | 4           | 0.3333333 | 15                        | 0.014662757   | 0.058651026       | -0.058651026                |   |             |
| 13 | 2                    | 0    | 3           | 0.6666667 | 90                        | 0.08797654    | 0.263929619       | -0.263929619                |   |             |
| 14 | 3                    | 0    | 2           | 1         | 270                       | 0.263929619   | 0.527859238       | -0.527859238                |   |             |
| 15 | 4                    | 0    | 1           | 1.3333333 | 405                       | 0.395894428   | 0.395894428       | -0.395894428                |   |             |
| 16 | 5                    | 0    | 0           | 1.6666667 | 243                       | 0.237536657   | 0                 | 0                           |   |             |
| 17 | 6                    | 1    | -1          | 1.6666667 | 0                         | 0             | 0                 | 0                           |   |             |

→  $P\{\text{immediate service}\} = 1$

Giải thích:

Nếu tổng số nguồn khách ngoài hệ bằng đúng số server ( $N = n = 5$ ), thì tại thời điểm tất cả server đang bận ( $x = n$ ), không còn khách nào ở ngoài để phát sinh arrival nữa → arrival rate tại trạng thái đầy  $\lambda_n = 0$ .

$$\lambda_n = \lambda_{\text{ind}} * (N - n) = \lambda_{\text{ind}} * 0 = 0$$

Do đó, arrival chỉ có thể xảy ra khi hệ đang ở trạng thái có ít hơn n khách ( $x < n$ ) — tức là luôn có ít nhất một server rảnh tại thời điểm khách mới đến.

Khi dùng định nghĩa arrival-weighted cho  $P\{\text{immediate}\}$ , vì  $\lambda_n = 0$  nên tỉ số giữa “arrival diễn ra khi có server rảnh” và “tất cả arrival” = 1

→ **SUY RA:** khi  $N = n$  thì mọi arrival đều luôn gặp server rảnh  $\Leftrightarrow P\{\text{immediate}\} = 1$

Đổi  $N = 6, 7, 8, \dots, K$

| N          | 6     | 7    | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    | 13     | 14      | 15      |
|------------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|---------|---------|
| $P\{i.s\}$ | 0.763 | 0.45 | 0.211 | 0.081 | 0.026 | 0.007 | 0.002 | 0.0003 | 5.9E-05 | 9.7E-06 |

→ Càng tiến về 0

Giải thích:

**N tăng**, có nhiều người “bên ngoài” hơn, với  $n=5$ ,  $N=6 \rightarrow 15$ , điều này có nghĩa là vẫn có khách đến ngay cả khi tất cả server bận - những arrivals này sẽ không được phục vụ ngay, do đó kéo  $P\{\text{immediate}\}$  xuống

Khi  $N$  lớn hơn nhiều so với  $n$ , các giá trị  $(N-x)$  cho những trạng thái gần  $x=n, n+1, \dots$  trở nên lớn, làm cho tốc độ hiệu dụng  $\lambda_x$  tăng mạnh cho nên **mẫu số càng ngày càng lớn so với tử số dẫn đến  $P\{i\}$  càng ngày càng giảm**

**Phân phối trạng thái  $P_x$  dịch hướng sang các trạng thái lớn ( $x \geq n$ ):** khi arrival rate hiệu dụng tăng, hệ có xu hướng chứa nhiều khách hơn. Khi xác suất tồn tại ở trạng thái  $x \geq n$  (đầy hoặc gần đầy) tăng, thì phần tử tử số chiếm tỉ lệ nhỏ hơn trong tổng  $\lambda T$

**Hiệu ứng phi tuyến:** Đồng thời,  $P_x$  cho  $x \geq n$  có thể tăng nhanh (hiệu ứng tích lũy), tạo vòng lặp dương: càng nhiều arrival  $\rightarrow$  hệ càng thường xuyên ở trạng thái đầy  $\rightarrow$  lại càng có nhiều arrival tại các trạng thái đầy  $\rightarrow$  mẫu số càng áp đảo so với tử số  $\rightarrow$  giảm rất nhanh (Đây chính là hiệu ứng phi tuyến của hệ birth-death: một thay đổi nhỏ ở  $N$  cũng có thể khuếch đại mạnh trong phân phối trạng thái, làm biến thiên kết quả đầu ra theo hướng phi tuyến)

| A                  | B    | C           | D         | E              | F           | A                  | B    | C           | D         | E              | F           |
|--------------------|------|-------------|-----------|----------------|-------------|--------------------|------|-------------|-----------|----------------|-------------|
| Hàng đợi M/M/n/K/N |      |             |           |                |             | Hàng đợi M/M/n/K/N |      |             |           |                |             |
| Khởi tạo:          |      |             |           | Output:        |             | Khởi tạo:          |      |             |           | Output:        |             |
| A                  | 3    |             |           | P{im ser.}     | 0.762695313 | A                  | 3    |             |           | P{im ser.}     | 0.211256124 |
| n                  | 5    |             |           | P{del.}        | 0.237304688 | n                  | 5    |             |           | P{del.}        | 0.788743876 |
| tm (arri           | 3    |             |           | P{loss}        | 0           | tm (arri           | 3    |             |           | P{loss}        | 0           |
| K                  | 15   |             |           |                |             | K                  | 15   |             |           |                |             |
| N (No. o           | 6    |             |           | E{q{all state} | 0.206281834 | N (No. o           | 8    |             |           | E{q{all state} | 1.470886508 |
| $\lambda$          | 1.00 |             |           | E{x}           |             | $\lambda$          | 1.00 |             |           | E{x}           |             |
|                    |      |             | sum of Tx | 4240.8         | $\lambda T$ |                    |      |             | sum of Tx | 92589.648      | $\lambda T$ |
| x                  | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | T_x            | P_x         | x                  | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | T_x            | P_x         |
| 0                  | 0    | 6           | 0         | 1              | 0.000235805 | 0                  | 0    | 8           | 0         | 1              | 1.08003E-05 |
| 1                  | 0    | 5           | 0.3333333 | 18             | 0.004244482 | 1                  | 0    | 7           | 0.3333333 | 24             | 0.000259208 |
| 2                  | 0    | 4           | 0.6666667 | 135            | 0.031833616 | 2                  | 0    | 6           | 0.6666667 | 252            | 0.002721687 |
| 3                  | 0    | 3           | 1         | 540            | 0.127334465 | 3                  | 0    | 5           | 1         | 1512           | 0.016330119 |
| 4                  | 0    | 2           | 1.3333333 | 1215           | 0.286502547 | 4                  | 0    | 4           | 1.3333333 | 5670           | 0.061237947 |
| 5                  | 0    | 1           | 1.6666667 | 1458           | 0.343803056 | 5                  | 0    | 3           | 1.6666667 | 13608          | 0.146971074 |
| 6                  | 1    | 0           | 1.6666667 | 874.8          | 0.206281834 | 6                  | 1    | 2           | 1.6666667 | 24494.4        | 0.264547933 |
| 7                  | 2    | -1          | 1.6666667 | 0              | 0           | 7                  | 2    | 1           | 1.6666667 | 29393.28       | 0.31745752  |
| 8                  | 3    | -2          | 1.6666667 | 0              | 0           | 8                  | 3    | 0           | 1.6666667 | 17635.968      | 0.190474512 |
| 9                  | 4    | -3          | 1.6666667 | 0              | 0           | 9                  | 4    | -1          | 1.6666667 | 0              | 0           |
| 10                 | 5    | -4          | 1.6666667 | 0              | 0           | 10                 | 5    | -2          | 1.6666667 | 0              | 0           |
| 11                 | 6    | -5          | 1.6666667 | 0              | 0           | 11                 | 6    | -3          | 1.6666667 | 0              | 0           |
| 12                 | 7    | -6          | 1.6666667 | 0              | 0           | 12                 | 7    | -4          | 1.6666667 | 0              | 0           |
| 13                 | 8    | -7          | 1.6666667 | 0              | 0           | 13                 | 8    | -5          | 1.6666667 | 0              | 0           |
| 14                 | 9    | -8          | 1.6666667 | 0              | 0           | 14                 | 9    | -6          | 1.6666667 | 0              | 0           |
| 15                 | 10   | -9          | 1.6666667 | 0              | 0           | 15                 | 10   | -7          | 1.6666667 | 0              | 0           |
| 16                 | 11   | 0           | 0         | 0              | 0           | 16                 | 11   | 0           | 0         | 0              | 0           |

  

| A                  | B    | C           | D         | E              | F           | A                  | B    | C           | D         | E              | F           |
|--------------------|------|-------------|-----------|----------------|-------------|--------------------|------|-------------|-----------|----------------|-------------|
| Hàng đợi M/M/n/K/N |      |             |           |                |             | Hàng đợi M/M/n/K/N |      |             |           |                |             |
| Khởi tạo:          |      |             |           | Output:        |             | Khởi tạo:          |      |             |           | Output:        |             |
| A                  | 3    |             |           | P{im ser.}     | 0.001588467 | A                  | 3    |             |           | P{im ser.}     | 9.74287E-06 |
| n                  | 5    |             |           | P{del.}        | 0.998411533 | n                  | 5    |             |           | P{del.}        | 0.999990257 |
| tm (arri           | 3    |             |           | P{loss}        | 0           | tm (arri           | 3    |             |           | P{loss}        | 0           |
| K                  | 15   |             |           |                |             | K                  | 15   |             |           |                |             |
| N (No. o           | 12   |             |           | E{q{all state} | 5.333833334 | N (No. o           | 15   |             |           | E{q{all state} | 8.333335506 |
| $\lambda$          | 1.00 |             |           | E{x}           |             | $\lambda$          | 1.00 |             |           | E{x}           |             |
|                    |      |             | sum of Tx | 143759946.7    | $\lambda T$ |                    |      |             | sum of Tx | 84773723092    | $\lambda T$ |
| x                  | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | T_x            | P_x         | x                  | q    | $\lambda_x$ | $\mu_x$   | T_x            | P_x         |
| 0                  | 0    | 12          | 0         | 1              | 6.95604E-09 | 0                  | 0    | 15          | 0         | 1              | 1.17961E-11 |
| 1                  | 0    | 11          | 0.3333333 | 36             | 2.50417E-07 | 1                  | 0    | 14          | 0.3333333 | 45             | 5.30825E-10 |
| 2                  | 0    | 10          | 0.6666667 | 594            | 4.13189E-06 | 2                  | 0    | 13          | 0.6666667 | 945            | 1.11473E-08 |
| 3                  | 0    | 9           | 1         | 5940           | 4.13189E-05 | 3                  | 0    | 12          | 1         | 12285          | 1.44915E-07 |
| 4                  | 0    | 8           | 1.3333333 | 40095          | 0.000278902 | 4                  | 0    | 11          | 1.3333333 | 110565         | 1.30424E-06 |
| 5                  | 0    | 7           | 1.6666667 | 192456         | 0.001338732 | 5                  | 0    | 10          | 1.6666667 | 729729         | 8.60796E-06 |
| 6                  | 1    | 6           | 1.6666667 | 808315.2       | 0.005622673 | 6                  | 1    | 9           | 1.6666667 | 4378374        | 5.16478E-05 |
| 7                  | 2    | 5           | 1.6666667 | 2909934.72     | 0.020241624 | 7                  | 2    | 8           | 1.6666667 | 23643219.6     | 0.000278898 |
| 8                  | 3    | 4           | 1.6666667 | 8729804.16     | 0.060724871 | 8                  | 3    | 7           | 1.6666667 | 113487454.1    | 0.00133871  |
| 9                  | 4    | 3           | 1.6666667 | 20951529.98    | 0.145739689 | 9                  | 4    | 6           | 1.6666667 | 476647307.1    | 0.005622583 |
| 10                 | 5    | 2           | 1.6666667 | 37712753.97    | 0.262331441 | 10                 | 5    | 5           | 1.6666667 | 171593030.6    | 0.020241299 |
| 11                 | 6    | 1           | 1.6666667 | 45255304.77    | 0.314797729 | 11                 | 6    | 4           | 1.6666667 | 514779091.7    | 0.060723898 |
| 12                 | 7    | 0           | 1.6666667 | 27153182.86    | 0.188878638 | 12                 | 7    | 3           | 1.6666667 | 1235469820.1   | 0.145737355 |
| 13                 | 8    | -1          | 1.6666667 | 0              | 0           | 13                 | 8    | 2           | 1.6666667 | 2223845676.2   | 0.26232724  |
| 14                 | 9    | -2          | 1.6666667 | 0              | 0           | 14                 | 9    | 1           | 1.6666667 | 2668614811.4   | 0.314792687 |
| 15                 | 10   | -3          | 1.6666667 | 0              | 0           | 15                 | 10   | 0           | 1.6666667 | 1601168886.8   | 0.188875612 |
| 16                 | 11   | 0           | 0         | 0              | 0           | 16                 | 11   | 0           | 0         | 0              | 0           |

**SUY RA:**  $N$  lớn  $\rightarrow$  nhiều arrivals khi hệ bận  $\rightarrow$  nhiều arrivals thấy không có server rảnh nên  $P\{\text{immediate}\}$  giảm.



## YÊU CẦU CHUNG

### 1) Đánh giá

- Chuẩn bị tốt các yêu cầu đặt ra trong bài thực hành.
- Sinh viên hiểu và tự thực hiện được bài thực hành, trả lời đầy đủ các yêu cầu đặt ra.
- Nộp báo cáo kết quả chi tiết những đã thực hiện, quan sát thấy và kèm ảnh chụp màn hình kết quả (*nếu có*); giải thích cho quan sát (*nếu có*).
- Sinh viên báo cáo kết quả thực hiện và nộp bài.

### 2) Báo cáo

- File **.PDF** hoặc **.docx**. Tập trung vào nội dung, giải thích.
- Nội dung trình bày bằng Font chữ **Times New Romans/ hoặc font chữ của mẫu báo cáo này (UTM Avo)– cỡ chữ 13. Canh đều (Justify) cho văn bản. Canh giữa (Center) cho ảnh chụp.**
- Đặt tên theo định dạng: LabX\_MSSV1\_MSSV2. (trong đó X là Thứ tự buổi Thực hành).

Ví dụ: Lab01\_21520001\_21520002

- Nộp file báo cáo trên theo thời gian đã thống nhất tại [courses.uit.edu.vn](https://courses.uit.edu.vn).

**Bài sao chép, trễ, ... sẽ được xử lý tùy mức độ vi phạm.**

**HẾT**