BÁO CÁO VÒNG I - TOÁN MÔ HÌNH 2025

Lương Đắc Nguyễn, Nguyễn Hoàng Long¹, Lê Vy²

¹ Trường Đại học Công nghệ Thông tin, ĐHQG-HCM 23521041@gm.uit.edu.vn, 23520882@gm.uit.edu.vn ² Đại học Kinh tế TP.HCM levytniwork@gmail.com

Ngày 30 tháng 7 năm 2025

Tóm tắt nôi dung

Báo cáo này trình bày **mô hình tối ưu hóa phân bổ danh mục đầu tư** trong một thị trường mô phỏng sử dụng đơn vị tiền tệ TMH. Với số vốn khởi điểm 100,000 TMH, danh mục được phân bổ vào bốn kênh đầu tư chính: gửi tiết kiệm ngân hàng, mua bán kim loại quý Lam Tinh (Nexus), giao dịch tiền ảo, và đầu tư cổ phiếu của công ty địa phương. Mục tiêu của nghiên cứu là **tối đa hóa giá trị danh mục sau một năm** đồng thời **duy trì mức dao động tổng thể trong phạm vi rủi ro chấp nhận được**. Toàn bộ kết quả được thực hiện và báo cáo trong khuôn khổ **Vòng I cuộc thi Toán Mô Hình 2025**.

Trong báo cáo Vòng I của cuộc thi Toán Mô Hình 2025, nhóm nghiên cứu đã xây dựng một mô hình tối ưu hóa phân bổ danh mục đầu tư trên thị trường mô phóng với đơn vị tiền tệ TMH, xuất phát từ số vốn ban đầu 100,000 TMH. Để thực hiện điều này, báo cáo xây dựng công thức tối ưu có ràng buộc, trong đó mục tiêu là tối đa hóa kỳ vọng lợi nhuận $\mathbb{E}[R]$ và tối thiểu hóa độ lệch chuẩn của lợi nhuận $\sigma(R)$. Đây là phần trả lời cho yêu cầu "Xây dựng công thức tối ưu với mục tiêu: Số tiền cuối năm nhận lại là cao nhất và Mức dao động tổng thể không quá lớn".

Ngoài ra, báo cáo áp dụng **mô phỏng Monte Carlo** kết hợp với **phân tích kịch bản** nhằm **kiểm thử tính bền vững và đánh giá tình huống xấu nhất** của chiến lược đầu tư khi các biến số thị trường thay đổi. Cụ thể, nhóm tiến hành khảo sát tác động khi giá đồng điện tử giảm 20%, lãi suất ngân hàng giảm 2%, và giá Lam Tinh biến động thất thường hơn. Qua các mô phỏng này, báo cáo không chỉ **đánh giá khả năng duy trì hiệu suất trong điều kiện bất lợi** mà còn **tính toán mức sụt giảm nghiêm trọng nhất có thể xảy ra**, từ đó so sánh và lựa chọn phương án cân bằng giữa lợi nhuận và rủi ro cực đoan.

Mục lục

1	Giớ	i thiệu		4		
	1.1	Bối cả	nh bài toán	4		
	1.2	Các h	ình thức đầu tư	4		
	1.3	Mục t	iêu chung cần đạt	4		
2	Địn	h nghî	ía bài toán và cơ sở nền tảng xây dựng bài toán	4		
	2.1	Tổng ơ	quan bài toán	4		
		2.1.1	Mô tả toán học	4		
		2.1.2	I/O	5		
	2.2	Điều l	xiện ràng buộc và khuôn khổ của kịch bản bài toán	6		
		2.2.1	Ràng buộc ngân sách	6		
		2.2.2	Tần suất ra quyết định	6		
		2.2.3	Quản lý dòng tiền và thanh toán	6		
		2.2.4	Chi phí giao dịch	6		
		2.2.5	Thanh khoản thị trường	6		
		2.2.6	Thuế và lạm phát	7		
		2.2.7	Tính phân chia của tài sản	7		
3	Ứng dụng mô hình giải quyết bài toán					
	3.1	Hướng	g tiếp cận	7		
		3.1.1	Đặt mục tiêu	7		
		3.1.2	Hàm mục tiêu chung	7		
	3.2	Xây d	ựng và biên dịch mô hình	8		
		3.2.1	Ước lượng tham số đầu vào (Lam Tinh, tiền ảo, cổ phiếu) trong một tháng cụ thể	8		
		3.2.2	Mô phỏng Monte Carlo	10		
		3.2.3	Tối ưu hóa danh mục	11		
		3.2.4	Kiểm định và quản lý rủi ro	11		
4	Kết	quả, q	đánh giá và mở rộng	12		

	4.1	Kết quả mô hình	12			
	4.2	Thử nghiệm trên các kịch bản khác	13			
	4.3	Đánh giá mô hình	14			
		4.3.1 Ưu điểm của mô hình	14			
		4.3.2 Nhược điểm của mô hình	15			
	4.4	Định hướng cải tiến	15			
	Tài liệu tham khảo					
Tà	i liệu	u tham khảo	16			
	•	u tham khảo PENDIX	16 17			
	API		17			
	API A.1	PENDIX	1 7			
	API A.1	PENDIX Link Github Repository	17 17 17			
	API A.1	PENDIX Link Github Repository	17 17 17			
	API A.1 A.2	PENDIX Link Github Repository	17 17 17 17			

1 Giới thiệu

1.1 Bối cảnh bài toán

Trong bối cảnh một thị trường mô phỏng mang tên *Toán Mô Hình*, đội thi được trao quyền quản lý số vốn 100,000 TMH – đơn vị tiền tệ được sử dụng thống nhất trong hệ thống. Với mục tiêu tối đa hóa giá trị tài sản sau một năm, đội thi có nhiệm vụ *xây dựng một phương án đầu tư hợp lý* nhằm phù hợp với đặc điểm của từng kênh đầu tư, đồng thời *kiểm soát rủi ro* và đảm bảo sự ổn định của danh mục.

Việc ra quyết định đầu tư không chỉ đòi hỏi sự nhạy bén trong việc lựa chọn kênh sinh lời cao mà còn cần đến các mô hình toán học có khả năng đánh giá hiệu quả dài hạn và mức độ dao động của từng chiến lược trong điều kiện thị trường biến động.

1.2 Các hình thức đầu tư

Có 4 kênh đầu tư, được phân thành 2 nhóm chính: tài sản phi rửi ro và tài sản rửi ro.

- a. Tài sản phi rủi ro:
 - Gửi tiết kiệm ngân hàng: Lãi suất công bố cố định (APR) r = 7.5%/năm.
- b. Tài sản rủi ro:
 - Kim loại quý Lam Tinh (Nexus): Chuỗi giá mua P_d và giá bán P_d hàng ngày trong 1 năm gần nhất (d=1, ..., 390).
 - Tiền ảo: Chuỗi giá C_d hàng ngày trong 1 năm gần nhất (d=1,...,390).
 - Cổ phiếu công ty thịt lợn: Chuỗi giá H_d hàng ngày trong 1 năm gần nhất (d=1,...,390).

1.3 Mục tiêu chung cần đạt

Bài toán đặt ra yêu cầu đôi thi xây dựng một chiến lược đầu tư sao cho:

- Tối đa hóa số tiền thu về sau 1 năm đầu tư, ưu tiên giảm thiểu mức dao động tổng thể của danh mục đầu tư nhằm đảm bảo tính ổn định và kiểm soát rủi ro.
- Có khả năng thích nghi với các kịch bản biến động thị trường (giá giảm, lãi suất thay đổi, biến động lớn...), từ đó đánh giá và lựa chọn phương án đầu tư tối ưu cả trong trường hợp xấu nhất (tổn thất nghiêm trọng nhất).

Từ đó, nhóm sẽ áp dụng các mô hình toán học và thuật toán tối ưu để tìm ra cách phân bổ vốn hiệu quả nhất, đảm bảo hài hòa giữa lợi nhuận kỳ vọng và mức độ rủi ro trong suốt quá trình đầu tư.

2 Định nghĩa bài toán và cơ sở nền tảng xây dựng bài toán

2.1 Tổng quan bài toán

2.1.1 Mô tả toán học

Bài toán đặt ra là tìm phương án phân bổ số vốn ban đầu $V_0 = 100,000\,\mathrm{TMH}$ vào các kênh đầu tư khác nhau trong thời hạn một năm (390 ngày), nhằm tối đa hóa tổng giá trị tài sản cuối kỳ đồng thời kiểm soát mức độ rủi ro và biến động của danh mục.

Đây là bài toán tối ưu hóa đa mục tiêu, cân bằng giữa hai yếu tố chính:

- Tối đa hóa lợi nhuận: tổng giá trị tài sản sau 390 ngày đạt mức cao nhất.
- Tối thiểu hóa rủi ro: giảm thiểu độ lệch chuẩn lợi nhuận hằng ngày.

Bài toán có thể được phát biểu dưới dạng tối ưu hóa đa mục tiêu:

$$\max_{\mathbf{E}[R]} \quad \mathbb{E}[R]$$

$$\min_{\mathbf{\sigma}(R)} \quad \sigma(R) \quad (1)$$

trong đó:

- R là lợi nhuận của danh mục trong kỳ hạn một năm,
- $\mathbb{E}[R]$ là kỳ vọng lợi nhuận,
- $\sigma(R)$ là độ lệch chuẩn của lợi nhuận.

2.1.2 I/O

Dựa trên mô tả và mục tiêu bài toán, mô hình tối ưu phân bổ vốn của nhóm được xác định với các đầu vào và đầu ra như sau:

• Input:

- Số vốn ban đầu $V_0 = 100,000 \,\mathrm{TMH}.$
- Dữ liệu thời gian về giá tài sản trong T = 390 ngày:
 - * Lãi suất gửi tiết kiệm: cố định theo năm.
 - * Đãy giá mua và bán của Lam Tinh: P_t, S_t , với $t = 1, \dots, T$.
 - * Dãy giá tiền ảo theo ngày: C_t .
 - * Đãy giá cổ phiếu công ty: G_t .
- Các tham số bổ sung cho mô hình:
 - * Phí giao dịch của từng loại tài sản.
 - * Thời điểm tái cân bằng danh mục (đầu mỗi tháng).
 - * Các ràng buộc về ngân sách, thanh khoản và giới hạn đầu tư.

• Output:

- Đầu ra chính:
 - * Ma trận trọng số tối ưu theo thời gian W: Ma trận kích thước $m \times n$, trong đó m = 12 (số tháng thực hiện chiến lược) và n là số loại tài sản. Mỗi hàng

$$w_t = [w_{t,1}, w_{t,2}, \dots, w_{t,n}]$$

biểu diễn tỷ trọng vốn phân bổ vào các tài sản tại đầu tháng t.

– Đầu ra phụ:

- * Chuỗi giá trị danh mục: Ghi nhận giá trị tổng tài sản theo từng ngày trong suốt T ngày.
- * **Các chỉ số hiệu suất và rủi ro**: lợi nhuận kỳ vọng, độ lệch chuẩn, *maximum drawdown*, v.v.
- * Nhật ký giao dịch: Lưu chi tiết các giao dịch mua-bán, chốt lời, cắt lỗ và tái cân bằng danh mục.

Mục tiêu cuối cùng là tìm chiến lược phân bổ và giao dịch tối ưu, thỏa mãn các điều kiện ràng buộc và đạt được sự cân bằng giữa lợi nhuận và rủi ro.

2.2 Điều kiện ràng buộc và khuôn khổ của kịch bản bài toán

Những giả thiết và ràng buộc dưới tạo thành khung mô hình toán, làm cơ sở để xác định các chiến lược phân bổ vốn và giao dịch khả thi. Trên cơ sở đó, bài toán tối ưu phân bổ vốn được xây dựng trong phạm vi các giả thiết và ràng buộc sau.

2.2.1 Ràng buộc ngân sách

- Toàn bộ vốn khả dụng phải được phân bổ vào đầu mỗi tháng.
- Không được phép vay mượn hoặc bán khống tài sản.

2.2.2 Tần suất ra quyết định

Nhà đầu tư tái phân bổ danh mục định kỳ vào **đầu mỗi tháng**, tương ứng với các thời điểm t = 1, 2, ..., 12.

2.2.3 Quản lý dòng tiền và thanh toán

- a. Gửi tiết kiệm:
 - Khoản gửi tiết kiệm có kỳ hạn 1 tháng, không quay vòng trong tháng.
 - Đến cuối tháng, vốn gốc và lãi được hoàn trả, trở thành tiền mặt khả dụng để tái phân bổ đầu tháng kế tiếp.
 - Lãi suất tính theo năm và quy đổi sang kỳ 1 tháng.
- b. Tài sản rủi ro (Lam Tinh, tiền ảo, cổ phiếu):
 - Nhà đầu tư có thể bán bất kỳ ngày nào trong tháng.
 - Đơn giản hóa mô hình: bỏ qua cổ tức và chỉ xét giao dịch mua-bán.
- c. Giả thiết về thanh toán:
 - Tiền thu từ bán tài sản trong tháng t được chuyển vào mục tiền mặt.
 - Khoản tiền mặt này không được tái đầu tư vào tài sản rủi ro trong cùng tháng.
 - Vốn phân bổ đầu tháng t > 1 bao gồm: (i) tiền gửi tiết kiệm đáo hạn và (ii) tiền mặt còn lại từ tháng t 1.

2.2.4 Chi phí giao dịch

- Gửi tiết kiệm: không phát sinh chi phí giao dịch.
- Lam Tinh (Nexus): Chi phí được thể hiện qua trung bình chênh lệch giá mua bán.
- Tiền ảo và cổ phiếu: phí giao dịch mỗi lần mua/bán lần lượt là 0.1% và 0.15% trên giá trị giao dịch.

2.2.5 Thanh khoản thị trường

Thị trường của các tài sản rủi ro giả định có đủ thanh khoản, cho phép mua/bán bất kỳ khối lượng nào theo giá niêm yết mà không tạo ra market impact.

2.2.6 Thuế và lạm phát

Bỏ qua thuế thu nhập từ lợi nhuận đầu tư và tác động lạm phát để đơn giản hóa mô hình.

2.2.7 Tính phân chia của tài sản

Các tài sản có thể mua/bán theo đơn vị phân số (ví dụ: 0.5 cổ phiếu), cho phép phân bổ vốn chính xác theo tỷ lệ phần trăm.

3 Úng dụng mô hình giải quyết bài toán

3.1 Hướng tiếp cận

3.1.1 Đặt mục tiêu

Thay vì một danh mục *mua và giữ (buy and hold)* với tỷ trọng cố định và giữ nguyên trong thời gian dài, nhóm quyết định áp dụng hướng tiếp cận *phân bổ tài sản động (Dynamic Asset Allocation)*. Hướng tiếp cận này cho rằng các đặc tính của thị trường như lợi nhuận kỳ vọng và rủi ro luôn thay đổi. Do đó, mô hình sẽ tự động tính toán và điều chỉnh lại tỷ trọng phân bổ vốn cho từng tài sản vào đầu mỗi tháng để thích ứng với các điều kiện thị trường dự báo mới nhất.

Chiến lược này cần phải trả lời câu hỏi: "Tại mỗi thời điểm t (đầu mỗi tháng), cần phân bổ bao nhiêu phần trăm vốn vào mỗi kênh đầu tư để đạt được mục tiêu $t \acute{o}t$ $n \acute{h} \acute{a}t$ vào cuối kỳ (sau 12 tháng)?"

" $T\hat{o}t$ $nh\hat{a}t$ " được đinh nghĩa là sự cân bằng giữa lợi nhuận kỳ vọng và rủi ro chấp nhận được.

3.1.2 Hàm mục tiêu chung

Trong mô hình này, nhóm xem rủi ro là độ lệch chuẩn (như đã đề cập ở (1)). Ngoài ra, để đơn giản hóa mô hình, nhóm sẽ không xét đến mức độ ưa thích/e ngại rủi ro của nhà đầu tư.

Lấy cơ sở từ lý thuyết Danh mục Hiện đại (được đề cập trong phần A.2.2) của Markowitz (1952), nhóm đặt mục tiêu phát triển một chiến lược tối ưu hóa theo công thức $m\mathring{\sigma}$ rộng J, kế thừa nền tảng từ công thức cổ điển được điều chỉnh để áp dụng cho nhiều kỳ hạn đầu tư và bao gồm cả tài sản phi rủi ro. Cụ thể, với:

- T: số kỳ (tháng) đầu tư (ở đây T = 12).
- n: số loại tài sản (4 kênh: tiết kiệm, Nexus, Crypto, Stocks).
- $w_{t,i}$: tỷ trọng vốn đầu tháng t được phân bổ vào tài sản i, với

$$\sum_{i=1}^{n} w_{t,i} = 1, \quad w_{t,i} \ge 0 \quad \forall t, i.$$

- $\mu_{t,i}$: lợi nhuận kỳ vọng của tài sản i trong tháng t.
- $\Sigma_t = [\sigma_{t,ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$: ma trận hiệp phương sai của lợi nhuận tháng t.
- r_f : lãi suất phi rủi ro hằng tháng (ở đây $r_f = 0.075/12$).

Ta cần tìm dãy phân bổ $\{\mathbf w_t\}_{t=1}^T$ sao cho tổng lợi nhuận kỳ vọng đã điều chỉnh rủi ro trên toàn bộ các kỳ được tối đa hóa:

$$\max_{\{w_{t,i}\}} J = \sum_{t=1}^{T} \left[\sum_{\substack{i=1 \ \text{Lợi nhuận thặng dư kỳ vọng}}}^{n} - \sum_{\substack{i=1 \ \text{phương sai}}}^{n} \sum_{j=1}^{n} (w_{t,i}\sigma_{t,ij}w_{t,j}) \right]$$

$$(2)$$

với

$$\sum_{i=1}^{n} w_{t,i} = 1, \quad w_{t,i} \ge 0.$$

Như vậy, để có thể giải quyết bài toán trên, nhóm cần thực hiện các nhiệm vụ sau:

- Ước lượng tham số: Dự báo các tham số đầu vào (lợi nhuận kỳ vọng và rủi ro) từ dữ liệu lịch sử.
- Mô phỏng Monte Carlo: Tạo ra hàng nghìn kịch bản thị trường trong tương lai để có được ước tính vững chắc và toàn diện hơn cho lợi nhuận và rủi ro hàng tháng.
- **Tối ưu hóa danh mục:** Tìm ra tỷ trọng phân bổ vốn tối ưu dựa trên các tham số đã mô phỏng.
- Kiểm định và quản lý rủi ro: Mô phỏng lại hiệu quả của chiến lược trong quá khứ (backtest)
 và áp dụng các quy tắc quản lý rủi ro giao dịch (chốt lời/cắt lỗ).

3.2 Xây dựng và biên dịch mô hình

3.2.1 Ước lượng tham số đầu vào (Lam Tinh, tiền ảo, cổ phiếu) trong một tháng cụ thể

Để làm đầu vào cho bài toán tối ưu, các tham số về lợi nhuận và rủi ro của tài sản được ước lượng thông qua các mô hình thống kê cho chuỗi thời gian trên dữ liệu lợi nhuận hàng ngày.

a. Xác định công thức tính lợi nhuận

Trong lĩnh vực tài chính, trọng tâm phân tích lợi nhuận luôn đặt vào **tỷ suất sinh lợi (returns)** thay vì giá tuyệt đối của tài sản. Việc nhà đầu tư quan tâm đến việc tài sản tăng trưởng bao nhiêu phần trăm trong danh mục đầu tư của họ, chứ không chỉ giá trị niêm yết, là cốt lõi để đánh giá khả năng sinh lời và quản lý mức độ chấp nhận rủi ro tổng thể.

Thay vì tính lợi nhuận phần trăm thông thường, nhóm dùng lợi nhuận logarit [1]. **Tỷ suất sinh lợi** logarit (r_t) được tính bằng công thức:

$$r_t = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \log(P_t) - \log(P_{t-1})$$
 (3)

trong đó P_t là giá tài sản tại thời điểm (ngày) hiện tại và P_{t-1} là giá tài sản tại thời điểm (ngày) trước đó. Việc ưu tiên sử dụng tỷ suất sinh lợi logarit thay vì lợi nhuận phần trăm đơn giản

$$R_t = (P_t - P_{t-1})/P_{t-1}$$

xuất phát từ nhiều lợi ích quan trọng:

• **Tính cộng dồn của logarit:** Tổng lợi nhuận logarit qua nhiều giai đoạn có thể được tính bằng tổng lợi nhuận logarit của từng giai đoạn, đơn giản hóa quá trình phân tích.

- Phân phối gần chuẩn hơn: Lợi nhuận logarit thường có phân phối gần với phân phối chuẩn hơn so với lợi nhuận phần trăm đơn giản, hỗ trợ các giả định trong các mô hình định giá và quản trị rủi ro, đặc biệt là mô hình Markowitz mà nhóm chọn làm cơ sở.
- **Tính đối xứng toán học:** Lợi nhuận logarit thể hiện tính đối xứng tốt hơn giữa các mức tăng và giảm tương đương, giúp đơn giản hóa các phân tích toán học phức tạp.

b. Ước lượng tham số của mô hình

Từ tỷ suất lợi nhuận tính được từ công thức trên, nhóm muốn tìm tham số μ (vector lợi nhuận kì vọng trong tháng) cho mô hình.

Một cách triển khai cổ điển là lấy trung bình tỷ suất sinh lợi logarit của dữ liệu (dự đoán lợi nhuận kỳ vọng của tài sản bằng cách tính trung bình lợi nhuận quá khứ của tài sản tương ứng). Tuy nhiên cách này có thể không phù hợp cho môi trường tài chính, khi biến động ngắn hạn thường có xu hướng là 1 bước ngẫu nhiên.

Để khắc phục điều này, nhóm quyết định sử dụng một hướng tiếp cận phức tạp và phù hợp hơn với bản chất của dữ liệu tài chính: kết hợp **mô hình ARIMA** để dự báo lợi nhuận kỳ vọng và **mô hình GARCH** để nắm bắt cấu trúc biến động của rủi [2].

Mô hình hóa lợi nhuận kỳ vọng - ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) [3] [4] [5]

Mô hình ARIMA được sử dụng để nắm bắt cấu trúc tự tương quan và dự báo lợi nhuận trung bình của tài sản. Một mô hình ARIMA(p,d,q) tổng quát được biểu diễn bởi phương trình sau:

$$\phi(L)(1-L)^d X_t = c + \theta(L)\varepsilon_t$$

Trong đó:

- X_t : là chuỗi lợi nhuận logarit tại thời điểm t.
- L: là toán tử trễ (lag operator), sao cho $L^k X_t = X_{t-k}$.
- $(1-L)^d$: là toán tử sai phân bậc d, nhằm mục đích đạt được tính dừng cho chuỗi.
- $\phi(L) = 1 \sum_{i=1}^{p} \phi_i L^i$: là đa thức tự hồi quy (AR) bậc p.
- $\theta(L) = 1 + \sum_{j=1}^q \theta_j L^j$: là đa thức trung bình trượt (MA) bậc q.
- c: là hằng số (drift).
- ε_t : là một quá trình nhiễu trắng (white noise) với kỳ vọng bằng 0 và phương sai không đổi, $E[\varepsilon_t] = 0$, $Var(\varepsilon_t) = \sigma_{\varepsilon}^2$.

Kiểm định tính dừng (Augmented Dickey-Fuller Test): Điều kiện tiên quyết để áp dụng ARIMA là chuỗi thời gian phải dừng. Kiểm định ADF được sử dụng với giả thuyết không H_0 : "Chuỗi có một nghiệm đơn vị (unit root), tức là không dừng" và giả thuyết đối H_1 : "Chuỗi dừng". Chỉ khi p-value của kiểm định nhỏ hơn mức ý nghĩa α , giả thuyết H_0 mới bị bác bỏ.

Mô hình hóa rủi ro GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) [6]

Thực nghiệm cho thấy phần dư ε_t từ mô hình ARIMA của các chuỗi tài chính thường có phương sai thay đổi theo thời gian. Mô hình Tự hồi quy Phương sai thay đổi có điều kiện Tổng quát (GARCH) được dùng để mô hình hóa hiện tượng này. Phương trình của một mô hình GARCH(p', q') mô tả phương sai có điều kiện σ_t^2 như sau:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{q'} \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{p'} \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Trong đó:

- $\sigma_t^2 = Var(\varepsilon_t | \mathcal{F}_{t-1})$: là phương sai có điều kiện tại thời điểm t.
- ε_{t-i}^2 : là các thành phần ARCH.
- σ_{t-i}^2 : là các thành phần GARCH.
- $\omega, \alpha_i, \beta_j$: là các tham số mô hình, với điều kiện $\omega > 0, \alpha_i \ge 0, \beta_j \ge 0$ để đảm bảo $\sigma_t^2 > 0$.

Kiểm định hiệu ứng ARCH (ARCH-LM Test) [2]: Để xác định sự cần thiết của GARCH, kiểm định ARCH-LM được thực hiện trên chuỗi phần dư $\hat{\varepsilon}_t$. Giả thuyết không H_0 là "Không có hiệu ứng ARCH". Nếu H_0 bị bác bỏ, việc kết hợp GARCH vào mô hình là hợp lý.

3.2.2 Mô phỏng Monte Carlo

Các dự báo đơn điểm từ ARIMA-GARCH không phản ánh đầy đủ sự bất định vốn có của thị trường do chỉ dựa trên một kịch bản duy nhất. Để khắc phục điều này, ta áp dụng kỹ thuật mô phỏng Monte Carlo:

Trong mỗi lần lặp, mô hình ARIMA-GARCH được khởi tạo lại với các cú sốc ngẫu nhiên khác nhau. Qua nhiều lần mô phỏng, ta thu được một phân phối thực nghiệm của các kịch bản có thể xảy ra trong kỳ đầu tư tiếp theo.

Quy trình mô phỏng:

- 1. Thực hiện N vòng lặp mô phỏng.
- 2. Trong mỗi vòng lặp $s \in \{1,...,N\}$, một quỹ đạo lợi nhuận trong T ngày $\{r_{s,1},r_{s,2},...,r_{s,T}\}$ được tạo ra với:

$$r_{s,t} = \hat{\mu}_{s,t} + \hat{\sigma}_{s,t} \cdot z_t$$

với $z_t \sim \mathcal{N}(0, 1)$.

3. Tổng lợi nhuận logarit của quỹ đạo s là:

$$R_s = \sum_{t=1}^{T} r_{s,t}$$

Từ N quỹ đạo mô phỏng, ta ước lượng được:

· Lợi nhuận kỳ vọng:

$$\mu_i = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^{N} R_{s,i}$$

· Ma trận hiệp phương sai:

$$\Sigma_{ij} = \frac{1}{N-1} \sum_{s=1}^{N} (R_{s,i} - \mu_i) (R_{s,j} - \mu_j)$$

3.2.3 Tối ưu hóa danh mục

Sử dụng các tham số μ và Σ thu được từ mô phỏng, mô hình tiến hành tối ưu hóa danh mục theo lý thuyết Markowitz bằng cách tối đa hóa **tỷ lê Sharpe** [7]:

$$S_p(w) = \frac{R_p - r_f}{\sigma_p} = \frac{w^T \mu - r_f}{\sqrt{w^T \Sigma w}}$$
(4)

Trong đó:

- w: vector trọng số các tài sản.
- $R_p = w^T \mu$: lợi nhuận kỳ vọng danh mục.
- $\sigma_p = \sqrt{w^T \Sigma w}$: độ lệch chuẩn của danh mục.
- r_f : tỷ suất sinh lợi phi rủi ro.

Bài toán tối ưu hóa:

maximize
$$S_p(w)$$

subject to $\sum_{i=1}^n w_i = 1$
 $w_i \ge 0, \quad \forall i \in \{1, ..., n\}$

Thuật toán giải quyết:

Bài toán tối ưu hóa phi tuyến này được giải bằng thuật toán **SLSQP** (**Sequential Least Squares Programming**) [8], một phương pháp tối ưu hóa ràng buộc hiệu quả cho các bài toán dạng Markowitz [9]. Trong quá trình triển khai, thuật toán này được sử dụng thông qua hàm scipy.optimize.minimize trong Python [10].

3.2.4 Kiểm định và quản lý rủi ro

Để để mô hình tập trung vào các xu hướng gần đây và trở nên linh hoạt hơn, nhóm chọn sử dụng "cửa sổ trượt"(rolling window) thay vì "cửa sổ mở rộng"(expanding window). Nói cách khác, để mô hình thích ứng với sự thay đổi của thị trường, toàn bộ quy trình từ 3.2.1 đến 3.2.3 được lặp lại vào đầu mỗi kỳ tái cân bằng, chỉ sử dụng dữ liệu của một cửa sổ gần nhất (30 ngày).

Ngoài việc tối ưu hóa danh mục, một cơ chế quản lý rủi ro bổ sung được áp dụng riêng biệt cho từng tài sản rủi ro trong danh mục, nhằm kiểm soát các khoản lỗ và tối ưu hóa tỷ lệ lợi nhuận/kỳ vọng rủi ro (Risk/Reward - R/R).

Cơ sở: Độ biến động hàng năm đã được chuẩn hóa ($\hat{\sigma}_{i,\text{annualized}}$), dựa trên độ lệch chuẩn của lợi nhuận hàng ngày, sẽ được sử dụng như một thước đo cơ bản để xác định biên độ biến động tự nhiên của tài sản.

Từ đó, hai ngưỡng cắt lỗ (Stop Loss - SL) và chốt lời (Take Profit - TP) được thiết lập theo nguyên tắc:

$$SL_i = k_{SL} \cdot \hat{\sigma}_{i,annualized}, \quad TP_i = k_{TP} \cdot \hat{\sigma}_{i,annualized}$$

Trong đó:

- k_{SL} : Hệ số cắt lỗ, thường nhỏ hơn 1 để thực hiện *cắt lỗ sớm*.
- k_{TP} : Hệ số chốt lời, thường lớn hơn 1 để chốt lời muộn hơn.
- Ví dụ: $k_{SL} = 0.5$, $k_{TP} = 1.5$ thiết lập một tỷ lệ Risk/Reward là 1 : 3 (chấp nhận rủi ro 1 đồng để kỳ vọng lời 3 đồng).

Giải thích logic:

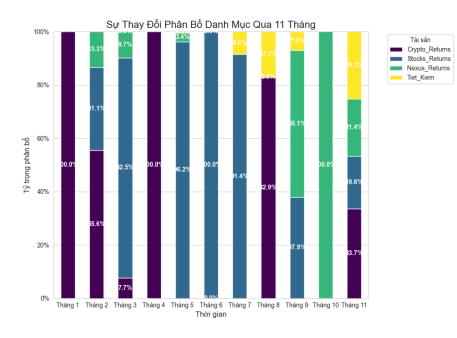
- Cắt lỗ sớm hơn biến động tự nhiên: Giúp bảo vệ vốn bằng cách giới hạn lỗ khi thị trường biến động ngược kỳ vọng trong ngắn hạn.
- Chốt lời muộn hơn: Cho phép tài sản có đủ không gian để tăng trưởng và chỉ thu lợi nhuận khi mức tăng là đáng kể.
- **Tỷ lệ R/R bất đối xứng:** Một chiến lược R/R > 1 (ví dụ: 1:2 hoặc 1:3) là thiết yếu để đảm bảo rằng chỉ cần một tỷ lệ giao dịch thành công nhỏ cũng có thể sinh lời tổng thể cho danh mục.

Ghi chú: Các hệ số k_{SL} và k_{TP} được xem là siêu tham số và có thể được điều chỉnh linh hoạt theo khẩu vị rủi ro của nhà đầu tư hoặc điều kiện thị trường hiện tại. Cơ chế này hoạt động như một lớp bảo vệ động, tự động cập nhật mức TP/SL tương ứng với sự biến động của thị trường theo thời gian.

4 Kết quả, đánh giá và mở rộng

4.1 Kết quả mô hình

Với bộ dữ liệu gốc do BTC cuộc thi cung cấp, chúng tôi chạy mô hình và thu được kết quả sau.



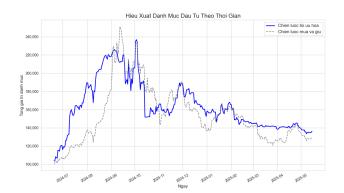
Hình 1: Biểu đồ phân bổ đầu tư sau khi chạy qua mô hình

Hình 1 thể hiện sự thay đổi phân bổ danh mục đầu tư qua 11 tháng theo bốn loại tài sản:

- Crypto_Returns (màu tím - đại diện cho tiền ảo),
- Stocks_Returns (màu xanh dương – đại diện cho cổ phiếu),
- 3. Nexus_Returns (màu xanh lá đại diện cho tài sản Nexus),
- Tiet_Kiem (màu vàng đại diện cho tiền gửi tiết kiệm).

Ngoài ra, chúng tôi cũng tiến hành thử nghiệm chạy dataset do BTC cung cấp với phương pháp $mua\ và\ giữ$, từ đó so sánh hiệu suất giữa hai phương pháp theo thời gian. Kết quả so sánh mô phỏng giữa hai phương pháp được thể hiện ở hình 2.

Thực nghiệm cho thấy, phương án **Tối ưu hóa** danh mục (Dynamic Strategy) đạt giá trị cuối cùng 136,306.48, tương ứng lợi nhuận 36,306.48 (36.31%), cao hơn so với chiến lược Mua và Giữ (Benchmark) với giá trị cuối cùng 129,732.22 và lợi nhuận 29,732.22 (29.73%). Điều này chứng tỏ chiến lược tối ưu hóa danh mục giúp nâng cao hiệu suất đầu tư và khai thác tốt hơn biến động thị trường so với phương pháp thụ động.



Hình 2: So sánh hiệu suất giữa phương pháp tối ưu và phương pháp mua và giữ trên bộ dữ liệu gốc

Điều này cho thấy chiến lược **tối ưu hóa danh mục** không chỉ vượt trội về hiệu suất mà còn thể hiện rõ **tính bền vững** trong dài hạn. *Thứ nhất*, cơ chế tái cân bằng liên tục giúp hạn chế rủi ro khi một tài sản giảm giá đột ngột. *Thứ hai*, việc phân bổ linh hoạt tạo điều kiện tận dụng các tài sản tăng trưởng, duy trì lợi nhuận ổn định mà không phụ thuộc vào một thị trường duy nhất. *Thứ ba*, khả năng thích ứng trước nhiều kịch bản thị trường, từ tăng trưởng đến khủng hoảng, giúp chiến lược này vận hành hiệu quả hơn so với phương pháp mua và giữ. Nhờ đó, giải pháp mang lại lợi nhuận tối ưu đồng thời kiểm soát được rủi ro, đáp ứng tốt mục tiêu đầu tư dài hạn.

4.2 Thử nghiệm trên các kịch bản khác

Để kiểm chứng khả năng thích ứng của chiến lược trong nhiều điều kiện thị trường, chúng tôi tiến hành xây dựng thêm các **kịch bản giả định** và sinh dữ liệu tương ứng. Ví dụ, trong *kịch bản thị* $trường rơi vào khủng hoảng kinh tế <math>-x\tilde{a}$ hội (chi tiết tại notebooks/scenario.ipynb), giá của một tài sản P tại thời điểm t được mô phỏng dựa trên hai thành phần chính:

- 1. Giá trị lý tưởng f khi thị trường hoạt động bình thường, không chịu ảnh hưởng từ khủng hoảng.
- 2. Tác động của biến động tiêu cực p lên tài sản, phản ánh qua biên độ dao động của thị trường trong giai đoạn khủng hoảng.

Khi đó, giá trị thực tế của tài sản được mô tả bởi công thức:

$$P = f + \alpha p \tag{5}$$

trong đó α là hệ số nhạy cảm, thể hiện mức độ tài sản chịu ảnh hưởng từ khủng hoảng; α càng lớn, tài sản càng dễ biến động mạnh.

Các bộ dữ liệu được sinh ra với các tham số cụ thể, đại diện cho từng kịch bản, đã được chạy mô hình và lưu kết quả tại các tệp notebook sau:

- notebooks/CM_Tinh_Ben_Vung_Thi_Truong_tang_theo_tgian.ipynb
- notebooks/CM_Tinh_Ben_Vung_Khung_hoang_TC.ipynb
- notebooks/CM_Tinh_Ben_Vung_Covid19.ipynb

Kết quả thử nghiệm trên ba kịch bản thị trường cho thấy sự khác biệt rõ rệt giữa **chiến lược Mua** và Giữ (Benchmark) và **chiến lược Tối ưu hóa danh mục (Dynamic Strategy)**, chi tiết tại hình 3.



Hình 3: So sánh hiệu suất danh mục đầu tư theo thời gian giữa hai chiến lược đầu tư qua các kịch bản giả định khác nhau

Thứ nhất, trong kịch bản thị trường tăng trưởng lý tưởng, chiến lược mua và giữ đạt giá trị cuối cùng 186,344.01 (với lợi nhuận 86.34%), vượt xa chiến lược động chỉ đạt 115,934.19 (15.93%). Điều này là do danh mục giữ nguyên hưởng trọn xu hướng tăng giá, trong khi chiến lược động liên tục tái cân bằng nên không khai thác được hết đà tăng.

Thứ hai, khi thị trường rơi vào khủng hoảng tài chính, chiến lược động thể hiện ưu thế rõ rệt khi đạt lợi nhuận 21.74%, trong khi chiến lược mua và giữ chịu lỗ -12.30%. Việc điều chỉnh trọng số linh hoạt giúp chiến lược động tránh được các tài sản suy giảm mạnh và tận dụng được các cơ hội phòng thủ.

Thứ ba, với kịch bản chịu tác động đại dịch COVID-19, cả hai chiến lược đều gặp khó khăn và gần như không sinh lời. Tuy nhiên, chiến lược động vẫn duy trì gần mức hòa vốn (-0.09%) so với mức lỗ -4.63% của chiến lược mua và giữ, cho thấy khả năng bảo toàn vốn và giảm thiểu rủi ro.

Nhìn chung, chiến lược mua và giữ phù hợp khi thị trường tăng ổn định, trong khi chiến lược động vượt trội trong môi trường biến động hoặc suy giảm, giúp danh mục duy trì tính **bền vững** và ổn định hơn trước các cú sốc.

4.3 Đánh giá mô hình

4.3.1 Ưu điểm của mô hình

Tiếp cận có hệ thống và linh hoạt: Mô hình áp dụng một chiến lược phân bổ tài sản động (Dynamic Asset Allocation), sử dụng cửa sổ trượt 30 ngày để liên tục cập nhật theo dữ liệu mới nhất. Điều này giúp chiến lược tự thích nghi với điều kiện thị trường thay đổi, như xu hướng giá hoặc mức độ biến động.

Kiểm soát rủi ro đa tầng:

- Cấp danh mục: Ứng dụng Lý thuyết Danh mục Hiện đại (Markowitz) nhằm tối ưu hóa tỷ lệ lợi nhuận/rủi ro bằng cách khai thác sự tương quan giữa các tài sản.
- Cấp tài sản: Cơ chế chốt lời/cắt lỗ linh hoạt theo biến động giúp hạn chế lỗ sâu và hiện thực hóa lơi nhuân, tao lớp bảo vê bổ sung so với chiến lược "mua và giữ".

Hiệu suất vượt trội so với chiến lược cơ sở: Kết quả backtest cho thấy hiệu quả cao hơn nhờ tái cân bằng định kỳ và kiểm soát rủi ro chủ động, giúp loại bỏ tài sản yếu và giữ giá trị danh mục ở mức ổn đinh hơn.

4.3.2 Nhươc điểm của mô hình

Độ nhạy với siêu tham số: Mô hình phụ thuộc nhiều vào các giá trị như kích thước cửa sổ trượt, hệ số TP/SL, và số lượng kịch bản Monte Carlo. Các tham số hiệu quả trong quá khứ không đảm bảo tính tối ưu trong tương lai.

Giả định đơn giản hóa:

- *Tác động thị trường:* Mô hình giả định có thể giao dịch với khối lượng bất kỳ mà không ảnh hưởng giá không phản ánh đúng thực tế.
- Chi phí giao dịch: Việc tái cân bằng hàng tháng có thể làm tăng chi phí tích lũy, ảnh hưởng đến tổng lợi nhuận.

4.4 Định hướng cải tiến

Tối ưu hóa siêu tham số: Áp dụng các phương pháp hệ thống như Grid Search hoặc Walk-Forward Optimization để chọn tham số phù hợp hơn, giảm thiểu rủi ro quá khớp.

Nâng cấp mô hình dự báo:

- Thử nghiệm các mô hình học máy như LSTM, GRU nhằm khai thác các quan hệ phi tuyến trong dữ liệu tài chính.
- Tích hợp biến ngoại sinh như khối lượng giao dịch, dữ liệu tin tức hoặc chỉ số vĩ mô để tăng độ chính xác dư báo.

Cải thiện quản lý rủi ro và tối ưu hóa:

- Tối ưu hóa dựa trên các thước đo rủi ro nâng cao như Conditional Value-at-Risk (CVaR), tập trung vào các kịch bản xấu nhất.
- Bổ sung yếu tố chi phí giao dịch vào hàm mục tiêu để hạn chế giao dịch không cần thiết và nâng cao hiệu quả ròng.

Tài liệu

- [1] FMIT. (2025) Lãi suất logarithm là gì? Accessed: Jul. 26, 2025. [Online]. Available: https://fmit.vn/en/glossary/loi-suat-logarithm-la-gi
- [2] T. H. Nguyễn and Q. T. Bùi, "Úng dụng mô hình kết hợp arima-garch để dự báo chỉ số vn-index," *Tạp chí Khoa học và Công nghệ Đại học Đà Nẵng*, 2023. [Online]. Available: https://jst-ud.vn/jst-ud/article/download/2221/2221/7286
- [3] P. Khánh. (2025) Khoa học dữ liệu. Accessed: Jul. 25, 2025. [Online]. Available: https://phamdinhkhanh.github.io/2019/12/12/ARIMAmodel.html
- [4] DataCamp. (2025) Arima model complete tutorial. Accessed: Jul. 27, 2025. [Online]. Available: https://www.datacamp.com/tutorial/arima
- [5] Wikipedia contributors. (2025) Autoregressive integrated moving average. Accessed: Jul. 25, 2025. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Autoregressive_integrated_moving_average
- [6] —. (2025) Autoregressive conditional heteroskedasticity. Accessed: Jul. 24, 2025. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Autoregressive_conditional_heteroskedasticity
- [7] Vietnambiz. (2019) Tỉ lệ sharpe (sharpe ratio) là gì? công thức tính tỉ lệ sharpe. Accessed: Jul. 28, 2025. [Online]. Available: https://vietnambiz.vn/ti-le-sharpe-sharpe-ratio-la-gi-cong-thuc-tinh-ti-le-sharpe-20191118095548726.htm
- [8] Stack Overflow. (2020) How does the slsqp optimization algorithm work? Accessed: Jul. 28, 2025. [Online]. Available: https://stackoverflow.com/questions/59808494/how-does-the-slsqp-optimization-algorithm-work
- [9] H. Markowitz, "Portfolio selection," *The Journal of Finance*, vol. 7, pp. 77–91, 03 1952. [Online]. Available: https://www.jstor.org/stable/2975974
- [10] SciPy Community. (2025) scipy.optimize.minimize. Accessed: Jul. 29, 2025. [Online]. Available: https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.minimize.html

A APPENDIX

A.1 Link Github Repository

Toàn bộ thông tin về mã nguồn, notebook phân tích, và dữ liệu sinh từ mô phỏng được lưu trữ trên GitHub tại repository sau:

• Repository: tmh2025-vong1

Nhánh chính: mainNôi dung chính:

- Code xử lý và mô phỏng lợi nhuận danh mục
- Notebook phân tích và trực quan hóa kết quả
- Data sinh ra từ các mô phỏng Monte Carlo

Tất cả các thay đổi và cập nhật mới nhất được commit vào nhánh main. Người dùng có thể truy cập repository trên GitHub bằng cách nhấn vào đường dẫn trên.

A.2 Cơ sở giả thuyết Kinh tế – Tài chính

Việc xây dựng bài toán tối ưu phân bổ vốn không chỉ thuần túy là một vấn đề kỹ thuật, mà còn cần được đặt trên nền tảng kinh tế – tài chính vững chắc. Các giả thiết về hành vi nhà đầu tư và lý thuyết danh mục đóng vai trò định hướng cho việc lựa chọn biến quyết định, xây dựng hàm mục tiêu, và cách đo lường rủi ro – lợi nhuận của danh mục. Do đó, trước khi trình bày mô hình toán chi tiết, nhóm tóm tắt các cơ sở lý thuyết quan trọng sau, làm nền tảng cho quá trình suy luận và thiết lập bài toán.

A.2.1 Nhà đầu tư hợp lý (Rational Investor)

Giả định nhà đầu tư luôn hành động một cách hợp lý với mục tiêu tối đa hóa "mức độ thỏa dụng" (utility), được biểu diễn thông qua việc tối đa hóa **lợi nhuận trên một đơn vị rủi ro**, thường đo bằng **tỷ lệ Sharpe**. Cụ thể, nhà đầu tư chấp nhận rủi ro khi và chỉ khi lợi nhuận kỳ vọng tăng đủ để bù đấp mức rủi ro phát sinh.

A.2.2 Lý thuyết Danh mục Hiện đại (Modern Portfolio Theory - MPT)

Lý thuyết Danh mục Hiện đại (MPT) cho rằng các nhà đầu tư vừa duy lý vừa e ngại rủi ro. Mục tiêu của họ là xây dựng một *danh mục hiệu quả* bằng cách kết hợp nhiều tài sản có đặc tính rủi ro và lơi nhuân khác nhau. MPT khẳng đinh rằng:

- Với một mức lợi nhuân kỳ vong nhất định, nhà đầu tư tìm cách tối thiểu hóa rủi ro.
- Với một mức rủi ro nhất định, nhà đầu tư tìm cách tối đa hóa lợi nhuận kỳ vọng.

Điểm cốt lõi của MPT là tổng rủi ro danh mục không chỉ phụ thuộc vào rủi ro riêng lẻ của từng tài sản, mà còn phụ thuộc vào **mối tương quan (correlation)** giữa lợi nhuận các tài sản đó. Bằng cách kết hợp các tài sản có tương quan thấp hoặc âm, nhà đầu tư có thể **giảm rủi ro tổng thể** mà không làm giảm đáng kể lợi nhuận kỳ vọng.

A.3 Mô phỏng Monte Carlo

```
2
       Ham mo phong chinh, goi cac ham con tuong ung voi tung loai model.
3
4
       assets = list(all_fitted_models.keys())
5
       all_monthly_returns = []
6
7
       print(f"Batudauu{n_simulations}ukichubanumouphonguchou{n_days}ungayu
8
          toi...")
9
       # Vong lap cho moi kich ban (vi du: 100 lan)
10
       for _ in tqdm(range(n_simulations), desc="Dangumouphong"):
11
12
           # Dict de luu tong loi nhuan thang cua kich ban nay
13
           path_total_returns = {}
14
15
           # Lap qua tung tai san (Crypto, Stock, Nexus)
16
           for asset in assets:
17
               model = all_fitted_models[asset]
18
19
               # Khoi tao mot chuoi rong cho kich ban cua tai san nay
20
               simulated_path = []
21
22
               # KIEM TRA LOAI MODEL VA GOI HAM MO PHONG TUONG UNG
23
               if isinstance(model, pm.arima.ARIMA):
                    simulated_path = simulate_arima_path(model, n_days)
25
               elif isinstance(model, ARCHModelResult):
27
                    forecasts = model.forecast(horizon=n_days, method='
28
                       simulation', simulations=1)
                    simulated_path = forecasts.simulations.values[0, :, 0]
29
30
               else:
31
                    raise TypeError(f"Loaiumodelucuautaiusanu{asset}ukhongu
32
                       duoc, ho, tro.")
33
               # Tinh tong loi nhuan cua kich ban nay va luu lai
34
               path_total_returns[asset] = np.sum(simulated_path)
35
36
           all_monthly_returns.append(path_total_returns)
37
38
       # --- Tong hop ket qua ---
39
       results_df = pd.DataFrame(all_monthly_returns)
40
       monthly_mu = results_df.mean()
41
       monthly_S = results_df.cov()
42
43
       print("\nMo_phong_hoan_tat!")
44
       return monthly_mu, monthly_S
45
```

A.4 Thông tin lời/lỗ của các phương pháp đầu tư trong các kịch bản giả định khác nhau

Kịch bản 1: Thị trường tăng trưởng lý tưởng

Chiến lược Tối ưu hóa (Dynamic Strategy)

Giá trị cuối cùng: 115,934.19 Lời/Lỗ: 15,934.19 (15.93%)

Chiến lược Mua và Giữ (Benchmark)

Giá trị cuối cùng: 186,344.01 Lời/Lỗ: 86,344.01 (86.34%)

Kịch bản 2: Khủng hoảng tài chính

Chiến lược Tối ưu hóa (Dynamic Strategy)

Giá trị cuối cùng: 121,738.56 Lời/Lỗ: 21,738.56 (21.74%)

Chiến lược Mua và Giữ (Benchmark)

Giá trị cuối cùng: 87,701.76 Lời/Lỗ: -12,298.24 (-12.30%)

Kịch bản 3: Đại dịch COVID-19

Chiến lược Tối ưu hóa (Dynamic Strategy)

Giá trị cuối cùng: 99,906.27 Lời/Lỗ: -93.73 (-0.09%)

Chiến lược Mua và Giữ (Benchmark)

Giá trị cuối cùng: 95,370.56 Lời/Lỗ: -4,629.44 (-4.63%)