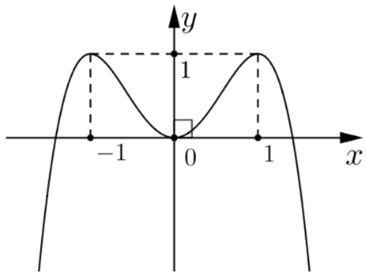
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH ĐỒNG NAI **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** *(Đề thi gồm có 05 trang)*	**KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 12 NĂM 2024** **Môn thi: TOÁN** *Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề*

Mã đề thi 101

Họ, tên thí sinh:..

Số báo danh: ....

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;1)$.
C. $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y = (5-x)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $(-\infty;5)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $\Re$. **D.** $\Re\backslash\{5\}$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S):$(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(3;-2;1), R = 4$. **B.** $I(-3;2;-1), R = 4$. **C.** $I(-3;2;-1), R = 16$. **D.** $I(3;-2;1), R = 16$.

Câu 4. Nếu $\int_2^5 f(x)dx = -2$ và $\int_2^5 g(x)dx = 3$ thì $\int_2^5 [3f(x) + 5g(x)]dx$ bằng

A. 21. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 9.

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $log_2(2x^2-3) = log_2(2-3x)$ là

A. $\left\{\frac{5}{2};-1\right\}$. **B.** $\left\{-\frac{5}{2}\right\}$. **C.** $\{1\}$. **D.** $\left\{-\frac{5}{2};1\right\}$.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4-3x}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = 4$. **B.** $y = -3$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = \frac{3}{2}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-3x+2), \forall x \in \Re$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** -2. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 9. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $6a^2$ và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $8a^2$. **B.** $12a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $24a^3$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$,vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của trục Oy?

A. $\vec{j}=(0;1;0)$. **B.** $\vec{k}=(0;0;1)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;1)$. **D.** $\vec{\imath}=(1;0;0)$.

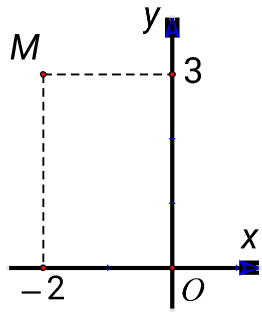
Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-3y-2+\sqrt{2}=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(2;-3;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;3;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;3;-2)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;0)$.

Câu 12. Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $2+3i$. **B.** $-2-3i$.

C. $3-2i$. **D.** $-2+3i$.



Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;2;-4)$ và $B(1;-4;5)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-2;-6;9)$. **B.** $(2;6;9)$. **C.** $(-2;6;-9)$. **D.** $(-2;4;-1)$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{2x+1}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = ln|2x+1|+C$. **B.** $\int f(x)dx = 2\,ln|2x+1|+C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}ln(2x+1)+C$. **D.** $\int f(x)dx = \frac{1}{2}ln|2x+1|+C$.

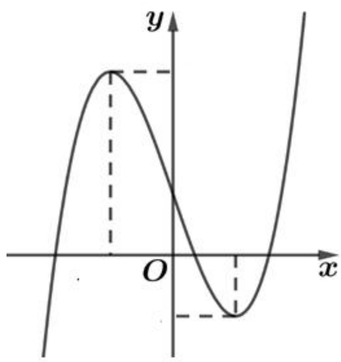
Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^x > \frac{9}{4}$ là

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-\infty;\log_2 3)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $-\infty;-2$.

Câu 16. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

A. $y=-x^3-2x^2+1$. **B.** $y=\frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y=-x^4+2x^2-3$. **D.** $y=x^3-3x+1$.



Câu 17. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $12a^2$ và thể tích bằng $48a^3$. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^2$. **B.** $4a$. **C.** $12a$. **D.** $6a$.

Câu 18. Nếu $\int_2^6 f(x)dx = 10$ thì $\int_1^3 f(2x)dx$ bằng

A. 20. **B.** 30. **C.** 5. **D.** 15.

Câu 19. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y=\log_{\frac{2}{3}}x$. **B.** $y=\log_{\frac{\sqrt{3}}{2}}x$. **C.** $y=\log_{\frac{\pi}{3}}x$. **D.** $y=-\log_3 x$.

Câu 20. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{\sqrt{3}} a^5$ bằng

A. $\frac{5}{2}\log_3 a$. **B.** $10\log_3 a$. **C.** $5\log_3 a$. **D.** $25\log_3 a$.

Câu 21. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-2;3)$.

Câu 22. Lớp 12A có 45 học sinh, trong đó có 30 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn 3 bạn nam và 2 bạn nữ đại diện cho lớp đi nghe tư vấn tuyển sinh đại học?

A. 4165. **B.** 425300. **C.** 426300. **D.** 5165.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a, BC = 4a, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm cạnh SC. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $3a$. **C.** $\frac{3a}{2}$. **D.** $\frac{4a}{3}$.

Câu 24. Cho số phức $z = 6 + 2i$, phần thực của số phức $\frac{z}{1+i}$ bằng

A. 2. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 4.

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 3$ và $u_5 = -192$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** 16. **D.** -12.

Câu 26. Cho hai số phức $z_1 = 2 - i$ và $z_2 = 3 + 4i$. Số phức $2z_1 - z_2$ bằng

A. $-1 + 6i$. **B.** $3 + 2i$. **C.** $1 - 6i$. **D.** $6 - i$.

Câu 27. Hàm số $F(x) = e^{2024x} + x^{2024}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f_4(x) = 2024(e^{2024x} + x^{2023})$. **B.** $f_3(x) = e^{2024x} + 2024$.

C. $f_1(x) = e^{2024x} + 2024x^{2023}$. **D.** $f_2(x) = \frac{1}{2024}e^{2024x} + \frac{x^{2025}}{2025} + C$.

Câu 28. Nếu $\int_1^5 f(x)dx = 7$ thì $\int_1^5 [3x^2 - 2f(x)]dx$ bằng

A. 110. **B.** 130. **C.** 100. **D.** 120.

Câu 29. Cho mặt cầu có diện tích 100π. Bán kính mặt cầu đã cho đã cho bằng

A. 4. **B.** 6 **C.** 3. **D.** 5.

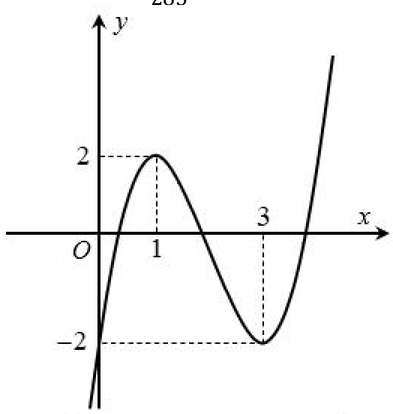
Câu 30. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến20. Chọn ngẫu nhiên 6 chiếc thẻ. Xác xuất để trong 6 chiếc thẻ chọn ra có ít nhất một chiếc thẻ có số chia hết cho 6 bằng

A. $\frac{194}{285}$. **B.** $\frac{192}{285}$. **C.** $\frac{195}{285}$. **D.** $\frac{186}{285}$.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tập các giá trị thực của tham số m để phương trình $3f(x) - m = 0$ có ít nhất hai nghiệm là

A. $(-2;2)$. **B.** $[-2;2]$.

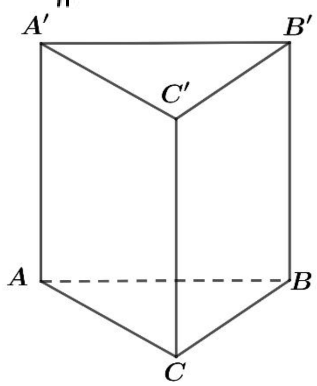
C. $[-6;6]$. **D.** $(-6;6)$.



Câu 32. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng 4, độ dài cạnh bên bằng 6 (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

A. $60°$. **B.** $90°$.

C. $30°$. **D.** $45°$.



Câu 33. Số phức $z = (3 - 5i)(1 + i)$ có phần ảo bằng

A. -2. **B.** $-2i$. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 34. Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao h. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

A. $2\pi rh$. **B.** πrh. **C.** $\pi r\sqrt{h^2 + r^2}$. **D.** $\pi r^2 h$.

Câu 35. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{9}{2}x^2 + 3$ trên đoạn $[-4;2]$ bằng

A. $-\frac{69}{4}$. **B.** 4. **C.** -11. **D.** -5.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I(-3;4;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $(x+3)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 9$. **B.** $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 3$.

C. $(x+3)^2 + (y-4)^2 + (z+2)^2 = 3$. **D.** $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Câu 37. Cho a và b là hai số thực dương lớn hơn 1 và thỏa mãn $log_a^2(a^3b) + 2\,log_a(ab^2) - 35 = 0$. Tổng các giá trị $log_a b$ thỏa mãn các điều kiện đã cho bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 10. **D.** -10.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2024;2024]$ sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y = 2x^2 + (m+1)x + ln(x+2)$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$?

A. 2023. **B.** 2024. **C.** 2025. **D.** 2022.

Câu 39. Với a,b là hai số thực dương lớn hơn 1. Khi đó $\log_{a^2b}(a^4b^3)$ bằng

A. $\frac{4+3\,log_a b}{2-log_a b}$. **B.** $\frac{4+log_a b}{2+3\,log_a b}$. **C.** $\frac{4+3\,log_a b}{2+log_a b}$. **D.** $\frac{4-3\,log_a b}{2+log_a b}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;1)$,$B(1;-4;2)$ và $C(5;-2;3)$. Mặt phẳng đi qua C, trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $3x + 2y + z - 14 = 0$. **B.** $2x + 6y - z + 5 = 0$. **C.** $2x + y + 2z - 14 = 0$. **D.** $x + 3y - 2z + 7 = 0$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\Re$ thỏa mãn $6f(x) + \int_0^3 f(x)dx = 6x^2 + 24x$. Diện tích nhỏ nhất của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = (a-2)x + 1$ (với a là tham số) bằng

A. $\frac{32}{7}$. **B.** $\frac{32}{3}$. **C.** $\frac{5}{7}$. **D.** $\frac{15}{7}$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp các số phức z thỏa mãn $\frac{z-2}{z+3}$ có phần thực bằng $\frac{1}{6}$. Xét các số phức z_1,z_2 thuộc S sao cho $|3z_1 - 4z_2| = 15$, giá trị của $|(z_1\bar{z}_2)^2 + (\bar{z}_1z_2)^2|$ bằng

A. 162. **B.** 25. **C.** 225. **D.** 144.

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BCD} = 120°$, $SA = SB = SD$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng $45°$, thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

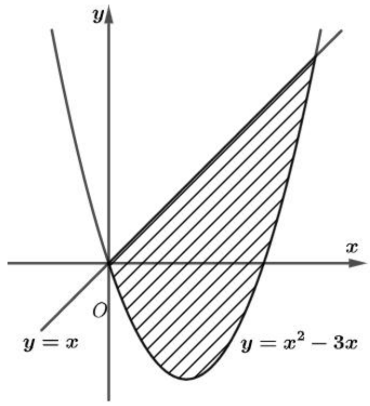
A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

Câu 44. Xét các số phức phức z,w thỏa mãn $|z - 4 + 3i| = 1$, $(w - 7 + 7i)(1 + i - i\bar{w})$ là số thực và $|z - w| = \sqrt{31}$. Giá trị lớn nhất của $P = |5z + w - 16 + 12i|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. (7;9). **B.** (17;20). **C.** (13;16). **D.** (9;12).

Câu 45. Cho (H) là hình phẳng được giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 3x$ và đường thẳng $y = x$ (tham khảo hình vẽ bên). Thể tích khối tròn xoay được tạo bởi khi quay (H) quanh trục hoành là $\frac{a\pi}{b}$ với a,b là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ tối giản. Giá trị của $18a - 300b$ bằng

A. -2196. **B.** -2024.
C. 2024. **D.** 1998.



Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z - 7 = 0$, (P) là mặt phẳng thay đổi, chứa $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có bán kính r. Gọi r_1 và r_2 lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của r. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 47. Từ một khối gỗ hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = 30$ cm, $BC = 40$ cm, $AC = 50$ cm, $AA' = 300$ cm người ta muốn làm một cây cột hình trụ tròn xoay có chiều cao bằng chiều cao ban đầu của khối gỗ và đường kính lớn nhất. Tính khối lượng của cây cột (đơn vị kg) biết rằng khối lượng riêng của gỗ là 1100 kg/m^3 (làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 104 kg. **B.** 103 kg. **C.** 135 kg. **D.** 136 kg.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hình nón $(\mathcal{N})$ có đỉnh $S(1;2;3)$, $A(2;2;3)$ và $B(1;4;3)$ là các điểm thuộc các đường sinh của hình nón $(\mathcal{N})$, điểm $C(1;2;6)$ nằm trên đường tròn đáy. Diện tích xung quanh của hình nón $(\mathcal{N})$ là

A. $3\pi\sqrt{6}$. **B.** $3\pi\sqrt{3}$. **C.** $2\pi\sqrt{6}$. **D.** $2\pi\sqrt{3}$.

Câu 49. Xét các số x,y không âm thỏa mãn $ln\left(\frac{x+2y+3}{6y+9}\right) + \frac{2x-6y-9}{x+6y+9} = \frac{1}{5}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của $P = \left|\sqrt{15y^2 + 50y + 36 - x^2} - m\right|$ không vượt quá 44. Số các phần tử thuộc tập S là

A. 86. **B.** 89. **C.** 87. **D.** 88.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-6)(x^2 + 2x - 8), \forall x \in \Re$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(|x^3 + 3x^2 + 8x + 6| + m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 4.

----------------HẾT----------------

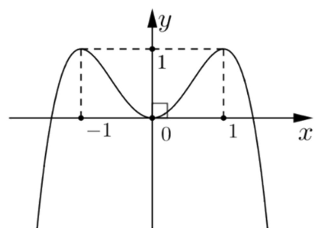
A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 4.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.A	4.D	5.B	6.B	7.B	8.C	9.C	10.A
11.D	12.D	13.A	14.D	15.A	16.D	17.B	18.C	19.C	20.B
21.B	22.C	23.A	24.A	25.B	26.C	27.A	28.A	29.D	30.A
31.C	32.A	33.A	34.C	35.A	36.A	37.B	38.D	39.C	40.B
41.B	42.A	43.C	44.C	45.D	46.A	47.A	48.A	49.B	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có: hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=(5-x)^{\frac{2}{3}}$ là

A. $(-\infty;5)$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\{5\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\frac{2}{3}\notin\mathbb{Z}$ nên hàm số $y=(5-x)^{\frac{2}{3}}$ xác định khi $5-x>0\Rightarrow x<5$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=16$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(3;-2;1), R=4$. **B.** $I(-3;2;-1), R=4$.

C. $I(-3;2;-1), R=16$. **D.** $I(3;-2;1), R=16$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(S):(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=16$. Có tâm $I(3;-2;1), R=4$.

Câu 4: Nếu $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=-2$ và $\int_2^5 g(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_2^5\left[3f(x)+5g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 21. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_2^5\left[3f(x)+5g(x)\right]\mathrm{d}x=3\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x+5\int_2^5 g(x)\mathrm{d}x=3.(-2)+5.3=9$.

Câu 5. Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(2x^2-3\right)=\log_2\left(2-3x\right)$ là

A. $\left\{\frac{5}{2};-1\right\}$. **B.** $\left\{-\frac{5}{2}\right\}$. **C.** $\{1\}$. **D.** $\left\{-\frac{5}{2};1\right\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases}2x^2-3>0\\2-3x>0\end{cases}$.

Với điều kiện trên phương trình trở thành: $2x^2-3=2-3x \Leftrightarrow 2x^2+3x-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=\frac{-5}{2}\end{array}\right.$.

So với điều kiện, nghiệm phương trình là: $x=-\frac{5}{2}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(2x^2-3\right)=\log_2\left(2-3x\right)$ là $S=\left\{-\frac{5}{2}\right\}$.

Câu 6. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{4-3x}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=4$. **B.** $y=-3$. **C.** $x=2$. **D.** $y=\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4-3x}{x-2}=\frac{-3}{1}=-3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4-3x}{x-2}=\frac{-3}{1}=-3$.

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{4-3x}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình $y=-3$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-1\right)^2\left(x^2-3x+2\right)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

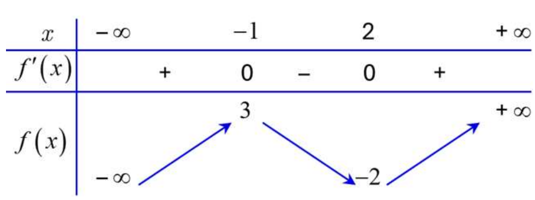
Ta có $f'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left(x-1\right)^2\left(x^2-3x+2\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Lập bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ta thấy $f'\left(x\right)$ đổi dấu 2 lần khi qua $x=1, x=2$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 8. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** –2. **C.** 3. **D.** –1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực đại của hàm số đã cho là 3.

Câu 9. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $6a^2$ và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $8a^2$. **B.** $12a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $24a^3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có thể tích khối chóp đã cho là: $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}6a^2.4a=8a^3$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của trục Oy ?

A. $\vec{j}=(0;1;0)$. **B.** $\vec{k}=(0;0;1)$. **C.** $\vec{u}=(1;0;1)$. **D.** $\vec{i}=(1;0;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có một vectơ chỉ phương của trục Oy là $\vec{j}=(0;1;0)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-3y-2+\sqrt{2}=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

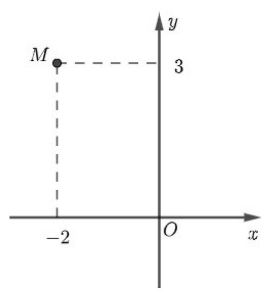
A. $\overrightarrow{n_2}=(2;-3;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;3;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;3;-2)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(2;-3;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có một vectơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n}=(2;-3;0)$.

Câu 12. Điểm M trong hình bên là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?



A. $2+3i$. **B.** $-2-3i$. **C.** $3-2i$. **D.** $-2+3i$.

Lời giải

Chọn D

Ta có điểm $M(-2;3)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=-2+3i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;2;-4)$ và $B(1;-4;5)$. Tọa độ của véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-2;-6;9)$. **B.** $(2;6;9)$. **C.** $(-2;6;-9)$. **D.** $(-2;6;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-2;-6;9)$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=\frac{1}{2x+1}$

A. $\int f(x)dx=\ln|2x+1|+C$. **B.** $\int f(x)dx=2\ln|2x+1|+C$.

C. $\int f(x)dx=\frac{1}{2}\ln(2x+1)+C$. **D.** $\int f(x)dx=\frac{1}{2}\ln|2x+1|+C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)dx=\int\frac{1}{2x+1}dx=\frac{1}{2}\ln|2x+1|+C$.

Câu 15. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^x>\frac{9}{4}$ là

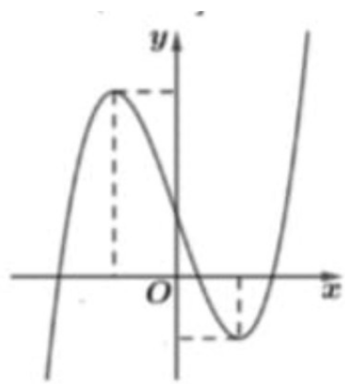
A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-\infty;\log_2 3)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(\frac{2}{3}\right)^x>\frac{9}{4}\Leftrightarrow\left(\frac{2}{3}\right)^x>\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\Leftrightarrow x<-2$. Vậy tập nghiệm bất phương trình là $S=(-\infty;-2)$.

Câu 16. Đồ thị nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=-x^3-2x^2+1$. **B.** $y=\frac{2x+1}{x+1}$.

C. $y=-x^4+2x^2-3$. **D.** $y=x^3+3x+1$.

Lời giải

Chọn D

Dễ thấy đồ thị trong hình là đồ thị của hàm số bậc 3 có 2 cực trị với hệ số $a>0$. Do đó đồ thị hàm số cần tìm là: $y=x^3+3x+1$.

Câu 17. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $12a^2$ và thể tích bằng $48a^3$. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^2$. **B.** $4a$. **C.** $12a$. **D.** $6a$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của lăng trụ đã cho là $V=B.h\Rightarrow h=\frac{V}{B}=\frac{48a^3}{12a^2}=4a$.

Câu 18. Nếu $\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x = 10$ thì $\int_1^3 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 20. **B.** 30. **C.** 5. **D.** 15.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx \Rightarrow dx = \frac{1}{2}dt$.

Đổi cận : $x = 1 \Rightarrow t = 2; x = 3 \Rightarrow t = 6$.

Suy ra $\int_1^3 f(2x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_2^6 f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\int_2^6 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}.10 = 5$.

Câu 19. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y = \log_{\frac{2}{3}} x$. **B.** $y = \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} x$. **C.** $y = \log_{\frac{\pi}{3}} x$. **D.** $y = -\log_3 x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{3}} x$ có cơ số bằng $\frac{\pi}{3} > 1$ nên đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 20. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log_{\sqrt{3}} a^5$ bằng

A. $\frac{5}{2}\log_3 a$. **B.** $10\log_3 a$. **C.** $5\log_3 a$. **D.** $25\log_3 a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{\sqrt{3}} a^5 = 5\log_{3^{\frac{1}{2}}} a = 10\log_3 a$.

Câu 21. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-2;3)$.

Lời giải

Chọn B

$y' = 3x^2 - 6x - 9$.

Giải $y' < 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 < 0 \Leftrightarrow x \in (-1;3)$.

Vậy hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 22. Lớp 12A có 45 học sinh trong đó có 30 nam và 15 nữ. Có bao nhiêu cách chọn 3 bạn nam và 2 bạn nữ đại diện cho lớp đi nghe tư vấn tuyển sinh đại học?

A. 4165. **B.** 425300. **C.** 426300. **D.** 5165.

Lời giải

Chọn C

Chọn 3 bạn nam từ 30 bạn nam có C_{30}^3 cách.

Chọn 2 bạn nam từ 15 bạn nam có C_{15}^2 cách.

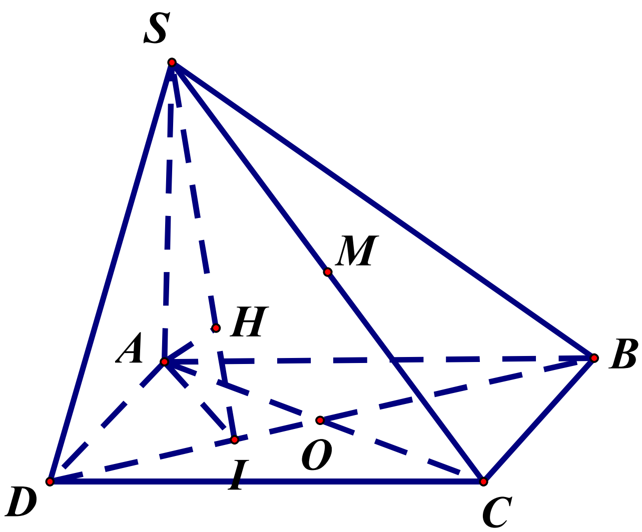
$\Rightarrow$ Số cách chọn 3 bạn nam và 2 bạn nữ đại diện cho lớp đi nghe tư vấn tuyển sinh đại học là $C_{30}^3.C_{15}^2 = 426300$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật , $AB = 2a, BC = 4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm cạnh SC . Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBD) bằng.

A. $\frac{2a}{3}$. **B.** $3a$. **C.** $\frac{3a}{2}$. **D.** $\frac{4a}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Có $d\left(M,(SBD)\right) = \frac{1}{2}d\left(C,(SBD)\right) = \frac{1}{2}d\left(A,(SBD)\right)$.

Kẻ $\begin{cases} AI \perp BD \\ AH \perp SI \end{cases}$ có $\begin{cases} BD \perp AI \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAI) \Rightarrow BD \perp AH$.

$\begin{cases} AH \perp BD \\ AH \perp SI \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBD) \Rightarrow d\left(A,(SBD)\right) = AH$.

$$AI = \frac{AD.AB}{\sqrt{AD^2 + AB^2}} = \frac{2a.4a}{\sqrt{4a^2 + 16a^2}} = \frac{4a}{\sqrt{5}}.$$

$$AH = \frac{SA.AI}{\sqrt{SA^2 + AI^2}} = \frac{2a.\frac{4a}{\sqrt{5}}}{\sqrt{4a^2 + \frac{16}{5}a^2}} = \frac{4a}{3}.$$

$$\Rightarrow d\left(M,(SBD)\right) = \frac{2a}{3}.$$

Câu 24. Cho số phức $z = 6 + 2i$. Phần thực của số phức $\frac{\overline{z}}{1+i}$ bằng

A. 2. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$$\frac{\overline{z}}{1+i} = \frac{6-2i}{1+i} = \frac{(6-2i)(1-i)}{1-i^2} = \frac{4-8i}{2} = 2-4i.$$

$\Rightarrow$Phần thực của số phức $\dfrac{\overline{z}}{1+i}$ bằng 2

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2=3$ và $u_5=-192$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** 16. **D.** -12.

Lời giải

Chọn B

Áp dung công thức $u_n=u_1.q^{n-1}$

Ta có $\begin{cases} u_2=3 \\ u_5=-192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1.q=3 \\ u_1.q^4=-192 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1.q=3 \\ q^3=-64 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1=-\dfrac{3}{4} \\ q=-4 \end{cases}$.

Công bội của cấp số nhân đã cho bằng -4.

Câu 26. Cho hai số phức $z_1=2-i$ và $z_2=3+4i$. Số phức $2z_1-z_2$ bằng

A. $-1+6i$. **B.** $3+2i$. **C.** $1-6i$. **D.** $6-i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2z_1-z_2=2(2-i)-(3+4i)=1-6i$.

Câu 27. Hàm số $F(x)=e^{2024x}+x^{2024}$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f_4(x)=2024\left(e^{2024x}+x^{2023}\right)$. **B.** $f_3(x)=e^{2024x}+2024$.

C. $f_1(x)=e^{2024x}+2024x^{2023}$. **D.** $f_1(x)=\dfrac{1}{2024}e^{2024x}+\dfrac{x^{2025}}{2025}+C$.

Lời giải

Chọn A

Vì $F(x)=e^{2024x}+x^{2024}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$

$\Rightarrow f(x)=\left(e^{2024x}+x^{2024}\right)'=2024e^{2024x}+2024x^{2023}=2024\left(e^{2024x}+x^{2023}\right)$.

Câu 28. Nếu $\int_1^5 f(x)\mathrm{dx}=7$ thì $\int_1^5\left[3x^2-2f(x)\right]\mathrm{dx}$ bằng

A. 110. **B.** 130. **C.** 100. **D.** 120.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int_1^5\left[3x^2-2f(x)\right]\mathrm{dx}=\int_1^5 3x^2\mathrm{dx}-2\int_1^5 f(x)\mathrm{dx}=124-2.7=110$

Câu 29. Cho mặt cầu có diện tích 100π. Bán kính m ặt cầu đã cho bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Diện tích mặt cầu $S=4\pi r^2=100\pi \Leftrightarrow r^2=25$.

$\Rightarrow r=5$.

Câu 30. Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 6 chiếc thẻ. Xác suất để trong 6 chiếc thẻ chọn ra có ít nhất một chiếc thẻ có số chia hết cho 6 bằng

A. $\frac{194}{285}$. **B.** $\frac{192}{285}$. **C.** $\frac{195}{285}$. **D.** $\frac{186}{285}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $n(\Omega)=C_{20}^{6}=38760$.

Từ 1 đến 20 có 3 số chia hết cho 6.

Gọi biến cố A: "Trong 6 thẻ được chọn có ít nhất một chiếc thẻ có số chia hết cho 6".

$\Rightarrow \overline{A}$: " Trong 6 thẻ được chọn không có thẻ nào chia hết cho 6".

$\Rightarrow n(\overline{A})=C_{17}^{6}=12376$.

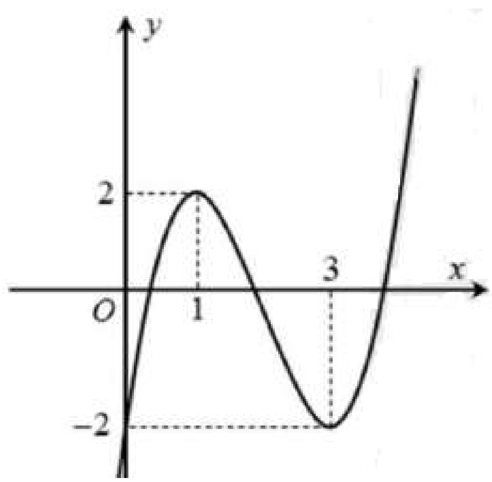
$\Rightarrow$Số cách chọn 6 thẻ trong đó có có ít nhất một chiếc thẻ có số chia hết cho 6 là:

$n(A)=38760-12376=26384$.

Xác suất để trong 6 chiếc thẻ chọn ra có ít nhất một chiếc thẻ có số chia hết cho 6 bằng

$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{26384}{38760}=\frac{194}{285}$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị là đường trong hình bên.



Tập các giá trị thực của tham số m để phương trình $3f(x)-m=0$ có ít nhất hai nghiệm là

A. $(-2;2)$. **B.** $[-2;2]$. **C.** $[-6;6]$. **D.** $(-6;6)$.

Lời giải

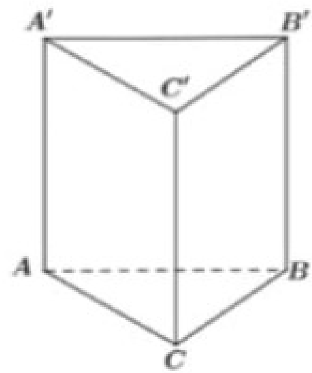
Chọn C

Ta có: $3f(x)-m=0 \Leftrightarrow f(x)=\frac{m}{3}$.

Phương trình đã cho có ít nhất hai nghiệm khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=\frac{m}{3}$ tại ít nhất tại hai điểm.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có kết quả: $-2\le \frac{m}{3}\le 2 \Leftrightarrow -6\le m\le 6$.

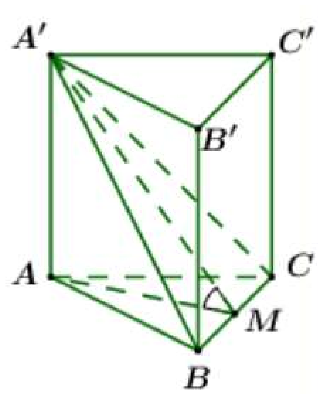
Câu 32. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy bằng 4, độ dài cạnh bên bằng 6 (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(A'B'C')$ bằng



A. 60°. **B.** 90°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của BC, vì tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$.

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ AA' \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AM) \Rightarrow BC \perp A'M$.

Ta có $\begin{cases} (ABC) \cap (A'BC) \\ AM \perp BC \\ MA' \perp BC \end{cases} \Rightarrow ((ABC),(A'BC)) = (AM, A'M) = \widehat{A'MA}$.

Tam giác ABC đều cạnh 4 nên $AM = \dfrac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

Tam giác $A'MA$ vuông tại A $\tan \widehat{A'MA} = \dfrac{A'A}{AM} = \dfrac{6}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$, suy ra $\widehat{A'MA} = 60^\circ$.

Vậy $((ABC),(A'BC)) = 60^\circ$.

Câu 33. Số phức $z = (3-5i)(1+i)$ có phần ảo bằng

A. -2. **B.** $-2i$. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

$z = (3-5i)(1+i) = 3+3i-5i-5i^2 = 8-2i$.

Phần ảo của số phức là -2.

Câu 34. Cho hình nón có bán kính đáy r, chiều cao h. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là

A. $2\pi rh$. **B.** πrh. **C.** $\pi r\sqrt{h^2+r^2}$. **D.** $\pi r^2 h$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{xq} = \pi rl = \pi r\sqrt{h^2 + r^2}$.

Câu 35. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{9}{2}x^2 + 3$ trên đoạn $\left[-4;2\right]$ bằng

A. $-\frac{69}{4}$. **B.** 4. **C.** -11. **D.** -5.

Lời giải

Chọn A

$$f\left(x\right) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{9}{2}x^2 + 3 \Rightarrow f'\left(x\right) = x^3 - 9x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in \left(-4;2\right) \\ x = 3 \notin \left(-4;2\right) \\ x = -3 \in \left(-4;2\right) \end{array}\right. .$$

Ta có $f\left(-4\right) = \frac{1}{4}.4^4 - \frac{9}{2}.4^2 + 3 = -5$.

$f\left(-3\right) = \frac{1}{4}.(-3)^4 - \frac{9}{2}.(-3)^2 + 3 = -\frac{69}{4}$.

$f\left(0\right) = 3$.

$f\left(2\right) = \frac{1}{4}.2^4 - \frac{9}{2}.2^2 + 3 = -11$

$\Rightarrow \min\limits_{[-4;2]} f\left(x\right) = -\frac{69}{4}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm $I\left(-3;4;-2\right)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ có phương trình là

A. $\left(x+3\right)^2 + \left(y-4\right)^2 + \left(z+2\right)^2 = 9$. **B.** $\left(x-3\right)^2 + \left(y+4\right)^2 + \left(z-2\right)^2 = 3$.

C. $\left(x+3\right)^2 + \left(y-4\right)^2 + \left(z+2\right)^2 = 3$. **D.** $\left(x-3\right)^2 + \left(y+4\right)^2 + \left(z-2\right)^2 = 9$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu có tâm $I\left(-3;4;-2\right)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $\left(Oyz\right) \Rightarrow R = 3$.

Suy ra mặt cầu có phương trình là: $\left(x+3\right)^2 + \left(y-4\right)^2 + \left(z+2\right)^2 = 9$.

Câu 37. Cho a và b là hai số thực dương lớn hơn 1 và thỏa mãn $\log_a^2\left(a^3b\right) + 2\log_a\left(ab^2\right) - 35 = 0$. Tổng các giá trị $\log_a b$ thỏa mãn các điều kiện đã cho bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 10. **D.** -10.

Lời giải

Chọn B

$$\log_a^2\left(a^3b\right) + 2\log_a\left(ab^2\right) - 35 = 0 \Leftrightarrow \left(\log_a a^3 + \log_a b\right)^2 + 2\left(\log_a a + \log_a b^2\right) - 35 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \left(3 + \log_a b\right)^2 + 2\left(1 + 2\log_a b\right) - 35 = 0 \Leftrightarrow 9 + 6\log_a b + \log_a^2 b + 2 + 4\log_a b - 35 = 0.$$

$\Leftrightarrow \log_a^2 b+10\log_a b-24=0 \Rightarrow \log_a b$ là nghiệm của phương trình $x^2+10x-24=0$ với $x>0$ (vì a và b là hai số thực dương lớn hơn 1).

$x^2+10x-24=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-12\ (l) \\ x=2 \end{array}\right. \Rightarrow x=2 \Rightarrow \log_a b=2$.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m thuộc đoạn $[-2024;2024]$ sao cho ứng với mỗi m, hàm số $y=2x^2+(m+1)x+\ln(x+2)$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$?

A. 2023. **B.** 2024. **C.** 2025. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=4x+m+1+\dfrac{1}{x+2}$.

Để hàm số $y=2x^2+(m+1)x+\ln(x+2)$ đồng biến trên khoảng $(-2;+\infty)$ thì $y'\ge 0$ với $\forall x\in(-2;+\infty)$

$\Leftrightarrow 4x+1+\dfrac{1}{x+2}\ge -m$ với $\forall x\in(-2;+\infty) \Rightarrow -m\le \min\limits_{(-2;+\infty)} f(x)$.

Xét hàm số $f(x)=4x+1+\dfrac{1}{x+2}$ trên khoảng $(-2;+\infty)$ ta có

$f(x)=4x+1+\dfrac{1}{x+2}=4(x+2)+\dfrac{1}{x+2}-7\ge 2\sqrt{4(x+2)\dfrac{1}{(x+2)}}-7=-3$

$\Rightarrow \min\limits_{(-2;+\infty)} f(x)=-3 \Rightarrow -m\le -3 \Rightarrow m\ge 3$.

Do $m\in\mathbb{Z}^+$ và $m\in[-2024;2024]$ nên $m\in\{3;4;5;...;2024\}$.

Vậy có 2022 giá trị nguyên dương của tham số m thỏa ycbt.

Câu 39. Với a,b là hai số thực dương lớn hơn 1. Khi đó $\log_{a^2b}\left(a^4b^3\right)$ bằng

A. $\dfrac{4+3\log_a b}{2-\log_a b}$. **B.** $\dfrac{4+\log_a b}{2+3\log_a b}$. **C.** $\dfrac{4+3\log_a b}{2+\log_a b}$. **D.** $\dfrac{4-3\log_a b}{2+\log_a b}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Ta có: $\log_{a^2b}\left(a^4b^3\right)=\log_{a^2b}\left(a^4\right)+\log_{a^2b}\left(b^3\right)$

$=\dfrac{1}{\log_{a^4}\left(a^2b\right)}+\dfrac{1}{\log_{b^3}\left(a^2b\right)}=\dfrac{1}{\log_{a^4}\left(a^2\right)+\log_{a^4}(b)}+\dfrac{1}{\log_{b^3}\left(a^2\right)+\log_{b^3}(b)}$

$=\dfrac{1}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\log_a(b)}+\dfrac{1}{\frac{2}{3}\log_b(a)+\frac{1}{3}}=\dfrac{4}{2+\log_a(b)}+\dfrac{3}{2\dfrac{1}{\log_a(b)}+1}$

$=\dfrac{4}{2+\log_a(b)}+\dfrac{3\log_a(b)}{2+\log_a(b)}=\dfrac{4+3\log_a(b)}{2+\log_a(b)}$.

Cách 2:

$\log_{a^2b}\left(a^4b^3\right)=\dfrac{\log_a\left(a^4b^3\right)}{\log_a\left(a^2b\right)}=\dfrac{\log_a a^4+\log_a b^3}{\log_a a^2+\log_a b}=\dfrac{4+3\log_a b}{2+\log_a b}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;1)$, $B(1;-4;2)$ và $C(5;-2;3)$. Mặt phẳng đi qua C, trực tâm H của tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $3x+2y+z-14=0$.

B. $2x+6y-z+5=0$.

C. $2x+y+2z-14=0$.

D. $x+3y-2z+7=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi mặt phẳng cần tìm (P)

Giao tuyến của (P) và (ABC) là CH

(P) vuông góc với mặt phẳng (ABC)

Mà $AB \perp CH \Rightarrow AB \perp (P)$

$$(P)\begin{cases} qua\ C(5;-2;3) \\ \vec{n}=\overrightarrow{AB}=(-2;-6;1)=-(2;6;-1) \end{cases}$$

$2(x-5)+6(y+2)-(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+6y-z+5=0$.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $6f(x)+\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6x^2+24x$. Diện tích nhỏ nhất của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=(a-2)x+1$ (với a là tham số) bằng

A. $\frac{32}{7}$.

B. $\frac{32}{3}$.

C. $\frac{5}{7}$.

D. $\frac{15}{7}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6C$. Từ giả thiết suy ra $6f(x)+6C=6x^2+24x \Leftrightarrow f(x)=x^2+4x-C$.

Ta có $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=6C \Leftrightarrow \int_0^3 (x^2+4x-C)\mathrm{d}x=6C$

$\Leftrightarrow \left.\left(\frac{x^3}{3}+2x^2-Cx\right)\right|_0^3=6C \Leftrightarrow 27-3C=6C \Leftrightarrow C=3$. Do đó $f(x)=x^2+4x-3$.

Xét phương trình hoàng độ giao điểm $x^2+4x-3=(a-2)x+1 \Leftrightarrow x^2+(6-a)x-4=0$ (1).

Có $\Delta=(6-a)^2+16>0,\ \forall a\in\mathbb{R} \Rightarrow$ phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1<x_2$.

Theo Vi ét ta có $x_1+x_2=a-6;\ x_1x_2=-4$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị là

$S=\int_{x_1}^{x_2}\left|x^2+(6-a)x-4\right|\mathrm{d}x=-\int_{x_1}^{x_2}\left[x^2+(6-a)x-4\right]\mathrm{d}x$, vì $x^2+(6-a)x-4\le 0,\ \forall x\in[x_1;x_2]$.

$$S=\frac{x_1^3}{3}+\frac{(6-a)x_1^2}{2}-4x_1-\left[\frac{x_2^3}{3}+\frac{(6-a)x_2^2}{2}-4x_2\right]=\frac{1}{3}(x_1^3-x_2^3)+\frac{6-a}{2}(x_1^2-x_2^2)-4(x_1-x_2)$$

$$=(x_1-x_2)\left[\frac{1}{3}(x_1^2+x_2^2+x_1x_2)+\frac{6-a}{2}(x_1+x_2)-4\right]$$

$$=-(x_2-x_1)\left[\frac{1}{3}(x_1+x_2)^2-\frac{x_1x_2}{3}+\frac{6-a}{2}(x_1+x_2)-4\right],\ (x_2-x_1>0).$$

$$= -\sqrt{(x_2 - x_1)^2}\left[\frac{1}{3}(a-6)^2 + \frac{4}{3} - \frac{1}{2}(a-6)^2 - 4\right]$$

$$= -\sqrt{(x_2 + x_1)^2 - 4x_1x_2}.\left[-\frac{1}{6}(a-6)^2 - \frac{8}{3}\right] = \sqrt{(a-6)^2 + 16}.\left[\frac{(a-6)^2 + 16}{6}\right] = \frac{\Delta\sqrt{\Delta}}{6}.$$

Ta thấy $\Delta \geq 16,\ \forall a \in \mathbb{R}$ do đó $S = \frac{\Delta\sqrt{\Delta}}{6} \geq \frac{64}{6} = \frac{32}{3}$.

Vậy $MaxS = \frac{32}{3}$ khi $a = 6$.

Câu 42. Gọi S là tập hợp các số phức z thoả mãn $\frac{z-2}{z+3}$ có phần thực bằng $\frac{1}{6}$. Xét các số phức $z_1,\ z_2$ thuộc S sao cho $|3z_1 - 4z_2| = 15$. Giá trị $\left|\left(z_1.\overline{z_2}\right)^2 + \left(\overline{z_1}.z_2\right)^2\right|$ bằng

A. 162. **B.** 25. **C.** 225. **D.** 144.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = x + yi,\ (x, y \in \mathbb{R})$.

Ta có $\frac{z-2}{z+3} = \frac{x-2+yi}{x+3+yi} = \frac{(x-2+yi)(x+3-yi))}{(x+3)^2 + y^2}$ có phần thực bằng $\frac{1}{6}$

$\Leftrightarrow \frac{(x-2)(x+3)+y^2}{(x+3)^2+y^2} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow 6(x^2 + y^2 + x - 6) = x^2 + y^2 + 6x + 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 9$.

$\Rightarrow |z_1| = |z_2| = 3$.

Ta có $|3z_1 - 4z_2|^2 = 225 \Leftrightarrow (3z_1 - 4z_2)(3\overline{z_1} - 4\overline{z_2}) = 225$

$\Leftrightarrow 9|z_1|^2 - 12(z_1.\overline{z_2} + \overline{z_1}.z_2) + 16|z_2|^2 = 225 \Leftrightarrow z_1.\overline{z_2} + \overline{z_1}.z_2 = 0$

$\Leftrightarrow (z_1.\overline{z_2} + \overline{z_1}.z_2)^2 = 0 \Leftrightarrow (z_1.\overline{z_2})^2 + (\overline{z_1}.z_2)^2 + 2.|z_1|^2.|z_2|^2 = 0 \Leftrightarrow (z_1.\overline{z_2})^2 + (\overline{z_1}.z_2)^2 = -2.|z_1|^2.|z_2|^2$

$\Leftrightarrow (z_1.\overline{z_2})^2 + (\overline{z_1}.z_2)^2 = -162$.

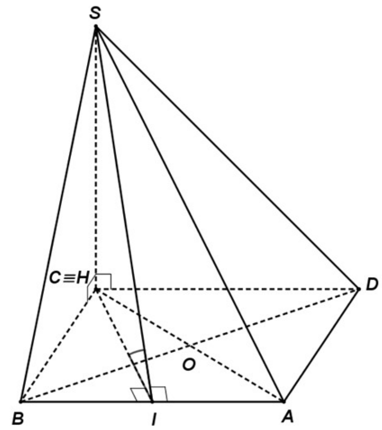
Vậy $\left|(z_1.\overline{z_2})^2 + (\overline{z_1}.z_2)^2\right| = |-162| = 162$.

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{BCD} = 120°$, $SA = SB = SD$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng $45°$, thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn C



Vì $SA = SB = SD$ nên hình chiếu của S trùng với tâm H đường tròn ngoại tiếp của ΔABD.

Vì $\widehat{BCD} = 120°$ nên tam giác ABC đều nên $CB = CA = CD = a$.

Điều này chứng tỏ $H \equiv C$ và $SC \perp (ABCD)$

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow \begin{cases} AB \perp SC \\ AB \perp IC \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SIC)$

$\Rightarrow \left(\widehat{(SAB);(ABCD)}\right) = \left(\widehat{SI;CI}\right) = \widehat{SIC} = 45°$.

Do đó tam giác SCI vuông cân tại C nên $SC = IC = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} SC.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3}{4}$.

Câu 44. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z-4+3i| = 1$, $(w-7+7i)(1+i-i\overline{w})$ là số thực và $|z-w| = \sqrt{31}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |5z+w-16+12i|$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(7;9)$. **B.** $(17;20)$. **C.** $(13;16)$. **D.** $(9;12)$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $w = x + yi$ $(x; y \in \mathbb{R})$, do đó:

$$(w-7+7i)(1+i-i\overline{w}) = [(x-7)+(y+7)i].[(1-y)+(1-x)i]$$
$$= [(x-7)(1-y)-(y+7)(1-x)] + [(1-x)(x-7)+(y+7)(1-y)]i.$$

Vì $(w-7+7i)(1+i-i\overline{w})$ là số thực nên $(1-x)(x-7)+(y+7)(1-y) = 0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2-8x+6y = 0 \Leftrightarrow (x-4)^2+(y+3)^2 = 25 \Leftrightarrow |w-4+3i| = 5$.

Như vậy $\begin{cases} |z-4+3i| = 1 \\ |w-4+3i| = 5 \\ |z-w| = \sqrt{31} \end{cases}$, ta đặt $\begin{cases} u = z-4+3i \\ v = w-4+3i \end{cases}$, suy ra $\begin{cases} |u| = 1 \\ |v| = 5 \\ |u-v| = \sqrt{31} \end{cases}$.

Xét biểu thức $P = |5z+w-16+12i| = |5(z-4+3i)+(w-4+3i)+8+6i|$

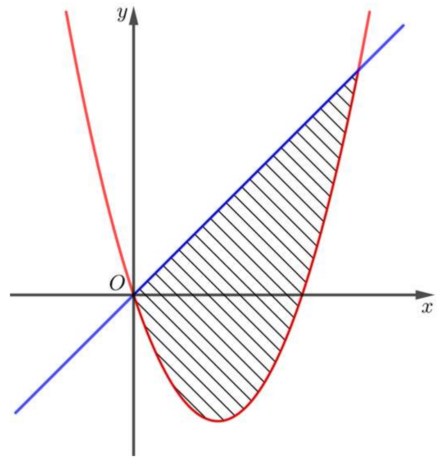
$$= |5u+v+8+6i| \le |5u+v| + |8+6i| = |5u+v| + 10 \quad (1).$$

Mặt khác, do $|u-v| = \sqrt{31} \Leftrightarrow |u|^2+|v|^2-(u.\overline{v}+\overline{u}.v) = 31 \Leftrightarrow u.\overline{v}+\overline{u}.v = |u|^2+|v|^2-31 = -5$.

Đặt $T=|5u+v| \Leftrightarrow T^2=25|u|^2+|v|^2+5\left(u.\overline{v}+\overline{u}.v\right)=25+25-25=25 \Rightarrow T=5\ (2)$.

Từ $(1),(2) \Rightarrow P \le 15 \Rightarrow \max P=15 \in (13;16)$.

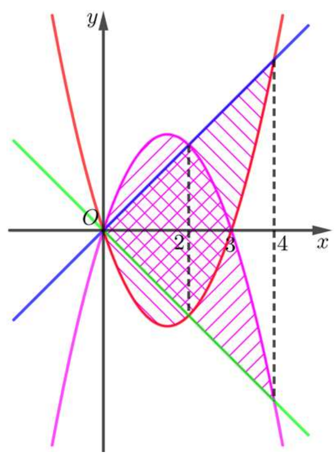
Câu 45. Cho (H) là hình phẳng được giới hạn bởi parapol $y=x^2-3x$ và đường thẳng $y=x$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Thể tích khối tròn xoay được tạo bởi khi quay (H) quanh trục hoành là $\dfrac{a\pi}{b}$ với a,b là các số nguyên dương, $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Giá trị của $18a-300b$ bằng



A. -2196. **B.** -2024. **C.** 2024. **D.** 1998.

Lời giải

Chọn D



Xét phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y=x^2-3x$ và đường thẳng $y=x$ ta có
$x^2-3x=x \Leftrightarrow x^2-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=4 \end{array}\right.$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y=x^2-3x$ và đường thẳng $y=-x$ ta có
$x^2-3x=-x \Leftrightarrow x^2-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

Dựa vào đồ thi ta có:

$$V=\pi\int_0^2\left(x^2-3x\right)^2\mathrm{d}x+\pi\int_2^4 x^2\mathrm{d}x-\pi\int_3^4\left(x^2-3x\right)^2\mathrm{d}x$$

$$=\pi\left(\frac{x^5}{5}-\frac{6x^4}{4}+\frac{9x^3}{3}\right)\Bigg|_0^2+\pi\left(\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_2^4-\pi\left(\frac{x^5}{5}-\frac{6x^4}{4}+\frac{9x^3}{3}\right)\Bigg|_3^4=\frac{32}{5}\pi+\frac{56}{3}\pi-\frac{47}{10}\pi=\frac{611}{30}\pi.$$

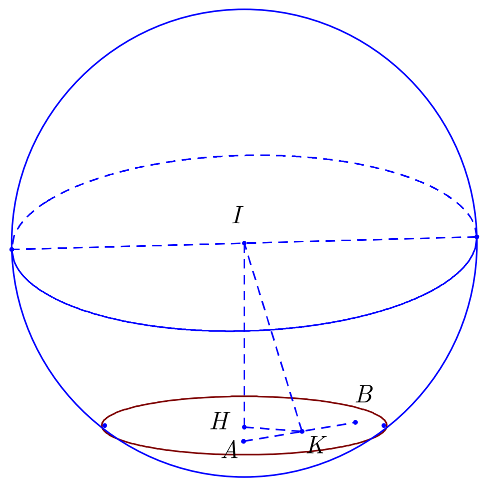
$\Rightarrow \begin{cases} a = 611 \\ b = 30 \end{cases} \Rightarrow 18a - 300b = 18.611 - 300.30 = 1998$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z - 7 = 0$, (P) là mặt phẳng thay đổi, chứa $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có bán kính r. Gọi r_1 và r_2 lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của r. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;2)$ và bán kính $R = 2\sqrt{3}$.

Gọi hình chiếu vuông góc của I trên d là K. Giả sử hình chiếu của I.

trên mặt phẳng (P) là H khi đó $IH \perp d$. Do đó nếu hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) mà nằm trên đường thẳng d thì chỉ có thể trùng với điểm H. Mà tam giác IKH luôn vuông góc tại H do đó khoảng cách từ I đến (P) lớn nhất khi $H \equiv K$. Vậy khoảng cách từ I đến (P) lớn nhất là khoảng cách từ I đến d.

Từ phương trình đường thẳng ta có $VTCP: \vec{u}(1;1;2); M(1;0;-1) \in d, \overrightarrow{IM}(0;0;-3)$.

Khoảng cách lớn nhất là: $d = \frac{\left|\left[\overrightarrow{IM}; \vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|} = \frac{\sqrt{(-3)^2 + 3^2 + (0)^2}}{\sqrt{(1)^2 + (1)^2 + (2)^2}} = \sqrt{3}$.

Ta có bán kính của thiết diện bằng $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$.

Bán kính của thiết diện lớn nhất khi $IH = 0$ suy ra $r_1 = R = 2\sqrt{3}$.

Bán kính của thiết diện nhỏ nhất khi khoảng cách từ I đến (P) lớn nhất $IH = d = \sqrt{3}$.

Suy ra $r_2 = \sqrt{R^2 - IH^2} = \sqrt{R^2 - d^2} = 3$.

Vậy $\frac{r_1}{r_2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 47. Từ một khối gỗ hình lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có $AB = 30\text{cm}$, $BC = 40\text{cm}$, $AC = 50\text{cm}$, $AA' = 300\text{cm}$ người ta muốn làm một cây cột hình trụ tròn xoay có chiều cao bằng chiều cao ban đầu của khối gỗ và đường kính lớn nhất. Tính khối lượng của cây cột (đơn vị kg) biết rằng khối lượng riêng của gỗ là 1100kg/m^3 (làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 104kg. **B.** 103kg. **C.** 135kg. **D.** 136kg.

Lời giải

Chọn A

Cây cột hình trụ tròn xoay có chiều cao bằng chiều cao ban đầu của khối gỗ và đường kính lớn nhất nên đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Với ABC là tam giác vuông tại B, ta có bán kính đường tròn nội tiếp $r=\dfrac{AB.BC}{AB+BC+AC}=10\text{cm}$

.

Thể tích cột hình trụ bằng $V=\pi.10^2.300=30000\pi\text{cm}^3=0,03\pi\text{m}^3$.

Khối lượng cây cột bằng $0,03\pi.1100\approx 104\text{kg}$

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hình nón (N) có đỉnh $S(1;2;3)$, $A(2;2;3)$ và $B(1;4;3)$ là các điểm thuộc đường sinh của hình nón (N), điểm $C(1;2;6)$ nằm trên đường tròn đáy. Diện tích xung quanh của hình nón (N) là

A. $3\pi\sqrt{6}$. **B.** $3\pi\sqrt{3}$. **C.** $2\pi\sqrt{6}$. **D.** $2\pi\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{SC}=(0;0;3)\Rightarrow l=SC=3$. $\overrightarrow{SA}=(1;0;0)\Rightarrow SA=1$; $\overrightarrow{SB}=(0;2;0)\Rightarrow SB=2$.

Dễ thấy SA,SB,SC đôi một vuông góc tại S.

Lấy điểm A',B' thỏa $\overrightarrow{SA'}=3\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{SB'}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{SB}$, suy ra A',B' nằm trên đường tròn đáy hình nón.

Vậy đáy hình nón là đường tròn ngoại tiếp tam giác $CA'B'$.

Các tam giác $CSA',CSB',A'SB'$ là các tam giác bằng nhau và đều vuông cân tại đỉnh S nên tam giác $CA'B'$ là tam giác đều cạnh bằng $3\sqrt{2}$. Từ đó ta tính được bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác $CA'B'$ bằng $r=\dfrac{2}{3}.\dfrac{3\sqrt{2}.\sqrt{3}}{2}=\sqrt{6}$.

Diện tích xung quanh của hình nón (N) là $S=\pi rl=3\pi\sqrt{6}$.

Câu 49. Xét các số x,y không âm thỏa mãn $\ln\left(\dfrac{x+2y+3}{6y+9}\right)+\dfrac{2x-6y-9}{x+6y+9}=\dfrac{1}{5}$. Gọi S là tập hợp tất các các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của $P=\left|\sqrt{15y^2+50y+36-x^2}-m\right|$ không vượt quá 44. Số các phần tử thuộc tập S là

A. 86. **B.** 89. **C.** 87. **D.** 88.

Lời giải

Chọn B

Xét $\ln\left(\dfrac{x+2y+3}{6y+9}\right)+\dfrac{2x-6y-9}{x+6y+9}=\dfrac{1}{5}\Leftrightarrow \ln\left(\dfrac{x}{6y+9}+\dfrac{1}{3}\right)+\dfrac{\dfrac{2x}{6y+9}-1}{\dfrac{x}{6y+9}+1}=\dfrac{1}{5}\ (1)$

Đặt $t=\dfrac{x}{6y+9}>0$, Phương trình (1) trở thành: $\ln\left(t+\dfrac{1}{3}\right)+\dfrac{2t-1}{t+1}-\dfrac{1}{5}=0\ (2)$

Ta nhận thấy hàm số $y=\ln\left(t+\frac{1}{3}\right)+\frac{2t-1}{t+1}-\frac{1}{5}$ là hàm số tăng vì có $y'=\frac{1}{t+\frac{1}{3}}+\frac{3}{(t+1)^2}>0;\ \forall t>0$. Thấy $t=\frac{2}{3}$ là nghiệm của phương trình (2).

Do đó phương trình (2) có nghiệm duy nhất là $t=\frac{2}{3}$.

$\Rightarrow \frac{x}{6y+9}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow x=4y+6$. Xét $P=\left|\sqrt{15y^2+50y+36-(4y+6)^2}-m\right|=\left|\sqrt{2y-y^2}-m\right|$.

Để biểu thức P có giá trị lớn nhất không quá 44:

$\Rightarrow \left|\sqrt{2y-y^2}-m\right|\le 44\Leftrightarrow -44\le\sqrt{2y-y^2}-m\le 44\Leftrightarrow -44+\sqrt{2y-y^2}\le m\le 44+\sqrt{2y-y^2}$

Ta có: $2y-y^2\le 1-(1-y)^2\le 1\Rightarrow 0\le\sqrt{2y-y^2}\le 1$

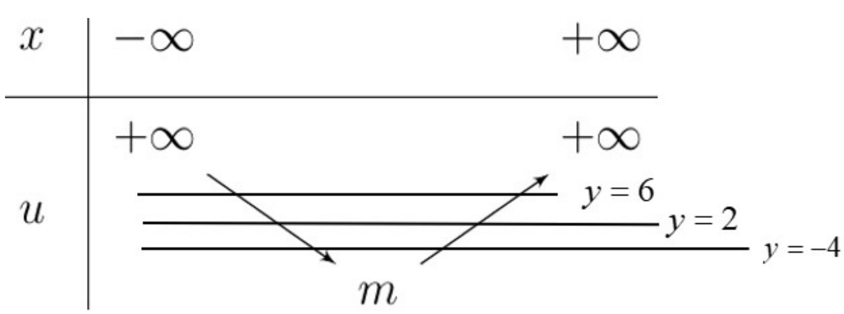
$\Leftrightarrow -43\le m\le 45\Rightarrow$ Có 89 giá trị nguyên thỏa.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-6)\left(x^2+2x-8\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên đương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+3x^2+8x+6\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B



Bây giờ ta kẻ $y=6,y=2,y=-4$ qua đồ thị. Vậy để hàm số $g(x)$ có ít nhất 3 điểm cực trị thì cần ít nhất 2 giao điểm từ 3 đường kẻ ở trên.

$\Rightarrow m<6\Rightarrow m\in\{1;2;3;4;5\}$.