

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THI CHÍNH THỨC

KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA THPT
NĂM HỌC 2020-2021

Môn: TIN HỌC

Thời gian: 180 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi thứ nhất: 25/12/2020

(Đề thi có 04 trang, gồm 03 bài)

TỔNG QUAN NGÀY THI THỨ NHẤT

	Tên bài	File chương trình	File dữ liệu vào	File kết quả
Bài 1	Tặng quà	NOEL.*	NOEL.INP	NOEL.OUT
Bài 2	Mạng truyền thông	COMNET.*	COMNET.INP	COMNET.OUT
Bài 3	Phép toán OR	OR.*	OR.INP	OR.OUT

Dấu * được thay thế bởi PAS hoặc CPP của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal hoặc C++.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

Bài 1. Tặng quà (7 điểm)

Noel sắp tới, Ông Già Tuyết đã chuẩn bị $2n$ món quà dành cho các bạn nhỏ. Các món quà có màu sắc đôi một khác nhau và có mã màu từ 1 đến $2n$. Khi cho các món quà vào túi, Ông đã đưa các món quà vào theo một thứ tự mà nếu lấy ra, các món quà sẽ có mã màu lần lượt là c_1, c_2, \dots, c_{2n} (dãy c_1, c_2, \dots, c_{2n} là một hoán vị của $1, 2, \dots, 2n$).

Ông Già Tuyết dự định tặng quà cho m ($m \leq n$) bạn nhỏ, mỗi bạn sẽ được nhận hai món quà sau hai lượt tặng. Các bạn nhỏ đứng thành một hàng và Ông sẽ đi từ đầu hàng đến cuối hàng để lần lượt tặng quà cho từng bạn. Khi đứng trước một bạn nhỏ để tặng quà, Ông lần lượt lấy từng món quà ra cho tới khi lựa chọn được một món quà phù hợp và tặng bạn nhỏ, các món quà không được lựa chọn sẽ được cất đi và không được dùng để tặng quà. Khi bạn nhỏ thứ m ở cuối hàng đã được nhận quà, Ông sẽ di chuyển về đầu hàng để tặng quà lượt thứ hai tương tự như lượt thứ nhất.

Ông được biết, các bạn nhỏ luôn mong muốn nhận được hai món quà mà chênh lệch mã màu của hai món quà đó không vượt quá d . Với mong muốn mang lại nhiều niềm vui cho các bạn nhỏ, Ông quyết định việc tặng quà sẽ phải bảo đảm tất cả các bạn nhỏ đều nhận được hai món quà mà chênh lệch mã màu không vượt quá d .

Một cách hình thức, gọi m là số lượng bạn nhỏ được tặng quà, Ông cần chọn ra dãy $2m$ chỉ số $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_m < i_{m+1} < \dots < i_{2m} \leq 2n$ sao cho $|c_{i_k} - c_{i_{m+k}}| \leq d$ với mọi $1 \leq k \leq m$.

Ông Già Tuyết biết rằng, có thể không tồn tại cách chọn được $2m$ chỉ số thỏa mãn, điều đó cũng có nghĩa là không thể tặng quà như mong muốn cho cả m bạn nhỏ. Do đó, với một số nguyên dương d và thứ tự các món quà lấy ra có mã màu lần lượt là c_1, c_2, \dots, c_{2n} , Ông muốn tính số lượng nhiều nhất các bạn nhỏ mà Ông có thể tặng quà.

Yêu cầu: Hãy giúp Ông Già Tuyết tính số lượng nhiều nhất các bạn nhỏ mà Ông có thể tặng quà đáp ứng điều kiện nêu trên.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản NOEL.INP:

- Dòng thứ nhất chứa hai số nguyên dương n và d ($d \leq 5$);
- Dòng thứ hai chứa $2n$ số nguyên dương c_1, c_2, \dots, c_{2n} là mã màu của các món quà lần lượt được lấy ra.

Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi ra file văn bản NOEL.OUT một số nguyên duy nhất là số lượng nhiều nhất các bạn nhỏ mà Ông Già Tuyết có thể tặng quà.

Ràng buộc:

- Có 40% số test ứng với 40% số điểm của bài thỏa mãn: $n \leq 10$;
- 40% số test khác ứng với 40% số điểm của bài thỏa mãn: $n \leq 100$;
- 20% số test còn lại ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn: $n \leq 1000$.

Ví dụ:

NOEL.INP	NOEL.OUT	Giải thích
<pre> 3 1 1 5 6 3 4 2 </pre>	2	<p>Ông Già Tuyết có thể tặng tối đa cho 2 bạn nhỏ.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Lượt thứ nhất, món quà có mã màu 5 tặng bạn thứ nhất, món quà có mã màu 3 tặng bạn thứ hai. - Lượt thứ hai, món quà có mã màu 4 tặng bạn thứ nhất và món quà có mã màu 2 tặng bạn thứ hai.

Bài 2. Mạng truyền thông (7 điểm)

Một ngân hàng có n chi nhánh, mỗi chi nhánh có một máy chủ, các máy chủ ở các chi nhánh được đánh số từ 1 đến n . Nhằm bảo đảm việc truyền thông giữa các chi nhánh, ngân hàng đã thuê $n - 1$ kênh truyền tin trực tiếp từ một nhà cung cấp dịch vụ mạng để kết nối n máy chủ thành một mạng máy tính và bảo đảm từ máy chủ của một chi nhánh bất kì có thể truyền tin đến tất cả các máy chủ của các chi nhánh còn lại theo kênh truyền tin trực tiếp giữa chúng hoặc thông qua đường truyền đi qua một số máy chủ của các chi nhánh nào đó.

Trong thời gian tới, ngân hàng muốn lựa chọn k máy chủ trong n máy chủ để cài đặt phần mềm kiểm soát. Phần mềm khi hoạt động sẽ làm tăng lưu lượng truyền trên các kênh giữa k máy chủ này. Với mỗi phương án chọn k máy chủ để cài đặt phần mềm, trong số $n - 1$ kênh truyền tin, nhà cung cấp dịch vụ mạng đã xác định một số ít nhất các kênh đủ để kết nối k máy chủ này và khuyến cáo ngân hàng cần phải nâng cấp các kênh đó. Vì lý do kỹ thuật cũng như kinh phí, ngân hàng muốn lựa chọn k máy chủ để cài đặt phần mềm mà số lượng kênh ít nhất cần nâng cấp có giá trị nằm trong đoạn $[a, b]$. Cụ thể, với một cách chọn k máy chủ, gọi s là số kênh ít nhất cần chọn ra trong $n - 1$ kênh truyền tin nhằm bảo đảm liên thông giữa k máy chủ được chọn ngay cả khi các kênh còn lại bị đứt kết nối, s kênh này sẽ được khuyến cáo nâng cấp, khi đó, cách chọn k máy chủ thỏa mãn yêu cầu của ngân hàng nếu $a \leq s \leq b$.

Yêu cầu: Cho $n - 1$ kênh truyền tin và các giá trị k, a, b , hãy đếm số lượng cách chọn k máy chủ để cài đặt phần mềm mà số lượng kênh ít nhất cần nâng cấp nằm trong đoạn $[a, b]$.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản COMNET.INP:

- Dòng thứ nhất chứa bốn số nguyên dương n, k, a, b ($k < n; 1 < a \leq b < n$);
- Dòng thứ i trong số $n - 1$ dòng tiếp theo chứa hai số nguyên dương u_i, v_i cho biết có kênh truyền tin trực tiếp giữa hai máy chủ u_i, v_i ($1 \leq u_i, v_i \leq n; u_i \neq v_i$).

Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi ra file văn bản COMNET.OUT một số nguyên duy nhất là số cách chọn k máy chủ để cài đặt phần mềm thỏa mãn yêu cầu của ngân hàng.

Ràng buộc:

- Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn: $n \leq 100$ và $k = 2$;
- 30% số test khác ứng với 30% số điểm của bài thỏa mãn: $n \leq 100$ và $k = 3$;
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn: $n \leq 100$ và $k = 4$;
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn: $n \leq 1000$ và $k = 3$;
- 10% số test còn lại ứng với 10% số điểm của bài thỏa mãn: $n \leq 1000$ và $k = 4$.

Ví dụ:

COMNET.INP	COMNET.OUT	Giải thích
<pre> 6 3 2 3 1 2 2 3 3 4 4 5 3 6 </pre>	14	<p>Có 5 cách chọn 3 máy chủ trong 6 máy chủ mà số kênh cần nâng cấp bằng 2 là: $(1, 2, 3); (2, 3, 4); (2, 3, 6); (3, 4, 5); (3, 4, 6)$.</p> <p>Có 9 cách chọn 3 máy chủ trong 6 máy chủ mà số kênh cần nâng cấp bằng 3 là: $(1, 2, 4); (1, 2, 6); (1, 3, 4); (1, 3, 6); (2, 3, 5); (2, 4, 5); (2, 4, 6); (3, 5, 6); (4, 5, 6)$.</p> <p>Như vậy, có tất cả 14 cách chọn 3 máy chủ trong 6 máy chủ thỏa mãn yêu cầu của ngân hàng.</p>

Bài 3. Phép toán OR (6 điểm)

Nội dung chính trong tiết Tin học trên lớp của Nam ngày hôm nay là về phép toán OR. Phép toán OR (có kí hiệu là $|$) được định nghĩa như sau: Kết quả của phép toán OR giữa hai số nguyên không âm x và y là một số nguyên không âm z trong đó bit thứ i trong biểu diễn nhị phân của z sẽ là 0 khi và chỉ khi bit thứ i trong biểu diễn nhị phân của x và y đồng thời bằng 0, ngược lại bit thứ i trong biểu diễn nhị phân của z sẽ là 1.

Ví dụ, $x = 12$ có biểu diễn nhị phân là 1100, $y = 5$ có biểu diễn nhị phân là 0101, khi đó $x | y$ có biểu diễn nhị phân là 1101, tức giá trị 13 trong hệ cơ số thập phân.

Phép toán OR có tính chất giao hoán và kết hợp: $x | y = y | x$ và $x | (y | z) = (x | y) | z$.

Để ôn tập nội dung đã học, thầy giáo ra cho cả lớp bài tập về nhà như sau: Cho n số nguyên không âm a_1, a_2, \dots, a_n và ba số nguyên k, L, R . Hãy đếm xem có bao nhiêu bộ k chỉ số (i_1, i_2, \dots, i_k) thỏa mãn đồng thời hai điều kiện:

- $1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$;
- Đặt $v = a_{i_1} | a_{i_2} | \dots | a_{i_k}$ thì $L \leq v \leq R$ và v chia hết cho 3.

Gọi S là đáp số đúng của bài tập thầy giáo ra, vì S có thể có giá trị rất lớn và để học sinh tập trung vào vấn đề chính của bài toán nên thầy giáo chỉ yêu cầu học sinh đưa ra được phần dư của S khi chia cho $10^9 + 7$.

Yêu cầu: Hãy giúp Nam xác định phần dư của S khi chia cho $10^9 + 7$.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản OR.INP:

- Dòng đầu tiên chứa bốn số nguyên n, k, L, R ($1 \leq k \leq n \leq 10^6$; $0 \leq L \leq R \leq 10^6$);
- Dòng tiếp theo chứa n số nguyên không âm a_1, a_2, \dots, a_n ($a_i \leq 10^6$);

Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi ra file văn bản OR.OUT một số nguyên duy nhất là phần dư của S khi chia cho $10^9 + 7$.

Ràng buộc:

- Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn: $n \leq 20$ và $a_i \leq 200$ ($1 \leq i \leq n$);
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn: $n \leq 200$ và $a_i \leq 200$ ($1 \leq i \leq n$);
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn: $L = R$ và a_i ($1 \leq i \leq n$) là lũy thừa của 2;
- 20% số test khác ứng với 20% số điểm của bài thỏa mãn: $L = R$;
- 20% số test còn lại ứng với 20% số điểm của bài không có ràng buộc gì thêm.

Ví dụ:

OR.INP	OR.OUT	Giải thích
5 2 1 7 1 2 5 6 4	4	Có tất cả 4 cách chọn 2 số trong 5 số thỏa mãn yêu cầu: $a_1 a_2 = 1 2 = 3$ $a_2 a_4 = 2 6 = 6$ $a_2 a_5 = 2 4 = 6$ $a_4 a_5 = 6 4 = 6$

Hết

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Giám thị không giải thích gì thêm.