

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  
**ĐỀ THI CHÍNH THỨC**

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA THPT**  
**NĂM 2015**

Môn: **TIN HỌC**

Thời gian: **180 phút** (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi thứ hai: **09/01/2015**

(Đề thi có 04 trang, gồm 03 bài)



**TỔNG QUAN NGÀY THI THỨ HAI**

|              | <i>Tên bài</i>     | <i>File chương trình</i> | <i>File dữ liệu vào</i> | <i>File kết quả</i> |
|--------------|--------------------|--------------------------|-------------------------|---------------------|
| <b>Bài 4</b> | <b>Cắt hình</b>    | <b>MINCUT.*</b>          | <b>MINCUT.INP</b>       | <b>MINCUT.OUT</b>   |
| <b>Bài 5</b> | <b>Chia phần</b>   | <b>DIVIDE.*</b>          | <b>DIVIDE.INP</b>       | <b>DIVIDE.OUT</b>   |
| <b>Bài 6</b> | <b>Cây hoán vị</b> | <b>TSORT.*</b>           | <b>TSORT.INP</b>        | <b>TSORT.OUT</b>    |

Dấu \* được thay thế bởi PAS hoặc CPP của ngôn ngữ lập trình được sử dụng tương ứng là Pascal hoặc C++.

*Hãy lập trình giải các bài toán sau:*

**Bài 4. Cắt hình (6 điểm)**

Cho  $A$  là lưới ô vuông gồm  $m$  dòng và  $n$  cột. Các dòng của lưới được đánh số từ 1 đến  $m$ , từ trên xuống dưới. Các cột của lưới được đánh số từ 1 đến  $n$ , từ trái sang phải. Ô nằm trên giao của dòng  $i$  và cột  $j$  của lưới, được gọi là ô  $(i, j)$ , chứa số nguyên không âm  $a_{i,j}$  có giá trị không vượt quá  $10^6$ .

Các lưới ô vuông như vậy luôn là đối tượng cho nhiều nghiên cứu thú vị. Vừa qua, trong giờ học ôn luyện cho kỳ thi học sinh giỏi Tin học, Hùng được cô giáo giao cho giải quyết bài toán trả lời truy vấn sau đây đối với bảng đã cho:

Cho một hình chữ nhật con có ô trái trên là ô  $(x, y)$  và ô phải dưới là ô  $(u, v)$ , cần đưa ra chênh lệch nhỏ nhất trong số các chênh lệch giữa hai tổng các số trong hai hình chữ nhật thu được bằng việc cắt ngang hoặc cắt dọc hình chữ nhật đã cho dọc theo đường kẻ của lưới. Giả thiết  $(x, y)$  và  $(u, v)$  là hai ô khác nhau trên lưới.

Bạn hãy giúp Hùng giải quyết bài toán đặt ra.

**Yêu cầu:** Cho lưới  $A$  và  $k$  bộ  $x_q, y_q, u_q, v_q$  ( $q = 1, 2, \dots, k$ ) tương ứng với  $k$  truy vấn, hãy đưa ra các câu trả lời cho  $k$  truy vấn.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản MINCUT.INP:

- Dòng đầu tiên chứa ba số nguyên  $m, n, k$  ( $k \leq m \times n$ );
- $m$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa  $n$  số nguyên không âm  $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$ ;
- Dòng thứ  $q$  trong số  $k$  dòng tiếp theo chứa 4 số nguyên  $x_q, y_q, u_q, v_q$  ( $q = 1, 2, \dots, k$ ).

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản MINCUT.OUT gồm  $k$  dòng, mỗi dòng chứa một số là câu trả lời cho một truy vấn theo thứ tự xuất hiện trong file dữ liệu vào.

**Ví dụ:**

| MINCUT . INP | MINCUT . OUT |
|--------------|--------------|
| 3 3 2        | 3            |
| 1 1 1        | 0            |
| 1 1 1        |              |
| 1 1 1        |              |
| 1 1 3 3      |              |
| 1 1 3 2      |              |

### Ràng buộc:

- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài có  $m, n \leq 10$ .
- Có 30% số test khác ứng với 30% số điểm của bài có  $m, n \leq 100$ .
- Có 40% số test ứng với 40% số điểm còn lại của bài có  $m, n \leq 1000$ .

### Bài 5. Chia phần (7 điểm)

Vinh và Sơn là hai người bạn thân rất mê sưu tập các đồng tiền cổ. Họ vừa cùng nhau lùng mua được một thùng tiền cổ từ những người công nhân làm đường và muốn phân chia nó. Thùng chứa một số chẵn đồng tiền cổ (để thuận tiện cho việc trình bày tiếp theo, các đồng tiền sẽ được đánh số từ 1 đến  $N$ ). Vinh đánh giá đồng tiền thứ  $i$  có giá trị là  $a_i$ , còn Sơn cho rằng nó có giá trị  $b_i$ . Giả thiết rằng các số  $a_1, a_2, \dots, a_N$  là khác nhau từng đôi.

Bây giờ, hai người bạn quyết định chia phần theo qui tắc sau: Thực hiện  $N/2$  bước, ở mỗi bước, Sơn lấy ra từ thùng hai đồng tiền, Vinh lấy đồng tiền mà nó cho là có giá trị lớn hơn trong hai đồng tiền được lấy ra, đồng tiền còn lại thuộc về phần của Sơn.

Sơn biết tất cả các số  $a_i$  và  $b_i$ , ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) và ở mỗi bước được quyền chọn ra hai đồng tiền tùy theo ý thích của mình.

**Yêu cầu:** Hãy giúp Sơn tiến hành thực hiện phân chia theo qui tắc đã nêu để phần mà Sơn nhận được có tổng giá trị lớn nhất (tức là tổng giá trị theo Sơn đánh giá của các đồng tiền mà Sơn nhận được là lớn nhất).

Giá trị của chiếc thùng là không đáng kể khi đem so sánh với giá trị của đồng tiền rẻ nhất, vì vậy, bạn không cần quan tâm nó là thuộc về ai trong hai người bạn, Sơn hay Vinh.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản DIVIDE.INP:

- Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương chẵn  $N$  là số lượng đồng tiền trong thùng;
- Dòng thứ hai chứa  $N$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_N$ , mỗi số không vượt quá 400000;
- Dòng thứ ba chứa  $N$  số nguyên dương  $b_1, b_2, \dots, b_N$ , mỗi số không vượt quá 400000.

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản DIVIDE.OUT:

- Dòng đầu tiên ghi tổng giá trị các đồng tiền mà Sơn nhận được theo cách chia phần tìm được;
- Tiếp đến là  $N/2$  dòng, mỗi dòng chứa một cặp hai chỉ số của hai đồng tiền theo đúng thứ tự mà Sơn cần lấy ra khỏi thùng ở mỗi bước thực hiện chia phần. Nếu có nhiều phương án cùng đem lại giá trị lớn nhất, hãy đưa ra một phương án tùy ý trong số chúng.

**Ví dụ:**

| DIVIDE . INP                          | DIVIDE . OUT            |
|---------------------------------------|-------------------------|
| 6<br>6 10 11 18 5 14<br>1 7 6 12 15 1 | 28<br>5 1<br>2 6<br>3 4 |
| 6<br>6 44 2 43 7 48<br>6 44 2 43 7 48 | 53<br>3 1<br>5 4<br>2 6 |

**Ràng buộc:**

- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài có  $N \leq 5000$  và  $a_i = b_i, i = 1, 2, \dots, N$ .
- Có 30% số test khác ứng với 30% số điểm của bài có  $N \leq 20$ .
- Có 40% số test còn lại ứng với 40% số điểm còn lại của bài có  $N \leq 5000$ .

### Bài 6. Cây hoán vị (7 điểm)

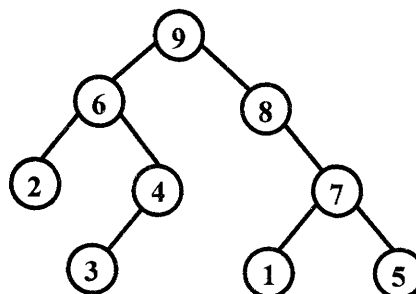
Mùa Giáng Sinh năm nay ám áp, đôi bạn Đông và Bắc rủ nhau ở nhà cùng nghiên cứu một thuật toán sắp xếp tổ hợp có cấu trúc đặc biệt. Ban đầu Đông chuẩn bị một hoán vị  $\pi = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$  của  $n$  số nguyên dương  $1, 2, \dots, n$  rồi đưa cho Bắc. Tiếp theo, Đông tìm hoán vị đi ngay sau hoán vị  $\pi$  trong thứ tự từ điển rồi đưa cho Bắc, và cứ tiếp tục như vậy. Nhắc lại là: Hoán vị  $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n)$  được gọi là đi trước hoán vị  $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$  theo thứ tự từ điển nếu như tồn tại một chỉ số  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) sao cho:

- nếu  $i = 1$  thì  $\rho_i < \sigma_i$ ;
- nếu  $1 < i \leq n$  thì  $\rho_j = \sigma_j$  với  $j < i$  và  $\rho_i < \sigma_i$ .

Với mỗi hoán vị  $\pi$  nhận được từ Đông, Bắc tiến hành dựng cây nhị phân  $T(\pi)$  có cấu trúc như sau:

- Nút gốc của  $T(\pi)$  được gán nhãn  $n$  là số lớn nhất của  $\pi$ ;
- Giả sử  $\pi^{left}$  và  $\pi^{right}$  lần lượt là dãy con bên trái và bên phải của  $n$  trong  $\pi$ . Gọi  $a$  là số lớn nhất của dãy  $\pi^{left}$  và  $b$  là số lớn nhất của dãy  $\pi^{right}$ . Khi đó nút gốc của  $T(\pi)$  sẽ có hai cây con: cây con trái  $T(\pi^{left})$  với gốc được gán nhãn  $a$  và cây con phải  $T(\pi^{right})$  với gốc được gán nhãn  $b$ . Nếu dãy  $\pi^{left}$  là rỗng thì nút gốc của  $T(\pi)$  không có con trái. Nếu dãy  $\pi^{right}$  là rỗng thì nút gốc của  $T(\pi)$  không có con phải;
- Nếu dãy  $\pi^{left}$  là khác rỗng thì cây con  $T(\pi^{left})$  gốc tại  $a$  được xây dựng một cách đệ qui đối với dãy con  $\pi^{left}$  giống như việc xây dựng cây  $T(\pi)$ ;
- Nếu dãy  $\pi^{right}$  là khác rỗng thì cây con  $T(\pi^{right})$  gốc tại  $b$  được xây dựng một cách đệ qui đối với dãy con  $\pi^{right}$  giống như việc xây dựng cây  $T(\pi)$ .

**Ví dụ:** Với  $\pi = (2, 6, 3, 4, 9, 8, 1, 7, 5)$  thì cây  $T(\pi)$  được mô tả như trong hình 1.



Hình 1. Cây  $T(\pi)$  tương ứng với hoán vị  $\pi = (2, 6, 3, 4, 9, 8, 1, 7, 5)$

Cây  $T(\pi)$  xây dựng theo qui tắc nêu trên được gọi là **cây nhị phân tương ứng với hoán vị  $\pi$** .

Tiếp theo Bắc tiến hành liệt kê các nút của cây  $T(\pi)$  theo thứ tự sau và thu được một hoán vị mới gồm các nhãn của các nút được sắp xếp theo trình tự các nút được liệt kê. Nhắc lại là: Việc liệt kê các nút của cây  $T(\pi)$  theo thứ tự sau được định nghĩa một cách đệ qui như sau:

- Nếu cây  $T(\pi)$  chỉ có một nút thì danh sách gồm một nút duy nhất đó là danh sách các nút của cây  $T(\pi)$  được liệt kê theo thứ tự sau;
- Nếu cây  $T(\pi)$  có nhiều hơn một nút thì danh sách các nút của cây  $T(\pi)$  được liệt kê theo thứ tự sau là: đầu tiên là các nút của cây con trái của  $T(\pi)$  được liệt kê theo thứ tự sau, tiếp đến là các nút của cây con phải của  $T(\pi)$  được liệt kê theo thứ tự sau, cuối cùng là nút gốc.

**Ví dụ:** Với hoán vị trong ví dụ trên, hoán vị thu được bởi việc liệt kê các nút của cây nhị phân tương ứng với nó  $T(\pi)$  theo thứ tự sau là (2, 3, 4, 6, 1, 5, 7, 8, 9).

Đôi bạn xét tính chất TSort sau đây trên tập các hoán vị của các số nguyên dương từ 1 đến  $n$ : "Hoán vị  $\pi$  được nói là có tính chất TSort nếu việc liệt kê các nút của cây nhị phân tương ứng với nó  $T(\pi)$  theo thứ tự sau cho ta hoán vị đơn vị, nghĩa là hoán vị có dạng (1, 2, ...,  $n$ )". Đông và Bắc muốn khảo sát xem những hoán vị như vậy có phải là thường gặp hay không.

**Yêu cầu:** Cho  $\pi$  là một hoán vị của các số 1, 2, ...,  $n$ , hãy viết chương trình giúp đôi bạn xác định số lượng hoán vị trong số  $k$  hoán vị liên tiếp theo thứ tự từ điển bắt đầu từ  $\pi$  (kể cả  $\pi$ ) thoả mãn tính chất TSort.

**Dữ liệu:** Vào từ file TSORT.INP bao gồm:

- Dòng đầu gồm hai số nguyên dương  $n$  và  $k$ ;
- Dòng thứ hai gồm  $n$  số nguyên dương  $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$  là các thành phần của hoán vị  $\pi$ .

Hai số liên tiếp trên cùng một dòng được ghi cách nhau bởi dấu cách.

**Kết quả:** Ghi ra file TSORT.OUT một số nguyên duy nhất là số lượng hoán vị trong số  $k$  hoán vị liên tiếp theo thứ tự từ điển bắt đầu từ  $\pi$  (kể cả  $\pi$ ) thoả mãn tính chất TSort.

**Ví dụ:**

| TSORT . INP    | TSORT . OUT |
|----------------|-------------|
| 4 6<br>1 3 4 2 | 4           |

**Ràng buộc:**

- Có 30% số test tương ứng với các bộ dữ liệu có giới hạn  $n, k \leq 100$ ;
- Có 30% số test khác tương ứng với các bộ dữ liệu có giới hạn  $n, k \leq 10^3$ ;
- Có 40% số test còn lại tương ứng với các bộ dữ liệu có giới hạn  $n \leq 10^3, k \leq 10^6$ .

----- **Hết** -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.