



OLYMPIC TIN HỌC SINH VIÊN LẦN THỨ XXVIII, 2019

Khối thi: Cá nhân Không Chuyên & Cao đẳng

Thời gian làm bài: 180 phút

Ngày thi: 04/12/2019

Nơi thi: Đại học Bách khoa Đà Nẵng

TỔNG QUAN ĐỀ THI

| Tên bài | File nguồn nộp | File dữ liệu | File kết quả |
|--------------|----------------|--------------|--------------|
| Cột bò | cow.* | cow.inp | cow.out |
| Nhân ma trận | mat.* | mat.inp | mat.out |
| Khớp dữ liệu | seq.* | seq.inp | seq.out |
| Tam giác | tri.* | tri.inp | tri.out |

Chú ý: Dấu * được thay thế bởi đuôi ngầm định của ngôn ngữ được sử dụng.

Hãy lập trình giải các bài toán dưới đây:

Bài 1. Cột bò (100 điểm)

Trên khu đất rộng nhà Hoàng có n đồng rơm, đó là thức ăn dự trữ cho chú bò vào mùa đông. Mỗi đồng rơm được biểu diễn là một hình tròn trên mặt phẳng tọa độ, đồng rơm thứ i có tọa độ tâm là (x_i, y_i) và bán kính r_i . Tại điểm (a, b) có một cọc để cột chú bò. Vào mỗi buổi chiều tối hàng ngày, Hoàng cột chú bò của mình vào cọc bằng một sợi dây. Nếu sợi dây có độ dài l thì chú bò có thể di chuyển trong vòng tròn tâm (a, b) và bán kính l .



Yêu cầu: Hãy tìm độ dài l nguyên lớn nhất sao cho chú bò không thể ăn rơm từ bất kì một đồng rơm nào. Chú ý rằng, chú bò có thể ăn rơm của đồng thứ i nếu đường tròn tâm (a, b) bán kính l và đường tròn tâm (x_i, y_i) bán kính r_i có điểm chung.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản **cow.inp** có định dạng như sau:

- Dòng đầu số chứa ba số nguyên n, a, b ($|a|, |b| \leq 10^9$);
- Dòng thứ i trong n dòng tiếp theo chứa ba số nguyên x_i, y_i và r_i ($|x_i|, |y_i|, r_i \leq 10^9$).

Kết quả: Ghi ra file văn bản **cow.out** một dòng ghi một số nguyên l lớn nhất thỏa mãn.

Ví dụ:

| cow.inp | cow.out |
|---------|---------|
| 1 0 0 | 5 |
| 0 9 3 | |

Chú ý:

- Có 50% số test có $n = 1$;
- Có 50% số test còn lại có $n \leq 100$.

Bài 2. Nhân ma trận (100 điểm)

Hoàng mới được học phép toán nhân ma trận trong môn Đại số. Cụ thể, phép nhân trên hai ma trận chỉ thực hiện được khi số cột của ma trận bên trái bằng số hàng của ma trận bên phải. Nếu ma trận A có kích thước $m \times n$ và ma trận B có kích thước $n \times p$, thì ma trận tích $C = A \times B$ có kích thước $m \times p$, phần tử ở hàng thứ i ($i = 1, 2, \dots, m$), cột thứ j ($j = 1, 2, \dots, p$) được xác định:

$$c_{i,j} = a_{i,1} \times b_{1,j} + a_{i,2} \times b_{2,j} + \dots + a_{i,n} \times b_{n,j}$$

Hoàng tìm hiểu và biết phép nhân ma trận có tính chất kết hợp: $(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$, nhưng không có tính chất giao hoán. Rất thích thú với phép toán này, Hoàng đã viết một chương trình tính tích của k ma trận A_1, A_2, \dots, A_k có cùng kích thước $n \times n$. Để kiểm tra chương trình của mình, Hoàng nhờ bạn tính phần tử ở hàng i cột j của ma trận tích bằng bao nhiêu.

Yêu cầu: Cho k ma trận A_1, A_2, \dots, A_k có cùng kích thước $n \times n$ và ba số nguyên dương i, j, S . Hãy xác định phần dư của phép chia giữa phần tử ở hàng i cột j trong ma trận tích $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_k$ với S .

Dữ liệu: Vào từ file văn bản **mat.inp** có dạng:

- ⤴ Dòng đầu ghi năm số nguyên dương k, n, i, j, S ($n \leq 100; 1 \leq i, j \leq n$);
- ⤴ Tiếp theo là k nhóm dòng, nhóm dòng thứ t mô tả ma trận A_t ($t = 1, 2, \dots, k$) theo khuôn dạng sau: Gồm n dòng, mỗi dòng chứa n số cách nhau bởi dấu cách, các số có giá trị tuyệt đối không vượt quá 100.

Kết quả: Ghi ra file văn bản **mat.out** gồm một dòng duy nhất ghi một số nguyên là phần dư của phép chia giữa phần tử ở hàng i cột j trong ma trận tích $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_k$ với S .

Ví dụ:

| mat.inp | mat.out |
|--|---------|
| 2 2 1 2 10 1 2 3 4 5 6 7 8 | 2 |

Chú ý:

- Có 20% số test có $k = 2; S \leq 10^9$;
- Có 30% số test khác có $k \leq 10; S \leq 10^9$;
- Có 30% số test khác có $k \leq 500; S \leq 10^9$ và các ma trận đều giống nhau;
- Có 10% số test khác có $k \leq 500; S \leq 10^9$;
- Có 10% số test còn lại có $k \leq 500; S \leq 10^{18}$.

Bài 3. Khớp dữ liệu (100 điểm)

Dãy số nguyên không âm (a_1, a_2, \dots, a_n) được gọi là khớp với dãy số nguyên không âm (b_1, b_2, \dots, b_n) qua chuẩn M nếu $a_i \% M = b_i \% M$ với mọi $i = 1, 2, \dots, n$, trong đó $\%$ là phép chia lấy dư.

Với hai dãy số nguyên không âm, việc tìm chuẩn M đối với Hoàng không phải là công việc khó, Hoàng còn muốn tìm chuẩn M lớn nhất một cách hiệu quả.

Yêu cầu: Cho hai dãy số nguyên không âm (a_1, a_2, \dots, a_n) , (b_1, b_2, \dots, b_n) và k cặp chỉ số (L_j, R_j) với $1 \leq L_j \leq R_j \leq n$, $j = 1, 2, \dots, k$. Với mỗi cặp chỉ số (L_j, R_j) , hãy tìm số nguyên dương M_j lớn nhất là chuẩn của hai dãy $(a_{L_j}, a_{L_j+1}, \dots, a_{R_j})$ và $(b_{L_j}, b_{L_j+1}, \dots, b_{R_j})$.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản **seq.inp** có định dạng:

- ⤴ Dòng đầu chứa số hai số nguyên dương n, k ($n \leq 10^5$);
- ⤴ Dòng thứ hai gồm n số nguyên không âm a_1, a_2, \dots, a_n ;
- ⤴ Dòng thứ ba gồm n số nguyên không âm b_1, b_2, \dots, b_n ($b_i \neq a_i$ với $i = 1, 2, \dots, n$);
- ⤴ Tiếp theo là k dòng, dòng thứ j ($1 \leq j \leq k$) gồm 2 số nguyên dương L_j, R_j với $1 \leq L_j \leq R_j \leq n$, $j = 1, 2, \dots, k$.

Kết quả: Ghi ra file văn bản **seq.out** gồm k dòng, dòng thứ j là giá trị M_j lớn nhất là chuẩn của hai dãy $(a_{L_j}, a_{L_j+1}, \dots, a_{R_j})$ và $(b_{L_j}, b_{L_j+1}, \dots, b_{R_j})$.

Ví dụ 1:

| seq.inp | seq.out |
|---------|---------|
| 3 2 | 2 |
| 0 0 0 | 3 |
| 4 6 9 | |
| 1 2 | |
| 2 3 | |

Ví dụ 2:

| seq.inp | seq.out |
|---------|---------|
| 3 3 | 3 |
| 1 3 10 | 4 |
| 10 15 2 | 1 |
| 1 2 | |
| 2 3 | |
| 1 3 | |

Chú ý:

- Có 30% số test có $k = 1$ và các giá trị a_i, b_i không vượt quá 10^3 ;
- Có 20% số test khác có $k \leq 10$, các giá trị a_i, b_i không vượt quá 10^9 và $R_j = L_j + 1$.
- Có 30% số test khác có $k \leq 10$ và các giá trị a_i, b_i không vượt quá 10^9 ;
- Có 20% số test còn lại có $k \leq 10^5$ và các giá trị a_i, b_i không vượt quá 10^{15} .

Bài 4. Tam giác (100 điểm)

Với k thanh gỗ độ dài l_1, l_2, \dots, l_k có thể xếp được thành một hình tam giác nếu có cách phân chia k thanh gỗ thành ba tập khác rỗng, sau đó ghép nối các thanh gỗ trong cùng một tập thành một đoạn có độ dài là tổng độ dài các thanh gỗ trong tập, khi đó độ dài của ba đoạn đó là độ dài ba cạnh của một tam giác.

Hoàng có n thanh gỗ xếp thành một hàng từ trái sang phải với độ dài tương ứng là d_1, d_2, \dots, d_n , các thanh gỗ có độ dài đôi một khác nhau. Với một số nguyên k ($k \geq 3$), Hoàng muốn đếm xem có bao nhiêu cách chọn k thanh gỗ liên tiếp nhau mà k thanh gỗ này có thể xếp được thành một hình tam giác.

Yêu cầu: Cho d_1, d_2, \dots, d_n và số nguyên k . Hãy đếm số cách chọn k thanh gỗ liên tiếp nhau mà k thanh gỗ này có thể xếp được thành một hình tam giác.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản **tri.inp** có định dạng như sau:

- ⤴ Dòng đầu chứa hai số nguyên n, k ($k \leq n$).
- ⤴ Dòng thứ hai gồm n số nguyên dương đôi một khác nhau d_1, d_2, \dots, d_n ($d_i \leq 10^9$).

Kết quả: Ghi ra file văn bản **tri.out**: gồm một nguyên duy nhất là số cách chọn k thanh gỗ liên tiếp nhau mà k thanh gỗ này có thể xếp được thành một hình tam giác.

Ví dụ 1:

| tri.inp | tri.out |
|--------------------|---------|
| 6 3 1 3 4 2 5 9 | 2 |

Ví dụ 2:

| tri.inp | tri.out |
|----------------|---------|
| 4 4 2 3 5 1 | 1 |

Chú ý:

- Có 20% số test có $k = n = 3$;
- Có 20% số test khác có $k = n = 4$;
- Có 20% số test khác có $k = n \leq 10$;
- Có 20% số test khác có $k \leq n \leq 1000$;
- Có 20% số test còn lại có $k \leq n \leq 10^5$.

----- **Hết** -----